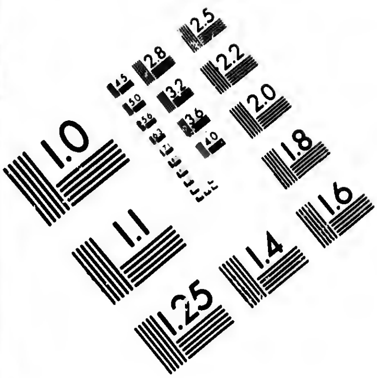


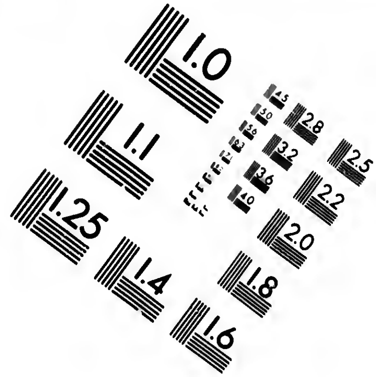
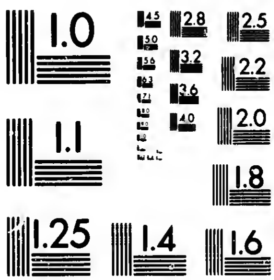
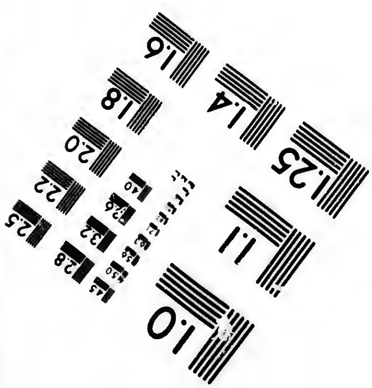
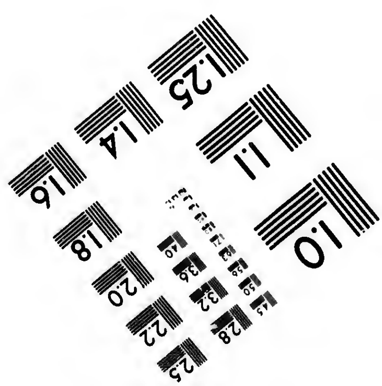


IMAGE EVALUATION
TEST TARGET (MT-3)







Technical Notes / Notes techniques

The Institute has attempted to obtain the best original copy available for filming. Physical features of this copy which may alter any of the images in the reproduction are checked below.

L'Institut a microfilmé le meilleur exemplaire qu'il lui a été possible de se procurer. Certains défauts susceptibles de nuire à la qualité de la reproduction sont notés ci-dessous.

- [ ] Coloured covers/ Couvertures de couleur
- [ ] Coloured pages/ Pages de couleur
- [ ] Coloured maps/ Cartes géographiques en couleur
- [ ] Coloured plates/ Planches en couleur
- [ ] Pages discoloured, stained or foxed/ Pages décolorées, tachetées ou piquées
- [x] Show through/ Transparence
- [x] Tight binding (may cause shadows or distortion along interior margin)/ Reliure serré (peut causer de l'ombre ou de la distortion le long de la marge intérieure)
- [x] Pages damaged/ Pages endommagées
- [x] Additional comments/ Commentaires supplémentaires

Par rapport aux autres pages du livre, un taux de réduction différent a pu être utilisé lors du filmage de cartes ou de tableaux dépliants.

Bibliographic Notes / Notes bibliographiques

- [ ] Only edition available/ Seule édition disponible
- [ ] Pagination incorrect/ Erreurs de pagination
- [ ] Bound with other material/ Relié avec d'autres documents
- [ ] Pages missing/ Des pages manquent
- [ ] Cover title missing/ Le titre de couverture manque
- [ ] Maps missing/ Des cartes géographiques manquent
- [ ] Plates missing/ Des planches manquent
- [ ] Additional comments/ Commentaires supplémentaires

The images appearing here are the best quality possible considering the condition and legibility of the original copy and in keeping with the filming contract specifications.

The last recorded frame on each microfiche shall contain the symbol —▶ (meaning "CONTINUED"), or the symbol ▼ (meaning "END"), whichever applies.

The original copy was borrowed from, and filmed with, the kind consent of the following institution:

National Library of Canada

Maps or plates too large to be entirely included in one exposure are filmed beginning in the upper left hand corner, left to right and top to bottom, as many frames as required. The following diagrams illustrate the method:

Les images suivantes ont été reproduites avec le plus grand soin, compte tenu de la condition et de la netteté de l'exemplaire filmé, et en conformité avec les conditions du contrat de filmage.

Un des symboles suivants apparaîtra sur la dernière image de chaque microfiche, selon le cas: le symbole —▶ signifie "A SUIVRE", le symbole ▼ signifie "FIN".

L'exemplaire filmé fut reproduit grâce à la générosité de l'établissement prêteur suivant :

Bibliothèque nationale du Canada

Les cartes ou les planches trop grandes pour être reproduites en un seul cliché sont filmées à partir de l'angle supérieure gauche, de gauche à droite et de haut en bas, en prenant le nombre d'images nécessaire. Le diagramme suivant illustre la méthode :

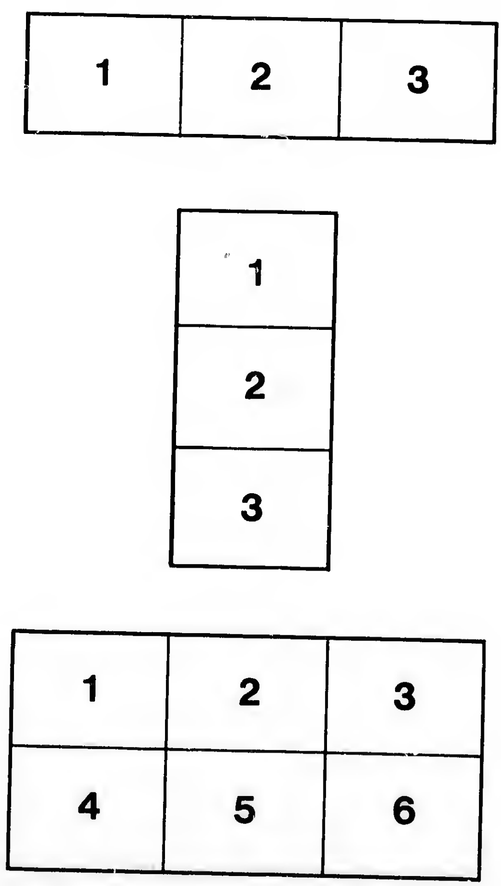


TABLEAU STEREOMET

(Extrait du "Quebec Daily Merc

La lecture de M. Baillairgé, mercredi dernier au soir, devant la Société Littéraire et Historique de Québec, a démontré encore une fois combien peut devenir intéressant, même dans un sens populaire, un sujet d'ailleurs sec et abstrait, quand il est habilement traité.

Le lectureur montra le rapport de la Géométrie à toutes les industries de la vie. Il en fit remonter l'origine à l'antiquité la plus éloignée et en suivit le développement graduel jusqu'à nos jours. Il démontra comment elle est la base de tous nos travaux publics et combien nous lui devons pour tous les arts, de construction ; ses rapports avec la mécanique, l'hydraulique, l'optique et toutes les sciences physiques. La plus belle moitié du genre humain, dit M. B., a la perception la plus vive et la plus juste des avantages et des beautés de la géométrie, comme cela se manifeste dans les combinaisons toujours variées et si finement imaginées de leurs dessins pour les ouvrages à l'aiguille, leurs dentelles, et leurs broderies. Il montra ses rapports avec la chimie dans la cristallisation et la polarisation ; avec la botanique et la zoologie dans les lois de la morphologie ; avec la théologie, et ainsi de suite. En parlant du cercle et des autres sections coniques, il fit une comparaison vraiment poétique entre l'ingénieur qui trace ses courbes dans les bois et sur les eaux de la terre, et l'astronome qui décrit ses vastes circuits au milieu des forêts étoilées des cieux. La parabole fut entièrement expliquée dans son application au jet des projectiles de guerre, aussi en ce qui concerne les jets d'eau, le porte-voix, le miroir et le réflecteur qui, dans les phares, réunit, pour ainsi dire, tous les rayons de lumière en un faisceau, et les lance à la fois au service de l'humanité. En parlant de l'ellipse cette courbe presque magique décrite dans les cieux par chaque planète qui tourne autour du soleil, par chaque satellite autour de sa planète primaire, il fit allusion au plus beau de tous les ovales—la figure gracieuse de la femme. Il montra comme la réapparition d'une comète peut maintenant être annoncée pour le jour même où elle devra paraître, et cela après une absence d'un siècle, et comment dans les siècles passés, quand ces phénomènes n'étaient pas prédits, ils surgissaient brusquemment dans le monde, portant partout et créant l'anxiété, la consternation la plus vive, comme si tout allait finir.

En un mot, M. Baillairgé parcourut le vaste champ du mesurage et de la géométrie, plane et sphérique, véritable tour de force pour une seule lecture. Il intéressa si vivement son auditoire pendant deux heures que le président, M. Anderson, fit remarquer que ces deux heures lui avaient à peine paru une heure ; et nul doute qu'il en était de même pour toutes les autres personnes puisque M. Wilkie, en secondant le vote de remerciments proposé par le Capt. Ashe, fit allusion au plaisir avec lequel il avait écouté la lecture, comme, disait-il, s'il eût entendu de la poésie au lieu de l'aride sujet qu'il avait entrevu dans le titre.

M. Baillairgé expliqua ensuite en détail son tableau stéréométrique que nous espérons voir bientôt introduit dans toutes les écoles de cette Puissance. Il montra combien ce tableau contribuerait à abréger le temps jusqu'à présent consacré à l'étude des solides et même

à celles des surfaces planes et con
métrie sphérique, de la projectio
perspective, du développement
ombres et des ombrages, et ainsi
en autant qu'il lui avait été pos
calculs corrobora l'avancé de M.
norme économie de temps, où bea
abstrus qui exigeaient généralem
jours de travail avant d'en trouve
maintenant (si la règle, est d'u
générale, comme M. Baillairgé
cela a été certifié par une foule d
témoignages sous leur propre sig
nouvelle formule et du tableau, é
de minutes : pour ne rien dire de
pour communiquer d'un seul con
sance de leur nomenclature ou de
liariser avec leurs formes et leurs
montra comment les modèles sug
et à l'ingénieur, au constructe
formes et les proportions relativ
dômes, jetées et quais, citernes
dières, cuves, futailles, tonneaux
de capacité, terrassements de t
nant les déblais et remblais p
autres, le fût de la colonne Gre
plançon écarri ou à faux bois.
billot, la tente à camper, l'ouver
d'un chassis, d'une porte, la m
dans une muraille, la voûte du ro
ou d'une salle, la bille du billar
une plus grande échelle, la Lune,
les Planètes.

Nous pouvons ajouter que le M
du Nouveau Brunswick a envoyé
commande pour un tableau dans
système dans toutes les écoles d
M. Vannier, en écrivant de Fran
6 janvier dernier, pour l'informer
patentes pour ce pays, dit que M
le Président et le Secrétaire de l
néralisation de l'éducation en
leur intention, de lui conférer, à
blée générale, quelque marque d
services que son invention et
rendre à l'éducation. M. Giar
Baillairgé, de la part de l'Hon. M
de l'Instruction Publique, dit : "
" d'en recommander l'adoption d
" d'éducation et dans toutes les é
et de l'Université-Laval M. Mai
" etudie, plus on approfondit cet
" des corps, plus on est enchant
" sa clarté et surtout de sa gra
Rév. M. McQuarries, B. A. " ser
" vieux et ennuyeux procédés re
" mule aussi simple et aussi
Yale College, Etats-Unis, : " con
" arrangement des plus utiles p
" riété et l'étendue des applica
Le collége de l'Assomption " ad
" M. Baillairgé comme partie de

METRIQUE BAILLAIRGE.

(...e Daily Mercury" du 26 Mars, 1872.)

faces planes et convexes, de la trigono-
ie, de la projection géométrique, de la
u développement des surfaces, des
mbrages, et ainsi de suite. M. Wilkie,
lui avait été possible de vérifier les
ra l'avancé de M. B., concernant l'é-
e de temps, où beaucoup de problèmes
geaient généralement des heures ou des
avant d'en trouver la solution, peuvent
la règle, est d'une application aussi
ue M. Baillairgé l'assume, et comme
ifié par une foule de personnes dans des
us leur propre signature) à l'aide de la
le et du tableau, être résolus en autant
our ne rien dire de l'utilité des modèles
quer d'un seul coup d'œil une connais-
omenclature ou de leurs noms, et fami-
urs formes et leurs figures variées. Il
nt les modèles suggèrent à l'architecte
ur, au constructeur et à l'ouvrier, les
roportions relatives de bâtisses, toits,
et quais, citernes et réservoirs, chau-
ntailles, tonneaux et autres vaisseaux
rrassements de toutes sortes, compre-
is et remblais pour voies ferrées et
e la colonne Grecque ou Romaine, le
on à faux bois, le bois en grume, le
à camper, l'ouverture ébrasée ou non
l'une porte, la meuche ou meurtrière
ille, la voûte du rond point d'une église
la bille du billard, le boulet, ou, sur
e échelle, la Lune, la Terre, le Soleil,

s ajouter que le Ministre de l'Education
unswick a envoyé à M. Baillairgé une
r un tableau dans le but d'introduire ce
utes les écoles de cette province ; et
écrivant de France, à M. Baillairgé, le
er, pour l'informer de l'octroi de lettres-
e pays, dit que MM. Humbert & Noé,
le Secrétaire de la Société pour la gé-
l'éducation en France, ont exprimé
de lui conférer, à leur prochaine assem-
quelque marque de distinction pour les
en invention et sa découverte vont
cation. M. Giard, en écrivant à M.
a part de l'Hon. M. Chauveau, Ministre
Publique, dit : " Il se fera un devoir
nder l'adoption dans toutes les maisons
t dans toutes les écoles." Du Séminaire
té-Laval M. Maingui écrit : " Plus on
n approfondit cette formule du cubage
s on est enchanté de sa simplicité, de
urtout de sa grande généralité." Le
rries, B. A. " sera enchanté de voir les
tyeux procédés remplacés par une for-
simple et aussi exacte " Newton, de
États-Unis, : " considère ce tableau un
des plus utiles pour démontrer la va-
due des applications de la formule."
Assomption " adoptera le système de
comme partie de leurs cours d'instruc-
" tion." M. Wilkie a écrit à l'auteur que " la règle " est précise et simple, et abrégera considérablement " les procédés de calcul." Le tableau, dit ce juge compétent, " comprenant une grande variété de mo- " dèles élémentaires servira admirablement à former " l'œil et devra faciliter considérablement l'étude du " toisé des corps."

M. Wilkie dit encore : " Le gouvernement rendrait " un véritable service aux écoles d'un ordre moyen ou " élevé en leur procurant une collection aussi ins- " tructive."

Il y a d'autres personnes qui sans considérer l'exactitude comparative de la formule, ou de ses avantages dans son application au simple mesurage, sont frappées du fait que les modèles sont de beaucoup plus instructifs pour l'élève et le maître que leur simple représentation sur un tableau ou sur le papier, et qui, dans leurs opinions écrites, ont fait surtout allusion à ce trait du système proposé. M. Joly, Président de la Branche de Québec de l'école des Arts de Montréal, dans une lettre sur le sujet à M. Weaver, Président du Bureau, et après avoir été lui-même témoin de ses avantages dans plus d'une occasion, dit dans son style expressif, " la différence est énorme." Le Professeur Toussaint de l'Ecole Normale, Dufresne, de l'Academie de Montmagny, Boivin de St. Hyacinthe et beaucoup d'autres sont de la même opinion, parmi eux MM. R. S. M. Bouchette, O'Farrell, Fletcher, St. Aubin, Steckel, Juneau, Verner, Gallagher, Lafrance, et le frère Anthony, etc. On ne peut non plus oublier que les professeurs de l'Université-Laval, après avoir lu l'énoncé de la formule de M. B., comme il est donné dans son traitée de 1866, s'exprimèrent ainsi : " Un doute involontaire s'empare d'abord de l'esprit, lorsqu'on lit le No. 1521 ; mais un examen attentif des paragraphes suivants, dissipe bientôt ce doute et l'on reste étonné à la vue d'une formule, si claire, si aisée à retenir et dont l'application est si générale. M. Fletcher, du Département des Terres de la Couronne, dit : " J'ai comparé, pour plusieurs solides, les résultats ob- " tenus par votre mode de calcul avec ceux des pro- " cédés ordinaires beaucoup plus long, et je vous féli- " cite sincèrement sur votre énoncé d'une formule " aussi brève que simple dans son caractère, et aussi " précise que satisfaisante dans ses résultats."

M. Baillairgé prit aussi occasion dans sa lecture de faire allusion sous d'autres rapports, à son traité de Géométrie et de Toisé, dans lequel il fit voir qu'il a introduit beaucoup de modifications importantes dans le mode ordinaire de traiter le sujet de la géométrie et de la Trigonométrie plane et sphérique. En terminant nous devons ajouter que le conseil de l'Instruction Publique, à sa dernière réunion, a nommé un comité, composé de l'Archevêque de Québec, et des Evêques Langevin et Larocque, qui devra faire rapport au Conseil à sa prochaine assemblée générale en juin, et qui, on ne peut en douter, après les témoignages si nombreux et si flatteurs concernant l'utilité et les nombreux avantages du tableau stéréométrique pour des fins d'éducation, ne pourra qu'en recommander et conseiller l'adoption dans toutes les écoles de la Puissance.

TABLEAU STEREOMETR

Membre Titulaire de la Société de Vulgarisation pour l

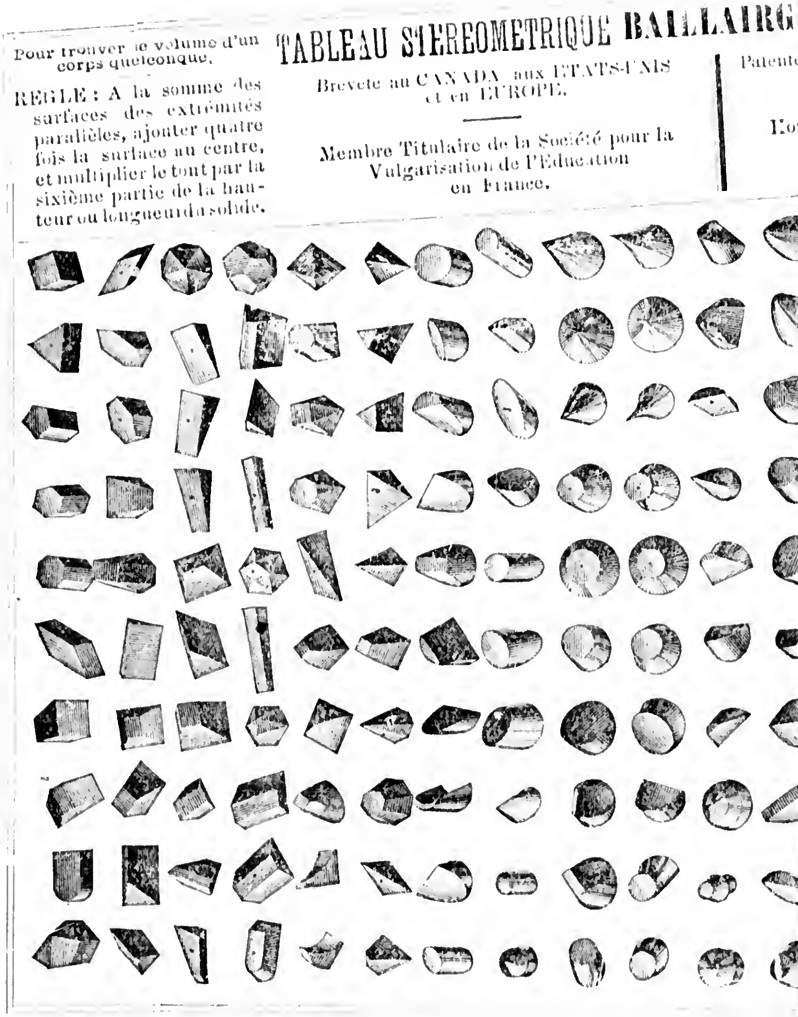
(Breveté au Canada, aux Etats

Le tableau est un cadre de 5 pieds de longueur sur 3 pieds de largeu
et articulé, fermant à clef, de manière à exclure la poussière, tout en exhib
vernis ou huilés à demande) de toutes les formes élémentaires géométriques
ment attaché au tableau par une tige en fil de fer qui permet à l'élève et au

L'usage du tableau, avec le traité qui l'accompagne, réduit toute la science ou l'art du toisé, du travail d'une année à celui d'une journée, et simplifie à tel point l'étude et l'enseignement de la géométrie dans l'espace (géométrie des solides, des corps ou des volumes) la Nomenclature des formes géométriques et autres, le développement des surfaces, la projection géométrique et la perspective, les surfaces planes et convexes, la géométrie et la trigonométrie sphériques, et le toisé des surfaces et des volumes, que l'on peut maintenant enseigner les différentes branches ci-dessus énumérées dans les écoles même élémentaires et dans les couvents, où il eut été oiseux d'y songer auparavant.

Chaque tableau est accompagné, au besoin, d'un traité qui explique le mode de mesurage par la "formule prismoïdale" et qui décrit le solide, sa nature, sa forme, ses bases opposées et la nature de sa section centrale.

L'on demande des agents pour la vente du Tableau ici et à l'étranger.



A l'usage des Architectes, Ingénieurs, Arpenteurs, Etudiants et App
et de Mathématiques, Universités, Collèges, Séminaires, Couvents et autres
niciens, Mesureurs, Jaugeurs, Constructeurs de navires, Contracteurs, Ar

...MÉTRIQUE BAILLAIRGÉ!

...ATION POUR L'ENSEIGNEMENT DU PE... LE EN FRANCE, ETC., ETC.

...la, aux Etats-Unis et en Europe.)

...eds de largeur et quelques pouces d'épaisseur, avec panneau ou couvert vitré ...tout en exhibant et donnant accès à quelque 200 modèles (en bois franc, polis, ... géométriques et autres que l'on puisse concevoir. Chaque modèle est simple-... à l'élève et au professeur de l'en détacher et replacer à volonté.

...E BAILLAIRGE STEREOMETRICAL TABLEAU

Patented in CANADA, in the UNITED-STATES and in EUROPE.

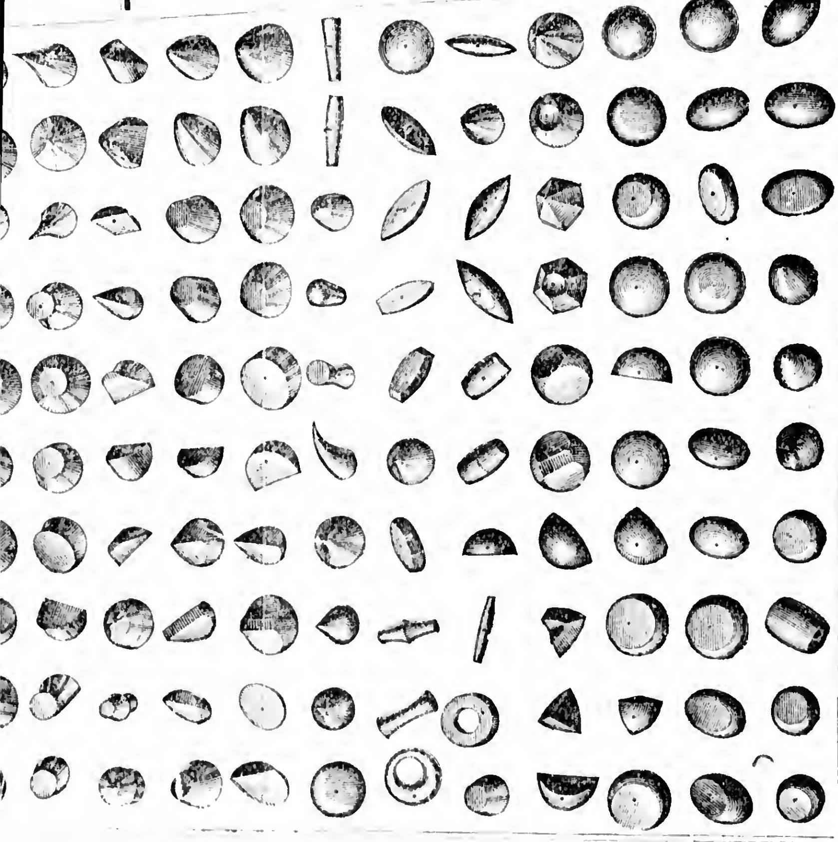
...S-UNIS

Honorary Member of the Society for the Generalization of Education in France.

...pour la ...ion

To find the solid content of any body.

RULE: To the sum of the parallel end areas, add four times the middle area, and multiply the whole by one sixth part of the height or length of the body.



Approuvé par le Conseil de l'Instruction Publique de la Province de Québec, et déjà adopté et commandé par un grand nombre d'institutions d'éducation et autres, tant ici, qu'à l'étranger. Pour informations et certificats, s'adresser à l'auteur.

C. BAILLAIRGÉ,

QUEBEC.

CANADA.

Membre Titulaire de la Société pour la Vulgarisation de l'Education en France, etc.

SOUSCRIPTEURS.

L'Archevêque de Québec, l'Evêque de Rimouski, l'Evêque de Kingston, l'Evêque de St. Hyacinthe, l'Ecole des Arts et des Sciences, l'Université Laval, le Séminaire de Q., les Colléges d'Ottawa, Nicolet, Rimouski, Montmagny, St. Michel, etc., l'Ecole-Normale Laval, les Ecoles des Frères, l'Académie Commerciale, le Bureau des Arpenteurs, le Département d'Education, Nouveau-Brunswick, la Corporation de Québec, R. Hamilton, Ecr., F. N. Martin et C. Roy, Ingénieurs Civils, etc., La Société pour la vulgarisation de l'Enseignement du Peuple, France F. Peachy, J. Lepage, etc., Architectes, N. Piton, T. Maguire, J. Marcotte, constructeurs, le Conseil de l'Instruction Publique, Q., l'Ecole Normale Jacques Cartier, M. Piton Manitoba, le Collége de Aylmer, L'Assomption, Ste. Anne de la Pocatière, St. Hyacinthe, le High School, Q., le Collége Morin, Q., l'Académie de Lafrance, Q., Bureau des Travaux du Gouvernement, Q., Couvent des Ursulines, Couvent du Bon Pasteur, Sœurs Grises, Sœurs de la Congrégation, Sœurs de Jésus Marie, Q., etc. M. S. W. Townsend, Hamilton, etc.

Etc., Etc., Etc.

...liants et Apprentis, Officiers de Douane et d'Accise, Professeurs de Géométrie ...vents et autres Etablissements d'Education, Ecoles des Arts et du Dessin, Méca-...tracteurs, Artisans et autres du Canada et à l'Etranger.

QUE BAILLAIRGÉ !

NSEIGNEMENT DU PEUPLE EN FRANCE, ETC., ETC.

nis et en Europe.)

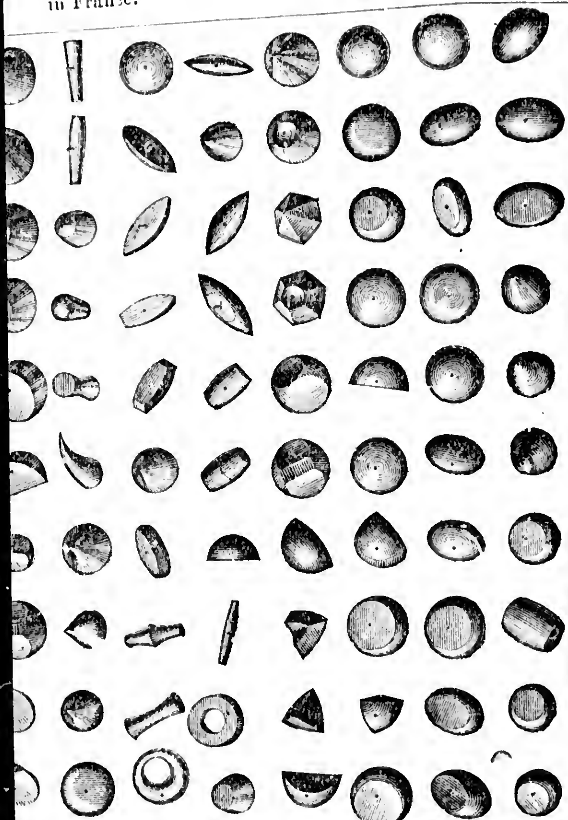
quelques pouces d'épaisseur, avec panneau ou couvert vitré et donnant accès à quelque 200 modèles (en bois franc, polis, autres que l'on puisse concevoir. Chaque modèle est simple- ofesseur de l'en détacher et replacer à volonté.

EREOMETRICAL TABLEAU
ANADA, in the UNITED-STATES and in EUROPE.

Member of the Society for the eralization of Education in France.

To find the solid content of any body.

RULE: To the sum of the parallel end areas, add four times the middle area, and multiply the whole by one sixth part of the height or length of the body.



Approuvé par le Conseil de l'Instruction Publique de la Province de Québec, et déjà adopté et commandé par un grand nombre d'institutions d'éducation et autres, tant ici, qu'à l'étranger. Pour informations et certificats, s'adresser à l'auteur.

C. BAILLAIRGÉ,
QUEBEC.
CANADA.

Membre Titulaire de la Société pour la Vulgarisation de l'Education en France, etc.

SOUSCRIPTEURS.

L'Archevêque de Québec, l'Evêque de Rimouski, l'Evêque de Kingston, l'Evêque de St. Hyacinthe, l'Ecole des Arts et des Sciences, l'Université Laval, le Séminaire de Q., les Collèges d'Ottawa, Nicolet, Rimouski, Montmagny, St. Michel, etc., l'Ecole-Normale Laval, les Ecoles des Frères, l'Académie Commerciale, le Bureau des Arpenteurs, le Département d'Education, Nouveau-Brunswick, la Corporation de Québec, R. Hamilton, Ecr., F. N. Martin et C. Roy, Ingénieurs Civils, etc., La Société pour la vulgarisation de l'Enseignement du Peuple, France F. Peachy, J. Lepage, etc., Architectes, N. Piton, T. Maguire, J. Marcotte, constructeurs, le Conseil de l'Instruction Publique, Q., l'Ecole Normale Jacques Cartier, M. Piton Manitoba, le Collége de Aylmer, L'Assomption, Ste. Anne de la Pocatière, St. Hyacinthe, le High School, Q., le Collége Morin, Q., l'Académie de Lafrance, Q., Bureau des Travaux du Gouvernement, Q., Couvent des Ursulines, Couvent du Bon Pasteur, Sœurs Grises, Sœurs de la Congrégation, Sœurs de Jésus Marie, Q., etc. M. S. W. Townsend, Hamilton, etc.,

Etc., Etc., Etc.

s, Officiers de Douane et d'Accise, Professeurs de Géométrie blissements d'Education, Ecoles des Arts et du Dessin, Méca- s et autres du Canada et à l'Etranger.

602

CLEF

DU

TABLEAU STÉRÉOMÉTRIQUE

BAILLAIRGÉ.

NOUVEAU SYSTÈME DE TOISER

TOUS LES

CORPS-SEGMENTS, TRONCS ET ONGLETS DE CES CORPS

PAR UNE SEULE ET MÊME RÈGLE

À L'USAGE DES

ARCHITECTES, INGÉNIEURS, ARPENTEURS, PROFESSEURS DE DESSIN, DE GÉOMÉTRIE, DE MATHÉMATIQUES, DIRECTEURS D'UNIVERSITÉS, COLLÈGES, SÉMINAIRES, COUVENTS ET AUTRES INSTITUTIONS D'ÉDUCATION, ÉCOLES DES ARTS ET METIERS ET DE DESSIN INDUSTRIEL, MECANICIENS, TOISEURS, MESUREURS, JAUGEURS, OFFICIERS DE DOUANE ET D'ACCISE, CONSTRUCTEURS DE NAVIRES, ENTREPRENEURS, OUVRIERS ET AUTRES DU CANADA ET A L'ÉTRANGER.

PAR CHS. BAILLAIRGÉ,

ARCHITECTE, INGÉNIEUR, ARPENTEUR,

MEMBRE TITULAIRE

DE LA SOCIÉTÉ DE VULGARISATION POUR L'ENSEIGNEMENT DU PEUPLE EN FRANCE.

QUÉBEC:

C. DARVEAU, IMPRIMEUR-EDITEUR,

No. 8, Rue de la Montagne.

1874.

LISEZ

LA PRÉFACE.

L'on se demandera tout d'abord à la vue de cette "Clef" quelque peu volumineuse, pourquoi, s'il est vrai que le système est si simple et si abrégé, il a fallu en traiter si longuement. Eh bien! l'on verra de suite en feuilletant le livre, que c'est tout un toisé de surfaces que l'on aurait pu à la rigueur s'exempter de donner, puisqu'il existe déjà des toisés de cette sorte, et que l'on est censé connaître ce toisé avant d'entreprendre l'étude de celui des solides. Mais il est plus satisfaisant pour la plupart des Instituteurs, Professeurs et Elèves de trouver ainsi réuni en un seul volume tout ce dont ils peuvent avoir besoin, que d'avoir à le chercher ailleurs. Cependant, le toisé des surfaces n'est réellement pas de trop dans la "Clef" puisque de fait, c'est dans ce toisé même que consiste toute la difficulté, tout le travail que comporte le système de l'auteur.

Ce qui contribue beaucoup, aussi, à grossir les dimensions de la "Clef": ce sont les exemples en grand nombre que l'on y trouvera du nouveau système appliqué au toisé des formes les plus variées, et les nombreuses tables dont on ne sera pas lent à reconnaître l'utilité lorsqu'ayant à estimer, par exemple, la capacité d'une chaudière, d'une cuve, ou d'une futaille quelconque, le volume d'un cylindre, d'une sphère, d'un sphéroïde, d'un conoïde, ou de tout segment, tronc ou onglet d'un des corps que l'on vient d'énumérer, l'on trouvera le calcul, pour ainsi dire, tout fait, puisqu'on n'aura qu'à chercher dans la table les surfaces respectives des cercles servant de bases et de sections à tel solide, pour en faire ensuite la somme et multiplier cette dernière par la hauteur ou longueur du corps à évaluer. Puis, une simple division ou multiplication, suivant le cas, du résultat ainsi obtenu, en réduira les unités composantes en gallons, litres, etc., ou en unités d'un autre nom, soit plus grandes, soit plus petites que les premières.

L'on trouvera d'ailleurs, page XXIX, c'est-à-dire, à la suite des "Appréciations," une

CLEF SYNOPTIQUE OU ABRÉGÉ

DU TABLEAU

et pour qui possède déjà la nomenclature des corps et le toisé des surfaces, cette Clef Abrégée contient tout ce qui est essentiel à la pleine et entière intelligence du système de l'auteur.

SOUSCRIPTEURS AU TABLEAU STEREOMETRIQUE.

———0000———

L'Archevêché de Québec,
Le Couvent des Ursulines, Québec,
L'Evêché de Rimouski,
L'Evêque de Kingston,
L'Evêque de St. Hyacinthe,
Le Bureau d'Education, Québec,
L'Université Laval, Québec,
L'Ecole Normale Laval, Québec,
Le Séminaire de Québec,
La Société de Vulgarisation pour l'Enseignement du peuple, France,
Le Collége d'Ottawa,
H. C. Duplessis, pour les Ingénieurs du chemin de Fer Int., Ottawa,
Le Collége de Rimouski,
Le Collége de Ste. Anne, Lapocatière,
L'Ecole des Arts et Métiers, Québec,
Le Bureau des Arpenteurs, Québec,
Le Collége l'Assomption,
Le Bureau des Travaux Publics, Ottawa,
Le Collége de Nicolet,
Le Collége de St. Hyacinthe,
Le Collége Dufresne, Montmagny,
L'Académie St. Michel de Bellechasse,
J. F. Peachy, Ecr., Architecte, etc., Q.,
J. Lepage, Ecr., Architecte, Québec,
Le Bureau d'Education, Nouveau-Brunswick,
R. Hamilton, Ecr., pour une école,
L'Hôtel-de-Ville, Québec, pour le Département des Travaux.
Godin & Devarennes, constructeurs, Q.,
N. Piton, constructeur, Lévis.
F. N. Martin, Ecr., Arpenteur et Ingénieur Civil Rimouski
Le gouvernement, Province de Québec, pour les écoles Modèles et les Académies.
C. Roy, Ecr., Arpenteur et Ingénieur civil,
T. Maguire, Plombier, Québec,
J. Marcotte, fondeur, St. Roch,
L'Ecole Normale Jacques-Cartier, Montréal,
M. Piton, Manitoba,
Le Ministre de l'Instruction Publique, Belgique,
Le Couvent du Bon Pasteur,
Le Couvent des Sœurs Grises,
Le Couvent de Jésus-Marie,
Le Bureau des Travaux Publics, Québec,
Le Bureau des Arts et Métiers, Montréal,
J. H. Clint, pour une école,
O. Beaubien, Marchand de bois,
P. Côté, Constructeur,
Le Collége d'Aylmer, Ottawa,
S. W. Townsend, Hamilton,
Les Ecoles des Frères,
L'Académie Lafrance, Québec,
Le Collége Morin,
Le High School,
G. Bisset, Mécanicien,
T. Archer, Ecr., Marchand de bois,
R. Steckel, Ecr., Baie Verte, N. B.,
V. Vannier, Ecr., Paris,
L'Académie Commerciale, Québec,
G. R. Baldwin, Boston,
La Société Littéraire et Historique, Québec,
Le Worcester free Institute, Mass.,
P. V. du Tremblay, Ecr., Arpt. Baie St. Paul,

Etc., Etc., Etc.

LE

TABLEAU STÉRÉOMÉTRIQUE

APPRÉCIATIONS.

PARIS, le 1er Août 1872.

A MONSIEUR BAILLAIRGÉ, *Architecte, etc., à Québec, (Canada).*

Monsieur.—J'ai l'honneur de vous donner avis que le Conseil Supérieur vient de vous admettre à faire partie de la Société de Vulgarisation pour l'Enseignement du peuple à titre de Membre Titulaire.

Veuillez agréer, Monsieur et très honoré Collègue, l'assurance de mes sentiments de haute considération.

Le Secrétaire Général fondateur.

(Signé), AUG. HUMBERT.

QUÉBEC, 6 Septembre, 1872.

Monsieur.—J'ai le plaisir de vous annoncer que le Conseil de l'Instruction Publique vient d'Approuver votre Tableau et suis heureux de vous en féliciter.

Bien sincèrement, Votre tout dévoué,

P. J. O. CHAUVEAU,

C. BAILLAIRGÉ, ECR. *Ministre de l'Instruction Publique.*

PROVINCE DE QUÉBEC,

SECRETARIAT, 22 Janvier 1868.

CHS. BAILLAIRGÉ, ECR., *Hôtel-de-Ville, Québec.*

Monsieur.—L'Honorable M. Chauveau m'a chargé d'attirer votre attention sur la livraison du *Journal de l'Instruction Publique* du mois d'Août dernier, à la page cent onze du *Journal.* Vous y verrez en quelle haute estime les éditeurs de cette publication tiennent votre savant ouvrage.

J'ai l'honneur d'être, Monsieur, votre obéissant serviteur,

A. N. MONTPETIT.

Voici l'article dont il s'agit:—*Nouveau Traité de Géométrie et de Trigonométrie, etc.*, par M. Chs. Baillairgé, architecte, etc., de Québec. Nous avons eu le plaisir de saluer, des premiers, l'apparition de cet ouvrage dont toute la presse du pays a fait les éloges les plus flatteurs et les mieux mérités. N'ayant alors que peu de temps à notre disposition nous n'avons pu en donner une appréciation méditée. Depuis, il nous a été donné de le parcourir en entier et de pouvoir joindre notre voix, sciemment, à ce concert d'éloges qui l'ont accueilli. Des hommes éminents, adonnés aux sciences exactes, lui ont rendu le même témoignage d'estime. Ce vaste travail a été couronné par un vaste succès. Au nombre des appréciations qui ont été faites du *Nouveau Traité de Géométrie*, celle de M. de St. Aubin se distingue par l'étude soignée des détails et par une démonstration logique de l'impulsion soudaine que ce livre imprime à la science; nous ne croyons pouvoir mieux faire que de la reproduire en entier.

No. 2272-71. *Ministère de l'Instruction Publique.*

QUÉBEC, ce 7 Septembre 1872.

C. BAILLAIRGÉ, Ecuyer, Québec.

Monsieur.—J'ai l'honneur de vous transmettre, sur l'autre feuillet, copie de la résolution adoptée par le Conseil de l'Instruction Publique, approuvant votre "Tableau stéréométrique," ainsi que votre "Nouveau Traité de Géométrie et de Trigonométrie rectiligne et sphérique, suivi du "Toisé des surfaces et des volumes."

J'ai l'honneur d'être Monsieur, Votre obt. serviteur,

LOUIS GIARD, *Secrétaire-Archiviste.*

No. 2272-71. *Ministère de l'Instruction Publique.*

C. BAILLAIRGÉ, Ecr., Québec.

Monsieur.—Je suis chargé par l'Honorable Ministre de l'Instruction Publique de vous accuser réception de votre lettre du 8 du courant, transmettant une copie du prospectus de votre Tableau Stéréométrique. Il se fera un devoir d'en recommander l'adoption dans toutes les maisons d'éducation et dans toutes les écoles, certain qu'il est de son utilité pratique. Ce tableau et la formule qui l'accompagne réduisent à une opération des plus simples le toisé de toutes espèces de solides lequel exigeait par l'ancienne méthode un calcul long et souvent fort difficile surtout pour des personnes qui n'en avaient pas la pratique journalière.

J'ai l'honneur d'être, Monsieur, votre obéissant serviteur,

LOUIS GIARD, *Secrétaire.*

A CHS. BAILLAIRGÉ, ECR.

..............Je poursuis actuellement certaines études théoriques sur cette formule que vous allez rendre fameuse.

Plus on étudie, plus on approfondit cette formule du "Cubage des corps," plus on est enchanté de sa simplicité, de sa clarté, et surtout de sa grande généralité.

Aussi ne puis-je que faire des vœux pour qu'elle prenne, dans la théorie comme dans la pratique, la place qui lui est due et qu'ainsi vos efforts soient pleinement couronnés de succès.

L. F. N. MAINGUI, Ptre., *

* Professeur de Mathématiques.

Séminaire de Québec, 25 Novembre 1871.

A CHS. BAILLAIRGÉ, ECR.

....

J'ai appliqué votre méthode à plusieurs espèces de solides, et elle m'a toujours donné pleine et entière satisfaction.

Votre formule, si claire et si facile à retenir, dispense des longs calculs qu'il m'a fallu faire pour vérifier l'exactitude de votre théorème.

L'enseignement du toisé, autrefois si difficile, et pour le maître et pour l'élève, devient par votre formule d'une facilité étonnante : ce que l'on mettait à apprendre imparfaitement en dix-huit mois, on peut l'apprendre aujourd'hui en quelques leçons.

F. E. JUNEAU, Insp. d'Ecoles.

Québec, ce 8 Décembre 1871.

Je n'hésite pas à dire que vous avez rendu un grand service à nos maisons d'éducation en nous donnant une formule aussi facile à retenir et aussi exacte pour trouver la solidité des corps et surtout des differents "troncs."

J'ose espérer que votre excellent "tableau stéréométrique" que j'ai admiré à l'exhibition provinciale sera bientôt dans toutes nos principales Institutions.

Quant à moi, je me propose de prier M. le Principal de nous le procurer pour nos deux départements de l'Ecole Normale.

Je suis d'avis qu'il est à peu près inutile de placer dans nos traités de toisé des figures de solides. Il vaut mieux se procurer des specimens ou modèles de solides; votre tableau remplirait on ne peut mieux cette lacune.

Québec, 12 Déc. 1871. F. X. TOUSSAINT.

Professeur de Mathématiques, etc., à l'Ecole Normale Laval.

..............in the instances which I have subjected to critical analysis, I have found the rule to work most admirably—combining comprehensiveness, utility with simplicity and great exactness. It will render a study heretofore charged with difficulty and abstruseness at once easy and acceptable—modernizing that which was ancient and which from its multitudinous formulæ had become an isolated branch of Mathematics. Believing it to be of universal use, I shall heartily lend myself to the introduction of your system.

Dec. 26, 1871. HORATIO R. N. BIGELOW, *M. A.*

C. BAILLAIRGÉ, ESQ.

The Stereometrical Tableau should be in use in every school where Mensuration is taught within the Dominion.

26 Dec. 1871. J. O'FARRELL.

....

I have compared, in the case of several solids, the results obtained by your mode of computation with those resulting from the ordinary and more lengthy processes, and congratulate you sincerely on your enunciation of a formula so brief and simple in its character and so precise and satisfactory in its results.

Quebec, 27 Dec. 1871. E. T. FLETCHER,
Inspector of Surveys Dept. Crown Lands.

C. BAILLAIRGÉ, ESQ.

Tableau Stéréométrique pour trouver le volume d'un corps quelconque, par Mr. Charles Baillairgé, Ingénieur Civil.

On sait que Monsieur C. Baillairgé est l'auteur d'une formule remarquable à l'aide de laquelle on peut calculer sûrement et facilement le volume d'un corps, quelle que soit sa forme. Il y a cinq où six ans que Mr. Baillairgé a fait connaître cette formule dans son excellent *Traité de Géométrie,* et nul doute que les hommes spéciaux en ont tiré partie. Mais afin que l'usage de cette formule devienne promptement général, M. B. vient d'inventer une combinaison ingénieuse:

C'est un "tableau contenant 200 modèles en bois franc polis et " huilés ou vernis à demande. Chaque petit modèle s'ajuste à la " planche au moyen d'une cheville en fil de fer fixée au tableau, et " telle qu'on peut facilement en détacher le modèle et le remettre à " volonté.

" Les modèles comprennent à peu près toutes les formes élémen-" taires qu'il soit possible de concevoir ou que fournirait par divi-" sion ou décomposition un corps composé quelconque............"

Il n'y a pas besoin d'une longue dissertation pour faire voir quelle immense utilité offre un pareil tableau. Tous les professeurs qui ont enseigné la *Géométrie dans l'espace* et la *Géométrie descriptive* savent que, dans les classes les mieux composées, il y a toujours un certain nombre d'élèves très-intelligents d'ailleurs, qui éprouvent des difficultés souvent insurmontables, à s'imaginer exactement, d'après des lignes tracées sur un tableau noir ou sur le papier, la forme exacte d'un solide. Le tableau de M. B. supprime totalement ces difficultés. Quand on voit il faut bien croire, et dans toutes les classes où l'on emploiera ce tableau, tous les élèves seront à même de suivre aisément et de comprendre les explications du professeur.

Il serait trop long de détailler ici les avantages qu'offre le même tableau pour calculer le volume d'un corps quelconque. Ce corps fut-il de la forme la plus bizarre, on trouvera, dans le tableau de M. B. une ou plusieurs figures qui représentent approximativement ce corps ou les parties dans lesquelles on peut le décomposer, et il deviendra dès lors facile de calculer, du moins avec une erreur très-faible et inappréciable dans la pratique, le volume d'un corps de forme quelconque.

Ottawa, le 27 Déc. 1871. E. B. de St. Aubin.

The January Session of the Board of Examiners for Land Surveyors for the Province of Quebec. 1872.—Extract from the minutes.

Moved by the President, Adolphe LaRue, Esq., and seconded by E. T. Fletcher, Esq., and resolved:

"That the Board of Examiners for Land Surveyors, having taken into consideration the Stereometrical Tableau of C. Baillairgé, Esq., Civil Engineer, and the very neat and precise formula connected therewith, desire to record their opinion of the utility and importance of this formula, and coincide wholly with the opinions expressed by those to whom it has been already submitted, and further they would recommend that the Board be provided with one of these Tableaux.

Alexander Sewell,
Secretary of the Board of Surveyor.

Quebec, January 2nd. 1872.

Chs. Baillairgé, Esr.

....

J'a lu attentivement les appréciations que nombre d'hommes compétents ont faites de votre donnée réellement merveilleuse, dans les solutions Stéréométriques quelconques, et j'y donne mon plein assentiment.

Je puis dire que toutes les applications que j'en ai faites ont été des plus satisfaisantes.

Veuillez bien me considérer comme votre souscripteur.

CDE. DUFRESNE, Professeur de Mathématiques, etc.

Collége de Montmagny, 4 Janvier 1872.

CHS. BAILLAIRGÉ, ESQ.

- -

I shall be delighted to see the old tedious processes superseded by a formula so simple and so exact.

A. N. McQUARRIE, B. A.
Professor of Mathematics, at the Morin College.

Collége St. Hyacinthe, 8 *Janvier* 1872.

Monsieur.—En réponse à la demande que vous me faites d'examiner votre expression généralé pour le volume d'un solide quelconque, et de vous faire part de mes appréciations sur ce sujet, j'ai l'honneur de vous informer que, dans mon humble opinion, votre découverte est précieuse.

L'état actuel de la science, relativement au toisé des solides est, sans contredit, en arrière de ce système général de simplicité et de brièveté auquel on ramène aujourd'hui si heureusement le calcul.

Le nombre des règles et la complication des formules additionnelles sont des difficultés que personne, étudiant à fond cette question, n'éprouve et ne regrette vivement. De là à désirer une méthode unique qui puisse remplacer toutes les autres, il n'y a qu'un pas; ce qui fait voir que votre découverte répond véritablement à un besoin de la science.

Il va sans dire que si votre formule n'était pas accompagnée d'un tableau stéréométique, pour mettre sous les yeux les principaux corps élémentaires, elle ne serait pas exempte elle-même de donner lieu, quelquefois, à certains embarras plus ou moins graves; comme serait, par exemple, celui de déterminer *la surface au centre* de quelques solides moins réguliers; mais le tableau stéréométrique permettra de joindre immédiatement à la théorie la pratique; l'élève pourra se familiariser de la sorte avec la règle et se briser en peu de temps à ses diverses applications. C'est peut-être faute d'un semblable tableau, que cette formule, déjà trouvée, n'a pas été jusqu'ici, mise en pratique.

Il me ferait plaisir d'entrer maintenant dans plus de détails et de développer la formule, pour en faire voir l'exactitude; mais ce serait inutilement répéter la démonstration, qui en est faite dans votre estimable ouvrage "Nouveau Traité de Géométrie." Qu'il me suffise de dire que cette démonstration m'a paru claire et correcte.

Je vous déclare donc, monsieur, que je recommande vivement l'adoption de votre Tableau Stéréométrique, et vous prie de m'en faire connaître le coût probable.

Veuillez me croire, Monsieur, votre dévoué serviteur,

T. BOIVIN, Ptre.

QUÉBEC, 9 Janvier 1872.

G. W. WEAVER, Esq., *Président du Bureau des Arts et Manufacture.*

Mon cher Monsieur.—Notre classe du soir est commencée de la semaine dernière. Je suis heureux de vous dire que tout nous donne beaucoup d'espérances et que nous avons eu la bonne fortune de nous assurer de nouveau des précieux services de M. Baillairgé comme professeur, pour cet hiver.

Nous avons eu de lui, pour notre école, le "*Tableau Stéréométrique*" qui est de son invention, et j'en suis tellement enchanté que je vous en envoie une représentation photographiée, et un nombre de lettres et autres documents imprimés qui serviront à expliquer le tableau, et à montrer en même temps quelle haute idée ont les autorités les plus éminentes de ce pays de l'utilité d'un pareil tableau.

Vous devriez vous procurer le tableau pour vos écoles à Montréal. Vous m'avez montré l'année dernière, quand j'ai visité votre institution, plusieurs modèles en bois de figures géométriques; j'ai été frappé de leur utilité dans le temps, et j'ai pensé alors devoir m'en procurer pour nos classes, mais ces modèles sont en petit nombre, et leur prix est très-élevé. Le tableau de M. Baillairgé ne coûte que $50 et contient *deux cents* figures géométriques. Je crois que la collection embrasse toutes les variété de figures dont on puisse jamais avoir besoin pour l'usage pratique.

Ce sont des figures solides en bois, chacune fixée à un clou, de sorte qu'elles peuvent être facilement prises par le professeur pour faire les démonstrations et passées aux élèves. Ceux-ci de leur côté en comprendront les diverses formes et les divers contours et s'en rendront maitres avec beaucoup plus de facilité que s'ils les voyaient dessinées sur un tableau ou dans un livre; la différence est énorme.

Outre qu'elles sont d'un grand secours pour l'étude de la Géométrie, ces figures sont aussi de la plus grande utilité comme modèles pour terrassements, jetées, réservoirs, moulages, toits, dômes, colonnes, chaudières, etc., etc., etc.

Le tableau est également très-utile pour l'opération de cette règle si merveilleusement simple, qui a été, pour la première fois, appliquée par M. Baillairgé au mesurage du contenu solide de tous les corps. Avant sa découverte on savait que cette règle s'appliquait à un certain nombre de corps, mais ce monsieur a découvert qu'elle s'applique *à tous sans exception.* Vous trouverez cette règle dans les papiers que je vous envoie, et dans son Traité de Géométrie. Je vous ferai bientôt connaitre les progrès de notre école.

Je demeure, cher monsieur, votre tout dévoué,

(Signé,) H. G. JOLY,

Président de l'Ecole des Arts de Québec.

Extrait de l'adresse des Elèves de l'Ecole des Arts, à Son Excellence Sir N. F. Belleau, Avril 1871.

We have, however, been initiated into all that partains to the computation of areas or surfaces, from that of a square or triangle to that of a lune or zone, and with the help of Mr. Baillairge's new and beautifully simple rule, formula, or expression for the solid content of any known form, together with the use of his "Stereometrical Tableau," with a copy of which we hope to be supplied next winter, the mensuration of solids will be divested of all its heretofore existing difficulties, and the study of a year or more reduced to that of a week, or day so to say.

Son système d'exposition, dit un Journal, est neuf et d'une simplicité qui le met à la portée de toutes les intelligences.

Les éloges que M. Baillairgé a reçus de toutes parts sont le meilleur témoignage qui pût lui être donné ; c'est ainsi que le Bureau des Travaux Publics a commandé 20 exemplaires de son ouvrage qui devront servir pour guider tous les mesurages qui se feront par ce bureau et ses employés. Le Département des Terres de la Couronne en a commandé plusieurs copies pour le service des arpenteurs du gouvernement.

PARIS, 10 JANVIER 1872.

MONSIEUR CHARLES BAILLAIRGÉ, à Québec.

Cher Monsieur,—Aujourd'hui seulement, j'ai pu déposer votre demande de brevet et je m'empresse de vous en envoyer le bulletin de dépôt qui vous donne le droit de brevêt à partir de ce jour, 10 Janvier.

Envoyez-moi maintenant votre tableau-modèle le plustôt possible, j'en ai parlé à plusieurs membres de l'Académie, entre autres à Littré qui désire beaucoup le voir.

Messieurs Humbert et Noé, président et secrétaire de la société pour la généralisation de l'instruction en France sont très-sympathiques à votre œuvre et se proposent de vous faire récompenser à leur prochaine assemblée générale.

V. VANNIER, No. 94, rue de Lévis, Paris.

Ser. 2, No. 255. Education Office, Province of New Brunswick,
FREDERICTON, January 25th 1872.

CHS. BAILLAIRGÉ, ESQ., QUEBEC.

Dear Sir,—I am instructed by the Board of Education for this Province to apply to you for a set of your *Stereometrical Tableau* and your text-book on Practical Mathematics. The Board desire these articles for inspection, with a view of prescribing them for general use in all the Schools of this Province, should they be deemed suitable for the purpose. Should there be any charge for these articles, the same will be met by this Department.

Your Obdt. Servt.,

THEODORE H. RAUD.

COLLEGE L'ASSOMPTION, 27 Janvier 1872.

CHS. BAILLAIRGÉ, ECR. QUÉBEC.

Autant que j'ai pu m'en assurer par moi-même, et par quelques professeurs de notre maison, à qui j'ai soumis votre système, je demeure convaincu que votre travail est d'une utilité supérieure. Votre formule est destinée, ce me semble, à simplifier de beaucoup les opérations dans le toisé des corps, et à rendre par là, des services signalés à l'enseignement comme à l'application de cette partie importante des mathématiques.

Aussi mon plus grand désir est-il de voir adopter votre formule et votre tableau par nos Maisons d'éducation. Par là, vos efforts, si dignes de louanges, pour l'avancement des sciences dans notre pays et même à l'étranger, recevraient une récompense légitimement méritée.

En finissant, j'ai l'honneur de vous informer que nous adopterons votre système, comme partie de notre enseignement. Ainsi, je vous prie de nous faire connaître le prix du *tableau stéréométrique*, qui doit être l'accompagnement nécessaire de votre formule.

J. C. CAISSE, Ptre.,

Préfet des Etudes au Collége de l'Assomption.

Mr. Baillairgé's Stereometrical Tableau seems to me to be a very useful arrangement for showing the variety and extent of the applications of the *Prismoidal Formula*. Where demonstrations are given in the study of Mensuration of Solids, it will aid a teacher in illustrating the rules, but it would probably be much more valuable to those who try to teach that study without introducing demonstrations of the rules.

H. A. NEWTON,

Yale College, Feb. 5th 1872. Prof. of Math. in Y. College.

No. 13567. Subj. 995. Ref. 20814.

Department of Public Works,

OTTAWA, Feby. 7th 1872.

Sir,—I am directed by the Minister to request you to furnish the Department with one of your "Tableau Stéréométrique."

Chs. Baillairgé, Esq., F. BRAUN,

Architect, etc., Quebec. Secretary.

NEW HAVEN, Feb. 7th 1872.

CHS. BAILLAIRGÉ, ESQ.

Dear Sir,—I have been much interested in looking over the papers descriptive of your useful, valuable and (as it very plainly appears) universal application of a rule for the mensuration of solids. I sincerely congratulate you on the success which your discovery has met with in all quarters in which it has at present been introduced. It must have been a great labour to work it out to its present state of perfection and you have the satisfaction of knowing that you are a benefactor and staunch pilot in that sea of difficulty, Geometry.

Yours very sincerely, E. B. BARBER.

HIGH SCHOOL, QUEBEC, 8th Feb. 1872.

The rule is precise and simple, and being applicable to almost any variety of solid, will greatly shorten the processes of calculation. I have proved its accuracy as applied to several bodies.

The Tableau comprising a great variety of elementary models will serve admirably to educate the eye and must greatly facilitate the study of solid mensuration.

The Government would confer a boon on shools of the middle and higher class by affording access to so suggestive a collection.

D. WILKIE, Rector.

Extrait d'un Editorial de la "Quebec Gazette" du 22 Mai 1872, sur la lecture de Mr. Baillairgé devant la société Littéraire et Historique de Québec.

The lecturer exhibited his *Stereometrical Tableau*, which is now attracting so much attention in this as well as other countries, and demonstrated, to the perfect satisfaction of his hearers, that it was fully entitled to all the advantages claimed for it. At the close of the reading, Capt. Ashe, R. N., in proposing a vote of thanks to the lecturer, whilst claiming for Dr. Simpson the discovery of the prismoidal formula, as known to apply to certain bodies (a fact alluded to in the lecture), nevertheless highly complimented Mr. Baillairgé, for his general application of the formula to *all* known solids.

Dr. Wilkie, Esq., Rector of the High School, than whom no more competent judge of the subjet could be found in our mids, considered the production of the *Stereometrical Tableau* of vast importance to the educational system, by redu ng the work of a year to that of a day or two—so to say.

The President, Dr. Anderson, said that in his recollection he had never been so pleased or gratified with a lecture as that which they had just heard. That it was most flattering to Mr. Baillairgé to know that he had kept an audience entranced for two whole hours had passed as though but one. The President concluded his remarks by stating that though Dr. Simpson had made the discovery alluded to, it had seldom if ever been practically applied, and that therefore, Mr. Baillairgé should be considered the real discoverer, a fact carried out by the lecturer himself when stating that "the formula would be nothing without the tableau, any more tham steam without the steam engine or electricity without the telegraph."

Extrait de l'Adresse des Elèves de l'Ecole des Arts et Métiers à Mr. Baillairgé. Québec 28 Avril 1872.

Il n'est peut être pas hors de propos que nous remarquions qu'à notre point de vue le mot "*Stéréométrique*" que vous employez comme qualificatif des usages que présente le *Tableau*, n'exprime pas suffisamment les avantages multipliés que présente une collection de modèles aussi variés; car votre tableau est non-seulement d'une utilité supérieure à l'endroit de votre nouveau système de toiser tous les corps par une seule et même règle, celle qu'on lit en tête du tableau même, mais nous n'hésitons pas à dire que c'est surtout à l'usage du tableau que nous devons les progrès singulièrement rapides que nous avons faits depuis le 4 de Janvier dernier, c'est-à-dire dans seulement 30 leçons, non seulement dans la Géométrie proprement dite et dans le toisé des surfaces et des corps; mais aussi dans l'étude des projections géométriques, y compris la perspective, les ombres et ombrages, le dévoloppement des surfaces, les lignes de pénétration de divers solides, etc., etc.

(Du "*Journal de l'Instruction Publique,*" pour le mois de Nov. 1872.)

Tableau stéréométrique de M. Baillairgé.—Nous avons déjà eu occasion de parler de ce tableau, et de l'impulsion extraordinaire qu'il doit donner à l'étude du toisé. L'auteur a, depuis, obtenu les certificats les plus flatteurs de tous les hommes compétents sur cette matière. Ce tableau, avec la formule qui l'accompagne, est appelé, au dire de tous, à faire une véritable révolution dans les méthodes de mesurage pour les solides. Le conseil de l'instruction publique, à sa dernière séance l'a approuvé, avec le "Traité de géométrie" du même auteur. Ce tableau, de cinq pieds par trois, contient deux cents modèles en bois, comprenant toutes les variétés de formes, depuis les corps les plus simples jusqu'aux corps les plus bizarres et les plus difficiles à toiser. Ces modèles sont mobiles et ne sont fixés au tableau que par une petite tige en fer, de sorte que les élèves peuvent les examiner et les étudier de main en main. L'auteur espère que son œuvre, tout en simplifiant et en facilitant les calculs du savant, aura surtout pour résultats de mettre à la portée de tous, une science demeurée jusqu'ici, par ses difficultés presque insurmontables, en dehors des atteintes du plus grand nombre. Tous les colléges et les écoles trouveront dans le "Tableau stéréométrique" un puissant moyen de progrès sûrs et rapides.

Nous en publions ci-dessous une gravure, et nous renvoyons le lecteur, pour de plus amples détails, à notre bulletin bibliographique, où un homme expert en cette matière, M. Blain de St. Aubin, en fait une excellente appréciation, dans le compte-rendu qu'il donne d'une conférence lue par M. Baillairgé, devant la Société historique de Québec.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

—*Geometry, Mensuration and the Stereometrical Tableau*, by CHARLES BAILLAIRGÉ, civil engineer, &c.; *Meddleton et Dawson, éditeurs, Québec*, 1872.

M. E. Blain de St. Aubin, donne l'appréciation suivante du travail de M. Baillairgé:

" Les personnes qui, par goût ou par professien, se sont vouées à l'étude de la géométrie liront sans doute avec un vif intérêt la brochure que M. Baillairgé vient de publier sous le titre qui précède. Il y a quelques années, M. B, publia un *Traité de Géométrie* qui grâces à une heureuse et nouvelle disposition des matières et à quelques théorèmes également nouveaux et très-curieux, ne manqua pas d'attirer l'attention des spécialistes non-seulement au Canada, mais chez nos voisins des Etats-Unis et jusqu'en Europe.

La brochure qui fait l'objet de cette courte notice est le rapport d'une conférence lue par M. B., au printemps dernier, devant la Société Littéraire et Historique de Québec.

" Ce que l'on conçoit bien s'énonce clairement,"
" Et les mots, pour le dire, arrivent aisément."

M. B. parle géométrie avec une aisance, une clarté qui n'ont pu manquer de plaire aux moins spécialistes de ses auditeurs ou de ses lecteurs. Ainsi que l'indique le titre, la conférence dont il s'agit est divisée en trois parties. La première est un exposé historique et pratique des progrès de la science géométrique depuis son origine jusqu'à nos jours. Dans quelques pages, M. B. donne une idée très-claire de l'influence que les géomètres, — depuis ceux de l'école grecque jusqu'à Leibnitz et Newton,—ont exercée sur le progrès général des sciences, car la géométrie est intimement liée à toutes les sciences et à plusieurs arts; par exemple l'astronome et l'architecte doivent commencer par être des géomètres.

Les méthodes suivies anciennement dans les démonstrations géométriques offraient bien des longueurs inutiles; des théorèmes aujourd'hui reconnus parfaitement oiseux étaient l'objet d'interminables démonstrations. Dans son *Traité*, M. B., fort d'une étude consciencieuse des meilleurs ouvrages anciens et modernes, a su éloigner toutes les futilités et, par un heureux agencement des propositions, réduire d'un quart ou d'un cinquième l'exposé des principes de la géométrie; et ce n'est pas un léger service qu'il a ainsi rendu aux commençants.

On pourrait se croire bien loin de l'époque où de braves gens passaient leur vie dans de vains efforts pour résoudre les problèmes sans solution de la quadrature du cercle et de la trisection de l'angle, et où d'autres rêveurs se consumaient à chercher le mouvement perpétuel. M. B., nous apprend qu'un savant d'Ottawa s'est livré pendant 34 ans (le pauvre homme!) à la recherche de la trisection de l'angle, qu'il croit l'avoir trouvée. Grand bien lui fasse! M. B., met en garde les jeunes étudiants contre ces inutiles préoccupations, et tous les professeurs savent, par expérience, que pareille recommandation est très-judicieuse.

Dans la seconde partie de son travail, M. B. se borne à de courtes considerations sur le mesurages des surface planes. Son *Traité* contient, à cet égard, des règles pratiques clairement et brièvement exposées. Mais c'est pour le mesurage des solides que M. B. peut justement réclamer le mérite d'une découverte précieuse et qui se répandra universellement en dépit de la routine et des anciennes théories.

On sait quelle série interminable de règles ou formules, dont plusieurs très-compliquées, les anciens traités de géométrie donnent pour le mesurage des solides. M. B. n'en a qu'une qu'il énonce comme suit et qu'il démontre clairement être applicable à toute espèce de solides, si bizarres que puissent être leurs formes,—" A la somme des surfaces des bases parallèles du solide à évaluer, ajouter 4 fois la surface au centre et multiplier le tout par la sixième partie de la hauteur ou longueur du solide."

C'est dans le but de populariser l'usage de cette règle que M. B. a eu recours à son *Tableau Stéréométrique*. " Ce *tableau*, dit M. Baillairgé, est un cadre où sont placés environ 200 modèles différents de solides; chaque modèle peut être déplacé à volonté, en sorte qu'on peut le mettre entre les mains de l'élève pour qu'il l'examine.

Le *tableau* comprend toutes les formes élémentaire imaginables de solides, depuis le prisme ordinaire jusqu'au cône concave, etc...... etc.................." Sur chaque modèle,—dit plus loin M. B.,—est tracée une ligne qui indique la nature et les dimensions de la section du milieu......"

On conçoit aisément les avantages que présente l'emploi de ce *Tableau.* L'élève doit apprendre en fort peut de temps la manière d'appliquer sûrement *l'unique* formule, énoncé tout-à-l'heure, au calcul du volume de chacun des 200 solides contenus dans le *Tableau;* et, plus tard, dans la pratique, il s'habituera vite à décomposer un solide quelconque en parties se rapprochant, par la forme, des modèles qu'il a ainsi étudiés.

Quant aux solides de formes comparativement régulières, tels que pièces de bois, blocs de marbre ou de pierre, réservoirs et chaudières dans usines à vapeur, les distilleries, etc., l'application de la formule de M. B. offre des facilités et des avantages qui défient toute concurrence, et nul doute qu'elle se répandra universellement au grand avantage de tous les praticiens. Telle est, du reste, la prédiction que n'ont point hésité à faire plusieurs savants étrangers qui ont eu connaissance de la découverte de M. Baillairgé; et nos meilleurs professeurs canadiens sons tous du même avis.

Du reste, comme tous les inventeurs, M. B. a pleine foi dans sa découverte. "Je sais, dit-il, que dans le monde des sciences, comme " dans le monde politique, il y a des conservateurs trop obstinés; " voyez les obstacles qu'on a mis à la diffusion du système décimal.. " Mais j'ai foi dans les avantages de ma découverte." Or, en lisant la démonstration qui M. B. donne de sa formule,—il est impossible de ne pas se rendre à son raisonnement et de ne pas adopter son opinion qui, évidemment, est la bonne. Les vieux praticiens ne renonceront pas tout de suite à leurs vieilles formules, mais le temps, ce grand maître, donnera raison à M. B. et cela dans une période assez rapprochée, il y a tout lieu de l'espérer, puisque sa formule est adoptée dans plusieurs colléges et par un grand nombre de praticiens, au Canada et à l'étranger.

Extrait d'une lettre du Revd. M. L. Billion Ptre. du Sém. de St. Sulpice, Montréal, à Mgr. Larocque Evêque de St. Hyacinthe. 19 *Avril* 1872.

- -

L'auteur démontre sa formule comme rigoureusement exacte pour un grand nombre des corps énoncés, et comme aussi approximative qu'on voudra pour ceux auxquels elle ne s'applique pas d'une manière absolument rigoureuse. J'ai vérifié soigneusement la démonstration de la formule pour les 1ers corps, ceux auxquels elle s'applique rigoureusement. La proposition et la démonstration sont *exactes et vraie* dans tous ces cas.

Quant aux autres corps, il est vrai que plus on multipliera les sections, suivant le besoin, plus l'approximation sera proche de la vérité.

Cette formule est véritablement curieuse par sa généralité

. . . .

J'approuve et recommande la méthode de Mr. Baillairgé telle que proposée par lui.

Extrait d'une lettre de Aug. Humbert à V. Vaunier, Paris le 4 Aout 1872.

J'ai fait recevoir Mr. Baillairgé Membre Titulaire de la Société de Vulgarisation pour l'Enseignemet du Peuple.

A défaut de son tableau que nous n'avons pas, j'ai exposé sa photographie à Paris et à Lyon.

Son tableau appelle tous les regards à l'exposition, on m'interroge, on me demande des explications que je donne de mon mieux, et cela intéresse beaucoup. J'ai donc tout lieu de compter sur un succès.

Je considère qu'un tableau stéréométrique celui dont vous m'envoyez le prospectus est le complément indispensable de la règle pour la plupart des personnes qui peuvent avoir besoin de s'en servir et dans les colléges, etc., ce tableau sera en outre d'un grand secours aux élèves qui étudient la géometrie analytique à trois dimensions et la trigonométrie sphérique.

Westmoretond Point N. B. 4. Nov. 1871. R. STECKEL.

From the Saturday Budget of May 6, 1871.

THE QUEBEC SCHOOL OF ARTS AND TRADES.—On Thursday evening last, was closed for the season the Quebec School of Arts and Trades inaugurated on the 23rd of January last under the auspices of the Montreal Board of Arts and Manufactures.

Thus the first course of lessons has lasted little over three months, during which short time Mr. Baillairgé who kindly acted as professor for the season has managed to initiate two classes of pupils, the one speaking the English, the other the French language into all the mysteries and intricacies of description Geometry and Mensuration of Surfaces and Solids.

The extraordinary progress made by the pupils, in the short space of three months, in stereometry or the mensuration of solids, is attributable to the grand and important discovery by their professor, Mr. Baillairgé, of a rule, one and the same applicable to every known form, from a pyramid to a sphere, from a stick of timber to a vessel or other body of any shape or dimensions.

The pupils have been taught to combine the elementary geometrical forms into designs for paperings, carpetings, oil-cloths, tile and marble floorings, ornamental glazier's work, fretwork, tracery, &c. They have learned to measure the superficial contents of any figure from a square or triangle to a circle, ellipse, lune or zone. We have seen them in a very few minutes by the help of Mr. Baillairgé's new and beautifully simple and accurate rule arrive at the number of gallons in a cask of any size or shape. We have seen them determine by the same rule the exact weight of a shell, the true contents and weight of a hollow cast-iron column, the size and weight of a pontoon and its draught of water. They have been taught to calculate the exact cubical contents and weight of irregular forms, such as statues and other carvings whether executed in stone or iron, &c., in fact a complete course of geometry, mensuration, weights, measures, and specific gravities, &c., and in addition to all this the horse-power of any stream or fall of water, and of any steam engine.

Baillairgé's stereometrical tableau.—Our engraving is a perspective view of the above named educational device, which has been patented for its inventor, Mr. Baillairgé, of Quebec, in the United States, Canada and Europe. It consists of a board, about five feet long and three feet wide, with some two hundred wooden models, comprising, so to say, all the elementary forms, their segments, and sections, and numerous other solids, simple and compound.

The tableau is set in an appropriate frame with glass covering, so as to exhibit the models while excluding the dust. The front can be opened at pleasure so as to afford access to the models, each of which is merely supported on the board by a round nail or wire, which admits of its easy removal and replacement by teacher or pupil. The instruction conveyed by this tableau, appealing, as it does, to the uneducated eye and mind, is, the inventor thinks, destined to be of great use in developing the intelligence of the untaught masses of mankind. He expects to introduce it into all the educational institutions of the United States and elsewhere, as it is now being disseminated in Canada; and he has no doubt that the tableau will also find its place in the studio of the engineer and architect to whom the models will be suggestive of various forms and relative proportions which cannot fail to aid them in their pursuits. The rapid success attained by a school in Quebec, in mensuration of all kinds of surfaces and yet higher mathematics, including conic sections, was attributed to the use of this tableau. Every tableau is inscribed with a rule for finding the solid contents of any body, called "the prismoidal formula." This formula has been shown, by Mr. Baillairgé in his treatise on geometry and mensuration published in 1866, to be less restrictive than supposed, and he has added to the known solids measurable thereby, a long list of others discovered by him, the whole of which are given in the "tableau." Each tableau is also accompanied by a printed treatise, explanatory of every use to which the models can be put. Mr. Baillairgé is in possession of a mass of testimonials, from high officials and other distinguished men, both in Canada and Europe, together with reports of various educational and other institutions, all highly complimentary to him and his invention.

Dr. Wilkie, of Quebec, thinks "the government would confer a boon on schools of the middle and higher classes by affording access to so suggestive a collection;" and Professor Newton, of Yale College, considers the tableau "of great use for showing the variety and extent of applications of the prismoidal formula."—*Scientific American.*

June 1st 1872.

Extrait de l'Evénement du 10 *Avril* 1873.

Les Ursulines de Québec, premières dans la voie du progrès.—Nous apprenons avec une vive satisfaction et un légitime orgueil que cette excellente institution vient de commander à Mr. Baillairgé, un exemplaire de son tableau stéréométrique, et que notre distingué québecquois, dans une seule séance de quelques heures que lui ont accordée les Révérendes Dames, les a mises au fait de son système de nomenclature et de toisé. C'est à ne pas y croire, mais on nous assure que la Révérende Supérieure, accompagnée des Sœurs Ste. Croix et St. Raphaël, ont immédiatement et parfaitement compris dans tous ses détails le système de M. Baillairgé. Elles allaient même, nous dit-on, au devant des difficultés, et laissant de côté les formes ordinaires: prisme, cylindre, pyramide, cône, etc., recherchaient elles-mêmes sur le tableau les formes les plus compliquées telles que les troncs de fuseau (futailles), les sections de sphère et de sphéroïdes et les prismoïdes variés que présentent les 200 modèles du tableau.

En effet, on enseigne déjà aux Ursulines la géométrie des lignes et des surfaces, et de là au toisé des solides par la formule de M. Baillairgé, il n'y a qu'un pas, une simple opération d'arithmétique : une addition des surfaces et la multiplication de leur somme par la sixième partie de la hauteur du corps à évaluer.

Les Révérendes Dames doivent de suite enseigner ce toisé à leurs élèves qui seront interrogées sur le tableau aux prochains examens.

L'exemple digne d'éloges que vient de donner les Ursulines de Québec, a été suivi de près par une autre institution importante, celle des Dames de Jésus-Marie sur le chemin du Cap-Rouge ; et l'on nous informe que les Dames de la Congrégation de St. Roch, avec celles du Bon-Pasteur et les Sœurs de Charité doivent aussi ajouter au programme déjà varié de leur enseignement, cette étude de la stéréotomie à laquelle jusqu'à présent il a été impossible de songer, mais que le système de M. Baillairgé rend maintenant possible, en réduisant, comme il le fait, l'étude d'une année à celle d'une leçon, pour ainsi dire.

Extrait du Courrier du Canada du 20 *Août* 1873.

TABLEAU STÉRÉOMÉTRIQUE DE CHS. BAILLAIRGÉ, ECR.

Monsieur le Rédacteur,—M'accorderez vous dans les colonnes de votre bienveillant journal, quelques lignes touchant un objet bien paisible, malgré que nous soyions dans un temps de *grande agitation ?* Je désire appeler l'attention du gouvernement local sur un sujet qui concerne l'enseignement public : je veux parler du tableau stéréométrique de M. Chs. Baillairgé et exprimer mon humble opinion sur les résultats pratiques que peut avoir cette étude pour les professeurs et les élèves.

Si l'on en juge par les témoignages partout obtenus, ce tableau est destiné à une grande renommée. D'ailleurs cette renommée s'étend aujourd'hui non-seulement dans les différentes Provinces de la Puissance, mais même aux Etats-Unis, en Europe, en France surtout, d'où sont venus à M. Baillairgé les éloges et les recommandations des plus hautes autoritées compétentes.

Plusieurs de nos maisons d'éducation l'ont mis en pratique, et en ont obtenu des résultats qui dépassent toutes prévisions. Les Dames Ursulines de Québec, les premières, ont mis le tableau et la formule de M. Baillargé en usage, avec tant de bonheur que toutes les autres communautés religieuses ont décidé de suivre cet exemple, convaincues qu'elles sont de l'utilité et des grands avantages qu'offre ce précieux travail de notre distingué mathématicien. Outre les Révérendes dames Ursulines, les Révérendes Sœurs de la Congrégation de St. Roch, les Sœurs de la Charité, celles du Bon Pasteur et les dames du couvent de Jésus-Marie sur le chemin du Cap-Rouge, ont toutes décidé que leurs élèves seraient interrogées sur ce tableau aux prochains examens.

Un de mes amis, instituteur diplômé d'Ecole académique, ne craint pas d'affirmer qu'à l'aide de la formule et du tableau stéréométrique, il ferait comprendre en quelques leçons seulement, à un élève, ayant des aptitudes ordinaires, le toisé de toutes espèces de solides avec plus de succès qu'il ne l'a jamais pu obtenir, en un an et même en dix-huit mois, avec les formules suivies jusqu'à présent.

"C'est si simple, si clair, dit-il, que ça saute aux yeux même des enfants."

Quant à moi, M. le Rédacteur, lié d'amitié avec plusieurs instituteurs possédant leurs diplômes d'Ecole Académique ou d'Ecole Modèle, je connais leur opinion et sais leur désir d'enseigner, par le moyen de cette nomenclature. Tous s'accordent à dire que l'ouvrage de M. Baillairgé répandra nécessairement le goût de l'étude des mathématiques dans cette province. Ce serait donc un bien grand service à rendre au pays, à la jeunesse canadienne, que de distribuer cet ouvrage reconnu d'une si grande importance.

Comme la plupart des instituteurs sont peu rémunérés et que leurs ressources pécuniaires sont très-limitées, nous ne pouvons même pas désirer que ces hommes de sacrifice achètent, de leurs propres deniers, un tableau qui, par les études et le temps qu'il a coûtés est au dessus de leurs moyens.

Déjà le gouvernement du Nouveau-Brunswick a répandu ce tableau dans toutes les écoles de cette province. L'Honorable M. Chauveau, ministre de l'Instruction Publique, en reconnaissant toute sa valeur, s'était engagé envers l'auteur à le faire répandre dans nos écoles et nos maisons d'éducation, et le bureau des Travaux Publics en a distribué un grand nombre d'exemplaires, pour guider ses employés dans tous les mesurages.

Il est donc à espérer que le gouvernement local prendra en considération le désir unanime des hommes qui s'occupent de l'instruction publique, et pourvoira libéralement les instituteurs d'écoles académiques et d'écoles modèles de ce tableau si précieux et destiné à toute une heureuse révolution dans l'enseignement des sciences mathématiques. Ce sera en même temps un bienfait pour la jeunesse studieuse et un honneur pour notre gouvernement, qui le premier aura encouragé ce mode d'enseignement simple, pratique et fructueux.

UN AMI DE L'ÉDUCATION ET DU PROGRÈS.

Extrait d'un journal de Paris du 16 Août 1873.

TABLEAU STÉRÉOMÉTRIQUE

Nouveau système de toiser tous les corps, quelles que soient leurs formes, par une seule et même règle : par C. BAILLAIRGE, Architecte, etc., à Québec, (Canada).

M. Baillairgé, architecte du gouvernement à Québec (Canada), nous a adressé un tableau qu'il appelle *stéréométrique*.

Ce tableau, espèce d'armoire, contient deux cents petits solides en bois, affectant deux cents formes différentes, sphères, demi-sphères, segments, cônes, troncs de cônes, pyramides, troncs de pyramides, polyèdres les plus variés, onglets, etc.;—enfin figurant toutes les formes élémentaires de solides qu'on peut rencontrer dans les arts, la construction et la nature.

M. C. Baillairgé donne, inscrite en tête de ce tableau, pour trouver le volume d'un de ces deux cents corps, une formule qui pourra s'appliquer à un corps quelconque de la nature, car son volume pourra toujours se décomposer en un de ceux compris dans le tableau, ou s'en rapprochera infiniment.

Voici cette règle:

A la somme des surfaces des extrémités parallèles ajouter quatre fois la surface au centre, et multiplier le tout par la sixième partie de la hauteur ou longueur du solide.

Cette formule est évidemment d'une simplicité extrême et abrégera considérablement les calculs pour les hommes qui s'occupent spécialement de mesurage et de métrage,—tels que les toiseurs-vérificateurs, les mesureurs, jaugeurs des contributions indirectes et des douanes, les arpenteurs, géomètres, constructeurs, architectes et ingénieurs.

Quant aux élèves des maisons d'éducation, écoles d'art-et-métiers, il est bon de leur faire connaître une méthode abrégée et se rapprochant infiniment de l'exactitude. Mais nous pensons qu'il convient de leur enseigner comment on arrive par les données de la science à formuler cette règle universelle.

Si l'on doit éviter de donner trop de temps aux études théoriques, il faut bien prendre garde à l'excès contraire. Le jeune homme dont toute la science consiste en une mémoire bien farcie de formules dont il ne sait pas retrouver les éléments est toujours un praticien bien embarrassé, lorsque les conditions du travail qu'il a à remplir, sortent des données ordinaires.

Ce sera un bon caboteur, si vous le voulez, qui manœuvre bien son navire en vue des côtes; mais, une fois en pleine mer, il sera désorienté, ne sachant ni faire le point, ni déterminer sa position par le calcul.

M. Baillairgé, du reste, paraît être complètement de notre avis, car, antérieurement au tableau dont nous parlons, il a publié un excellent ouvrage sur la géométrie et la trigonométrie, dans lequel il a développé une foule de questions pratiques, de théorèmes et de formules remarquables par leur nouveauté, parmi lesquelles se trouve celle que nous venons d'exposer concernant la mesure des solides de forme quelconque.

Cet ouvrage a attiré à M. Baillairgé les éloges mérités des hommes compétents du Canada.

Nous regrettons vivement que l'ouvrage n'ait pas accompagné le tableau qu'on nous a adressé ; le compte-rendu que nous avons entrepris y aurait gagné en intérêt et en clarté. Réduits aux éléments ordinaires de la science, nous sommes entraînés à des calculs trop longs, et probablement par des sentiers moins directs que ceux indiqués par l'auteur, pour que nous vous invitions à vérifier avec nous l'exactitude de la règle donnée par M. Baillairgé. A ceux à qui la trigonométrie et la géométrie descriptive sont familières, nous dirons : Faites comme nous, cherchez et vous trouverez. A ceux qui travaillent pratiquement, nous conseillerons d'appliquer la règle que nous indiquons à un solide quelconque, dont ils savent mesurer le volume par une autre méthode, et ils se rendront compte de l'exactitude de la formule par la similitude des deux résultats ; d'où ils concluront que ce qui est vrai pour un cas le sera pour l'autre.

On reconnaîtra ainsi que la formule est mathématiquement exacte pour les prismes et prismoïdes, cylindres et cylindroïdes droits ou inclinés, pyramides régulières et irrégulière, et les troncs de ces solides entre bases parallèles, pour le cône droit ou oblique et son tronc entre bases parallèles, pour la sphère ou le sphéroïde et tout segment ou tronc de ce corps séparé du solide entier par un plan incliné d'une manière quelconque aux axes ou diamètres, ou compris entre deux plans parallèles quelconques, pour les conoïdes paraboliques et hyperboliques droits ou inclinés et les troncs de ces solides compris entre plans parallèles ; et ces divers solides constituent dans leur ensemble la presque totalité des solides élémentaires que l'on puisse être appelé à évaluer.

Il n'y a que pour les fuseaux seuls et les onglets que la formule n'est pas mathématiquement exacte, mais encore se rapproche-t-on sensiblement de la vérité.

Du reste, il est toujours facile, quand un corps affecte une forme par trop fantaisiste, de le décomposer en plusieurs solides se rapprochant des formes plus géométriques et auxquels on peut appliquer la formule en toute sécurité. Le tableau construit par M. Baillairgé donne précisément les formes les plus diverses qui permettent en rapprochant les différents solides, d'en construire de nouveaux de formes composées. On fait ainsi l'analyse et la synthèse de la méthode, d'une part, en appliquant la méthode au volume total composé des différents solides ; de l'autre, en calculant le volume de chaque morceau séparé et en additionnant les résultats ; l'addition de cette seconde manière d'opérer doit donner le même chiffre que l'application de la règle au volume total.

Est-il nécessaire d'indiquer les applications qu'on peut faire de cette méthode dans la pratique ? Cela nous paraît inutile, nous remplirions toutes les colonnes de la *Revue;* les hommes pratiques sauront bien le moment de s'en servir.

Quant aux élèves, je laisse aux professeurs le soin de leur faire toucher du doigt ces applications, si multiples et si journalières. J'aurais assez aimé que M. Baillairgé, poussant plus loin son application pratique, eût mis, à côté de ses petits solides géométriques, des petits solides que j'appellerai pratiques, c'est-à-dire à côté d'un tronc de cône à base renversée une tour ou un phare; à côté d'une pyramide un clocheton; à côté d'une calotte de sphère un dôme et ainsi de suite; enfin le corps dans sa réalité avec la formule pratique.

Un tableau ainsi fait serait très-attrayant pour la jeunesse, qui s'habituerait, à la seule vue d'un monument ou d'un objet usuel, à appliquer la formule, à tracer dans son esprit les bâses extrêmes et médianes et la hauteur, et à en conclure rapidement le volume.

Voilà, ce me semble, une belle occasion pour les lecteurs de la *Revue* d'exercer leurs connaissances géométriques.

Pour me résumer, je dirai que la méthode de M. C. Baillairgé est d'une simplicité et d'une exactitude remarquables, qu'elle est appelée à rendre de très-grands services aux praticiens, en leur évitant des pertes considérables de temps et en leur permettant d'obtenir les résultats cherchés aussi exactement que par les anciennes formules mathématiques; c'est donc un devoir pour tous de propager ce système; et pour moi un plaisir d'en féliciter l'auteur.

J. Morand.

Extrait du Hamilton Daily Spectator du 19 *Sept.* 1873.

"Stereometrical Tableau."—In a large number of schools in Germany the pupils are taught, from the time they commence the alphabet, to judge of color and geometrical form by the regular use and comparison of coloured slips and small blocks of wood representing the elementary principles which will, in after years, be called into study. The advantages of this early training are very manifest, as all are aware of the superiority of this nationality in that branch of science. An exceedingly ingenius device for the study of forms has been invented by Mr. C. Baillairgé, a native of Quebec, and patented in the United States, Canada, and Europe. It consists of a board about six feet long, and four feet wide, on which are placed some two hundred models, comprising, so to say, all the elementary forms, their segments and sections and numerous other solids, both simple and compound. The instruction conveyed by this tableau, appealing as it does to the uneducated eye and mind, is, the inventor thinks, destined to be of great use in developing the intelligence of the beginner and the untaught masses of mankind. Mr. Baillairgé is in possession of a mass of printed testimonials from high officials and other distinguished men in Canada and Europe, together with reports from educational institutions, all highly complimentary to him and his invention. A specimen of this tableau may be seen at No. 7, Park street, of this city, in the possession of Mr. S. W. Townsend; and we would recommend our teachers to call and inspect it, believing as we do that this method of training should be considered as a subject of great importance.

Extrait d'une lettre de V. Vannier.

Paris, 8 *Juillet* 1873.

" Il est bien décidé que votre tableau aura la première récompense de la société libre d'instruction et d'éducation populaire; vous en serez averti officiellement à la rentrée des vacances, fin d'Octobre, et vous serez en même temps convoqué pour la distribution solennelle des récompenses qui aura lieu dans le courant du mois de Mars prochain.

WORCESTER FREE INSTITUTE,

Worcester, Mass., 24 *Juillet* 1873.

Ceci est pour certifier que j'ai soigneusement examiné les modèles de Baillairgé tels qu'appliqués par lui à l'enseignement du toisé par la formule prismoïdale et je les considère éminemment utiles dans toutes les écoles où l'on enseigne le toisé.

(Signé), C. O. THOMPSON,
Principal Wr. Free Inst.

Extrait d'une lettre de M. l'Abbé Chabert.

J'avais déjà l'honneur de connaître votre nom par les journaux, et par le monde scientifique. Mais je ne suis pas moins heureux d'avoir lu les importants témoignages qui vous sont donnés par de telles autorités. Nous avons causé de votre tableau avec le professeur de géométrie, chimie et physique que j'emploie dans mon école, et vous assurerai avec satisfaction que nous reconnaissons que c'est le meilleur guide, en son espèce, que nous puissions souhaiter voir entre les mains des élèves, des entrepreneurs, et de toute industrie qui s'occupe surtout du cubage. Aussi, dès que j'aurai l'avantage de voir fonctionner dans l'Institution les classes de géométrie, je ne saurai que prescrire à chaque élève l'obligation de s'en servir en classe.

Extrait d'une " discussion de la Formule Stéréométrique Baillairgé," par le Rd. N. Mainqui, prof. de Mathématiques à l'Université-Laval.

Il est aisé de conclure que, en pratique, à moins de savoir d'avance qu'on a à cuber v. g. une sphère, un ellipsoïde, ou des troncs de ces corps, il serait extrêmement long et difficile de constater 1° l'espèce de courbe à laquelle appartiennent les 2 directrices et 2° la position de leur axe..

Ainsi il est beaucoup plus simple de supposer le corps à cuber partagé en un certain nombre de tranches de manière que le côté courbe soit sensiblement une ligne droite. Ces tranches, à la manière des cônes tronqués, se cuberont très promptement par la formule stéréométrique.

C'est d'ailleurs la seule ressource pour tous les solides que la formule stéréométrique ne pourrait pas cuber d'un seul coup. La même remarque s'applique *a fortiori* aux solides terminés latéralement, partie par des plans, et partie par une surface courbe.

De ce que, en pratique, la formule stéréométrique ne peut pas donner, d'un seul coup, le volume exact de certains corps, il ne faudrait pas en tirer un argument contre cette formule ; et cela pour la raison bien simple, que dans ces cas, le toisé du *corps en bloc* est impossible. Et si dans quelques cas excessivement rares, il existe certaines formules très compliquées, *pratiquement* elles donneront un résultat moins exact que la formule stéréométrique.

Jusqu'à présent, un certain nombre de corps se toisaient par des formules faciles ; d'autres se faisaient par des formules très compliquées ; pour d'autres enfin, il fallait les partager mentalement en différentes parties, ou bien on en était réduit à des approximations, or la formule stéréométrique s'applique avec avantage dans tous ces cas.

1° Elle est aussi facile à appliquer que l'une quelconque des anciennes formules.

2° Elle est d'une application beaucoup plus simple qu'une foule d'autres.

3° Elle peut lutter très avantageusement avec toutes les autres par sa grande exactitude, suivant les cas : la démonstration et la discussion précédentes ayant pour but de montrer les conditions dans lesquelles le résultat est rigoureusement exact afin de mieux indiquer la route à suivre pour résoudre certain problême d'une manière satisfaisante.

Extrait du Courrier du Canada, 1er *Oct.*, 1873.

Nous apprenons avec plaisir qu'une nouvelle médaille d'honneur vient d'être décernée à un canadien par une société française. M. Chs. Baillairgé, de cette ville, a reçu cet honneur de la " Société pour la généralisation de l'instruction en France, " et il est en même temps nommé membre honoraire de cette société. Nos félicitations à M. Baillairgé qui par son travail contribue à faire connaître son pays à l'étranger.

CLEF

SYNOPTIQUE OU ABRÉGÉE

DU NOUVEAU SYSTÈME DE L'AUTEUR

POUR TOISER TOUS LES CORPS,

SEGMENTS, TRONCS ET ONGLETS DE CES CORPS,

PAR UNE

SEULE ET MÊME RÈGLE.

(1) *A la somme des surfaces des bases ou extrémités opposées et parallèles du corps à évaluer, ajouter quatre fois la surface d'une coupe ou section parallèle à ces bases et également éloignée de chacune d'elles et multiplier le tout par la sixième partie de la hauteur ou longueur du solide.*

---

(2) Pour abréger, nous dirons "*section ou coupe médiane ou intermédiaire*" la coupe dont il s'agit dans la formule; ou encore, et à volonté : "*section au centre,*" "*section du milieu*" et nous désignerons constamment cette section par la lettre M, lettre initiale du mot milieu, comme nous désignerons par B et B′ les bases ou extrémités opposées du solide et par L ou H sa longueur ou hauteur.

(3) La *longueur* ou *hauteur* du solide sous considération, sera toujours la distance entre ses bases ou extrémités parallèles, c'est-à-dire la perpendiculaire menée de l'une de ces bases à l'autre ou au plan de cette base, prolongé s'il le faut.

Donc la formule s'écrira :

$$\text{Volume} = (\text{Surf. B} + 4\text{ surf. M} + \text{ surf. B}') \times \tfrac{1}{6}\text{ L ou H.}$$

ou encore :

$$\text{V.} = (\text{B} + 4\text{ M} + \text{B}')\,\tfrac{1}{6}\text{ L ou H}$$

ou,

pour disposer les surfaces de manière à en faciliter l'addition :

$$\text{V} = \left\{\begin{array}{l} +\text{ surf. B} \\ +4\text{ surf. M.} \\ +\text{ surf. B.} \end{array}\right\} \times \tfrac{1}{6}\text{ L ou H, ou} \left\{\begin{array}{l} +\quad\text{B} \\ +4\text{ M} \\ +\quad\text{B}' \end{array}\right\}$$

$$\begin{array}{c}\hline \text{Somme des s.} \\ \times\tfrac{1}{6}\text{ L ou H.}\end{array}$$

Nature et valeur des bases B, B'.

(4) Tantôt l'une des bases ou extrémités du solide, comme pour la pyramide, le cône, le conoïde, le segment ou onglet de sphère, de sphéroïde, de fuseau, etc., ne sera qu'un point et sa surface, en conséquence, nulle ou égale à zéro (0). Tantôt, chacune des bases sera nulle de surface ou = 0, comme dans le cas de la sphère et du sphéroïde ; puis, l'une des bases sera une simple ligne, comme pour le coin et certains prismoïdes et onglets, et sa surface encore nulle ; tantôt, enfin, chacune des bases, comme pour certains prismoïdes, ne sera qu'une ligne et les surfaces nulles, comme auparavant ; mais dans tous les cas, l'auteur recommande à l'élève de maintenir intacte la formule et d'écrire suivant le cas :

$$V. = \begin{array}{c} \text{surfaces} \\ \left\{\begin{array}{l} +\ \ B \\ +4\ M \\ +\ \ B' \end{array}\right\} \\ \hline \text{Somme} \times \frac{1}{6}\, L \text{ ou } H. \end{array} \qquad \text{ou, } V. = \begin{array}{c} \text{surfaces} \\ \left\{\begin{array}{l} +\ \ 0 \\ +4\ M \\ +\ \ B' \end{array}\right\} \\ \hline \text{Som.} \times \frac{1}{6}\, L \text{ ou } H. \end{array}$$

$$\text{ou, } V = \begin{array}{c} \text{surfaces} \\ \left\{\begin{array}{l} +\ \ B \\ +4\ M \\ +\ \ 0 \end{array}\right\} \\ \hline \text{Somme} \times \frac{1}{6}\, L \text{ ou } H. \end{array} \qquad \text{ou, } V. = \begin{array}{c} \text{surfaces} \\ \left\{\begin{array}{l} +\ \ 0 \\ +4\ M \\ +\ \ 0 \end{array}\right\} \\ \hline \text{Som.} \times \frac{1}{6}\, L \text{ ou } H. \end{array}$$

(5) REM. Il est clair, d'après ce qui précède que les surfaces respectives dont il s'agit sont toutes des surfaces planes ou qu'elles doivent être considérées telles, et que, pour les fins du système de l'auteur, toute surface est nulle, à laquelle une surface plane ou un plan ne peut toucher qu'en un seul point, comme dans la sphère, le sphéroïde et le conoïde ; ce qui n'empêche pas que l'on puisse évaluer tout de même par la formule, et avec la même exactitude, une pyramide ou un cône sphérique ou un tronc quelconque de tel corps compris entre bases parallèles ou concentriques, et dont l'une, en conséquence, concave, et l'autre convexe.

(6.) Il suffirait même de ces énoncés pour faire comprendre le système de l'auteur, mais quelques observations ayant plus particulièrement trait, si non à chacun des solides du tableau, au moins à chaque catégorie ou classe des dits solides, ne seront peut-être pas de trop.

(7) Nous disons "classe" ou "catégorie" et en effet, il convient de faire remarquer que les solides sont disposés, sur le tableau, par groupes ou familles, chacune sur une ou plusieurs rangées verticales. Ces rangées sont au nombre de 20 et les rangées horizontales au nombre de 10, formant 200 morceaux.

La première rangée vers la droite (il serait indifférent d'en renverser l'ordre et de commencer par la gauche) comprend le prisme, sous quelques-unes de ses formes variées.

(8) Les quatres rangées suivantes offrent le prismoïde, sous plusieurs aspects diversifiés (voir l'introduction, page 6) y compris les solides réguliers ou platoniques, (dodécaèdre, icosaèdre, etc.,) et certains onglets de prismes.

(9) La sixième rangée, toujours en allant vers la gauche, est la pyramide et le tronc de ce solide.

(10) Les rangées 7 et 8 présentent le cylindre droit, incliné, tronqué, et les nombreux onglets et troncs d'onglets de ce solide, avec aussi quelques cylindroïdes.

(11) 9 et 10 sont le cône droit et incliné, leurs troncs et onglets.

(12) 11 est le cône concave avec ses variantes et sections. 12 et 13 sont les conoïdes parabolique et hyperbolique droits et inclinés, avec leurs troncs, onglets et onglets tronqués.

(13) 14, 15 et 16, les fuseaux aplati et allongé avec leurs décomposés et divers.

(14) 17 et 18 sont la sphère et ses segments, troncs, onglets, etc., cône et pyramides spériques et troncs de ces corps entre bases parallèles. Ces solides offrent aussi à l'appréciation le triangle sphérique, tri-rectangle, tri-acutangle, tri-obtusangle, etc., et facilitent chez l'élève, l'intelligence de la géométrie et trigonométrie sphériques, et, chez le professeur, l'enseignement de ces sciences.

(15) 19 et 20, enfin, sont le sphéroïde aplati et allongé avec les décomposés de ces corps.

Voir encore à ce sujet "l'Introduction" page 7.

Arrêtons-nous tout d'abord au

PRISME OU CYLINDRE

Droit, Incliné, Tors.[1]

(16) Le prisme est un corps dont la largeur ou grosseur est partout égale ou uniforme; c'est, en d'autres termes, un solide qui dans toute sa hauteur ou longueur, est d'un diamètre ou épaisseur invariable et dont les bases ou extrémités opposées et parallèles

1. Voir l'Introduction, page 11, dernier alinéa, lettre du Révd. Mr. Billion, mathématicien du Séminaire de St. Sulpice, Montréal.

de même que toute coupe ou section parallèle à ces bases, sont, en conséquence, des figures planes semblables et égales ; ces figures peuvent être indifféremment rectilignes, curvilignes ou mixtilignes.

On en aura donc le volume en faisant

$$\mathrm{V.}=\frac{\left\{\begin{array}{l}+\ \text{surf. B}\\+4\,\text{surf. M}\\+\ \text{surf. B}'\end{array}\right\}}{\text{Somme de surf.}\times\frac{1}{6}\text{L. ou H.}}\qquad\begin{array}{c}\text{et, en sup.}\\\text{la base}\\=1\end{array}\qquad=\frac{\left\{\begin{array}{l}+1\\+4\\+1\end{array}\right\}}{\text{Som. des s.}\times\frac{1}{6}\text{L ou H.}}$$

$$=\left\{\begin{array}{r}6\,\text{s. B}\\\text{ou }6\,\text{s. M}\\\text{ou }6\,\text{s. B}'\end{array}\right\}\times\frac{1}{6}\text{L. ou H}=\left\{\begin{array}{r}\text{s. B}\\\text{ou s. M}\\\text{ou s. B}'\end{array}\right\}\times\text{L. ou H.}$$

(17) C'est-à-dire que pour le prisme, la formule générale se réduit à l'expression simplifiée : B ou B′ ou M × L ; mais nous conseillons à l'élève de ne pas s'étudier à se rappeler cette formule, simplifiée qu'elle soit, puisque il pourra toujours (voir l'Introduction, page 9) en revenir là de lui-même, car, on n'est pas lent à voir que c'est la même chose de multiplier un nombre quelconque par un autre nombre, ou de multiplier 6 fois le premier par la sixième partie du second.

PRISMOIDE

Droit, Incliné, Tors.

(18) Le prismoïde, dont il est assez longuement question, page 161 à 167 de ce traité, a pour bases ou extrémités opposées et parallèles, des figures planes quelconques, égales ou non égales, semblables ou non semblables, rectilignes, curvilignes ou mixtilignes, et dont l'une, comme dans le cas de la pyramide ou du coin, peut être un simple point ou une ligne, ou chacune des bases une simple ligne comme on l'a dit (**4**).

On écrira donc, suivant le cas :

$$\mathrm{V.}=\frac{\left\{\begin{array}{l}+\text{s. B}\\+\text{s. M}\\+\text{s. B}'\end{array}\right\}}{\text{Som. des s.}\times\frac{1}{6}\text{L. ou H.}}\quad\text{ou}\quad\frac{\left\{\begin{array}{l}+\ 0\\+\ 4\text{M}\\+\ \text{B}'\end{array}\right\}}{\text{Som. des s.}\times\frac{1}{6}\text{L. ou H.}}\quad\text{ou}\quad\frac{\left\{\begin{array}{l}+\ \text{B}\\+4\text{M}\\+\ 0\end{array}\right\}}{\text{Som. des s.}\times\frac{1}{6}\text{L. ou H.}}\quad\text{ou}\quad\frac{\left\{\begin{array}{l}+\ 0\\+\ 4\text{M}\\+\ 0\end{array}\right\}}{\text{Som. des s.}\times\frac{1}{6}\text{L. ou H.}}$$

PYRAMIDE, CONE

Régulière, irrégulière. Droit, Incliné.

(19) Dans la pyramide la base, ou l'une des extrémités est une figure plane quelconque et la section intermédiaire une figure semblable à la base et égale en surface au quart de la base (**95, T.**).

La coupe du cône, comme de la pyramide, par un plan passant par son axe et sommet, est un triangle et la largeur du triangle, prise à la moitié de sa hauteur, est (page 85, rem.) moitié de celle de la base ; or, cette même largeur médiane du triangle, fournit le diamètre correspondant de la pyramide ou du cône en cet endroit, c'est-à-dire le diamètre de la section mediane du solide par un plan parallèle au plan de sa base. Le cône, s'il est droit, a pour base un cercle ; s'il est incliné, une ellipse et pour coupe parallèle à la base, un cercle ou ellipse semblable à cette base et égale en surface au quart dé cette dernière ; l'autre base ou extrémité, tant du cône que de la pyramide, est un simple point, et sa surface en conséquence nulle ou $= 0$.

Ce qui nous donne:

$$\mathrm{V.} = \frac{\left\{\begin{array}{l} + \ \mathrm{s.\ B'} \\ + 4\ \mathrm{s.\ M} \\ + \ \mathrm{s.\ B} \end{array}\right\}}{\text{Som. des s.} \times \frac{1}{6}\ \text{L. ou H.}} = \frac{\left\{\begin{array}{l} + 0 \\ + 4\mathrm{M} \\ + \mathrm{B} \end{array}\right\}}{\text{S. des s.} \times \frac{1}{6}\ \text{L. ou H.}}$$

$$\begin{array}{c}\text{Et, en sup.}\\ \text{la base}\\ =1\end{array} = \frac{\left\{\begin{array}{l} + 0 \\ + 4 \times \frac{1}{4} \\ + 1 \end{array}\right\}}{\text{S. des s.} \times \frac{1}{6}\ \text{L. ou H.}} = \frac{\left\{\begin{array}{l} + 0 \\ + 1 \\ + 1 \end{array}\right\}}{\text{S. des s.} \times \frac{1}{6}\ \text{L. ou H.}} == \frac{\left\{\begin{array}{c} 1 \times \frac{1}{3}\mathrm{L, H} \\ \text{ou} \\ \mathrm{B} \times \frac{1}{3}\mathrm{L, H} \end{array}\right\}}{\text{S. des s.} \times \frac{1}{6}\ \text{L. ou H.}}$$

C'est-à-dire, que pour la pyramide, le cône, la formule se réduit à multiplier la surface de la base par le $\frac{1}{3}$ de la hauteur.

CONOIDE PARABOLIQUE, HYPERBOLIQUE

Droit, Incliné.

(20) La base est ici un cercle ou une ellipse, suivant que le solide est droit ou incliné, et la coupe à demi-distance entre la base et le sommet ou les extrémités opposées, est, comme toute autre coupe parallèle à la base, une figure semblable à telle base et égale **(179)** en surface à la moitié de cette dernière ; ou, ce qui est la même chose, le diam. de cette coupe est égale à la racine carrée (voir les tables) de la moitié du carré du diam. correspondant de la base. L'autre base ou extrémité du solide n'est qu'un point, puisque nous sommes convenu de regarder comme tel, toute surface courbe à laquelle une surface plane ou un plan ne saurait toucher, à la fois, que sur une étendue infiniment petite, c.-à-d. un point.

d'où :

$$\mathrm{V.} == \frac{\left\{\begin{array}{l} + \ \text{surf. B'} \\ + 4\ \text{surf. M} \\ + \ \text{surf. B} \end{array}\right\}}{\begin{array}{c}\text{Som. des surf.}\\ \times \frac{1}{6}\ \text{L ou H}\end{array}} = \frac{\left\{\begin{array}{l} + 0 \\ + 4\mathrm{M} \\ + \mathrm{B} \end{array}\right\}}{\begin{array}{c}\text{Som. des s.}\\ \times \frac{1}{6}\text{H ou L}\end{array}}$$

$$\begin{array}{c}\text{Et, en sup.}\\ \text{la base}\\ =1\end{array} = \underbrace{\left\{\begin{array}{r}+\quad 0\\ +4\times\frac{1}{2}\\ +\quad 1\end{array}\right\}}_{\times\frac{1}{6}\text{ L ou H.}} = \underbrace{\left\{\begin{array}{r}+0\\ +2\\ +1\end{array}\right\}}_{\times\frac{1}{6}\text{ L ou H.}} == \left\{\begin{array}{c}3\times\frac{1}{6}\text{ H ou L}\\ \text{ou}\\ 1\times\frac{1}{2}\text{ H ou L}\end{array}\right\}$$

(**21**) C'est-à-dire que pour le paraboloïde, la formule générale se réduit à celle de multiplier la surface de la base par la moitié de la hauteur ; mais comme cette expression, toute simplifiée qu'elle le soit en est une qui diffère de la formule générale et dont la rétention dans la mémoire pourrait y introduire la confusion (Introduction, page 9) l'élève fera bien de ne pas essayer de la retenir, mais plutôt d'éliminer tout doute à l'endroit de la formule simplifiée, en recourant de suite, quoique, il est vrai, avec quelques chiffres de plus, à la formule unique et universelle de l'auteur ; car, on ne saurait nier qu'un plus long travail sous une moindre tension de l'esprit, est moins fatiguant, moins inquiétant, à l'endroit de l'exactitude du résultat, qu'un travail moins long mais plus ardu.

SPHERE ET SPHEROIDE

Aplati, Allongé.

(**22**) Dans la sphère et le sphéroïde, la seule surface valante est celle de la section centrale ou médiane, chacune des deux autres étant, comme pour le somm. et du conoïde, nulle ou$=0$. La section centrale est un cercle ou une ellipse.

De là :

$$V == \underbrace{\left\{\begin{array}{l}+\quad\text{surf. B}'\\ +4\,\text{surf. M}\\ +\quad\text{surf. B}\end{array}\right\}}_{\begin{array}{c}\text{Som. des surf.}\\ \times\frac{1}{6}\text{ diam. ou H ou L.}\end{array}} == \underbrace{\left\{\begin{array}{r}+\quad 0\\ +4\,\text{M}\\ +\quad 0\end{array}\right\}}_{\begin{array}{c}\text{Som. de s.}\\ \times\frac{1}{6}\text{ D ou }\frac{1}{3}\text{ R}\end{array}} == \left\{\begin{array}{c}\text{quatre grands cer-}\\ \text{cles ou ellipses}\\ \text{suivant le cas}\end{array}\right\}\times\frac{1}{3}\text{ R.}$$

(**23**) **REM.** Il est indifférent, pour ce qui est du sphéroïde ou de l'ellipsoïde, sous quel rapport on l'envisage, eu égard à sa section médiane et à sa hauteur, longueur ou diamètre ; mais, comme il est plus simple de trouver, soit par le calcul ou par la table à la fin de ce traité, la surface d'un cercle que celle d'une ellipse, l'on fera en sorte que sa coupe centrale soit un cercle, ce qui aura lieu en opérant la section imaginaire du solide par un plan perpendiculaire à l'axe fixe. Le solide se toiserait tout de même dans une position inclinée (**174, R.**) en observant toutefois, comme on l'a dit (**3**) de prendre pour hauteur ou longueur une perpendiculaire au plan de section et terminée de part et d'autre par des plans parallèles à telle section et tangents tous deux de côtés opposés, au solide sous considération.

SEGMENT

de Sphère et de Sphéroïde.[1]

(**24**) Le segment n'ayant qu'une seule base valante, la formule pour le cuber ne diffère en rien de celle du cône ou du conoïde, sauf toutefois que le rapport qui existe entre la surface de sa base et celle de sa coupe intermédiaire, varie avec la hauteur du segment. Le rayon de cette coupe dans le segment de sphère " petit cercle de la sphère " est égal (**574, G.**) à la racine carrée (voir la table) du produit du demi-sinus-verse (hauteur) du segment, par le reste du diam. de la sphère dont le segment fait partie, et l'on obtient au besoin ce diam. en divisant le carré (voir les tables) du rayon de la base du segment, par sa hauteur, pour avoir le reste du diam.

$$\text{V.} = \frac{\left\{\begin{matrix} + \ \text{surf. B}' \\ +4\ \text{surf. M} \\ + \ \text{surf. B} \end{matrix}\right\}}{\text{Som. des surf.}} \times \tfrac{1}{6}\text{H.} \qquad = \frac{\left\{\begin{matrix} + \ 0 \\ +4\,\text{M} \\ + \ \text{B} \end{matrix}\right\}}{\text{Som. des surf.}} \times \tfrac{1}{6}\text{H.}$$

TRONC

de Pyramide, Cône, Conoïde, Sphère, Sphéroïde.

(**25**) Dans tous ces solides à deux bases parallèles et valantes, les bases et la section médiane sont des figures semblables; cercles, si le tronc est celui d'un cône ou conoïde droit, d'une sphère, ou d'un sphéroïde coupé par des plans perpendiculaires à son axe fixe; ellipses, si le tronc est celui d'un cône ou conoïde oblique, ou d'un sphéroïde coupé par des plans non perpendiculaires à son axe fixe; polygones réguliers, si le tronc fait partie d'une pyramide de même nom ; enfin, figures rectilignes, mixtilignes ou curvilignes semblables quelconques, si la pyramide est irrégulière.

(**26**) Dans chacun de ces cas, la coupe verticale du solide par un plan parallèle à son axe, offre un trapèze. Or, on obtient la largeur moyenne du trapèze en faisant la demi-somme de ses côtés parallèles, c'est-à-dire, leur moyenne arithmétique; et cette moyenne est précisement le diamètre du tronc à mi-hauteur entre ses deux bases ; d'où il est facile d'arriver aux facteurs de la section médiane du solide, et par suite à la surfaee même de telle section (voir les tables.)

---

1. Nous n'ajoutons point : "segment de pyramide, de cône et de conoïde," tout simplement parce que tout tel segment, c'est-à-dire toute telle partie enlevée des sommets de ces solides par un plan parallèle ou non à la base, est encore une pyramide, un cône, un conoïde et son volume sujet à la formule déjà donnée.

$$V. = \frac{\left\{\begin{array}{l} + \text{ surf. } B' \\ + 4 \text{ surf. } M \\ + \text{ surf. } B \end{array}\right\}}{\text{Som. des surf. } + \frac{1}{6} H.}$$

ONGLET

de Sphère, Sphéroïde, compris entre des plans de section passant dans une direction quelconque par le centre du solide.

(**27**) Dans chacun de ses solides, les bases ou extrémités opposées sont nulles de surface ou $= 0$; la section centrale seule est valante et cette section dans la sphère est un secteur de cercle (partie d'un cercle compris entre un arc et deux rayons) tandis que dans le sphéroïde, la même section est circulaire, si les plans de section ont leur commune intersection dans l'axe fixe du solide, elliptiques dans le cas contraire.

d'où, le contenu cubique est :

$$V = \frac{\left\{\begin{array}{l} \text{surf. } B' \\ + 4 \text{ surf. } M \\ + \text{ surf. } B \end{array}\right\}}{\text{Somme de } s \times \frac{1}{6} H \text{ ou } L.} = \frac{\left\{\begin{array}{l} 0 \\ + 4 \text{ surf. } M \\ + \quad 0 \end{array}\right\}}{\text{Som. des surf. } \times \frac{1}{6} H \text{ ou } L.}$$

(**28**) **REM.** Dans la pratique, la longueur de l'arc du secteur se mesurera directement, au moyen d'un ruban métallique ou autre, ou d'une tige mince capable de s'ajuster à la courbure du solide, pour en déterminer la circonférence circulaire ou elliptique, ou une partie quelconque de telle circonférence.

ONGLET

de Prisme, Prismoïde, Cylindre, Cylindroïde, Pyramide, Cône et Conoïde quelconques, compris entre des plans de section ayant leur commune intersection dans l'axe du solide.

(**29**) Il est clair que l'onglet de prisme et de prismoïde, cylindre et cylindroïde n'est autre chose lui-même qu'un solide de ce nom ; que l'onglet de pyramide et de cône est tout simplement une pyramide ayant pour base, dans le cas de la pyramide, une figure plane quelconque, et, dans le cas du cône, un secteur circulaire ou elliptique, suivant que le cône dont l'onglet fait partie, est droit ou oblique.

Pour ce qui est de l'onglet de conoïde, on le considérera, pour les fins du toisé, comme le segment d'un onglet de sphère ou de sphéroïde (voir le paragraphe suivant. Il est clair que le sommet ou l'une des bases de l'onglet n'est qu'une ligne ou un point, suivant le cas, et que

Dans tous ces cas la formule est :

$$V.=\frac{\left\{\begin{array}{r}\text{surf. } B' \\ +4\text{ surf. } M \\ +\quad\text{surf. } B\end{array}\right\}}{\text{Som. des s.}\times\frac{1}{6}\text{ H. ou L.}}$$

c'es-à-dire, suivant le cas

$$V.=\frac{\left\{\begin{array}{r}0 \\ +\ 4\,M \\ +\quad B\end{array}\right\}}{\text{S. des s.}\times\frac{1}{6}\text{ H. ou L.}}\qquad \text{ou } V.=\frac{\left\{\begin{array}{r}0 \\ 4\,M \\ +\quad 0\end{array}\right\}}{\text{S. des s.}\times\frac{1}{6}\text{ L. ou H.}}$$

SEGMENT ET TRONC D'ONGLET

dans les conditions de l'énoncé, par. 127 du traité, c'est-à-dire, dans les conditions énoncées dans les 2 derniers paragraphes (27 et 29).

(30) Il est clair que si le segment dont il s'agit est celui d'un onglet de sphère ou de sphéroïde, ce segment n'aura qu'une base valante, l'autre base étant un simple point. La base sera un secteur circulaire ou elliptique et la coupe à mi-hauteur et parallèle à la base, sera un secteur semblable à la base. On aura donc pour expression du volume du segment proposé :

$$V=\frac{\left\{\begin{array}{r}\text{surf. } B' \\ +4\text{ surf. } M \\ +\quad\text{surf. } B\end{array}\right\}}{\text{Somme des surf.}\times\frac{1}{6}\text{ H ou L.}}=\frac{\left\{\begin{array}{r}0 \\ +\,4\,M \\ +\quad B\end{array}\right\}}{\text{Som. des s.}\times\frac{1}{6}\text{ H ou L.}}$$

(31.) Si c'est un **tronc d'onglet, de sphère ou de sphéroïde entre bases parallèles,** l'expression sera :

$$V.=\frac{\left\{\begin{array}{r}\text{surf. } B' \\ +4\text{ surf. } M \\ +\quad\text{surf. } B\end{array}\right\}}{\text{Som. des surf.}\times\frac{1}{6}\text{ H ou L.}}$$

(32.) Enfin si c'est un **tronc d'onglet de prisme ou de prismoïde, de pyramide, de cône ou de conoide** (car le segment d'onglet de pyramide, de cône ou de conoïde, n'est encore qu'un solide de même nom que celui dont l'onglet fait partie) la formule sera, comme toujours :

$$V=\frac{\left\{\begin{array}{r}\text{surf. } B' \\ +4\text{ surf. } M \\ +\quad\text{surf. } B\end{array}\right\}}{\text{Somme des surf.}\times\frac{1}{6}\text{ H ou L.}}$$

CONE OU SECTEUR SPHÉRIQUE, PYRAMIDE SPHÉRIQUE.

(**33.**) L'on procédera, pour arriver au volume de ces corps, précisément comme pour le cône et la pyramide ordinaires, sauf que la base et la section du milieu seront des surfaces convexes ou courbes qu'on évaluera d'après les règles que l'on trouvera (**165**, **167**,), le volume étant toujours :

$$V = \frac{\left\{\begin{array}{r} \text{surf. B}' \\ +4\ \text{surf. M} \\ +\ \ \text{surf. B} \end{array}\right\}}{\text{Somme des surf.} \times \frac{1}{6}\,\text{H}} = \frac{\left\{\begin{array}{r} 0 \\ +4\,\text{M} \\ +\ \ \text{B} \end{array}\right\}}{\text{Som. des surf.} + \frac{1}{6}\,\text{H.}}$$

TRONC

de cône ou de pyramide sphérique entre bases parallèles.

(**34.**) S'exprimera comme le tronc de cône et de pyramide ordinaires par :

$$V. = \frac{\left\{\begin{array}{r} \text{surf. B}' \\ +4\ \text{surf. M} \\ +\ \ \text{surf. B} \end{array}\right\}}{\text{Somme des surf.} \times \frac{1}{6}\,\text{H.}}$$

TRONC DE PRISME TRIANGULAIRE

c.-à-d. ayant ses bases ou extrémités opposées non paralèles l'une à l'autre.

(**35**) Le tronc de prisme triangulaire, en considérant l'une quelconque de ses faces latérales comme une de ses bases, et l'arête ou côté opposé comme l'autre base, n'est autre chose qu'un prismoïde ; tel est le coin lorsque l'arête de ce solide est inégale de largeur à la tête. Sous ce point de vue, l'arête ou côté dont il s'agit n'étant qu'une simple ligne et en conséquence, de surface nulle, on aura pour expression du volume :

$$\frac{\left\{\begin{array}{r} \text{surf. B}' \\ +4\ \text{surf. M} \\ +\ \ \text{surf. B} \end{array}\right\}}{\text{Som. des surf.} \times \frac{1}{6}\,\text{H.}} \quad \text{c.-à-d. } V = \frac{\left\{\begin{array}{r} 0 \\ +4\text{M} \\ +\ \ \text{B} \end{array}\right\}}{\text{Som. des s.} \times \frac{1}{6}\,\text{H.}}$$

Si le **Tronc de prisme triangulaire** (du dernier paragraphe) est lui-même **tronqué** par un plan parallèle à l'une de ses faces latérales, l'on aura encore un prismoïde dont le volume sera :

$$V = \frac{\left\{\begin{array}{r} \text{surf. } B' \\ +4 \text{ surf. } M \\ + \text{ surf. } B \end{array}\right\}}{\text{Som. des surf. } \times \frac{1}{6} H.}$$

SPHÉROIDE A TROIS AXES.

Ce solide, comme son segment et tronc quelconques, onglet, segment et tronc d'onglet, se toise exactement par la formule, quelle que soit la direction des plans de section. Donc, suivant le cas :

$$V = \frac{\left\{\begin{array}{r} 0 \\ +4\ M \\ +\ \ 0 \end{array}\right\}}{\begin{array}{c}\text{Som. des s.} \\ \times \frac{1}{6} \text{ H ou L.}\end{array}} \quad \text{ou} \ \frac{\left\{\begin{array}{r} O \\ +4\ M \\ +\ \ B \end{array}\right\}}{\begin{array}{c}\text{Som. des s.} \\ \times \frac{1}{6} \text{ L. ou H.}\end{array}} \quad \text{ou} \ \frac{\left\{\begin{array}{r} B \\ +4\ M \\ +\ \ B \end{array}\right\}}{\begin{array}{c}\text{Som. des s.} \\ \times \frac{1}{6} \text{ L. ou H.}\end{array}}$$

CORPS COMPOSÉS.

(37) Le tableau présente un certain nombre de ces corps ; par exemple un cylindre terminé à une extrémité par un segment de sphère ou de spheroïde (tel serait un mortier) ; un tronc de cône terminé de la même manière (un canon par exemple); un cylindre ou tronc de cône couronné d'un cône (meule de foin ou tour circulaire avec toit conique) ; un cône terminé à sa base par un segment de sphère ou de sphéroïde, comme certaines formes de bouées. Il est clair que pour toiser ces corps composés ou tout autre forme capable de se décomposer en éléments de l'espèce de ceux dont on a déjà traité, il faut en supputer séparément les parties composantes, pour faire ensuite la somme de ces parties, d'après les règles que l'on vient de donner.

APPROXIMATIVEMENT.

(Voir l'expression générale page 127.)

(38.) Et à très près, soit généralement à .005 ou à ($\frac{1}{2}$) un demi par cent près, plus ou moins ; souvent (voir les problèmes détaillés du traité) avec une exactitude parfaite ou très voisine d'un résultat exact ; l'on obtiendra le volume d'un

TRONC QUELCONQUE

de Prisme ou prismoide, cylindre ou cylindroide, pyramide, cône ou conoide, sphère ou sphéroide, compris entre des bases non parallèles.

(39.) En le décomposant, par un plan de section imaginaire parallèle à l'une de ses bases et passant par le point le plus voisin de l'autre base, en un tronc à bases parallèles (dont on obtiendra le volume exact par les règles déjà données) et un onglet.

ONGLET QUELCONQUE

de Prisme ou prismoïde, cylindre ou cylindroïde, pyramide, cône ou conoïde, sphère ou sphéroïde.

(40) Dans ce solide, comme dans l'onglet régulier des paragraphes (**27 et 29**) le sommet ou l'une des bases ou extrémités, n'est qu'une simple ligne ou un point, et son volume est à très près.

(Voir les onglets détaillés du traité.)

$$V = \frac{\left\{\begin{array}{r} \text{surf. } B' \\ +4 \text{ surf. } M \\ + \text{ surf. } B \end{array}\right\}}{\text{Som. des surf.} \times \frac{1}{6} H.} \qquad \text{c.-à-d. } V = \frac{\left\{\begin{array}{c} 0 \\ 4\,M \\ +B \end{array}\right\}}{\text{Som. des surf.} \times \frac{1}{6} H.}$$

REM. Comme on le verra (**120**) si l'onglet de cylindre est à base non tronquée, c.-à-d., si cette base est un cercle ou une ellipse, la formule en donne le volume exact, et de même sous les mêmes conditions, on arrivera au volume exact d'un onglet de prisme.

ONGLET TRONQUÉ.

Si l'onglet du dernier paragraphe est tronqué par un plan parallèle à sa base, comme le tableau en offre des exemples, le volume n'en sera pas moins, comme d'ordinaire :

$$V = \frac{\left\{\begin{array}{r} \text{surf. } B' \\ +4 \text{ surf. } M \\ + \text{ surf. } B \end{array}\right\}}{\text{Som. des s.} \times \frac{1}{6} H.}$$

FUSEAU ALLONGÉ, FUSEAU APLATI.

(Voir le Prob. LI.)

(**41**) Le fuseau considéré, dans son entier, n'est pas un solide usuel, il a peu d'importance, et pour se convaincre qu'on ne saurait le toiser d'un seul trait, comme on toise le sphéroïde allongé ou aplati, il suffit de le comparer par l'esprit à un sphéroïde exact ayant les mêmes axes ou diamètres. On voit alors de combien son volume est moindre que celui du sphéroïde correspondant qui est plus plein vers les extrémités de son axe fixe dans le spheroïde allongé, et dans la direction opposée, si c'est un sphéroïde aplati.

(**42**) Cependant, si l'on ne peut d'un seul trait arriver au volume du fuseau, l'on y parvient, presque du coup, en toisant la moitié de ce solide, pour doubler ensuite le résultat, puisque alors, en en prenant la section ou coupe à la demi-distance entre le centre du fuseau et son sommet ou extrémité, l'on fait entrer en compte l'élément même qui contribue surtout à en faire varier le volume, et ce procédé appliqué au fuseau aplati, donnera le volume exact si le périmètre d'une section du demi fuseau par un plan passant par son axe fixe, est un arc de section conique, comme ce sera d'ordinaire le cas, le fuseau aplati étant alors regardé comme deux segments égaux de sphère ou sphéroïde, réunis par leurs bases ou plans perpendiculaires à l'axe fixe du solide, dont les segments composants du fuseau font partie.

On verra (prob. LI)qu'il suffit de diviser le demi-fuseau en deux tranches que l'on toisera séparément et dont on fera ensuite la somme, pour arriver à un résultat qui ne diffère de la vérité que du 9ème au quart de un pour cent.

TRONC CENTRAL DE FUSEAU ALLONGÉ

(Futaille,)

(**43**) Ce solide qui prête sa forme aux mille et une variétés et dimensions de futailles, de par le monde entier, est, sous le rapport du toisé de sa capacité ou de son volume, d'une importance majeure, à cause du prix généralement élevé du contenu. Eh bien! comme on le verra (prob. LII), il suffit de toiser d'un seul trait la demi-futaille pour arriver au volume exact, à moins du quart au quarantième de un pour cent; erreur maximum d'une pinte sur 100 gallons ou d'un litre sur 400 litres et qui ne dépasse pas d'ordinaire $\frac{1}{10}$ à $\frac{1}{20}$ de gallon ou de litre par chaque 100 gallons ou 100 litres, et peut d'ailleurs, par cela même, se rectifier, en ce que l'on sait que l'erreur est toujours en plus et qu'on peut en conséquence au besoin diminuer d'autant le résultat.

$$V = \frac{\left\{\begin{array}{r} \text{surf. B} \\ + 4 \text{ surf. M} \\ + \quad \text{surf. B}' \end{array}\right\}}{\text{Som des s.} \times \frac{1}{6} \text{ L. ou H.}}$$

CONE CONCAVE.

(44) Le cône concave est analogue, pour ce qui est de son volume, au demi-fuseau allongé, que l'on pourrait aussi appeler cône convexe : et de même que l'on arrive, à très près, au volume du demi-fuseau, en le toisant en deux tranches ; de même, si l'on décompose le cône creux ou concave en deux parties, par un plan parallèle à celui de sa base, pour toiser séparément chacune de ces parties et en faire ensuite la somme, on aura le volume à moins d'un demi pour cent de perte. [1]

TRONC DE CONE CONCAVE
entre bases parallèles.

(45) Beaucoup de vaisseaux de capacité affectent la forme de ce solide et de même que le cône creux ou concave est analogue au demi-fuseau ou cône convexe, de même le tronc de cône concave peut être regardé comme analogue au demi-tronc central de fuseau allongé ou à la demi-futaille. Alors en le toisant d'un seul trait, pourvu que sa courbure soit uniforme dans toute sa hauteur et surtout si cette courbure est peu prononcée, l'on arrivera à très près du volume ou contenu désiré, et si cette courbure de la paroi latérale du solide ou vaisseau de capacité dont il s'agit, est considérable ou d'inégale rayon dans diverses parties de la hauteur du tronc, on s'assurera une exactitude à peu près parfaite, en le décomposant par l'esprit pour les fins du toisé, en deux ou tout au plus en trois tranches composantes par des plans de section parallèles à ses bases.

Le volume de chacune des tranches composantes sera :

$$V = \frac{\left\{\begin{array}{r} \text{surf. B} \\ + 4 \text{ surf. M} \\ + \quad \text{surf. B}' \end{array}\right\}}{\text{Som. des s.} \times \frac{1}{6} \text{ H ou L.}}$$

1. Pour les formes à paroi concave, le volume est en moins ; de même que pour les corps convexes, le volume est en plus.

CORPS COMPOSÉS.

(46) Ces corps peuvent affecter bien des formes variées. Le tableau en présente quelques unes : par exemple, un tronc central ou excentrique de sphère ou de sphéroïde surmonté d'un cône concave (sorte de dôme ou de minaret) ; segment de sphère ou de sphéroïde surmonté d'un segment de fuseau allongé ou cône convexe, ou d'un cône creux ou concave ; deux troncs de cônes droits réunis par leurs plus larges bases ; deux autres, par leurs moindres bases ; deux troncs de cônes concaves et deux autres dans les mêmes conditions. Et il est clair que l'on peut concevoir d'autres formes, dans des variétés presque infinies, mais dont les règles déjà données suffisent pour déterminer les volumes respectifs et composants.

DIVERS.

(47) A part les solides que l'on vient d'énumérer, il convient de dire un mot de certaines formes que présente le tableau et dont on ne verrait pas tout d'abord, par la pensée, l'origine, ou le solide entier dont le corps sous considération fait partie. Ainsi, l'**anneau solide excentrique** peut être considéré comme le tronc central d'un fuseau très allongé et recourbé sur lui-même. Alors on le toisera en ajoutant à la somme des surfaces de ses moindre et plus grande coupes ou sections, 4 fois la coupe à demi-distance entre ces premières, pour multiplier le tout par la longueur de la demi-circonférence servant d'axe imaginaire à l'anneau.

(48) Le **cone ou demi fuseau recourbé** en forme de corne de bœuf, se toise comme le cône incliné, en considérant comme sa hauteur la perpendiculaire abaissée de son sommet sur le plan de sa base.

(49) Il y a le **tronc excentrique d'un fuseau allongé,** qui peut représenter le fût de la colonne romaine, renflée qu'elle l'est, vers le tiers de sa hauteur, et dont on peut avoir le volume en faisant séparément celui de chacun de ses demi-troncs composants.

(50) Les **polyèdres réguliers,** comme on le voit, peuvent se décomposer en autant de pyramides régulières et égales que le solide a de faces et se toiser facilement de cette manière, chaque pyramide ayant pour base une des faces du polyèdre et pour hauteur la demi hauteur du polyèdre, c'est-à-dire le demi-diam. ou rayon de la sphère inscrite.

(51) Les **décomposés des fuseaux aplati et allongé et de certains autres solides** fournissent l'idée de, et par suite la manière de toiser ou de jauger un vaisseau de transport quelconque, en le décomposant, s'il y a lieu, en éléments de l'espèce de ceux dont on a déjà traité.

(52) **REM.** L'on toiserait également d'un seul trait, les polyèdres réguliers, en se donnant la peine de trouver la surface de la coupe centrale de chacun d'eux. Tous ces solides ont deux bases parallèles, l'une des bases étant, pour le tétraèdre, un point—car le tétraèdre n'est qu'une pyramide.—L'octaèdre peut être considéré comme une double pyramide ou un composé de deux pyramides, base à base, et se toiser de cette manière. Quant au dodécaèdre, l'on verra que pendant que chacune de ses bases parallèles est un pentagone régulier, sa coupe à mi-distance entre ces bases, est un décagone régulier ou polygone régulier de dix côtés, et dont chaque côté est égal en longueur à la demi-diagonale du pentagone. Quant à la coupe médiane de l'exaèdre, si on le prend parallèle à deux faces opposées et parallèles du solide, ce sera un polygone régulier de 12 côtés, dont il serait trop long d'assigner ici la longueur. Si au contraire on suppose la coupe médiane parallèle à ou également éloignée de deux sommets opposés du solide, c'est-à-dire, perpendiculaire à l'axe ou diam. reliant deux points ou sommets opposés du corps, cette coupe sera un décagone régulier dont chaque côté sera égal au demi-côté du triangle servant de face au polyèdre. Si enfin, l'on prend pour bases parallèles de l'icosaèdre, deux côtés ou arêtes opposées quelconques, la coupe médiane parallèle à ces arêtes et perpendiculaire au plan qui les unit sera un polygone symétrique de six côtés, dont deux côtés opposés et parallèles, égal chacun au côté du triangle servant de face au polyèdre et étant un de ces côtés, et les autres côtés de l'exagone, parallèles, deux à deux, et égaux respectivement à la hauteur ou rayon droit de la dite face composante.

TABLEAU RÉDUIT.

(53) **REM.** Inutile de dire que tout ce qui, dans le traité actuel et dans la Clef abrégée, a trait au tableau proprement dit de 200 modèles, s'applique également au tableau réduit de 105 modèles que l'auteur est en voie confectionner pour les écoles élémentaires et dans le but d'en réduire le prix afin de le mettre à la portée de ceux qui seraient le moins capables d'en faire la commande.

Dans le tableau réduit les modèles seront au nombre de 105, disposés sur 15 rangées verticales et sur 7 rangées horizontales ($15 \times 7 = 105$). Alors, commençant, par exemple, par la gauche : la

1ère rangée verticale serait le prisme, ses troncs et onglets.
2ème, 3ème, 4ème rangées, le prismoïde et divers, troncs et onglets.
5ème rangée, la pyramide, ses troncs et onglets.
6 " " le cylindre, ses troncs et onglets.
7 " " le cône, ses troncs et onglets.
8 " " le conoïde, ses troncs et onglets.
9 " " le fuseau aplati, ses segments, troncs et onglets.
10 " " le fuseau allongé, ses segments, troncs et onglets.
11, 12 et 13, la sphère, ses segments, troncs et onglets.
14ème rangée, le sphéroïde aplati, segments, troncs et onglets.
15 " " le sphéroïde allongé, segments, troncs et onglets.

Et s'il manque sur le tableau un segment, tronc ou onglet quelconque pour compléter le nombre de ceux que comportent la nomenclature des solides auxquels la formule a trait, on le constituera facilement par la pensée, de même que au besoin, l'on décomposera également par des plans de section imaginaires, un solide composé quelconque, en formes élémentaires, pour en soumettre le volume au calcul voulu.

HONNEUR AU MÉRITE.

Le Tableau Stéréométrique de M. Gharles Baillairgé a été apprécié en Europe à son juste mérite comme on le verra par les deux lettres suivantes. Nous en félicitons notre distingué citoyen.

PARIS, le 6 Janvier 1874.

A Monsieur Chs. Baillairgé,

Architecte, Etc., Québec.

Monsieur,—J'ai le plaisir de vous annoncer la décision prise, à l'égard de votre Tableau Stéréométrique, par la section du jury qui à l'exposition internationale du Palais de l'Industrie, à Paris, était spécialement chargée d'examiner les produits relatifs à l'instruction.

Votre tableau a obtenu tous les suffrages, et à l'unanimité, le jury lui a déc é une des plus hautes récompenses parmi celles accordées à cette exposition.

On me l'a remise hier, lundi, 5 Janvier, en séance publique comme étant votre représentant, et afin que je puisse, à mon tour, vous la remettre, lors de votre prochain voyage à Paris.

Je m'estime vraiment heureux de pouvoir vous annoncer cette nouvelle qui, j'en ai la conviction, ne sera pas la seule de ce genre. J'ai été à même de voir, en effet, combien votre tableau était apprécié par les nombreux visiteurs de l'Exposition, à qui, chaque jour, j'en donnais l'explication ; c'était aussi, avec un grand intérêt qu'on me demandait un exemplaire de la petite brochure que j'ai fait imprimer, et que je distribuais gratuitement, pou aire connaître votre tableau.

Les 1,000 exemplaires ont été rapidement enlevés.

Et maintenant, monsieur, que j'ai été assez heureux pour faire obtenir deux récompenses à votre œuvre si remarquable,—et je ne m'en tiendrai pas là,—laissez-moi espérer que j'aurai le plaisir de vous voir et de vous serrer la main, le 15 Mars prochain, en compagnie de M. le, ou l'ex-ministre de l'instruction publique, votre ami. La société vous prépare une billiante réception, digne de vous deux.

(Signé,) AUGUSTE HUMBERT.

Société libre d'Instruction et d'éducation populaires.

Secrétariat Général,
14. rue Truffaut, Paris.

A Monsieur CHS. BAILLAIRGE, Architecte, etc.,
à Québec.

Monsieur,—Dans la séance tenue hier, mardi, 6 Janvier, 1874, par le Conseil Supérieur de la Société libre d'instruction et d'éducation populaires, le comité d'examen et des récompenses a donné lecture de son rapport sur votre tableau stéréométrique.

Ce rapport fait l'éloge le plus complet, le plus absolu de votre tableau, "Appelé à rendre les plus signalés services à ceux que leur art ou leur profession oblige quotidiennement à métrer, à mesurer des solides de formes diverses."

Le rapport conclut à ce que le Conseil vous accorde la plus haute des récompenses octroyées par la société, c'est-à-dire, une médaille de vermeil.

Mises immédiatement aux voix, ces conclusions favorables ont été adoptées à l'unanimité.

En conséquence de cette décision, j'ai l'honneur, Monsieur, de vous donner avis que :

Dans sa prochaine séance publique et solennelle qui aura lieu le dimanche, 15 Mars prochain, dans le grand amphithéâtre du conservatoire national des arts et métiers, la Société libre d'instruction et d'éducation populaires, décernera à M. Chs. Baillairgé

Une médaill[illegible]honneur en vermeil pour son tableau stéréométrique,

En me ch[illegible]e vous annoncer cétte nouvelle, le Conseil Supérieur r[illegible]e vous exprimer, avec ses plus sincères félicitations, son es[illegible]ce de vous voir assister à sa séance solennelle, et de pouvoir vous remettre en personne une récompense si bien méritée.

Joignant mes vœux à ceux de mes honorables collègues, j'ai l'honneur, Monsieur, de vous prier d'agréer l'assurance de mes sentiments de très-haute considération.

Par délégation du Président,
Le Secrétaire général,
Officier d'Académie,
(Signé,) AUGUSTE HUMBERT.

Paris, le 7 Janvier 1874.

A L'HONORABLE G. OUIMET,

Ministre de l'Instruction Publique.

L'Humble Requête des soussignés, Instituteurs,

Expose humblement,

Que l'enseignement du mesurage des surfaces et des solides, par une méthode courte et facile, serait de la plus grande importance dans nos écoles et contribuerait considérablement à répandre parmi nos populations le goût des connaissances pratiques et celui de l'étude des sciences mécaniques,

Que vos Pétitionnaires sont convaincus que le "Tableau Stéréométrique" approuvé par le Conseil de l'Instruction Publique en 1872, et qui, outre de nombreux et hauts témoignages d'approbation, a valu à son auteur, M. Charles Baillairgé, l'honneur d'être nommé membre titulaire de la "Société de Vulgarisation pour l'Enseignement du peuple" en France et le premier prix de cette société, est merveilleusement propre à atteindre ce but en donnant aux élèves une connaissance rapide de la nomenclature des corps et une règle générale pour en calculer la surface et le volume,

Qu'en conséquence vos Pétitionnaires connaissant votre zèle à favoriser tout ce qui peut promouvoir l'éducation dans notre Province, osent respectueusement solliciter, pour les écoles dont ils ont maintenant la direction, un exemplaire de cet important tableau.

Et ils ne cesseront de prier.

Quebec, Janvier 1874.

(Signé,)

D. N. St. Cyr, Ste. Anne de la Pérade.
M. H. O'Ryan, Sillery Academy.
Firmin Létourneau, Ecole Modèle, Charlesbourg.
Frs. Turgeon, " " "
G. Tremblay, Ptre, curé de Beauport, pour deux tableaux, en l'absence des deux instituteurs modèles.
Jules Cloutier, Ecole modèle de Ste. Foye.
Louis Lefebvre, Ecole Modèle, Pointe-aux-Trembles.
J. B. Cloutier, pour le Patronage de P. N. Québec (Académie.)
Célestin Bouchard, Ecole Modèle, St. Gervais.
V. A. Berubé, " " St. Nicolas.
Eulalie Launière, " " St. Raphaël.

Etienne Fecteau, Ecole Modèle, Deschambault.

A. Chassé, Ecole Modèle, Cacouna.

Cléophe Côté, Ecole Modèle, Eboulements.

L. J. Chs. Fiset, Principal, collége St. Michel.

J. C. Lindsay, Ecole Modèle, Kamouraska.

L. F. Tardif, Ecole Modèle, St. Pierre, Isle d'Orléans.

Jos. Prémont, Ecole Modèle, Ste. Famille, Isle d'Orléans.

A. M. P. Drouin, Ecole Modèle, St. Jean " "

B. Pelletier, Ecole Modèle,
St. Laurent, Isle d'Orléans.

F. X. Bélanger, Instituteur,
Ecole Modèle, Cap-Rouge.

C. J. Legendre, Instuteur,
Ecole Modèle, Ste. Croix.

G. S. Vien, Instituteur,
Ecole Modèle, St. Joseph, Lévis.

L. Thibault, Instituteur,
Académie, Baie St. Paul.

Le G. V. Racine,
Séminaire de Chicoutimi.

Le même pour le Couvent, Chicoutimi.

Rév. M. Caron,
Saguenay.

Dlle Eugénie Gobeil, Inst.
Ecole Modèle, Grande Baie.

Etc. Etc. Etc.

CLEF

DU

TABLEAU STÉRÉOMÉTRIQUE BAILLAIRGÉ

INTRODUCTION

AU

NOUVEAU SYSTEME DE TOISER

TOUS

LES CORPS—SEGMENTS, TRONCS ET ONGLETS DE CES CORPS

PAR UNE SEULE ET MÊME RÈGLE

L'auteur du nouveau système a l'honneur de prévenir ses confrères Architectes, Ingénieurs, Arpenteurs, Professeurs de Géométrie, de Dessin et de Mathématiques, les Directeurs d'Université, Collèges, Séminaires, Couvents et autres institutions d'éducation, les professeurs et élèves des Ecoles des Arts et Métiers et de Dessin industriel, les Mécaniciens, Toiseurs, Mesureurs, Jaugeurs, Officiers de Douane et d'Accise, Constructeurs de navires, Entrepreneurs, Ouvriers et autres du Canada et à l'étranger.

Qu'il a confectionné son "Tableau Stéréométrique" afin de réduire à la pratique sa formule universelle pour trouver le volume

---

Avertissement.—Pour protéger son œuvre et en prévenir toute contrefaçon, soit ici ou à l'Etranger, l'auteur a fait breveter sa découverte, son tableau, tant au Canada qu'aux Etats-Unis et en Europe.

d'un corps de forme et dimensions quelconques. C'est au sujet de cette formule que le Séminaire de Québec, après l'avoir soumise à des *personnes compétentes*, s'exprime ainsi : " ......Parmi les théorèmes et les formules remarquables par leur nouveauté, ce qui frappe le plus, c'est l'expression générale du volume d'un solide quelconque. Un doute involontaire s'empare d'abord de l'esprit; mais un examen attentif dissipe bientôt ce doute et *l'on reste étonné à la vue d'une formule si claire, si aisée à retenir et dont l'application est si générale.*"

Un article du " Journal d'Education " parle de l'*impulsion soudaine* que cette découverte imprime à la science.

Son système d'exposition, dit un autre journal, est neuf et d'une simplicité qui le met à la portée de toutes les intelligences.

Le tableau dont les dimensions sont d'à peu près 3 pieds de hauteur sur 5 pieds de longueur est en bois franc à fond teint ou peint de couleur convenable. Fixés à la planche sont quelque 200 modèles en bois franc polis, et huilés ou vernis à demande. Chaque petit modèle s'ajuste à la planche au moyen d'une cheville en fil de fer fixée au tableau, et telle qu'on peut facilement en détacher le modèle et le remettre à volonté. Le tout est recouvert d'un panneau vitré qui en exclut la poussière, et que l'on peut ouvrir et fermer à volonté, avec serrure et clef au besoin.

Les modèles comprennent à peu près toutes les formes élémentaires qu'il soit possible de concevoir ou que fourniraient par division ou décomposition un corps composé quelconque. C'est ainsi qu'on y trouvera tous les prismes et prismoïdes, cylindres et cylindroïdes droits et inclinés, les troncs et onglets de ces corps : pyramides, cônes, et conoïdes droits et inclinés avec leurs troncs et onglets; la sphère avec ses subdivisions en hémisphère, quart de sphère, demi-quart ou pyramide sphérique tri-rectangle, calottes ou segments, zones, pyramides, troncs et onglets ; le sphéroïde ou ellipsoïde allongé ou aplati avec ses segments, moitié, quart, troncs, etc.; enfin, les fuseaux et leurs troncs, etc., y compris les futailles de toutes sortes, les polyèdres réguliers, anneaux concentrique et excentrique, et une foule d'autres formes pratiques des plus variées mais qu'il serait trop long d'énumérer ici.

La nouvelle règle ou formule dispense de toute considération, de tout calcul préliminaire quant à la nature, forme ou dimensions du solide entier dont le volume à évaluer fait partie. Ainsi, quand il s'agit de cuber par les règles ordinaires un segment, tronc ou zône de sphéroïde par exemple, on a tout d'abord à s'enquérir des axes du solide pour les faire entrer en compte ; mais par le nouveau système on procède de suite à évaluer la solidité requise en y appliquant directement la formule (A + B + 4S) $\frac{1}{6}$H. De même, si l'on croit avoir affaire à un tronc de pyramide par exemple, il y a tout d'abord à s'assurer si c'en est un, afin d'y appliquer les règles ordinaires du toisé ; à cette fin, il y a à mesurer les longueurs respectives des arêtes des bases supérieure et inférieure pour établir ensuite les rapports entre elles et s'assurer par là même si elles sont ou non proportionnelles, sans quoi le solide à évaluer n'est pas un tronc de pyramide ; tandis qu'au contraire par la nouvelle formule, il suffit de s'assurer du seul parallélisme des arêtes (ce qui se voit d'un coup d'œil et sans mesurage aucun) pour procéder de suite à l'application de la règle—car, d'après le procédé de l'auteur, le tronc de pyramide, réputé tel, est regardé comme prismoïde et soumis par là même à la formule générale, tout comme la pyramide entière qui est aussi un prismoïde.

Mais à part toute considération préliminaire sur la nature du solide à estimer et des calculs longs et difficiles qu'il faut faire à cet effet quand on procède par les règles ordinaires—il est à remarquer que les calculs qui restent encore à faire pour trouver le volume du solide ou liquide dont il s'agit sont pénibles, difficiles, longs quelquefois à n'en plus finir, comme quand il s'agit par exemple du jaugeage d'une futaille, soit du toisé d'un tronc de fuseau. Ce sont très-souvent des formules algébriques, du calcul différentiel et intégral et une seule erreur d'impression dans la formule dont l'intelligence ne peut pénétrer ou suivre les mystérieux replis—erreur dont on ne s'aperçoit pas et qu'on ne saurait en conséquence corriger—une seule erreur de cette sorte, est assez pour rendre inutile le calcul tout entier et nécessiter de le recommencer ; au lieu que par le système maintenant proposé, comme il n'y a qu'une seule règle, une seule formule à apprendre et à retenir et qu'elle est des plus simples, l'intelligence peut la suivre pas à pas, et l'œil même s'apercevoir de suite s'il y a erreur.

Aujourd'hui, il y a autant de règles diverses que de solides : une pour le prisme ou cylindre, une pour la pyramide ou le cône, une autre pour le tronc de cône ou de la pyramide, une troisième pour la sphère, puis trois autres pour le segment, la zone et l'onglet de ce corps, encore une pour le sphéroïde, avec des formules additionnelles et en nombre égal pour le segment, le tronc, l'onglet, suivant que le plan coupant est parallèle ou incliné au petit ou au grand axe ou à un diamètre quelconque du solide. Combien d'autres formules différant toujours l'une de l'autre et chacune d'elles de toutes celles déjà énumérées, lorsqu'il s'agit d'en venir au volume d'un conoïde parabolique droit ou incliné, d'un segment de fuseau circulaire, elliptique, etc., d'un onglet de cylindre, de cône, de conoïde ou de fuseau. Eh bien! on peut aujourd'hui mettre de côté toutes ces règles, toutes ces formules variées qu'il est impossible de retenir dans la mémoire et pour lesquelles il faut toujours avoir un livre à sa disposition; on peut mettre de côté toutes ces formules avec les livres qui les contiennent, et armé du nouveau système s'attaquer à un solide quelconque pour en évaluer le contenu à l'aide d'une toute petite règle que l'on retient comme son *pater*, savoir: "à la somme des surfaces des bases opposées, ajouter quatre fois la surface intermédiaire et multiplier le tout par la sixième partie de la hauteur du solide."

Le calcul se réduit, dans tous les cas, d'après le système de l'auteur, à celui des surface des bases opposées et de celle de la section médiane ou intermédiaire, et c'est précisément à cette fin que doit servir le tableau dont il s'agit, où l'on verra de suite la forme du solide, la nature des surfaces qui lui servent de bases, et au moyen d'un trait ou ligne, la nature et les dimensions de la section, surface ou coupe à demi-distance entre les bases ou extrémités opposées du solide à estimer. C'est ainsi que l'on verra que dans la pyramide, le cône, le conoïde, le segment de sphère ou de sphéroïde, la surface supérieure se réduit à zéro ou est nulle, tandisque dans la sphère, le sphéroïde et certains prismoïdes, chacune des surfaces opposées devient nulle, ce qui réduit alors le calcul à multiplier 4 fois la surface de la section médiame par la sixième partie de la hauteur du solide.

La formule est mathématiquement exacte pour les prismes et prismoïdes, cylindres et cylindroïdes droits ou inclinés, pyramides régulières ou irrégulières et les troncs de ces solides entre bases parallèles, pour le cône droit ou oblique et son tronc entre bases parallèles, pour la sphère, calotte et zone sphérique, pour le sphéroïde et tout segment, zone ou tronc de corps séparé du solide entier par un plan incliné d'une manière quelconque aux axes ou diamètres, ou compris entre deux plans parallèles quelconques, pour les conoïdes parabolique et hyperbolique droits ou inclinés et les troncs de ces solides compris entre plans parallèles; et ces divers solides constituent dans leur ensemble la presque totalité des solides élémentaires que l'on puisse être appelé à évaluer.

Il n'y a que pour les fuseaux seuls et certains onglets de ces corps et des autres solides que la formule n'est pas mathématiquement correcte, et encore peut-on même dans ces derniers cas arriver à des résultats plus certains, plus satisfaisants au moyen de la formule générale qu'on ne saurait le faire par aucun des autres moyens auxquels on a d'ordinaire recours dans la pratique. Il suffit pour cela de décomposer le demi-fuseau ou tronc de ce solide en deux ou au plus en trois parties par des coupes ou plans parallèles aux bases et d'appliquer la formule séparément à chacune de ces parties pour arriver à un résultat très voisin de l'exactitude parfaite, et de même pour les onglets de prismes et prismoïdes, de pyramides, cônes, conoïdes et fuseaux, de sphère et de sphéroïdes et les troncs de ces onglets entre bases parallèles, de partager le solide en 2, 3 ou 5 parties au plus pour appliquer ensuite séparément la formule à chacune des tranches composantes, comme il est d'ailleurs évidemment nécessaire de le faire pour le cubage des solides composés tels que la chaloupe, le bateau, le navire et autres formes analogues, composées qu'elles le sont dans tous les cas de quelques-unes des formes élémentaires que l'on trouvera parmi les modèles du tableau.

Et dans la plupart des cas, cette subdivision même du solide en 2, 3 tranches composantes, sera inutile, puisque pour les onglets de prismes, de cylindres, de pyramides et de cônes, l'erreur maximum entre le volume réel et celui obtenu par la formule proposée ne dépasse pas d'ordinaire un .005 ou un demi pour cent, comme on le fera voir.

Que l'on considère aussi l'immense avantage d'un pareil tableau pour la seule nomenclature des corps. Cela rend maintenant possible aux élèves les moins avancés des colléges, couvents et autres écoles une étude qui leur était auparavant interdite. En effet, pour saisir sur le papier et comprendre la représentation graphique d'un corps, il faut connaître préalablement le dessin, la perspective qui ne s'acquiert d'ordinaire que par les élèves avancés et dans les dernières années de collége; tandis qu'aujourd'hui le plus jeune, le moins avancé pourra détacher le modèle du tableau, le tenir, le manipuler; le Maître ou Professeur, la Religieuse ou Maîtresse lui en dira le nom et lui en fera voir un exemple dans les mille et un objets et besoins de tous les jours.

Ce que peuvent représenter les divers modèles du Tableau.

Le tronc de cône droit ou renversé sera suivant le cas, la représentation d'une tour, d'un phare, etc., d'un verre à boire, d'un saloir, d'une tinette à beurre, d'un seau, d'une auge ou cuve ordinaire ou comme on en voit dans les brasseries et ailleurs; le cône plat ou surbaissé fournira l'idée d'un couvercle ou d'un fond de chaudière, d'un toit, etc.; la pyramide sera l'image d'un clocheton, d'une flèche de clocher, etc.: le conoïde droit, la calotte de sphère ou de sphéroïde sera un dôme plus ou moins élevé ou surbaissé pendant que le même solide en le renversant présentera à l'imagination un bassin, un réservoir, un vaisseau comme il s'en trouve dans la cabane à sucre, la distillerie ou autre manufacture.

Le conoïde incliné et renversé, la calotte ou le segment de sphéroïde également incliné et renversé sera la représentation, l'image de l'espace occupé par une liqueur, un liquide, un fluide quelconque au fond d'un vaisseau auquel on aura donné pour une raison ou une autre une inclinaison quelconque. Le prisme, le prismoïde, sera de même le modèle de ces mille et une toitures simples ou compliquées qui couronnent nos habitations domestiques, nos édifices publics, nos palais. Le toit de la lucarne ordinaire sera, si il est en croupe, un prisme triangulaire oblique ou incliné; s'il ne l'est pas ce sera le tronc de prisme, et le corps de la lucarne sera indifféremment suivant l'aspect sous lequel on l'envisagera, un prisme droit triangulaire, ou un onglet de prisme quadrangulaire.

Parmi les prismoïdes l'on trouvera encore le plançon, le tronc d'arbre en grume, le déblais et remblais de la voie ferrée, le réservoir, le quai, le pilier, la tente à camper, l'ouverture ébrasée ou non d'un chassis, d'une porte, niche ou meurtrière dans la muraille. Le quart de sphère ou de sphéroïde, la demi-calotte sera la voûte du rond point d'une église, ou d'une salle terminée de la même manière. La sphère entière, le sphéroïde sera la bille de billard, la boule de clocher, la Terre que nous habitons, la Lune, le Soleil, les Planètes. En un mot, l'on trouvera sur le tableau, et l'on maniera à volonté, afin de l'envisager sous tous les aspects possibles, le modèle de chacune des formes élémentaires qu'il soit possible de concevoir.

Les bases, faces latérales, sections centrales ou intermédiaires des modèles du tableau offrent aussi à l'appréciation de l'élève dans l'étude préalable du toisé des surfaces, la représentation de chacune des figures planes et de toutes espèces de surfaces cenvexes ou concaves soit à simple ou à double courbure :

Le carré, rectangle, lozange, parallélogramme, trapèze, quadrilatère—le triangle équilatéral, isocèle, scalène, rectangle, acutangle, obtusangle—le polygone régulier et irrégulier—le cercle, demi-cercle, quart de cercle, recteur, segment, zone, lune, l'anneau concentrique, excentrique—l'ellipse, demi-ellipse, segment d'ellipse moindre, plus grand que la moitié—les autres sections coniques, parabole, hyperbole—le triangle sphérique équilatéral, tri-rectangle, tri-obtusangle, la calotte ou segment, zone, lune sphérique—segments et zones, etc., d'ellipsoïdes allongés et aplatis, etc.

Le tableau aura pour effet d'intéresser l'élève et de rendre attrayante une étude jusqu'à présent aride et à peu près impossible. On pourra au moyen du tableau et de la formule générale enseigner la stéréométrie, c'est-à-dire, la nomenclature, les propriétés et le toisé des corps dans les écoles, même élémentaires, où on aura d'abord enseigné assez de géométrie pour mettre les élèves en mesure de déterminer la surface d'une figure plane quelconque, puisque le système proposé réduit en réalité le toisé des corps ou volumes à ce seul travail ; ce qui reste à faire n'étant qu'une addition des surfaces ainsi trouvées et la multiplication de leur somme par la sixième partie de la hauteur du solide.

LA FORMULE.

La formule prismoïdale, proprement dite, n'est pas nouvelle ; puisque déjà et depuis longtemps on en fait quelquefois l'application au calcul des terrassements et déblais de voies ferrées, etc. ; mais on ne semble pas avoir jamais eu l'idée de se servir de cette règle pour toiser, par exemple, un tronc de pyramide ou de cône, un conoïde ou un segment de sphéroïde incliné à son axe, un tronc d'ellipsoïde entre bases parallèles inclinées à l'axe sous un angle quelconque et en général la plupart des solides du tableau, et l'eût-on fait d'ailleurs que cette formule ne serait jamais devenue d'une application générale dans la pratique ou dans l'enseignement sans le tableau, pas plus que la vapeur sans l'engin, l'électricité sans le télégraphe.

L'auteur a à partager avec d'autres l'honneur de cette découverte pour un certain nombre de solides auxquels on en a démontré l'application, quoique d'une manière plus ou moins directe et variée; mais en cela il est en bonne compagnie et peut-être même doit-il s'en féliciter puisque ce sont autant d'adhésions à l'appui de sa thèse et pas plus il ne doit s'en contrarier que Leverrier et Adams au sujet de "Neptune," Newton et Leibnitz à l'endroit des "fluxions."

"Il est bien clair, dit le Révd. Mr. Billion, dans sa lettre à Mgr. Larocque, que l'auteur n'exige pas qu'on fasse usage de sa formule dans une foule de cas, où une expression plus simple peut la remplacer."

Il y a bien en effet, non pas une foule de cas, mais trois ou quatre cas, où l'on peut remplacer la formule générale par une expression plus simple; mais ces expressions simplifiées découlent directement et sans effort de la formule générale.

Peu de personnes ont saisi en ceci toute la pensée de l'auteur, à l'endroit de la nécessité, l'avantage d'une seule et même formule pour tous les solides possibles. Mais qu'on lise plutôt la lettre suivante de Mr. le professeur Lafrance, et l'on admettra de suite la sagesse de ses remarques.

Québec, 11 *Décembre* 1871.

A. Mr. C. Baillairgé,

Monsieur,

" ....

"Quant à l'exactitude de la formule, nul ne saurait en douter puisque en la promulguant, comme vous l'avez fait dans votre traité de 1866, vous avez vous-même donné toutes les preuves nécessaires à l'appui.

"Quant au prisme ou cylindre, tout d'abord, (article 1254 de votre traité) si l'on objecte que pour ces solides au moins, votre formule loin d'offrir aucun avantage, ne fait que compliquer le calcul; je répondrai qu'il n'en est pas ainsi, puisque dans ce cas, cette formule se réduit de suite à la règle ordinaire. Ainsi l'élève qui a déjà appris que toute section d'un prisme ou d'un cylindre par un plan parallèle à la base est une figure semblable et égale à la base, se dira de suite : " Mais, la somme des bases, plus 4 fois la section intermédiaire, vaut 6 fois la base, et 6 fois la base multipliée par la 6me partie de la hauteur revient tout simplement à multiplier une fois la base par toute la hauteur " ; et en effet, c'est le cas. Or, en conservant la formule, même pour le prisme et le cylindre, cette formule reste générale pour tous les solides et exempte d'apprendre ou de retenir dans la mémoire une seule formule additionnelle ; car enfin, c'est là l'immense avantage du système que vous proposez " une seule et même formule " pour tous les solides possibles, et du moment que vous en introduisez une seconde, voire même une troisième pour la pyramide et le cône, une quatrième pour le paraboloïde dont le cubage par les règles ordinaires paraît plus simple que par la vôtre ; dès lors, vous introduisez la confusion dans l'esprit de l'élève, du mesureur ; dès lors il y a danger de confondre ces règles, de prendre l'une pour l'autre, de les oublier toutes ou ne pas les retenir dans la mémoire et de nécessiter par là même un livre de renvoi, ce dont votre système dispense entièrement.

" D'ailleurs, pour la pyramide ou le cône, comme vous le dites (1525 de votre Géométrie) la surface de la section intermédiaire est le quart de celle de la base ; or $\frac{1}{4} \times 4 = 1$ et $1 + 1$ font 2, et l'on voit de suite que la sixième partie de 2 est la même chose que le tiers de 1, d'où il suit que la formule générale ramène immédiatement à la règle ordinaire et cela sans qu'il soit nécessaire de connaître d'avance cette règle.

" Encore, que le prisme, le cylindre, la pyramide, le cône, comme il arrive dans la pratique, soient tant soit peu convexes ou concaves, où en serions-nous avec les règles ordinaires, tandis que au contraire dans ce cas votre formule est la seule qui puisse cuber exactement le corps dont il s'agit, et pour la futaille, tronc central de fuseau (1574), le paraboloïde (1564), que sa paroi latérale soit (rem. page 697) le moins du monde trop ou trop peu convexe ou bombée, la règle ordinaire qui consiste à multiplier sa base par sa hauteur et à prendre la moitié, donnera un volume ou trop fort ou trop faible. Comment donc arriver dans ce cas à la vérité, sinon par votre formule qui, comme dans le cas de la futaille, fait entrer dans le calcul, le sinus verse (ou à peu près) du plus ou moins de renflement du corps à cuber, c'est-à-dire, l'élément même qui concourt à en faire varier le volume.

" Je viens d'indiquer les articles ou alinéas de votre traité où on trouve la preuve de l'exactitude de la formule pour les corps ci-dessus mentionnés ; eh bien, l'article 1561 en fait foi aussi dans le cas du sphéroïde ou ellipsoïde allongé ou applati,—1562, pour le segment de ce solide,—1566, pour l'hyperboloïde, et de 1581 à 1592 pour le prismoïde en général.

" Le fait est que trop peu de personnes encore se sont donné la peine d'examiner votre livre, tant est grande la tendance chez nous à rester toujours dans l'ornière de la vieille routine. En effet on a été 20 ans à substituer au calcul des louis, chelins et deniers, le calcul décimal infiniment plus simple et plus expéditif des piastres et centins ; on en sera bien encore 10 à apprécier votre œuvre, à introduire votre formule, votre tableau tout indispensable qu'il soit, dans l'éducation générale de ce pays.

" Je crois fermement cependant (et c'est trop souvent le cas, si peu on est prophète dans son pays) qu'on saura de suite vous apprécier à l'étranger et je ne doute pas qu'aussitôt votre tableau connu aux Etats-Unis et en Europe, où, me dit-on, vous avez déjà eu le bon esprit de faire breveter votre invention ; je ne doute pas, dis-je, qu'aussitôt vous aurez lancé votre prospectus à l'Etranger, aussitôt vous aurez des commandes et en grand nombre pour l'introduction du tableau dans toutes les Universités, écoles et autres institutions destinées à l'enseignement non-seulement de la jeunesse, mais aussi de l'âge mûr chez tous les peuples. "

" C. J. L.-LAFRANCE,
" Professeur. "

Voici maintenant ce que dit de la formule, Mr. R. Steckel, mathématicien distingué d'Alsace, France :

" Ayant eu occasion de vérifier votre formule quant à son exactitude—relativement à différentes espèces de corps, j'ai trouvé qu'en effet, tel que vous le dites en d'autres termes, elle est applicable rigoureusement à tous les polyèdres sans exception, de même qu'à tous les solides engendrés par la révolution des courbes du second ordre autour de l'un ou de l'autre de leurs axes principaux ainsi qu'aux segments de ces solides, quelle que soit la direction du plan de section.—En cela on pourrait ajouter à votre prospectus, il me semble, qu'en général la règle est applicable d'une manière rigoureusement exacte :

" 1° A tous les solides engendrés par la révolution d'une ligne droite autour des deux plans parallèles l'un à l'autre définis en étendue par des contours limitrophes de forme quelconque, peu importe les variations du rapport entre les vitesses respectives des deux extrémités de la ligne mouvante.

" 2° A tout solide engendré par un plan à contour défini qui se meut avec une vitesse constante en ligne directe d'un point à un autre, pendant que sa surface varie d'une manière correspondante comme le carré de la corde génératrice d'une zone de section conique quelconque.

" Pour ce qui regarde les solides engendrés par des courbes régulières d'un ordre plus élevé que les sections coniques, il est d'ordinaire assez facile de les subdiviser, avec une exactitude plus que suffisante pour toutes les fins pratiques,—de manière que les solides partiels résultants puissent être classés dans l'une ou dans l'autre des deux catégories de solides que je viens de décrire.

" De plus, à part de certaines espèces d'onglets de solides élémentaires, je ne vois guère de corps de formes régulières qui puissent se rencontrer dans la pratique du mesureur ou du jaugeur ou qui soient en usage dans les arts et métiers pour lesquels une subdivision répétée au delà de deux ou trois fois soit nécessaire; et quant aux onglets biscornus il vous sera facile d'y référer dans le traité qui accompagnera le tableau.

" J'ai trouvé très-commode, un de ces jours passés, d'appliquer la règle à un tronc de conoïde hyperbolique engendré par la révolution d'une hyperbole du 5ème ordre autour d'une de ses asymptotes, en procédant par subdivison, dans le but de vérifier le degré de précision apporté à la construction d'un ajutage convergent en cuivre ayant cette forme particulière que j'ai employé dans une expérience hydraulique."

Mr. Steckel, après avoir prouvé l'exactitude mathématique de la formule pour tous les corps mentionnés par l'auteur dans son prospectus, a fait de longues et difficiles analyses à l'endroit de l'application de la formule aux onglets de cylindre, de cône, de conoïdes, et de sphéroïdes, etc., et a démontré qu'en effet, tel que l'auteur le dit, l'erreur maximum pour ces solides, qui d'ailleurs se rencontrent très rarement dans la pratique du mesureur, ne dépasse par d'ordinaire .005 ou la moitié de un par cent; quand on toise le corps d'un seul trait, et que cette erreur petite qu'elle soit, s'élimine facilement et devient nulle, pour ainsi dire, en subdivisant l'onglet, le demi-tronc de fuseau, en deux ou tout au plus en trois parties, à chacune desquelles on applique séparément la formule, pour faire ensuite la somme des parties composantes.

" La formule. dit le Révd. Mr. Billion, mathématicien du Séminaire de St. Sulpice, Montréal,) s'applique à toute une série d'autres corps dont l'auteur n'a point parlé, et j'entends ici des corps auxquels la formule s'applique exactement: en effet, supposons un quelconque des corps mentionnés par l'auteur, soit par exemple un tronc de pyramide. On peut considérer ce corps comme formé par la juxtaposition d'une infinité de plans parallèles aux deux bases. Maintenant, supposons tous ces plans enfilés d'une base à l'autre par une ligne quelconque droite ou courbe, et susceptible de se courber, ou plier d'une manière quelconque. En inclinant, ou pliant, ou courbant, ou tordant cette espèce de directrice, on entraînera dans le même sens toutes les tranches du dit corps, et on aura un nouveau corps de mêmes bases et de même hauteur que le premier, parfaitement équivalent en volume, mais courbé suivant un arc de cercle, de parabole, ou d'une courbe sous loi quelconque, ou plié selon un angle quelconque, les tranches demeurant toujours dans le même plan. Si la direction est contournée en hélice, et que la base soit un cercle, on aura une colonne torse, etc., etc. Voilà donc une multitude de corps auxquels la même formule s'applique, par la raison qu'ils sont équivalents aux premiers.

" L'auteur démontre sa formule comme rigoureusement exacte pour un grand nombre des corps énoncés, et comme aussi approximative qu'on voudra pour ceux auxquels elle ne s'applique pas d'une manière absolument rigoureuse. J'ai vérifié soigneusement la démonstration de la formule pour les 1ers corps, ceux auquels elle s'applique rigoureusement. La proposition et la démonstration sont *exactes et vraies* dans tous ces cas.

" Quant aux autres corps, il est vrai que plus on multipliera les sections, suivant le besoin, plus l'approximation sera proche de la vérité. "

" Dans les ouvrages publiés jusqu'à présent sur le *Toisé des Solides*, on trouve, dit Mr. Blain, une foule de règles différentes pour évaluer le volume des solides formés par la révolution d'une courbe du second ordre autour de son axe. Ces règles, desquelles résultent autant de formules, il faut les retenir, c'est-à-dire surcharger sa mémoire sans être bien sûr qu'elle vous sera fidèle au moment où vous aurez besoin de telle ou telle formule. La formule de M. Baillairgé est *générale* et dispense le praticien de ce pénible effort.

" De plus, cette formule est applicable lorsqu'une courbe engendre un solide en tournant autour d'un axe qui n'est pas le sien, et voilà un cas qui a rarement, qui n'a presque jamais été prévu par les auteurs qui ont écrit sur la matière et dont le défaut général, sans vouloir faire injure à leur profonde science, a été d'avoir toujours trop en vue la théorie au détriment de la pratique.

" J'ai constaté, avec M. Steckel, qu'on ne fait pas mention, dans la majeure partie des *Toisés*, d'un sphéroïde coupé par un plan dans une direction oblique à ses axes, cas prévu par M. Baillairgé, no. 1,560 de son *Traité.* On ne parle pas non plus d'un paraboloïde dans 'es mêmes conditions, (1,564), et encore moins d'un hyperboloïde, (1,566).

" Les jaugeurs, en particulier, peuvent tirer un parti énorme de la formule de M. Baillairgé, puisque la grande majorité, on pourrait presque dire la totalité des tonneaux, barils, bouilloires, chaudières, réservoirs, etc., et tous les vaisseaux employés habituellement à contenir des liquides, ne sont autre chose que des troncs de fuseaux circulaires, hyperboliques, paraboliques ou elliptiques, des sphéroïdes ou troncs des sphéroïdes, calottes sphériques, paraboloïdes, hyperboloïdes, troncs de cônes et de conoïdes à surfaces concaves ou convexes, etc.

" La formule de M. Baillairgé dispense aussi le praticien de déterminer à quelle espèce de solide appartient celui qu'on se propose de mesurer, opération qui est sujette à bien des erreurs dans la pratique.

" Enfin, la même formule donne le moyen de trouver la quantité de liquide contenue dans un vase seulement en partie plein, dans quelque position que se trouve ce vase et sans avoir besoin de changer sa position, (1,577, 1578, etc.)

" Je dépasserais de beaucoup les limites d'un article de journal, si je voulais énumérer tous les avantages de la *découverte* faite par M. Baillairgé, car c'est réellement une découverte importante qui honore et l'auteur et son pays.

" Je le dis franchement, j'ai d'abord douté de l'exactitude des calculs de M. Baillairgé, et, avant d'exprimer une opinion, j'ai refait moi-même les calculs, puis consulté des hommes habiles et versés dans la pratique. Je ne fait que consigner ici leur opinion qui sera confirmée plus tard par tous ceux qui emploieront le nouveau système de mesurage."

Pour ce qui est maintenant, de l'exactitude des résultats que donne la formule dans le cas des troncs de faseaux par exemple et des vaisseaux de capacité de cette sorte, comparée à celle que donnent les règles ordinaires, l'auteur ne saurait mieux faire que de publier au long les remarques censées de M. le professeur Gallagher à ce sujet On y verra aussi la somme de travail dans les deux cas.

Quebec, 9 Décembre 1871.

" Nul doute que cette formule est mathématiquement correcte appliquée à tous les solides que vous énumérez dans votre prospectus. C'est d'ailleurs ce que vous avez parfaitement démontré dans votre précieux ouvrage sur la Géométrie et le mesurage, publié en 1866. C'est ce que M. Steckel a promptement fait voir de la manière la plus concise dans la lettre qu'il vous a adressée à ce sujet, pour ne rien dire des lettres des R. R. MM. Méthot et Maingui, de la part des professeurs de Mathématiques du Séminaire de Québec et de l'Université Laval, où les expressions "étonné" "enchanté" montrent suffisamment la haute opinion qu'ont de votre découverte ces juges compétents. Mais, dans mon opinion, vous n'insistez pas suffisamment sur la grande valeur, les avantages manifestes et multipliés de votre règle appliquée aux fuseaux, dont les troncs centraux se rencontrent tous les jours et dans toutes les parties du monde civilisé sous les mille et une forme de futailles de toutes les grandeurs et de toutes les espèces que l'on puisse concevoir; et la nécessité de mesurer ces objets avec promptitude à cause de leur nombre, et avec exactitude à cause de la nature généralement précieuse de leur contenu, rend une règle simple, facile, et commode, comme celle que vous proposez maintenant, de la première importance pour l'humanité.

" Maintenant, Monsieur, que votre règle embrasse ces précieuses qualités requises, permettez-moi de la comparer, dans son opération et ses résultats avec les règles données par quelques-uns de nos meilleurs mathématiciens et de nos meilleurs auteurs tels que Bonnycastle par exemple, voir l'édition de son traité de mesurage, du Rév. E. C. Tyson, page 147.

Problême XXVII (pour exemple.)

" Trouver la solidité du tronc central d'un fuseau elliptique ; sa " longueur, ses diamètres au centre et au bout étant donnés ; le dia- " mètre qui se trouve à égale distance du diamètre du milieu et de " celui du bout étant aussi connu."

Règle. " 1° de la somme de trois fois le carré du diamètre du " centre, et le carré du diamètre du bout, ôtez quatre fois le carré du " diamètre qui se trouve entre celui du milieu et celui du bout, et de " quatre fois le dernier diamètre ôtez la somme du plus petit dia- " mètre et trois fois celui du centre, et $\frac{1}{2}$ du quotient provenant de " la division de la première différence par la dernière donnera la *dis- " tance centrale.*

" 2° Trouvez les axes de l'ellipse par le Problême II, et la sur- " face du segment elliptique, dont la corde est la longueur du tronc, " par le Problême V.

" 3° Divisez trois fois la surface ainsi trouvée par la longueur du " tronc, et du quotient soustrayez la différence entre le diamètre du

" centre et celui du bout, et multipliez le reste par huit fois la dis-
" tance centrale.

" 4° Alors de la somme du carré du plus petit diamètre, et deux " fois le carré de celui du centre, ôtez le dernier produit trouvé, et " cette différence multipliée par la longueur, et ce produit encore par " .261799, etc., donnera la solidité demandée.

" Ici l'esprit s'égare entièrement au simple récit des différentes opérations qu'il faut exécuter (pas moins de 27) et les simples résultats de chacune de ces opérations sans parler des détails des multiplications, des divisions, et d'autres calculs nécessaires pour y arriver, prennent deux pages entières du livre.

" Appliquée, disons à une futaille de 28 pouces de long, le diamètre de la bonde étant de 24 pouces, celui du fond de 21.6 pouces, et le diamètre intermédiaire de 23,40909 pouces, le résultat, comme il est entièrement fait aux pages 148 et 149 du dit livre, donne 11,854¾ pouces cubes bien près, ou 51 gallons et 5 demiards.

" Or, le même exemple, par votre formule donne 11,855.2 pouces cubes, ce qui ne diffère du dernier résultat que de .0000045 ou moins d'un demi-pouce sur environ 12000 pouces, ou la 240ème partie de un par cent d'excédant, la 14ème partie d'une roquille.

Alors non seulement votre formule dans ce cas doit être considérée, sous tous les rapports aussi exacte que celle de Bonnycastle, mais elle l'est réellement plus dans la pratique ; car, même si l'erreur en excédant atteignait le maximum de .005 ou de ½ de un par cent, où est le mesureur pratique ou jaugeur qui, pour la considération d'une pinte sur un baril de 50 gallons, ou d'un pot par tonneau, voudrait, pourrait passer des heures de son temps à calculer par l'ancienne méthode ce qu'il peut faire avec plus d'exactitude et en moins de deux minutes par la nouvelle ; car chaque marchand vous dira que dans le jaugeage pratique du baril il y a généralement une erreur en plus ou en moins de un à deux gallons par barrique.

" Et même on ne pourrait arriver à cette exactitude comparative de l'ancienne méthode qu'en prenant toutes les décimales, ce que personne ne voudrait faire par suite de l'immense travail des calculs ; tandis que par la nouvelle formule, en raison de sa grande simplicité et de sa concision, toutes les décimales peuvent facilement être prises, et il ne résulte aucun inconvénient si l'on néglige quelques-unes des dernières puisque le résultat, comme je l'ai démontré ci-dessus est, (et pour les formes convexes est toujours, quoique très-légèrement) en excédant du véritable contenu.

" J'ai tort cependant en disant que l'erreur maximum, par votre règle, dans le jaugeage des barils, est de .005 ou de la moitié de un par cent, et vous ne le dites pas non plus dans votre prospectus ; au contraire vous montrez de la manière la plus satisfaisante, aux pages 708, 709 de votre dit traité, dans les nombreux exemples que vous donnez et que vous complétez, les comparant dans chaque cas avec les résultats donnés par les règles de Bonnycastle, que l'erreur maximum en excédant ne dépasse pas, dans votre premier exemple et votre second, $\frac{1}{4}$ de un par cent ou d'une pinte par tonneau ; dans l'exemple 8 c'est $\frac{1}{5}$ de 1 par cent ; l'exemple 10 donne pour l'erreur maximum $\frac{1}{6}$ de 1 par cent ; l'exemple 5 donne $\frac{1}{7}$ de 1 par cent ; les exemples 4 et 12 (2), $\frac{1}{10}$ de 1 par cent ; l'exemple 9, $\frac{1}{16}$ de 1 par cent ; les exemples 2 et 12 (1 et 3) $\frac{1}{20}$ de 1 par cent ; et l'exemple 7, $\frac{1}{40}$ de 1 par cent ; et ces exemples comprennent toutes les variétés et toutes les grandeurs de barils circulaires, elliptiques et paraboliques, c'est-à-dire des trois variétés que l'on rencontre généralement dans la pratique.

" Mais en appuyant sur la formule, je m'aperçois que je n'ai encore rien dit du si important " Tableau Stéréométrique " sans lequel, comme vous le remarquez avec tant d'apropos, la règle serait presque aussi inutile pour l'enseignement du mesurage dans les écoles, sinon dans la pratique, que la vapeur sans l'engin, ou l'électricité sans le télégraphe.

" Votre tableau, en dehors du simple mesurage des corps, possède beaucoup d'autres avantages, comme vous les énumérez dans votre prospectus, et sur lesquels il est inutile pour moi d'appuyer, vu que je concours entièrement dans tout ce que vous en dites ; quoique je crois que vous auriez pu insister encore plus sur l'avantage d'un pareil tableau dans l'étude d'un élève architecte, bien plus d'un architecte de profession, qui parmi ces modèles, trouverait celui de toute forme ou proportion convenable de toit, de dôme, etc., dont il puisse être appelé à faire le dessein ; de l'Ingénieur Civil qui y trouverait toutes les descriptions des prismoïdes qu'il puisserencontrer dans les déblais ou remblais pour les chemins de fer, les canaux, les docks, etc., ou dans les jetées, piliers et culées de ponts ou autres constructions ; de l'Ingénieur Mécanicien qui y trouverait toutes les variétés de bouilloires, chaudières ou autres vaisseaux et les parties constituantes de toutes espèces de mécanisme "

J. Gallagher.

CLEF

DU

TABLEAU STÉRÉOMÉTRIQUE BAILLAIRGÉ.

NOUVEAU SYSTEME DE TOISER

TOUS

LES CORPS—SEGMENTS, TRONCS ET ONGLETS DE CES CORPS

PAR UNE SEULE ET MÊME RÈGLE

(**1**) Il est utile de recueillir et de présenter sous une forme succincte les diverses formules ou règles qui ont trait au calcul des surfaces et volumes des divers corps et figures dont il a été jusqu'ici [1] question. Un ensemble de cette sorte permettra de référer plus aisément à ces règles, pour y trouver d'un coup-d'œil celle dont on aurait besoin, eu égard au problème à résoudre, et quelques exemples pratiques des divers cas mettra l'élève plus au fait du procédé à suivre pour arriver au résultat voulu.

(**2**) Déterminer une surface ou un volume, c'est comme on l'a vu (**333** et **1014 G.**[2]) trouver le nombre de fois que cette surface ou volume contient une autre surface ou volume que l'on prend pour unité

---

1. ("Nouveau traité de géométrie et de trigonométrie rectiligne sphérique, etc.," par le même auteur.)

2. Remarque.—Les nombres en caractère noir et entre parenthèse, comme (333 et 1014 G.), (24 G.), (1018 G .), etc., renvoyant au "nouveau traité de géométrie et de trigonométrie rectiligne et sphérique, etc.," par le même auteur, et les nombres aussi en caractère noir et suivis d'un T., au traité actuel où les numéros correspondants des paragraphes, alinéas ou articles ont trait à la définition, démonstration ou solution, suivant le cas, de la chose énoncée dans le traité dont il s'agit.

de mesure (**24 G.**) Ainsi, quand on dit qu'une toise carrée contient 36 pieds carrés, il faut entendre que l'unité de mesure est le pied carré et que cette unité est contenue 36 fois dans la toise carrée, la toise linéaire étant de 6 pieds, et $6 \times 6 = 36$. De même, si la toise cubique, contient 216 pieds cubes, c'est que le pied cube est dans ce cas l'unité prise pour mesure et que cette unité est contenue 216 fois dans la toise, laquelle étant de 6 pieds linéaires, son volume est (**1018 G.**) $6 \times 6 \times 6 = 216$; et si le mètre cubique contient 1000 déci-mètres cubes, c'est que l'unité de mesure est le déci-mètre et que $10 \times 10 \times 10 = 1000$.

(**3**) L'unité de mesure qu'il convient d'employer est d'ordinaire le carré ou le cube (suivant le cas) dont le côté est (**333** et **1014 G.**) l'unité linéaire qui a servi à établir les dimensions linéaires de la figure à estimer; mais il est clair que rien n'empêche d'estimer en mètres ou en verges carrés la surface d'une figure dont les dimensions seraient exprimées en pieds ou en pouces, etc.; et de même il sera indifférent d'exprimer en pieds cubes, en mètres ou en toises, etc., le contenu d'un corps ou solide dont les dimensions linéaires seraient données en verges, en pieds ou en pouces, etc., faisant attention seulement aux réductions nécessaires pour traduire les éléments donnés en éléments d'un autre nom, c'est-à-dire, d'une valeur différente.

(**4**) La formule de l'auteur, pour trouver d'un trait, ou par décomposition, le volume d'un corps quelconque, est comme suit :

" *A la somme des surfaces des bases ou extrémités opposées et pa-*
" *rallèles du corps à évaluer, ou de l'une, quelconque, de ses tranches com-*
" *posantes, ajouter quatre fois la surface d'une section parallèle à ces*
" *bases et située à mi-chemin entre elles, et multiplier ensuite la somme*
" *de ces surfaces par la sixième partie de la hauteur ou longueur du*
" *solide.*"

(**5**) Le nouveau système ne comporte donc que le seul toisé de certaines surfaces et sections du corps sous considération, puisque une simple addition de ces surfaces et la multiplication de leur somme par la hauteur ou longueur du solide, pour prendre ensuite la sixième paroi du résultat.

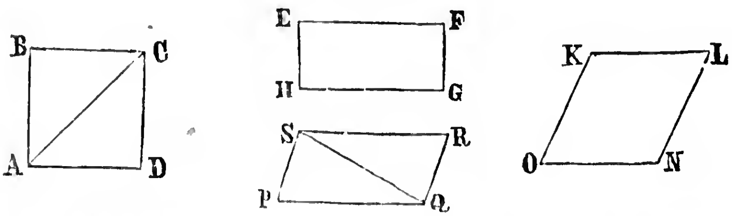
(**6**) Mais on a souvent à évaluer une surface indépendamment de toute considération ayant trait au volume du corps dans cette surface forme la paroi totale ou partielle.

Pour ces diverses raisons, il convient donc de s'arrêter tout d'abord au

TOISÉ DES SURFACES.

PROBLÈME I.

Déterminer la surface d'un carré, rectangle, losange, rhombe ou parallélogramme quelconque [1]



(7) **REGLE I.** *Multipliez la base* (**182 G.**) *par la hauteur* (**180 G.**) *et le produit sera la surface voulue* (**333** et **341 G.**)

Ex. 1. Quelle est la surface d'un carré dont le côté mesure 204.3 pieds ? **Rep.** 41738.49 pieds carrés.

2. Quel est le nombre de *carrés* (le *carré* est de 10 × 10=100 pieds carrés) dans un plancher, plafond, colombage, lambris, couverture, etc., rectangulaire, dont la longueur = 60 pieds et la largeur 35 pieds ? **Rep.** 21.

3. Quelle est la superficie d'un parallèlogramme dont la base égale 12.25 et la hauteur 8.5 ? **Rep.** 104.125.

4. Combien de verges carrées de peinturage, dans un rectangle dont la base est de 66.3 pieds et la hauteur 33.3 pieds ? **Rep.** 245.31.

5. Déterminer la superficie d'une planche rectangulaire dont la longueur est $12\frac{1}{2}$ pieds, et la largeur 9 pouces ? **Rep.** $9\frac{3}{8}$ p. c.

---

1. Voir les faces composantes et les sections ou coupes parallèles des prismes et autres modèles du *tableau*. Ces figures se rencontrent partout dans la pratique du mesureur, géomètre, arpenteur, toiseur, etc. ; ainsi, le parquet, plancher, ou plafond, ou l'un des pans d'un appartement ou d'une pièce quelconque sera d'ordinaire un carré ou un rectangle. Il en sera de même d'une porte ou d'une fenêtre dont une partie au moins sera rectangulaire, et l'on retrouvera encore cette figure dans la surface développée d'une joue de porte, de fenêtre ou de toute autre ouverture qui serait cintrée sans être ébrasée ; ainsi que dans le développement du pourtour d'une pièce ou d'un appartement quelconque dont le plan serait un cercle ou toute autre figure curviligne et dont il sera toujours facile d'obtenir avec assez d'exactitude les dimensions curvilignes à l'aide d'un ruban, si la surface à estimer est convexe, ou au moyen d'une tringle assez mince pour pouvoir s'ajuster à la surface concave à estimer. Pour ce qui est du parallèlogramme oblique-angle, on rencontrera souvent de ces surfaces à l'endroit de deux courses superposées d'escaliers de même inclination. Les subdivisions des territoires en cantons, lots et parcelles, affectent aussi pour la plupart des figures de cette sorte.

6. On demande le nombre de verges carrées de tapisserie nécessaire pour couvrir un parallélogramme, dont la base est de 37 pieds, et la hauteur de 5 pieds 3 pouces ? **Rep.** $21\frac{7}{12}$.

7. Combien de pieds carrés de vitrage dans une fenêtre rectangulaire ayant 75 pouces en hauteur sur $37\frac{1}{2}$ pouces en largeur ? **Rep.** $75. \times 37\frac{1}{2} \div 144 = 79$ pieds carrés, $76\frac{1}{2}$ pouces carrés $= 19.\frac{76.5}{144} = 19.53125$ ou $6'.3'' \times 3.'1\frac{1}{2}'' = 19.6\frac{3}{8} = 19.\frac{6.375}{12} = 19\frac{53}{99} = 19.53$ ou $19\frac{1}{2}$ p. c. à peu près.

8. Combien de pouces carrés de dorure faudra-t-il pour couvrir une surface dont la longueur est de 3 pieds 3 pouces et la largeur développée ou périmètre de 13 pouces ? **Rep.** 507.

9. Quel est le nombre de pieds superficiels dans l'ensemble des moulures d'une corniche en pierre, en bois ou en plâtre, etc., dont la longueur est de 60 pieds 7 pouces et la largeur développée ou contour de 3 pieds $3\frac{1}{2}$ pouces ? **Rep.** $199\frac{5}{12}$ (à très-près) p. s.

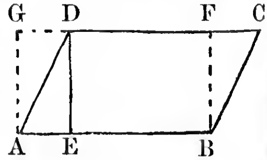
REM. Ces largeurs développées, contours ou périmètres, s'obtiennent au moyen d'un fil ou ruban que l'on ploye autour des diverses moulures, dans une direction perpendiculaire (**996, 998 G.**) à leur longueur.

10. On demande le nombre de verges carrées de vernis sur une porte dont la hauteur est de $7\frac{1}{2}$ pieds et la largeur développée (ou mesure autour de toutes les moulures, etc.) de 3 pieds 11 pouces ? **Rep.** 3 v. c. $2\frac{4.5}{12}$ p. c.$=$ 3 v. c. 2.375 p. c.$= 3.\frac{2.375}{9}$ v. c.$= 3.2639$ v. c., soit $3\frac{1}{4}$ v. c. à peu près.

11. Combien de mètres carrés dans une parcelle de terre ayant 113.75 mètres en longueur sur 10.5 mètres en largeur ? **Rep.** 1194.385.

12. Déterminer en arpents et perches carrés, la superficie d'une terre mesurant 40 arpents, 5 perches en profondeur ou longueur, sur 3 arpents $7\frac{1}{2}$ perches de front ou largeur (10 perches linéaires formant un arpt. lin. et par conséquent 10×10 ou 100 perches carrées, un arpent carré). **Rep.** 151 arp. $87\frac{1}{2}$ perches.

(8) REGLE II. *Faites le produit de deux côtés adjacents du parallélogramme, et multipliez ensuite ce produit par le sinus naturel de l'angle inclus.*



En effet, on a vu (**1131, 1°G.**) que quant $R=1$ la perpendiculaire DE du triangle rectangle AED est égale au produit de l'hypothénuse AD par le sinus de l'angle A ; mais DE est la hauteur du parallélogramme AC, et puisque surf. AC = AB × DE et que DE = AD × sin. A, il est clair alors que surf. AC=AB × AD × sin. A.

Ex 1.—Quelle est la surface d'un rhombe ou losange dont le côté est de 25 chaînes et l'angle inclus de 57° 33'. **Rep.** 25 × 25 = 625, et 625 × .84386 (sin. nat. de 67° 33) = 227.4125 chs. c.

(9) Pour résoudre ce même problème par logarithmes [1] où R = 10, on a (**1229**, 1° **G.**) R. sinus A :: AD : DE ; d'où, DE = $\frac{\text{AD} \times \text{sin. A}}{\text{R}}$; or, surf. AG = AB × DE et en substituant à DE, sa valeur $\frac{\text{AD} \times \text{sin. A}}{\text{R}}$, on obtient pour surface AG, l'expression AB × $\frac{\text{AD} \times \text{sin. A}}{\text{S}}$ ou ce qui est la même chose, surf. AG = $\frac{\text{AB} \times \text{AD}\,\text{sin. A}}{\text{R}}$; c'est-à-dire qu'il faut *ajouter ensemble les logarithmes des deux côtés adjacents et le sinus logarithmique de l'angle inclus ; cette somme, diminuée du log. du rayon, sera le log. de la surface voulue,*

Log. surf. AG =	+log. AB	25.................	1.397940
	×log. AD	25.................	1.397949
	×log. sin. A	57° 33'..............	9.926270
	—log. R	....	10
Log. surf. AG =		....	2.722150

Log. moindre suivant 2.722140 = 527.41 chs. ; la différence entre ce log. et le log. trouvé est 10, auquel ajoutant (**1286 G.**) deux zéros et divisant par 82, on a (à très-près) 22 que l'on ajoute à la droite des chiffres 527.41 déjà trouvés, pour avoir comme auparavant, 527.4122.

Ex. 2. On demande la surface d'une terre dont les côtés sont respectivement de 40½ ar. et de 3 ar. 7½ per. et l'angle inclus 57° 33'.

Rep.............	+log. 40½ ar. ou 405 per.............	2.607425
Log. surf. voulue =	+log. 3 ar. 7½ per. ou 37.5 per......	1.574031
	×log. sin. angle inclus 57° 33'.......	9.926270
	—log. R..........................	10.
Log. surf. voulue =	....	4.107756

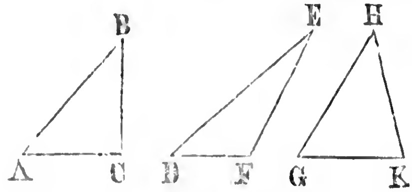
Le log. moindre suivant .107549 correspond au nombre 1281 ; la différence entre ce log. et le log. trouvé est 207 ; ajoutant les 0 et divisant par la dif. (D) 338, on obtient 612426 que l'on écrit (**1286 G.**) à la droite du nombre déjà trouvé 1281 pour avoir 1281612426 ; mais la caractéristique du log. trouvé est 4, ce qui correspond (**1273 G.**) à 5 chiffres d'entiers ; donc le nombre voulu est 12816.12426 perches, ou 128 ar, 16.124 (ou 16⅛) perches, près.

---

1. Pour les tables de Logarithmes, voir le "Nouveau traité de Géométrie et de Trigonométrie, etc.," par le même auteur.

PROBLÈME II.

Trouver la surface d'un triangle. [1]



1ER CAS.

Quand la base et la hauteur sont données.

(10) **REGLE.** *Multipliez la base par la hauteur et prenez la moitié du produit. Ou, multipliez l'une de ses dimensions par la moitié de l'autre* (**344** ou **348 G.**).

Ex. 1. Quelle est la surface d'un triangle dont la base est 625 et la hauteur 260 ? **Rep.** 162500.

2. Combien de verges carrées d'enduits dans une surface triangulaire dont la base est 40 pieds et la hauteur 30 pieds ? **Rep.** 66⅔.

3. Quel est le nombre de mètres carrés dans un terrain triangulaire, dont la base mesure 30 mètres 7 décimètres, et la hauteur 17 mètres 39 centimètres ? **Rep.** La surface voulue = 30.7 mètres × 17.39 mètres = 206.9365 m. c.

4. Combien faut-il de *carrés* de lambris pour couvrir un pignon dont la base est de 37 pieds 9 pouces et la hauteur de 53 pieds 4 pouces ? **Rep.** 463¾ p. c, = 4 carrés 63¾ p. c.

5. Déterminer le nombre de carrés de toiture en chaume, tuile, ardoise, bardeau, zinc, plomb, cuivre ou autre métal, etc., dans une croupe dont la base est de 65.4 pieds et la haureur de 37.3 pieds ?

Rep. 12 carrés 19,71 p. c.

---

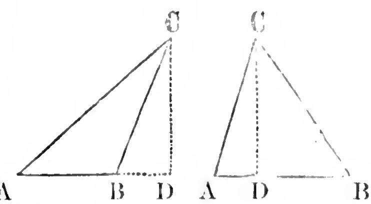
1. Voir les faces composantes ou limitatives des pyramides et autres modèles du *Tableau*, et les sections ou coupes parallèles telles qu'indiquées par le trait à mi-chemin entre les bases ou faces parallèles. Le triangle, comme le parallélogramme, se rencontre fort souvent dans la pratique du mesureur, etc. Les pignons d'un édifice, les croupes d'un toit, les côtés ou joues d'une lucarne, etc., affectent cette sorte de figure ; et il n'est pas rare non plus d'avoir à déterminer la surface d'un terrain triangulaire.

2ÈME CAS.

Quand on a deux côtés de l'angle inclus.

(**11**) **REGLE.** *Faites le produit continu* (**41 G.**) *des deux côtés donnés et du sinus nat.* [1] *de l'angle inclus ; la moitié de ce produit sera la surface voulue.*

On a (**1231.** 1° **G.**) comme dans le cas (**S, T.**) du parallélogramme, $CD = AC \times \sin. A$ ou $BC \times \sin. B$; or, surface $ACB = \frac{AB \times CD}{2}$ et puisque $CD = AC \times \sin. A$ ou $BC \times \sin. B$, on obtient pour surf. du triangle l'expression $\frac{1}{2}(AB \times AC \times \sin. A)$ ou $\frac{1}{2}(AB \times BC \times \sin. B)$.



Ex. 1. Quelle est la surface d'un triangle dont deux côtés valent 30 et 40 mètres et l'angle inclus 30° ? **Rep.** 300 m. c.

2. Déterminer la surface d'un triangle dont un côté est de 45 verges, un autre côté 37 verges et l'angle inclus 60° ? **Rep.** 725.9661.

3. Les autres données restant les mêmes, déterminer la surface par un angle inclus=45° ? **Rep.** 588.6664.

(**12**) **Par Logarithmes.** *Ajoutez ensemble les logarithmes des deux côtés et le sinus logarithmique de leur angle inclus ; de cette somme soustrayez* 10, *log. du rayon, et le reste sera le log. du double de la surface du triangle.*

Car, (**G. 1229,** 1°) $R : \sin. A :: AC : AD$ ou $R : \sin. B :: BC : CD$;

d'où, $CD = \frac{AC \quad \sin. A}{R} = \frac{BC \times \sin. B}{R}$, et comme surf. $ABC = AB \times CD$,

on a surf. $ABC = \frac{AB \times AC \times \sin. A}{R} = \frac{AB \times BC \times \sin. B}{R}$.

Ex. 1. On demande la surface d'un triangle dont les côtés sont $AB = 125.81$, $AC = 57{,}65$, et l'angle inclus $A = 57°25'$?

---

1. Pour les tables de sinus naturels, etc., voir le "Nouveau traité de géométrie et de trigonométrie, rectiligne et sphérique, etc., par le même auteur.

Rep	× log. AB	125.81	2.099715
Log. 2 ABC =	× log. AC	57.65	1.760799
	× log. sin.A	57°25	9.925626
	—log. R		10.

Log. 2 ABC = ... 3.786140

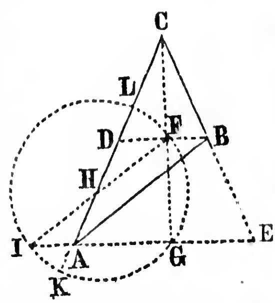
Et 2 ABC=6111.4, ou ABC=3055·7=surface demandée.

2. Combien de verges carrées dans un triangle dont les côtés sont 25 pieds et 21.25 pieds et l'angle inclus 45° ? **Rep.** 20.8694.

3ÈME CAS.

Quand les trois côtés sont connus.

(**13**) **REGLE I.** *Ajoutez ensemble les trois côtés et prenez la moitié de leur somme. De cette demi-somme soustrayez séparément chacun des côtés. Faites le produit continu de la demi-somme et des trois restes. Ce produit sera le carré de la surface du triangle, et la racine carrée* [1] *de ce produit la surface voulue.*



Soit ABC le triangle. Prenez CD égal au côté CB et menez DB; menez AE parallèle à DB, pour rencontrer en E le côté CB prolongé: CE sera alors égal à CA. Menez CFG perpendiculaire à DB et par conséquent aussi à AE qui est parallèle à DB; CFG bissectera DB, AE en F et G. Menez, parallèle à AB, FHI qui rencontrera CA en H et EA prolongé en I. Enfin, du centre H, avec un rayon FH, décrivez la circonférence d'un cercle; cette circonférence rencontrera en K le prolongement de CA, passera par le point I, à cause de AI=FB=DF (d'où, HI=HF), et passera aussi (**444 G.**) par le point G, parce que FGI est un angle droit.

Maintenant, puisque HA=HD=$\frac{1}{2}$AD et CD=CB=$\frac{1}{2}$CD+$\frac{1}{2}$CB, il est clair que CH est égal à la demi-somme des côtés AC, BC du triangle; c'est-à-dire CH=$\frac{1}{2}$CA+$\frac{1}{2}$CB; et puisque HK=$\frac{1}{2}$IF=$\frac{1}{2}$AB, il suit que CK=$\frac{1}{2}$AC+$\frac{1}{2}$BC+$\frac{1}{2}$AB=$\frac{1}{2}$S, si l'on représente par S la somme des côtés.

De plus, HK=HI=$\frac{1}{2}$IF=$\frac{1}{2}$AB, ou KL=AB; d'où, CL=CK—KL=$\frac{1}{2}$S — AB, AK=CK — AC$\frac{1}{2}$S — AC, et AL=DK=CK — CD

1. Voir les tables à la fin de ce traité.

$=\frac{1}{2}S-BC$. Or, $AG \times OG =$ surf. ACE, et $AG \times FG =$ surf. ABE, d'où $AG + CF =$ surf. ACB ; et par triangles semblables, $AG : CG :: DF : CF$, ou comme $AI : CF$; donc $AG \times CF$ (surf. de ACB) $= CG \times DF = CG \times AI$; donc $\overline{AG \times CF} \times \overline{CG \times AI}$ ou, ce qui est la même chose, $AG \times CF \times CG \times AI$ est égal au carré de la surf. ACB.

Mais $CG \times CF =$ (**576 G.**) $CK \times CL = \frac{1}{2}S \times (\frac{1}{2}S-AB)$,

et $AG \times AI =$ (**572 G.**) $AK \times AL = (\frac{1}{2}S-AC) \times (\frac{1}{2}S-BC)$;

d'où, $AG \times CF \times CG \times AI = \frac{1}{2}S \times (\frac{1}{2}S-AB) \times (\frac{1}{2}S-AC) \times (\frac{1}{2}S-BC) =$ surf. $ACB \times$ surf. $ACB =$ (surf. ACB)^2

Ex. 1. Soit à trouver la surface d'un triangle dont les côtés sont 20, 30 et 40.

20	45	45	45
30	20	30	40
40	—	—	—
—	25 = 1er reste.	15 = 2e reste.	5 = 3e reste.
2)90			
45 = demi somme.			

Maintenant $45 \times 25 \times 15 + 5 = 84375$.

La racine carrée de ce produit est 290.4737, la surface voulue.

2. Les trois côtés d'un triangle étant 24, 36, et 48 ; quelle en est la surface ? **Rep.** 418.282.

3. On demande la surface d'un triangle équilatéral dont le côté est 25 ? **Rep.** 270.632.

(14) Par Logarithmes. *Après avoir déterminé les trois restes, faites l'addition des logarithmes de la demi-somme et des trois restes ; la demi-somme de ces quatre logarithmes répondra à la surface voulue.*

Ex. 1. Combien y a-t-il de verges carrées d'enduits dans une surface triangulaire dont les côtés sont de 30, 40, et 50 pieds? **Rep.** $66\frac{2}{3}$.

2. Les trois côtés d'une parcelle de terre mesurent 505.3, 330.7, et 402.5 mètres. Quelle en est la surface ?

505.3	619.25—505.3 = 113.95 = 1er reste.
330.7	619.26—330.7 = 288.55 = 2ème reste.
402.5	619.25—402.5 = 216.75 = 3ème reste.
2)1238.5	
619.25 = demi-somme.	

+ log. demi-somme	619.25..............	2.7918660
+ log. 1er reste	113.95..............	2.0567143
+ log. 2ème reste	288.55..............	2.4602211
+ log. 3ème reste	216.75..............	2.4359591
		2)9.6447605
		4.82238025

Ce log. correspond à 66432.447 qui est la surface demandée.

(15) Le même exemple par nombres naturels fera voir l'avantage qui résulte, dans le cas actuel, de l'emploi des logarithmes pour diminuer le travail ; mais, de leur côté, les nombres naturels ont cet avantage sur les logarithmes, qu'en faisant entrer en compte toutes les décimales, avec l'addition même de zéros pour continuer au besoin la division ou l'extraction de la partie fractionnaire de la racine voulue, on peut porter la précision à tel dégré d'approximation que l'on voudra, tandis qu'on ne saurait avec exactitude donner à la réponse qu'on obtient par logarithmes, un plus grand nombre de chiffres que n'en contient la partie fractionnaire du log. lui-même, comme le fait voir d'ailleurs l'inexactitude du dernier chiffre (7) de la réponse ainsi obtenue.

619.25
113.95
3096 25
55732 5
185775
61925
61925
70563.53 75

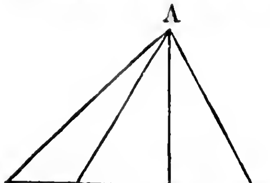
70563.53 75
2 88.55
352817 68 75
3528176 87 5
56450830 00
564508300 0
1411270750
20361108.74 56 25

20361108.7456 25
216 75
101805543 7281 25
1425277612 1937 5
12216665247 3750
20361108745 625
407222174912 50
6)4413270320.61 4218 75
36

Preuve.
66432.4493 +
66432.4493 +
199297 3479
5978920 437
26572979 72
265729797 2
1328648986
1892973479
2657297972
3985946958
3985946958
4413270319.9970 7040 +

12,6) 813
756
132,4) 5727
5296
(1328,3 43103
39849
13286,2 325420
265724
132864,4 5969661
5314576
1328648,4) 65508542
53145936
13286488,9)1236260618
1195784001.
132864898,3) 4047661775
3985946949
1328648986,0,4)617148260000

(16) REGLE II *Prenez pour base du triangle donné quelconque* ADE, *son plus grand côté* DE ; *faites* (**578 G.**) DE : AD + AE :: AD—AE : DC, *différence des segments* BD, DE *de la base par la perpendiculaire* AB ; *alors,* (**367 G.**) BD$=\frac{1}{2}$DE + $\frac{1}{2}$DC *ou* BE$=\frac{1}{2}$DE—$\frac{1}{2}$DC ; *maintenant vous aurez* (**308 G.**) *la perpendiculaire ou hauteur* AB *du triangle*$=\sqrt{\overline{AD}^2-\overline{BD}^2}$ *ou, faites* (**1229 G.**, 1° alt. ou **1235 G.**) AD : sin. B (=R) :: BD : sin. BAD, *pour avoir ensuite* (**1231 G.**, 2°) AB=AD × cos. BAD, *quand* R=1, *c'est-à-dire, si vous opérez par nombres naturels, ou* AB$=\dfrac{\text{AD} \times \text{cos. BAD}}{\text{R}}$ *si vous opérez par logarithmes, où log.* R=10. *Enfin vous aurez surf.* ADE = $\frac{1}{2}$(DE × AB.)



Ex. Les données étant encore les mêmes que dans le dernier exemple ; on aura, d'après la règle :

AD=402.5 | AD=402.5 | DE=505.3=base
+AE=330.7 | —AE=330.7 | ÷2 =252.65=demi-base
=som. 733.2 | =dif. 71.8

DC=104.183178=dif. des segm.
÷ 2=52.091589 =demi-dif.

$\frac{1}{2}$DE=252.65
+ $\frac{1}{2}$DC= 52.091589
=seg.BD=304,741589

Sin. nat. trouvé=.7571220 correspond à 49° 12′ 10.0737″=BAD

DE: AD + AE :: AD—AE : BD—BE (ou DC)

505.3: 733.2 :: 71.8 : 104.183178+ = DC

71.8
58656
7332
51324
505.3) 52643.76 (104.183178 + [1]
5053

1. C'est parce que ce quotient doit entrer dans le calcul à faire pour trouver le sinus de l'angle BAD qu'il est nécessaire de porter les décimales assez loin pour s'assurer d'une exactitude suffisante dans les derniers chiffres de ce sinus.

AD : R :: BD : sin.BAD
402.5 : 1 :: 304.741589 : .7571220—
28175
22991
20125
28665
28175
4908
4025
8839
8050
7890

21137
20212
9256
5053
42030
40424
16060
15159
9010
5053
39570
35371
31990

Sin. nat. trouvé = .7571220
Sin. moindre suiv. = .7569951 = 49° 12′
Différence = 1269
Dif. pour 60″ = 1900
1900 . 60″ :: 1269 : 40.0737″
6
190)7614
760
1400

Dif. de cos. pour 60″ = 2202
60″ : 2202 : 40.0737″ : 14707
2202
801474
801474
801474
÷6)882422
= 147070

AB = AD × cos. nat. BAD
BAD = 49° 12′ 40.0737″
Cos. nat. 49° 12′ = .6534206
Dif. pour 40.07″ = — 14707
Cos. nat. de 49° 12′ 40.0737″ .65327353
× AD 402.5
326636765
130654706
261309412

AD × cos. nat. BAD = AB = 262.942595825
× DE 505.3
788827787475
1314712979126
1314712979125

AB × DE = 2 surf. ADE = 1328648936703
½ AB DE = 66432.44683 = surf. ADE.

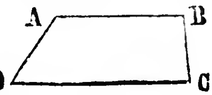
(17) La surface trouvée d'après cette règle est de 66432.4468 mètres carrés. L'exactitude de ce résultat ne s'étend encore, comme on le voit, que jusqu'au 7ème chiffre, et il ne saurait en être autrement, puisque les sinus naturels dont on a fait usage et qui concourent, comme éléments, à la solution du problème, ne vont qu'à 7 chiffres, dont le dernier même est presque toujours trop fort ou trop faible suivant qu'il a été, ou non, augmenté d'une unité lorsque le chiffre suivant excède ou est moindre que 5.

(18) Remarquons ici que cet exemple, dont on vient de faire le calcul, de trois manières différentes, permet de comparer la somme de travail que requiert chaque mode de solution, et met en mesure de choisir au besoin, ou le moyen le plus expéditif (le premier) ou celui qui admet la plus grande précision (le second), ou celui qui ne comporte pas l'extraction d'une racine (le troisième.)

(19) Il est à peine nécessaire de rappeler que ce problème, comme celui qui le précède, et comme ceux qui vont le suivre, peut aussi se résoudre au moyen d'une construction graphique qui permettre d'établir à l'aide d'une échelle suffisamment subdivisée, la longueur ou valeur de la perpendiculaire AB en termes de la base ou des côtés et c'est là assez souvent le plus court moyen, quoi que non le plus précis, d'arriver au résultat voulu.

PROBLÈME III.

Trouver la surface d'un trapèze. [1]



(20) REGLE *Faites* **(346 G.)** *la somme des deux côtés parallèles : multipliez cette somme par la hauteur ou largeur du trapèze, et la moitié de ce produit sera la surface voulue.*

---

1. Voir les faces composantes (bases et faces latérales) et les sections ou coupes parallèles des prismoïdes et autres modèles du *tableau*. Le trapèze **(172 G.)** s'offre assez souvent, dans la pratique, au calcul du mesureur. Ainsi, la tablette intérieure d'une fenêtre dont les joues ou côtés sont d'ordinaire ébrasés, présente la forme d'un trapèze; il en est de même du plafond d'une fenêtre, porte ou autre ouverture ébrasée; et il est clair aussi que la surface développée ABCD, (partie d'un anneau concentrique voir les bases parallèles du cylindre évidé du *tableau* ainsi que les faces latérales des sections de sphère évidée), de la joue d'une ouverture cintrée en même temps qu'ébrasée peut encore être regardée comme une sorte de trapèze à bases parallèles curvilignes, mais dont on détermine également la superficie par la règle ici donnée,

Ex 1. Dans un un trapèze, les côtés parallèles sont $10\frac{1}{2}$ et $12\frac{1}{4}$ pieds, et la distance perpendiculaire entre ces côtés 3 pieds 2 pouces. Quelle est la surface ? **Rep.** $\frac{1}{2}(10\frac{1}{2}+12\frac{1}{4}) \times 3\frac{1}{6} = \frac{1}{2}(10.5+12.25) \times 3.166 = 11.375 \times 3.166 = 36.01325$ p. c.

2. On demande la surface d'une parcelle de terre dont les côtés parallèles mesurent respectivement 75 et 122 chaînons, et la perpendiculaire 154 chaînons ? **Rep.** 15169 chaînons c.

3. Combien y a-t-il de pieds carrés de surface dans une planche dont la longueur est de $12\frac{1}{2}$ pieds, la largeur à une extrémité 15 pouces et celle de l'autre extrémité 11 pouces ? **Rep.** $13\frac{13}{24} = 13.541666+$

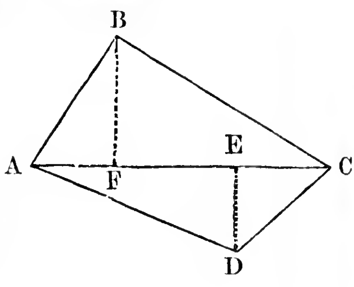
4. Combien de verges carrées dans un trapèze dont les côtés parallèles sont 240 et 320 pieds, et la hauteur 66 pieds ? **Rep.** $.2053\frac{1}{3}$.

5. Les côtés parallèles d'un terrain sont 12.51 et 8.22 chaînes, et la perpendiculaire 5.15 chaînes ; quelle est la surface en chaînes carrées ? **Rep.** 53.37975

PROBLÈME IV.

Trouver la surface d'un quadrilatère [2]

(21) REGLE. *Multipliez* **(351 G.)** *l'une quelconque des diagonales* **(173 G.)** *du quadrilatère, par la demi-somme des perpendiculaires abaissées des angles opposés sur cette base commune.*



Ex. 1. Quelle est la surface d'un quadrilatère BD dont la diagonale AC est de 42 pieds, et les perpendiculaires BF=18 et DF=16 pieds ? **Rep.** 714 p. c.

2. Combien de toises carrées de pavé y a-t-il dans un quadrilatère dont la diagonale est de 65 pieds et les deux perpendiculaire 28 et $33\frac{1}{2}$ pieds ? **Rep.** 55.52083.

---

puisque cette figure n'est autre chose qu'un tronc ou partie d'anneau circulaire, et que le mode **(1145 G.)** d'arriver à la surface de cette figure est analogue à celui qui enseigne à déterminer la surface du trapèze proprement dit. Le trapèze se retrouve encore souvent dans le parquet ou plafond d'un appartement dont deux côtés seulement sont parallèles, à l'endroit d'une toiture de lucarne, d'une rampe d'escalier, d'une toiture ou plafond de mansarde et les joues d'une fenêtre rectangulaire affectent aussi cette forme quand le plafond ou la tablette en est inclinée ou ébrasée. Enfin, on est appelé très souvent à déterminer l'aire d'un terrain en forme de trapèze.

1. Voir les bases, faces latérales, sections ou corps parallèles de certains modèles du *tableau*.

3. Combien y a-t-il de mètres carrés de surface dans un terrain quadrangulaire dont une des diagonales est de 64 mètres, et les distances perpendiculaires de cette diagonale aux deux angles opposés, 28 et 32 mètres ? **Rep.** 1920 m. c.

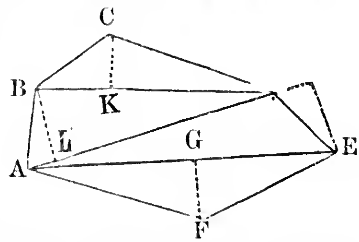
4. Déterminer le nombre de *carrés* de planchéiage qu'il faut pour couvrir un espace quadrilatère, dont la diagonale est de 108 pieds 6 pouces, et les perpendiculaires 56 pieds 3 pouces, et 60 pieds 9 pouces ? **Rep.** 63 *carrés*, 47 $\frac{3}{12}$ p. c.

5. On demande à établir le nombre d'arpents dans une terre de quatre côtés dont une des diagonales mesure 70.5 perches, et les perpendiculaires 26.5 et 30.2 perches ? **Rep.** 19 ar., 98.675 per.

PROBLÈME V.

Trouver la surface d'un polygone irrégulier. [1]

(22) REGLE. *Mesurez les diagonales qui diviseront le polygone donné en quadrilataires et triangles. Déterminez séparément les surfaces de ces figures composantes ; leur somme sera la surface voulue.*



Ex. 1. Déterminer la surface du polygone BE, dans lequel BD= $18\frac{1}{2}$, CK = $12\frac{4}{5}$, AD= $27\frac{1}{2}$, BL=9.5, EH=14, AE = 40, et FG=8.

Rep. $\frac{1}{2}$ (BD × CK)= $\frac{1}{2}$ (18.5 × 12.8=118.40=surf. BCD, $\frac{1}{2}$ (BL + EH)= $\frac{1}{2}$ (9.5+14)=11.75 et surfase quadrilatère ABDE=AD × $\frac{1}{3}$(BL + EH=27.5 × 11.75=323.125, surface AEF = AE × $\frac{1}{2}$FG = 40 × 4 = 160. Surf. ABCDEF=118.40 + 323.125+160=602.525.

2. On demande combien il y a d'acres (l'acre est de 100,000 chaînons carrés) dans un terrain polygone BE dont les diagonales BD, AD et AE mesurent respectivement 13 chaînes (la chaîne linéaire est de 100 chaînons),—33 chaînons, 13 chaînes 99 chaînons, et 14 chaînes 13 chaînons, et dont les perpendiculaires CK=173 chaînons, BL= 2 chaînes, EH= $2\frac{1}{5}$ chaînes et FG $3\frac{3}{4}$ chaînes.

Rep. BD × CK=1333 × 173=230609 ÷ 2=115304½=surf. BCD.
AD × BD=1399 × 200=279800 ÷ 2=139200 =surf. ABD.
AD × EH=1399 × 220=307780 ÷ 2= 53990 =surf. ADE.
AE × FG=1413 × 375=529875 ÷ 2=264937½=surf. AEF.

2)13.48064 6.74032 = surf. ABCDEF.
6.74032 c-à-d. 6 acres et 74032 cl . c.

1. Voir les bases, faces latérales, sections ou coupes parallèles de certains modèles du *tableau*.

ou 6 acres 2 vergées *(roods)* et 24032 chaînons (la vergée étant le quart de l'acre, c'est-à-dire, 100000÷4=25000 chaînons)
ou 6 acres, 2 vergées, 38 perches, et 282 chaînons (la perche linéaire étant le quart d'une chaîne, c'est-à-dire, 25 chaînons et la perche carrée par conséquent=25×25=625 chaînons carrés. [1]

PROBLÈME VI.

Déterminer la surface d'une figure longue et irrégulière bornée d'un côté par une ligne droite. [2]

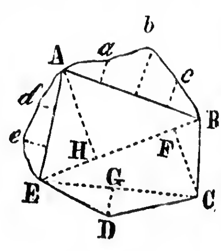
(**23**) **REGLE. 1°** *Mesurez, à chaque extrémité de la ligne droite, la largeur perpendiculaire de la figure : mesurez aussi cette largeur à plusieurs points intermédiaires également éloignés l'un de l'autre.*

2° *A la demi-somme des largeurs extrêmes ajoutez la somme des largeurs intermédiaires ; multipliez alors la somme ainsi obtenue par l'une des parties égales de la ligne de base ; le produit sera la surface voulue à très près.*

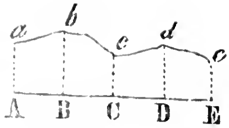
---

1. La chaîne de Gunter est de 66 pieds anglais, divisée en 100 chaînons, dont chacun est en conséquence=66÷100=7.92 pouces anglais. L'acre équivaut à 1 chaîne × 10 chaînes = 10 chaînes carrées = 4 perches × 40 perches = 160 perches carrées = 100 chaînons × 1000 chaînons = 100000 chaînons carrés. L'avantage de cette division de la chaîne de Gunter en 100 parties consiste en ceci que toutes les dimensions qu'elle sert à établir, sont immédiatement applicables et sans réduction au calcul décimal. L'opération faite, on sépare 5 décimales, les chiffres restants à gauche étant alors des acres, puisqu'il y a 100000 chaînons dans l'acre et que séparer 5 chiffres équivaut à diviser par 100000. Il est clair aussi que pour les vergées on n'a qu'à multiplier d'abord le reste par 4 pour séparer encore 5 chiffres, ce qui équivaut à diviser de suite par 25000 (nombre de chaînons dans un vergée) et est de beaucoup plus expéditif. Pour les perches, on multiplie ensuite le second reste par 40, pour séparer encore 5 chiffres, puisque la perche est la 40ème partie de la vergée ; ou si l'on voulait négliger les vergées, on multiplierait de suite le premier reste par 160 (4 × 40) dont on retrancherait de même 5 chiffres. Le dernier reste .45120 est évidemment une fraction de perche, c'est-à-dire, $\frac{45120}{100000}$ de perche ; or la perche carrée étant de 625 chaînons, $\frac{1}{100000}$ de 625 = .00625 et ce nombre multiplié par le numérateur .45120 donne les 282 chaînons de la réponse ; c'est-à-dire que pour les mailles on multiplie tout simplement le dernier reste par 625 et l'on sépare encore 5 décimales.

2. Les terrains qui avoisinent et sont bornés d'un côté par les sinuosités d'un chemin ou d'une rivière, etc., présentent souvent au calcul des figures de cette sorte ; ou, après avoir déterminé par la méthode du dernier problème la superficie du polygone rectiligne ABCDE qui fait partie du pol. irrégulier A*b*BCDE*ed*A, on se servira de la méthode du problème actuel pour obtenir les parties secondaires et irrégulières A*abc*B, A*de*E.



Soit AE*ea* une figure irrégulière ayant pour base la droite AE. Aux points A, B, C, D, et E, également éloignés l'un de l'autre, élevez les perpendiculaires A*a*, B*b*, C*c*, D*d*, E*e* et désignez ces perpendiculaires par les lettres *a*, *b*, *c*, *d*, *e*.



Alors (**325 G**) la surface du trapèze AB $ba = \frac{a+b}{2} \times$ AB,

la surface du trapèze BC$cb = \frac{b+c}{2} \times$ BC,

la surface du trapèze CD $dc = \frac{c+d}{2} \times$ CD,

et la surface du trapèze DE $ed = \frac{e+d}{2} \times$ DE ;

donc, leur somme, ou la surface de la figure entière est égale à

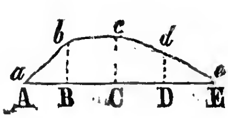
$$\left(\frac{a+b}{2}+\frac{b+c}{2}+\frac{c+d}{2}+\frac{d+e}{2}\right) \times \text{AB},$$

puisque AB, BC, etc., sont égales entre elles. Or, cette somme est

égale à $$\left(\frac{a}{2} + b + c + d \times \frac{e}{2}\right) + \text{AB}.$$

expression qui s'accorde avec l'énoncé de la règle.

(**21**) Si A*a* devient très petit, on n'en aura pas moins surf. AB$ba = \frac{a+b}{2} \times$ AB et si a et A se confondent en un même point, ou que le trapèze AB*ba* devienne le triangle AB*b* on aura $\frac{a+b}{2} = \frac{b}{2}$; dans ce cas il est clair que l'expression pour la surface de la figure AE*edb* A devient $\left(\frac{b}{2}+\frac{b+c}{2}+\frac{c+d}{2}+\frac{d+e}{2}\right) \times$ AB,



ou, ce qui est la même chose, $(b + c + d + \frac{1}{2}e) \times$ AB. Et si E*e* devient aussi, $= o$, l'expression pour la surface AE*db*A prendra la forme $(b + c + d) \times$ AB.

Ex. 1. Les largeurs d'une figure irrégulière en 5 endroits également éloignés l'un de l'autre, étant 8.2, 7.4, 9.2, 10.2, et 8.6 et la longueur de la base = 40 ; quelle est la surface ?

Une des largeurs extrêmes	= 8.2
L'autre largeur extrême	= 8.6
Somme des largeurs ext.	=16.8
Demi-somme	= 8.4
1e Largeur intermédiaire	= 7.4
2e Largeur intermédiaire	= 9.2
3e Largeur intermédiaire	=10.2
Somme des largeurs.	=35.2

La base entière	= 40=
Une des parties égales	=40÷4 = 10
Somme des largeurs	= 35.2
Multipliée par	10
= surface voulue	=352

2. La longueur d'une figure irrégulière étant de 84 mètres et les largeurs, en six endroits équidistants, 17.4, 20.6, 14.2, 16.5, 20.1, et 24.4, mètres ; on demande la surface ? **Rep.** 1550.64 m. c.

3. La longueur d'une lisière de terre est de 125 perches et sa largeur prise en 15 endroits différents et équidistants, est de 5.2, 4.6, 7.2, 8.3, 9.4, 8.1, 7.3, 7.9, 6.6, 7.2, 7.3, 8.4, 7.4, 6.5, et 5.8 perches Quel en est le contenu ?

Rep. La somme des demi-largeurs extrêmes et des largeurs intermédiaires = 101.7, la longueur 125 ÷ 14 8.92857 et 8.92857 × 101.7 = 908.0356 perches carrées. [1]

(25) REM. Certains auteurs enseignent à déterminer la surface de la figure de ce problème en faisant le produit de la base entière AE par la moyenne des largeurs que l'on obtient en ajoutant ensemble toutes ces largeurs pour diviser ensuite leur somme par le nombre de ces largeurs. Cette règle est fautive, et cela, d'autant plus, qu'il y a un moindre nombre de hauteurs ou de divisions dans la figure à estimer. L'erreur de cette méthode, dans le cas ou il n'y aurait que trois parties composantes et par conséquent quatre hau-

---

1. *Si la perche linéaire don ' s'agit ici est de* 18 *pieds français,* c'est-à-dire, le dixième d'un arpent, la surface qu'on vient de trouver équivaudra à 9 arpents carrés, 8 .0356 perches carrées, car, comme on l'a déjà fait remarquer, l'arpent carré est de 10 × 10 perches = 100 perches carrées, et comme la perche carrée est de 18 × 18 = 324 pieds carrés (ou l'arpent carré de 324 × 100=32400 pieds carrés) on réduira au besoin la décimale .0356 de perche carrée en pieds carrés en multipliant par 324, ce qui donne dans cet exemple 11 .53 pieds carrés. *Si,* au contraire, *la perche linéaire était de* 16½ *pieds anglais,* c'est-à-dire celle de la chaîne de Gunter, on aurait en divisant par 160, 5 acres, 108 . 0356 perches, et si l'on voulait ensuite traduire en pieds carrés, la décimale de perche, il est clair que la perche carrée étant de 16½ × 16½= 272 . 25 pieds carrés (ou l'acre = 272 . 25 × 160 ou 66 × 660 pieds = 43560 pieds carrés) il n'y aurait qu'à multiplier .0356 par 272 . 25 pour avoir 9 . 69 pieds carrés anglais.

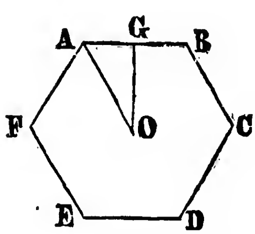
teurs ou largeurs, pourrait aller jusqu'à 25 pour cent en défaut de la surface exacte. Elle donne pour largeur moyenne, dans cet exemple, $107.2 \div 15 = 7.1466$ et $7.1466 \times 125 = 893.325$ perches carrés au lieu de 908.035; soit un défaut de près de 15 perches carrées de terrain.

PROBLÈME VII.

Trouver la surface d'un polygone régulier.[1]

(26) **REGLE I.** *Multipliez* (**663 G.**) *le périmètre du polygone par son demi-rayon droit, et le produit sera la surface voulue.*

REM. Si le polygone n'est connu que par son côté, déterminez-en d'abord le rayon droit de la manière suivante : Divisez 360° par le nombre des côtés du polygone proposé, et le quotient sera (**620 G.**) l'angle au centre ; c'est-à-dire, l'angle sous-tendu par l'un des côtés égaux. Maintenant les rayons droit et oblique du polygone forment avec le demi-côté un triangle rectangle dans lequel on connaît la base, c'est-à-dire, le demi-côté, et l'angle aigu opposé, c'est-à-dire, le demi-angle au centre, pour trouver la perpendiculaire ou le rayon droit du polygone.



Ex. I. Soit à trouver l'aire d'un hexagone régulier dont le côté est de 20 pieds ?

Rep. $360 \div 6 = 60$ et $60 \div 2 = 30°$ angle AOG, moitié de AOB. On a aussi $OAG = 90° - AOG = 60°$ et $AG = 10$; alors (**1325 G.**) sinus AOG : AG :: sin. OAG : OG; d'où,

Sin. AOG	30°	.......................comp. ar. log	0.301030
est à sin. OAG	60°	....	9.937531
comme AG	10	....	1.000000
est à OG	17.32052	....	1.238561

Maintenant comme il y a 6 côtés, chacun égal à 20, on aura le périmètre$=20 \times 6 = 120$ et la surf.$=120 \times \frac{1}{2}(17.32052)$ ou ce qui est la même chose$=17.32052 \times \frac{1}{2}(120 = 17.32052 \times 60 = 1039.23120$ p. c.

Ex. 2. Quel est le contenu superficiel d'un octogone dont le côté est 20 ? **Rep.** 1931.368.

---

1. Voir les bases parallèles des prismes droits et prismoïdes du *Tableau* et leurs sections ou coupes parallèles.

Car l'angle au centre $= 360° \div 8 = 45°$ dont la moitié 22° 30′ est l'angle AOG adjacent au rayon droit, et son complément OAG en conséquence $= 90° - 22°30' = 67°.30$; or on a (**1231**, 3° **G.**) OG = AG × tang. nat. OAG $= 10 \times 2.41421 = 24.41421$ et surf. $= 24.41421 \times 80$ (demi-pér.) = 1931 . 368.

3. On demande l'aire d'un monagone dont le côté mesure 8 pieds et la perpendiculaire menée du centre = 10.99 pieds? **Rep.** 395.64 p. c.

4. Trouver l'aire d'un heptagone dont le côté = 19.38 et le rayon droit = 28 ? **Rep.** 1899.24.

5. Le côté d'un pentagone = 25 mètres et la distance du côté au centre = 17 . 2 mètres ; quel est le contenu ? **Rep.** 1075 m. c.

(**27**) A l'aide de cette règle, on obtient aisément l'aire d'un polygone quelconque, [1] c'est-à-dire d'un polygone d'un nombre quelconque de côtés. Ayant donc calculé et disposé sous la forme du tableau suivant, les aires relatives des divers polygones ayant pour côté l'unité ou 1 ; savoir :

Nom.	*Rayon du cercle circons.*	*Côtés.*	*Rayon du cercle ins.*	*Aire.*	*L'angle* OAB.
Triangle.....	0.5773503	3	0.2886751	0.4330127	30°
Carré........	0.7071068	4	0.5000000	1.0000000	45
Pentagone....	0.8506508	5	0.6881910	1.7204774	54
Hexagone....	1.0000000	6	0.8660254	2.5980764	60
Heptagone...	1.1523824	7	1.0382607	3.6339124	$64\frac{2}{7}$
Octogone[2] ...	1.3065628	8	1.2071068	4.8284271	$67\frac{1}{2}$
Ennéagone ..	1.4619022	9	1.3737387	6.1818242	70
Décagone....	1.6180340	10	1.5388148	7.6942088	72
Undécagone..	1.7747324	11	1.7028436	9.3656399	$73\frac{7}{11}$
Dodécagone..	1.9318517	12	1.8660254	11.1961521	75

Et parce que (**565 G.**) les aires des polygones semblables sont entre elles comme les carrés de leurs côtés homologues, l'aire d'un polygone donné quelconque aura au carré de son côté le même rapport que l'aire du polygone de même nom et dont le côté est 1, au carré de l'unité ; d'où on a :

(**28**) **REGLE II.** *Carrez le côté du polygone donné ; multipliez alors ce carré par l'aire du polygone de même nom dont le côté est* 1 : *le produit sera la surface voulue.*

1. Voir les bases et sections paralèlles des prismes et prismoïdes, etc., du *Tableau.*
2. Dans le cas de l'octogone régulier ou même symétrique on obtient de suite la surface en retranchant du carré du double rayon droit ou apothème sur l'un des côtés, le carré de l'autre côté, comme on le verra plus tard dans le toisé des solides.

Ex. 1. Quelle est la surface d'un hexagone régulier, dont le côté est 20 ?

Rep. $\overline{20}^2=400$, l'aire de l'exagone du tableau=2.5980762, et 2.5980762 × 400 = 1039.2304800, comme auparavant.

2. Déterminer le contenu superficiel d'un pentagone dont le côté est de 25 verges ? **Rep.** 1075.298375 v. c.

3. Le côté d'un décagone mesure 20 mètres ; quelle est l'aire ? **Rep.** 3077.68352 m. c.

4. Trouver la superficie d'un dodécagone dont le côté est 6 ? **Rep.** 403.0614864.

5. Le côté d'un terrain en forme de triangle équilatéral mesure 3 arpents 7 perches et 6 pieds ; quel en est le contenu ?

Rep. $37\frac{1}{3}$ per. × $37\frac{1}{3}$ per. = $1393\frac{7}{9}$ ou 1393.77777, × 0.4330127 = 603.5234787 ou 6 arpents carrés, $3\frac{1}{2}$ perches carrées à peu près.

PROBLÈME VIII.

Trouver la circonférence d'un cercle[1] dont on a le diamètre, ou le diamètre d'un cercle dont on a la circonférence.

(29) REGLE. *Multipliez* **(685 G.)** *le diamètre par* 3.1416, *et le produit sera la circonférence ; ou divisez* **(687 G.)** *la circonférence par* 3.1416, *et le quotient sera le diamètre ?*

Ex. 1. Quelle est la circonférence d'un cercle dont le diamètre est 25 ? **Rep.** 78.54

2. Si le diamètre de la terre est de 7921 milles, quelle en est la circonférence ? **Rep.** 24884.6136.

3. Déterminer le diamètre, dont la circonférence est 11652.1944 ? **Rep.** 3709.

4. On demande la circonférence, quand le diamètre est de 17 mètres ? **Rep.** 53.4072.

5. On donne la circonférence d'un cercle = 354 pieds pour en déterminer le diamètre ? **Rep.** 112.681.

---

1. Voir les bases et sections ou coupes parallèles des cylindres, cônes et troncs de cônes droits, troncs et segment de sphères, etc., parmi les modèles du *Tableau.*

REM. Le rapport 7 : 22 donnerait pour ce diamètre 112.636. ce dernier résultat est trop faible de $\frac{45}{1000}$ d'une unité ou de $\frac{4}{10000}$ du tout, et met en mesure de juger de l'exactitude relative des deux rapports.

PROBLÈME IX.

Trouver la surface d'un cercle.

(30) **REGLE I.** *Multipliez* (**431 G.**) *la circonférence par la moitié du rayon.*

REGLE II. *Multipliez* (**1021 G.**) *le carré du rayon par* 3.1416.

REGLE III. *Multipliez* (dém. de **684 G.**) *le carré du diamètre par* .7854.

Ex. 1. Quelle est la surface d'un cercle dont le diamètre est 10 ? **Rep.** 78.54.

Si le diamètre était 100, la surface serait............... 7854

Si le diamètre était 1000, la surface serait............. 785400

2. On a le diamètre 7 et la circonférence 21.9912 pour trouver la superficie du cercle ? **Rep.** 38.4846.

3. Combien y a t-il de verges carrés dans un cercle dont le diamètre est de $3\frac{1}{2}$ pieds ? **Rep.** 1.069016.

4. Le diamètre étant 7, quelle est l'aire du cercle ? **Rep.** 38.4846.

5. Trouver l'aire d'un cercle dont le rayon est de $30\frac{1}{2}$ perches ? **Rep.** 2922.4734 perches carrées.

(31) **REGLE IV.** *Multipliez le carré de la circonférence par .07958 : le produit sera la surface du cercle.* Car, soit c la circonférence donnée, d le diamètre et $\pi = 3.14159$; alors (**686 G.**) $c = \pi d$, et (**687 G.**) $d = \frac{c}{\pi}$; de là l'aire du cercle $= \frac{\pi d_2}{4}$ puisque (**1024 G.**) la surf. d'un cercle dont le rayon est $r = \pi r^2$ et que $d^2 = 4r^2$; mais puisque $d = \frac{c}{\pi}$, on a $d^2 = \left(\frac{c}{\pi}\right)^2 = \frac{c^2}{\pi^2}$; et comme $\frac{\pi d^2}{4} = \frac{1}{4} \pi d^2$, on $\pi \frac{d^2}{4} =$

$$\tfrac{1}{4}\pi \cdot \frac{c^2}{\pi^2} = \frac{c^2}{4\pi} = \frac{c^2}{4 \times 3.14159} = \frac{c^2}{12.56636} = c^2 = \frac{1}{12.56636} = c^2 + .07958$$

Ex. 1. Trouver l'aire d'un cercle dont la circonférence est de 10.75. **Rep.** 9.196463750.

2. Déterminer, en acres, la superficie d'un terrain dont la circonférence mesure un mille (soit 80 chaînes de Gunter = 66 × 80 = 5280 pieds anglais) ? **Rep.** 50.9312.

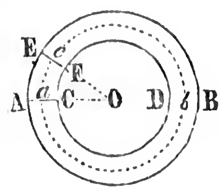
PROBLÈME X.

Trouver la surface d'un anneau circulaire ou l'espace compris entre deux cercles concentriques. (1)

(**32**) **REGLE I.** *Trouvez* (**1141 G.**) *par le dernier problème les surfaces des deux cercles : leur différence sera la surface de l'anneau.*

REGLE II. *Multipliez* (**371 G.**) *la somme des diamètres par leur différence : ce produit multiplié par .7854 sera la surface voulue.*

REGLE III. *Multipliez la demi-somme des circonférences des deux cercles par la demi-différence de leurs diamètres, c'est-à-dire par la largeur de l'anneau, et le produit sera la surface demandée.*



Car chaque unité du diamètre correspond à 3.1416 unités de la circonférence ; donc si a C = a A = une unité ou partie quelconque du diamètre A B ou C D, l'excédant de la circonférence a b sur la circ. C D sera égale à l'excédant de A B sur a b ; d'où a b est moyenne arithméthique (**1265 G.**) entre circ. A et circ. C. Maintenant, (**428 G.**) A E : a c : C F :: circ. A B : circ. a b : circ. C D ; donc a c est moyenne arithmétique entre AE, CF ; et puisque l'arc AE, indéfiniment petit, peut être considéré (**430 G.**) comme étant sensiblement une ligne droite, la partie A E F C de l'anneau circalaire peut être regardée comme un trapèze ; or, surf. trapèze A E F C = (**347 G.**) a c × AC ; donc aussi, surface anneau A C = circ. a b × A C.

Ex. 1. Combien y a-t-il de pouces carrés dans la surface d'un anneau circulaire dont le diamètre extérieur est 30 pouces et la largeur $2\frac{1}{2}$ pouces ? **Rep.** 215.985.

2. Les diamètres de deux cercles concentriques sont 15 et 10 : quelle est l'aire de l'anneau que forment ces cercles ? **Rep.** 98.175.

---

1. Tel serait une allée autour d'un jardin circulaire, la coupe horizontale d'une colonne évidée, le plan par-terre du mur d'une tour, une coupe perpendiculaire à l'axe d'un tuyau ou conduit, etc., etc. Voir les bases parallèles du cylindre évidé du *Tableau*.

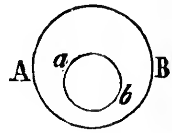
IMAGE EVALUATION
TEST TARGET (MT-3)

3. On demande la surface de l'anneau dont les cercles contenants ont pour diamètres 9 et 5 ? **Rep.** 43 . 9824.

4. Les deux diamètres d'un anneau circulaire sont 21.25, et 9.75; quel en est le contenu superficiel ? **Rep.** 279 . 9951.

5. Déterminer la superficie de l'espace compris entre deux cercles concentriques dont les diamètres sont 15 et 16 ? **Rep.** 24.3474.

(33) Si les cercles A B, *a b*, n'avaient pas le même centre, comme c'est le cas pour une roue excentrique, il est clair qu'on aurait tout de même la surface de l'espace annulaire compris entre les cercles en faisant (Règle I) la différence de surface de chacun d'eux.



PROBLÈME XI.

Trouver la longueur d'un arc de cercle. [2]

(34) REGLE I. *Multipliez le nombre de degrés dans l'arc proposé par* .0087266 *et ce produit par le diamètre du cercle.*

REM. I. Puisque la circonférence est 3 . 1416 quand le diamètre est 1, il suit que 3 . 1416÷360 = 0 . 0087266 = longueur [3] de l'arc d'un degré, sous un diamètre égal à l'unité. Ce quotient multiplié par le nombre de degrés dans un arc, sera la longueur de cet arc dans le cercle dont le diamètre =1 ; et ce produit multiplié par un diamètre quelconque donnera la longueur de l'arc dans un cercle de ce diamètre.

---

1. Coupe ou section centrale de l'anneau excentrique du *Tableau ;* projection sur un plan des bases opposées d'un tronc de cône oblique.

2. Voir parmi les modèles du *Tableau* les arcs limitatifs des segments et secteurs de cercle, bases des onglets de cylindre, cônes et troncs de cônes droits, faces latérales, des pyramides sphériques et des sections de sphère évidée, etc.

3. On a déjà eu occasion de faire remarquer et il est d'ailleurs clair que l'exactitude d'un résultat est limité par celle des éléments qui y concourent ; il est donc à peine nécessaire de rappeler que suivant le degré de précision qu'on se propose, il peut devenir nécessaire de faire entrer en compte un nombre plus ou moins grand des décimales de l'unité de tel élément ; ainsi il est clair que la solution du problème dont il s'agit ici peut exiger que l'on remplace le rapport $\pi = 3 . 1416$ dont on se sert d'ordinaire par le rapport plus exact $\pi = 3 . 14159$, ou par le rapport encore plus approximatif $\pi = 3 . 141592$, $\pi = 3 . 1415926$, $\pi = 3 . 14159265$, etc., avec une décimale additionnelle du terme ou facteur π pour chaque décimale additionnelle de l'unité du résultat.

REM 2. Puisque la minute est le 60ème du degré, et la seconde la 60ème de la minute ou le (60×60) 3600ème du degré ; si l'arc proposé contient des minutes, on réduira ces minutes en les divisant par 60, à la décimale d'un degré et si l'on a aussi des secondes, on réduira d'abord les minutes en secondes pour diviser ensuite le tout par 3600 ; ce qui traduira comme auparavant en décimales d'un degré la partie fractionnaire de l'arc.

Ex. 1. Le diamètre étant de 18 pieds, quelle est la longueur de l'arc de 30° ? **Rep.** 4.712364.

2. Trouver la longueur d'un arc de 12°.10′ ou $12\frac{1}{6}°$, sous un diamètre 20 ? **Rep.** 2.123472.

3. Dans un cercle dont le diamètre est de 68, quelle est la longueur de l'arc 10°.15′ ou 10.25° ? **Rep.** 6.082396.

4. On demande la longueur d'un arc de 57° 17′ 44″ ; le rayon du cercle étant 25 pieds ? **Rep.** 25 pieds.

Car 57° 17′ 44″ est la 3.1415926ème partie de 180°, c'est-à-dire, la longueur du rayon en termes de la circonférence.

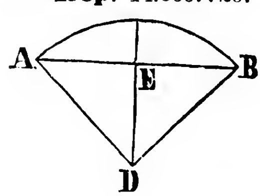
5. Déterminer, dans un cercle dont le rayon est 20, la longueur d'un arc de 50° 30′ 3″ ? **Rep.** 15.885.

REM. 3. Si le nombre de degrés dans l'arc voulu n'était pas connu, on y arriverait facilement par la méthode du par. **(785 G.)** où la corde et la flèche de l'arc sont données pour trouver le reste.

(35) REGLE II. *Déterminez* **(785 G.)** *la longueur de la circonférence entière dont l'arc donné fait partie et établissez alors la proportion suivante, savoir :* 360° : *la longueur de la circonférence* :: *le nombre de degrés dans l'arc* : *la longueur de l'arc.*

Ex. 1. Sous un rayon 14, quelle est la longueur de l'arc de 60° ? **Rep.** 14.6607720.

2. La corde AB d'un arc ACB est de 30 pieds et la hauteur ou sinus-verse EC est de 8 pieds ; trouver la longueur de l'arc ? **Rep.** $35\frac{1}{2}$ pieds, près.



3. Quelle est la longueur de l'arc dont la corde est $48\frac{1}{2}$ et la flèche $18\frac{1}{4}$? **Rep.** 64.767 près.

4. Si la corde d'un arc mesure 20.386 perches, et son sinus-verse 4 perches ; quelle est la longueur de l'arc ? **Rep.** 22.402 perc. près.

5. On demande la longueur d'un arc de cercle dont la corde est 40 et la hauteur 15 ? **Rep.** 53.33 près.

(**36**) **REGLE III.** On démontre ainsi que : *L'on obtient, à peu de chose près, la longueur d'un arc, en soustrayant de huit fois la corde de la moitié de l'arc, la corde de l'arc entier, pour prendre ensuite le tiers de la différence.*

Ex. 1. La corde d'un arc est de 36.75 et la corde de la moitié de l'arc 23.2 ; quelle est la longueur de l'arc ? **Rep.** 49.616 près.

2. Quelle est la longueur d'un arc dont la corde est 50.8 et la corde du demi-arc 30.6 ? **Rep.** 64.66 près.

REM. Quand on ne connaît que la corde et la flèche de l'arc entier, on obtient au besoin la corde de la moitié de l'arc égal (**365 G.**) à la racine carrée de la somme des carrés de la flèche et de la demi-corde.

PROBLÈME XII.

Trouver l'aire d'un secteur de cercle. [1]

(**37**) **REGLE I.** *Multipliez* (**430** 2° **G.**)*l'arc du secteur* (c'est-à dire, la longueur de l'arc) *par le demi-rayon.*

REGLE II. *Faites l'aire du cercle entier, et établissez ensuite la proportion :* 360 *degrés : degrés dans l'arc du secteur :: l'aire du cercle entier : l'aire du secteur.*

Ex. 1. On demande l'aire d'un secteur, dont l'arc est de 18 degrés et le diamètre du cercle 3 pieds ? **Rep.** 0.35343.

2. Quelle est la surface d'un secteur dont l'arc est 20 et le rayon 10 ? **Rep.** 100.

3. L'arc d'un secteur est 147° 29′ et son rayon 25 ; quel est le contenu superficiel ? **Rep.** 804.3986.

4. Déterminer la surface d'un secteur, quand la corde de l'arc = 28 et la corde de la moitié de l'arc = 16 ? **Rep.** 275.39.

5. Le rayon du cercle étant 10, quelle est la superficie du secteur dont la corde de l'arc est 20 ? **Rep.** 157.08.

6. La corde de l'arc est 16 et sa hauteur 6 ; quelle est l'aire du secteur ? **Rep.** 88.873 près.

7. Trouver le contenu d'un secteur dont la hauteur de l'arc = 4 et le rayon = 8 ? **Rep.** 66.858 près.

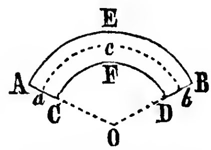
---

1. Voir, parmi les modèles du *tableau*, les faces latérales des pyramides sphériques tri-acutangles, tri-rectangles et tri-obtusangles.

PROBLEME XIII.

Trouver l'aire d'un secteur d'anneau circulaire ou l'espace compris entre deux arcs de cercles concentriques. [1]

(38) **REGLE I.** *Multipliez* (dém. de **32, R. III. T.**) *la demi-somme des arcs intérieur et extérieur du secteur par sa largeur ; c'est-à-dire par la largeur de l'anneau dont le secteur fait partie, ou, ce qui est la même chose, par la différence des rayons des arcs concentriques qui le contiennent.*



REGLE II. *Trouvez par le dernier problème les surfaces des deux secteurs concentriques ; leur différence sera la surface voulue.*

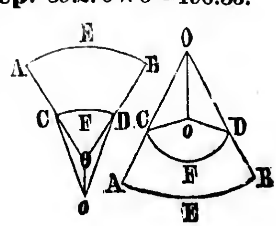
Ex. 1. L'arc AEB ou CFD d'un secteur AB d'anneau circulaire est de 3°, la largeur AC de l'anneau de $2\frac{1}{2}$ et le rayon AD de l'arc extérieur de 15 pouces ? **Rep.** La surface = 17.99875, soit 18 p. c

2. Les deux rayons d'un secteur d'anneau circulaire sont 10.625 et 4.875 et l'angle au centre O ou AOB c'est-à-dire l'arc AEB est de 270° ; on demande l'aire du secteur ?

Rep. 209.996, soit 210.

3. Les arcs qui comprennent un secteur d'anneau circulaire sont 11 pieds 9 pouces et 10 pieds 3 pouces, et la largeur de l'anneau 13 pouces ; quelle en est la surface ? **Rep.** $11\frac{11}{12}$ p. c.

4. Déterminer la superficie de l'espace compris entre deux demi-cercles ayant un centre commun, et dont les diamètres mesurent 20 et 30 ? **Rep.** 39.270 × 5=196.35.



(39) **REM.** Si les secteurs composants ABO, CD*o* n'avaient pas le même centre ; on ferait d'abord la surface de l'espace CFDO en ajoutant au secteur CFD*o*, ou en lui retranchant, suivant le le cas, la somme des triangles CO*o*, DO*o*, pour prendre ensuite la différence entre AEBO et CFDO ; ce qui est clair.

---

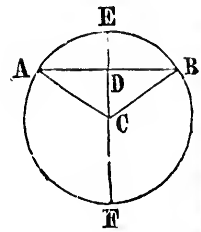
1. Voir sur le *tableau* l'anneau concentrique, base du cylindre évidé. Voir aussi les faces latérales des sections de sphère évidée.

PROBLÈME XIV.

Trouver la surface d'un segment de cercle. [1]

(40) **REGLE I.** *Trouvez* (**433 G.**) *par l'avant dernier problème, l'aire du secteur de même arc. 2° Trouvez ensuite l'aire du triangle formé par la corde du segment et les rayons du secteur. 3° La somme de ces surfaces sera* (**434 G.**) *celle du segment, si le segment est plus grand qu'un demi-cercle, et si le segment est moindre qu'un demi-cercle, sa surface sera égale à la différence de ces surfaces.*

Ex. 1. Trouver l'aire du segment AEB dont la corde AB est 12 et le rayon AC=10.



AD	10	comp. ar. log.	9.000000
: AD = ½AB	6		0.778151
: : Sin. D	90°		10.000000
: Sin. ACD	36°	52′ = 66 . 87°	9.778151
		× 2	

=73 . 74° = les degrés dans l'arc AEB.

Alors 73 . 74 × (**34 REM. 1. T.**) 0 0087266 × 20 = 12 . 87 = longueur (près) de l'arc AEB et AEB × ½AC=12 . 87 × 5 = 64 . 35= surf. secteur AEBC.

Maintenant $CD=\sqrt{AC^2-AD^2}=\sqrt{100-36}=\sqrt{64}=8$ et $6 \times 8 = 48$ surface du triangle ACB. De là, sect. AEBC − ABC=64 . 35 − 48= 16 . 35=seg. AEB.

2. On demande l'aire du segment dont la hauteur est 18 et le diamètre du cercle 50 ? **Rep.** 636 . 3138.

3. La corde d'un segment=16, le diamètre=20 ; quelle est la surface ? **Rep.** 44 . 764.

4. L'arc d'un segment contient 90° sous un rayon=9 ; quelle est la surface ? **Rep.** 23 . 1174.

5. Déterminer l'aire d'un segment dont la corde de l'arc est 24 et la corde de la moitié de l'arc=13 ? Voyez (**536** ou **539 G.**) **Rep.** 82 . 53332.

(41) **REGLE II.** 1° *Divisez la hauteur ou le sinus-verse par le diamètre et trouvez le quotient dans la table des sinus-verses à la fin de ce volume. 2° Multipliez alors le nombre à la droite du sinus-verse par le carré du diamètre, et le résultat sera la surface demandée.*

---

1. Voir parmi les modèles du *tableau* les bases et coupes parallèles de certains onglets de cylindre, cône, sphère, fuseau, etc.

(42) La table dont il est question contient les surfaces ou aires des segments d'un cercle dont le diamètre est 1 et que l'on suppose divisé en 1000 parties égales. On y trouvera donc la surface d'un segment ayant pour hauteur la millième partie du diamètre, celle d'un segment dont la hauteur égale les deux millièmes du diamètre, celle du segment ayant pour hauteur ou sinus-verse les $\frac{3}{1000}$ du diam. et ainsi de suite jusqu'au segment dont la hauteur est de $\frac{500}{1000}$ du diam. c'est-à-dire jusqu'au demi-cercle en entier.

(43) Il est clair que cette règle est analogue à la règle II du problème VII et qu'elle n'exige pas une démonstration spéciale ; car il suffit de rappeler, pour en faire comprendre l'exactitude, que dans deux cercles différents les segments semblables sont (**211 G.**) ceux qui correspondent à des angles égaux au centre et dont les cordes (double-sinus (**1216 G.**) des moitiés de ces angles) et les sinus-verses ont en conséquence entre eux le rapport des diamètres de ces cercles et que (**557 G.**) ces figures semblables sont entre elles comme les carrés de ces diamètres.

(44) Il est à peine nécessaire d'ajouter que s'il s'agissait d'un segment plus grand que le demi-cercle on n'aurait qu'à opérer sur l'autre segment, pour le retrancher ensuite du cercle entier, et si le quotient du sinus-verse donné par le diamètre ne se trouve pas dans la table, il sera facile de déterminer par une simple proportion la différence de surface correspondant à la partie fractionnaire de tel sinus.

Ex. 1. Le sinus-verse d'un segment de cercle étant 10 et le diamètre 50 : trouvez l'aire du segment ?

Rep. $10 \div 50 = \frac{10}{50} = \frac{1}{5} = .2 =$ sinus-verse de la table ; l'aire qui correspond à ce sinus-verse est .111823 laquelle multipliée par 2500 carré du diam. donne pour surf. du segment proposé 279.5575.

2. On demande la surface du segment dont la hauteur est 6 et le diam. du cercle 21 ?

Rep. $6 \div 21 = \frac{6}{21} = \frac{2}{7} = .285\frac{5}{7} =$.sinus-verse de la table,

auquel correspond surf.	.184521
La surface qui correspond au sinus-verse plus grand suivant est..	.185425
La différence entre ces surfaces est......................	.000904
Cette différence × $\frac{5}{7}$, c'est-à-dire × 5 et ÷ 7 donne pour surf. cor. à $\frac{5}{7}$..	.000646
A laquelle j'ajoute la surf. qui cor. à 285.................	.184521
Pour avoir la surface entière du segment $285\frac{5}{7}$ de la table.	.186167
Maintenant, multipliant par le carré du diam. $21 \times 21 =$ ..	441
On obtient pour surface du segment proposé............	81.658647

3. Trouver l'aire d'un segment dont la hauteur est 2 et le diam. 52 ? **Rep**. 26 . 88.

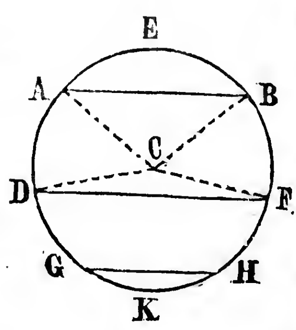
4. Le sinus-verse est 5 et le diam. 25 ; quelle est l'aire du segment ? **Rep**. 69 . 889375.

5. La hauteur d'un segment est 9 pouces et le diam. $3\frac{1}{3}$ pieds ; trouvez la surface ? **Rep**. 205 . 4118 pouces carrés.

PROBLÈME XV.

Trouver la surface d'une zone de cercle, ou l'espace compris entre deux cordes parallèles quelconques et leurs arcs interceptés. [1]

(**45**) **REGLE I.** *Trouvez d'abord par la méthode du par-* (**574 G.**) *etc., le diamètre ou rayon du cercle et les autres éléments du calcul à faire. Déterminez ensuite* (**425 G.**) *séparément par les problèmes déjà donnés les surfaces des secteurs et des triangles composants, pour en prendre la somme, si la zone est centrale ; ou si la zone est soit centrale ou latérale, déterminez par le dernier problème les surfaces des deux segments ayant pour cordes les cordes de la zone ; la différence entre ces segments, ou entre le cercle entier et la somme de ses segments sera la surface voulue.*



Ex. 1. Les deux cordes parallèles d'une zone sont 12 et 20 et leur distance perpendiculaire est 13 ; quelle est la surface ? **Rep**. 252.87859.

2. Trouvez l'aire d'une zone de cercle dont les cordes parallèles mesurent 12 et 16 et la distance entre elles 2 ?

3. Déterminez le contenu superficiel d'une zone dont les côtés sont 96 et 60 et la largeur 26 ? **Rep**. 2136.82

---

1. Voir, parmi les modèles du *tableau* les bases et coupes parallèles de certains onglets de cylindre, cône, sphère, etc.

4. Si deux cordes parallèles d'une zone circulaire sont 20 et 15 et leur distance perpendiculaire 17.5 ; quelle est la surface ? **Rep.** 395.4369.

5. On demande l'aire d'une zone dont chacune des cordes parallèles est 40 et la largeur 36 ?

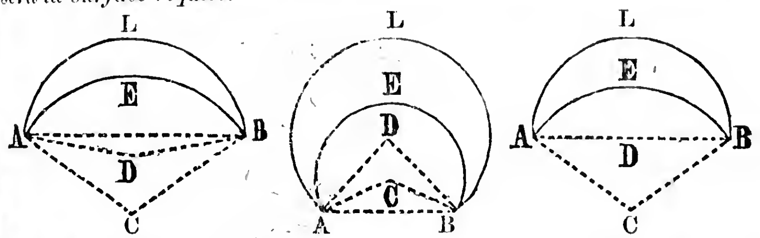
6. L'une des cordes parallèles d'une zone de cercle est de 30 et passe par le centre du cercle, l'autre est de 16 ; on demande la surface.

REM. On pourrait aussi considérer le segment donné comme composé du trapèze ABFD et des deux segment égaux AD, BF pour en déterminer de cette manière la surface.

PROBLÈME XVI.

Trouver la surface d'une lunule, ou l'espace compris entre les arcs de deux cercles excentriques qui s'intersectent. [1]

(46) **REGLE.** *Trouvez* (**436 G.**) *par l'avant dernier problème les aires des deux segments qui vont à former la lunule : leur différence sera la surface requise.*



Ex. 1. La corde AB d'une lunule AEBLA est 20 et les hauteurs des segments composants AEB, ALB sont 5 et 8 ; quelle est la surface de la lunule ? **Rep.** 49.392704.

2. La corde = 29, et les hauteurs des segments 10 et 12 ; quelle est l'aire de la lunule ? **Rep.** 130.204.

3. Déterminer la surface d'une lunule dont la longueur de la corde est 48, et les hauteurs des segments 18 et 7 ? **Rep.** 408.608.

4. La base AB d'une lunule est 10 et les rayons AC, AD des deux arcs contenants AEB, ALB sont 7 et 6 ; trouvez la surface.

5. La corde d'une lunule étant 10 et les hauteurs des segments 15 et 13 ; quelle est la surface ?

---

1. Voir parmi les modèles du *tableau* les bases opposées et la coupe parallèle de l'onglet de cylindre évidé.

PROBLÈME XVII.

Trouver [1] la circonférence d'une ellipse.

(**47**) Cette figure que fait voir toute coupe FI, AD (**997 G.**) ou FE, RN (**1099 G.**) d'un cylindre, ou *be* (**1055 G.**), *ac* (**1056 G.**) d'un cône par un plan qui étant incliné à l'axe de ces solides en rencontre les deux côtés, se présente fréquemment à la considération du mesureur. [2] On la retrouve dans le cirque, l'amphithéâtre, le parterre, etc., et sur une plus petite échelle dans l'œil-de-bœuf, etc., mais c'est surtout la demi-ellipse que l'on rencontre, dans la coupe des voûtes de toutes sortes, dans la tête cintré d'une porte ou fenêtre, ou d'une ouverture arquée entre deux appartements, etc.

(**48**) On serait peut-être tenté de croire, au premier abord, que la circonférence de l'ellipse dût être une moyenne arithmétique entre les circonférences de deux cercles ayant pour diamètres respectifs les grand et petit diamètres de l'ellipse, ou ce qui est la même chose, que cette circonférence dût être égale à celle d'un cercle dont le rayon serait égal à la demi-somme des grand et petit rayons de l'ellipse, c'est-à-dire, dont le rayon serait moyen arithmétique entre les demi-diamètres de l'ellipse ; et il en est à peu près ainsi pour les ellipses dont les diamètres ne diffèrent, l'un de l'autre, que de 25 à 20 pour cent ; mais pour se persuader qu'il n'en est pas toujours ainsi, on n'a qu'à recourir à un cas extrême (comme on l'a déjà fait au par. (**828 G.**) En effet, supposons que pendant que le petit axe de l'ellipse est 1, le grand axe soit 1,000,000 ; il est évident que la circonférence d'une telle ellipse sera sensiblement égale au double de son grand diamètre, c-à-d., 2,000,000 pendant que la demi-somme 500000 + .5 ou 500000 (car on peut négliger le 5), des axes × 3.1416 = 1,570809 ; et si le petit diamètre était infiniment petit relativement au grand supposé égal à 2, la circonférence exacte serait 4, (double du grand axe) pendant que la circonférence moyenne arihméthique ne

---

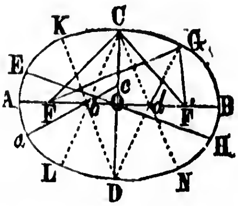
1. Quoi qu'on ne puisse à l'aide des principes dont il a été question jusqu'ici, donner une démonstration de cette règle et des quatre suivantes ; on a cru cependant devoir les insérer ici pour compléter les règles nécessaires au toisé des surfaces planes, ou de celles (**1140 G.** *D'ail.*) qui étant à simple courbure, peuvent se développer en surfaces planes.

2. Voir parmi les modèles du *tableau*, les bases et coupes des cylindres, cônes et conoïdes, etc., obliques et des troncs de ces corps. Ces ellipses sont de divers degrés d'excentricité ou ont leurs diamètres dans des rapports variés.

serait que de 3.14159, etc., l'erreur étant dans ce cas de 4—3. 1416= 8584 ou près d'un quart. Mais, si l'on ne peut correctement obtenir la circonférence d'une ellipse, de cette manière, il est démontrable qu'on y arrive exactement par la méthode suivante :

(**49**) **RÈGLE I.** *Multipliez la racine carrée de la demi-somme des carrés des deux diamètres de l'ellipse par* 3.1416, *et le produit sera la circonférence voulue.*

Ex 1. Le grand diamètre AB d'une ellipse est 15 et le petit diamètre 12 ; quelle en est la circonférence ?



Rep. $\left(\frac{AB^2+CD^2}{2}\right)^{\frac{1}{2}}$ (**39 G.**)$=\sqrt{184.5}=13.583$ et $3.416 \times 13.583=42.6723528$.

2. Les grand et petit axes étant respectivement 25 et 20 ; déterminer la périphérie de l'ellipse ? **Rep.** 69.3979.

3. Les demi-diamètres d'une ellipse sont $12\frac{1}{2}$ et $7\frac{1}{2}$; quelle est le périmètre ? **Rep.** 64.7667.

(**50**) Il est clair que *la demi-ellipse* CBD est égale en périmètre et en surface à la demi-ellipse ACB, et que chacune d'elles a pour mesure la demi-circonférence et la demi-surface de l'ellipse entière. Cette règle et la suivante qui enseignent à trouver la circonférence et la surface de l'ellipse entière fournissent donc aussi le moyen *d'arriver au périmètre* ACB ou CBD *ou à la surface de la demi-ellipse* du même nom.

Il est de plus évident que tout autre diamètre EH divise l'ellipse en deux parties de même surface et de même périmètre.

(**51**) *Il est une propriété importante de l'ellipse qui nous permet de la tracer avec facilité ou de découvrir si une figure curviligne qui ressemble à une ellipse en est une ou non ;* c'est que la somme FC + F′C, EG + F′G, des rayons menés de deux points F, F′ situés sur le grand diamètre et qu'on nomme foyers ou centres de l'ellipse, à un troisième point quelconque C ou G, etc., sur sa circonférence, est constante et égale au grand diamètre AB ; or il est clair que cette propriété là même nous permet d'établir les foyers. En effet, les deux diamètres d'une ellipse quelconque étant donnés, du point C ou D extrémité du petit axe, comme centre et avec un rayon CF=CF′=OA ou OB= $\frac{1}{2}$ AB on intersectera AB en F et F′ les foyers voulus ; puis, des points F et F′ comme centres, avec des rayons FG, F′G dont la somme=AB, c'est-à-dire, avec un rayon quelconque FG moindre que FB et un autre rayon F′G égal à la différence entre le premier rayon FG et le diamètre AB, l'on tracera des arcs dont les intersections en G donneront un point, et en répétant l'opération une suite de points par lesquels on fera passer une courbe qui sera l'ellipse voulue.

(52) Ou, l'on fixera en F et F′ des aiguilles auxquelles on attachera les extrémités d'un fil d'une longueur telle que l'on ait FC + F′C ou FG + F′G = AB ; il suffira alors de tenir le fil tendu au moyen d'un crayon ou d'une pointe que l'on promènera tout autour des deux foyers pour compléter le tracé de l'ellipse.

(53) *Pour faire la même opération sur une grande échelle ;* après avoir pris FG ou F′G à volonté, moindre que AF′ ou BF, mais plus grand que AF ou BF′, connaissant l'autre rayon = AB—FG ou AB—F′G, suivant le cas, et FF′ étant ainsi connu $= 2\ OF = 2\sqrt{GF^2 - CO^2} = 2\sqrt{OA^2 - OC^2}$ on n'aura qu'à calculer l'un FF′G ou F′FG des deux angles à la base du triangle GF′F et mener l'un des deux rayons de la longueur voulue et sous l'angle requis pour donner un point G de la circonférence proposée ; cette opération répétée donnera une série de points par lesquels on fera passer une ligne qui sera la circonférence demandée. Observons aussi que l'on s'exempterait le mesurage du rayon GF ou GF′, en calculant chacun des angles en F et en F′ pour opérer ensuite une intersection G des directrices FG, F′G.

(54) Ajoutons qu'une construction géométrique ou graphique sur une petite échelle aurait l'avantage de donner d'une manière plus expéditive et souvent assez exacte tous les angles GFF′, GF′F, etc., nécessaires à la détermination des intersections ou points G du périmètre voulu.

(55) *On trace encore l'ellipse comme suit :* Soit *ac* = AO ou BO le demi-grand axe, *ab* = CO ou DO demi petit axe. En faisant mouvoir la droite *ac* de manière à tenir le point *c* sur le diam. DC et le point *b* sur le diam. AB, le point *a* décrira l'ellipse voulue. Dans la pratique la droite *ac* est une tige ou tringle quelconque, avec des aimants ou points saillants en *a*, *b* et *c*, et l'on dispose à l'endroit des diamètres AB, CD des tringles, rainures ou coulisses pour servir de guides aux points *b* et *c*.

(56) REGLE I. *Quand les diamètres ne sont pas très-inégaux, on obtient assez correctement la circonférence de l'ellipse en faisant le produit de la demi-somme de ces diamètres par* 3.1416.

Ainsi les trois derniers exemples calculés de cette manière donnent respectivement pour réponses 42.41 au lieu de 42.67, 11 au lieu de 69.40, et 62.83 au lieu de 64.76 ; c'est-à-dire, que quand la différence entre les diamètres n'excède pas $\frac{1}{5}$ ou $\frac{1}{4}$ ou quand les rapports entre les diamètres sont ceux de 5 : 6 ou de 4 : 5, l'erreur dans le résultat ne va pas au-delà de $\frac{1}{150}$ ou $\frac{1}{100}$, et lorsque la différence entre les diamètres est de $\frac{2}{3}$ ou que ces diamètres sont entre eux comme 15 : 25 l'erreur devient $\frac{1}{30}$ à peu près du résultat entier. Quand les diamètres sont entre eux comme 1 : 2, les circonférences obtenues par les deux règles sont entre elles comme 47.12 : 49.66 l'erreur étant dans ce cas $\frac{1}{20}$ près. Les diamètres étant comme 1 : 3 les circonférences sont à peu près : : 63 : 70, l'erreur étant dans ce cas de $\frac{1}{10}$ près. Quand les diamètres sont : : 1 : 5, les circonférences sont : : 94 : 113 et l'erreur de $\frac{1}{5}$ près. Enfin si les diamètres étaient entre eux : : 1 : 10 les périmètres seraient : : 173 : 223, et l'erreur de $\frac{5}{22}$ ou de $\frac{1}{4}$ près. Ce qui mettra en mesure de faire choix de l'une ou l'autre règle suivant le degré d'exactitude voulue dans le résultat.

REM. D'ailleurs il est clair qu'on pourrait aussi, après avoir trouvé la circonférence voulue, d'après cette seconde règle, la corriger par l'addition du taux d'erreur ou de défaut proportionné au rapport entre les diamètres, et tel qu'établi plus haut.

PROBLÈME XVIII.

Déterminer la surface d'une ellipse. [1]

(57) **REGLE.** *Multipliez le produit des deux diamètres par .7854 ; le résultat sera la surface voulue.*

Ex. 1. Quelle est l'aire d'une ellipse dont les diamètres sont 24 et 18 ? **Rep** 23 × 18 = 432 = AB × CD, et 432 × .7854 = 339.2928 = surf. ACBD.

2. Si les axes d'une ellipse sont 35 et 25, quelle en est l'aire ? **Rep.** 687.225.

3. On demande l'aire d'un ovale dont la longueur est 70 et la largeur 50 ? **Rep.** 2748.9.

4. L'axe majeur d'une ellipse mesure 840 chaînons, l'axe mineur 612 chaînons : on demande le nombre d'acres dans cette enceinte ? **Rep.** 4 acres 6 perches.

(58) **REM.** Puisque la règle donne pour surface de l'ellipse l'expression AB.CD × .7854 ou ce qui est (**87 G.**) la même chose

---

1. Les faces composantes de plusieurs des modèles du "tableau" présentent des ellipses de divers degrés d'excentricité ou dont les diamètres sont entre eux dans des rapports variés.

$\left(\sqrt{AB.CD}\right)^2 \times .7854$, il suit évidemment que *l'ellipse est égale en surface à un cercle dont le diamètre serait moyen proportionnel entre les deux diamètres de l'ellipse.* Soit d ce diam. moyen, on a $AB : d :: d : CD$ et puisque (**104 G.**) $AB^2 : d^2 :: d^2 : CD^2$ il est clair aussi que la *surface de l'ellipse est moyenne proportionnelle entre celle des cercles inscrit et circonscrit, c'est-à-dire, entre celles de deux cercles ayant pour diamètres respectifs les deux diamètres de l'ellipse.*

(**59**) **REM.** Aidés des deux règles qui enseignent à déterminer la circonférence et la surface d'une ellipse ; on pourra les substituer avec avantage à la méthode moins précise et plus longue du par. (**437 G.**) dans l'estimation des périmètres et surfaces des bases curvilignes, c'est-à-dire, (**47 T.**) elliptiques, du cylindre oblique et du tronc de cylindre (**997** et **1099 G.**) ainsi que celles du cône oblique et du tronc de cône (**1055, 1065, 1067, 1140,** etc. **G.**)

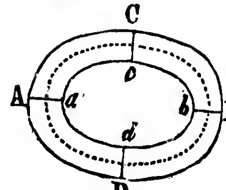
PROBLÈME XIX.

Trouver la surface d'un anneau elliptique.

(**60**) **REGLE I.** *Déterminez séparément les surfaces des deux ellipses concentriques, et prenez-en la différence qui sera la surface voulue.*

REGLE II. *Multipliez la demi-somme des circonférences parallèles des deux ellipses limitatives par la largeur de l'anneau.*

Ex. 1. Quelle est l'aire d'un anneau elliptique dont les diamètres intérieurs sont 10 et 20 et les diamètres extérieurs 12 et 22 ?



Rep. 10+20+.7854=157.08, 12 × 22 × .7854=207.3456 ; la différence 50.2656 de ces deux résultats est la suaface voulue de l'anneau.

2. La circonférence extérieure d'une ellipse est 100, la circonférence intérieure 90, la largeur de l'espace intermédiaire étant de 3.5, ; on demande la surface de l'anneau ? **Rep.** 332.5.

3. Déterminer la superficie d'un demi-anneau elliptique, dont les périmètres parallèles mesurent 93 et 77 pouces et la largeur 10 pces ? **Rep.** 850 pouces carrés ou 5.9028 pieds c.

4. Evaluer l'aire d'une partie quelconque Aa cC d'un anneau elliptique, dont l'arc extérieur AC est 15, l'arc parallèle ac 12, et la largeur 3 ? **Rep.** 40 5.

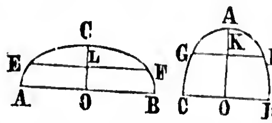
REM. Il est à peine nécessaire d'observer que si la largeur de l'espace annulaire n'était pas partout égale, ou même si l'ellipse intérieure avait une position quelconque par rapport à son enveloppe extérieure, ou un rapport quelconque entre ses diamètres, on n'en obtiendrait pas moins la surface voulue par la première des deux règles de ce problème.

PROBLÈME XX.

Trouver la surface d'un segment d'ellipse dont la base est parallèle à l'un ou à l'autre axe de l'ellipse.[1]

(61) REGLE. *Divisez la hauteur du segment par celui des deux diamètres dont cette hauteur fait partie, et trouvez dans la table annexée à ce traité le segment de cercle dont le sinus-verse est égal au quotient. Faites alors le produit continu du segment ainsi trouvé et des deux axes de l'ellipse ; ce produit sera la surface voulue.*

Ex. 1. Evaluer l'aire du segment elliptique AGH dont la hauteur AK = 10, et les deux axes AB, CD, 34 et 25 ? **Rep.** 162. 02



2. Quelle est la surface d'un segment d'ellipse, dont la base GH est à 36 du centre O, les axes étant 120 et 40. **Rep.** 536. 75.

3. Déterminez la surface d'un segment d'ellipse, dont la hauteur CL est 8 pouces ; les deux axes étant 4 et 3 pieds. **Rep.**

(62) REM Si les segments d'ellipses ACD, *acd*, *acc*, de la fig du par. **(1140 G)** répondent à la définition de l'énoncé de ce prob. on pourra au besoin faire l'application de la règle ici donnée pour en exprimer les surfaces. On estimerait de même au besoin la superficie du segment d'ellipse qui forme la surface supérieure de l'onglet fig. 2 du par. **(1143 G.)** Et si le segment à estimer était la *zone* ou partie AEFB, CGHD, on aurait la surface voulue égale à la différence entre les demi-ellipses ACB, CAD et leurs segments respectifs ECF, GAH.

---

1. Plusieurs des onglets de cylindre, de cône et de sphéroïde du *tableau* présentent dans leurs coupes ou sections des segments d'ellipse, les uns plus grands, les autres plus petits que la demi-ellipse ; d'autres, des demi-ellipses ; d'autres enfin, des zones d'ellipse.

PROBLÈME XXI.

Trouver la surface d'une parabole. [1]

(**63**) Cette figure est celle que présente la coupe d'un cône par un plan parallèle à son côté incliné. (ADC, fig. du par. (**1140G.**) en donne une idée). Elle a ceci de particulier que tout point E, H, etc., de la courbe est également éloigné d'un point F qu'on appelle foyer et d'une droite M N perpendiculaire à l'axe CD) qu'on appelle directrice et dont la distance SC du sommet C de la parabole est égale à la distance FC du foyer au sommet; c'est à dire que l'on a toujours EF=EM, HF=HN, etc; or on démontre que l'endroit F du foyer se trouve en bissectant BD en T, joignant CT, et menant TR perpendiculaire à CT pour avoir DR=CF=CS. Le foyer F trouvé et la position de la directrice MN déterminée, on trace la courbe en menant un série de droites indéfinies GH (appelées ordonnées) parallèles à AB ou perpendiculaires à l'axe CD; puis, du foyer F comme centre et avec un rayon US égal à la distance entre les parallèles GH, MN on intercepte GH en G et H, ce qui détermine deux points dans le périmètre de la parabole. Cette opération suffisamment répétée donnera une série de points, par lesquels on fera passer une courbe qui sera la figure voulue.

(**64**) On trace encore la parabole à l'aide d'une équerre *abc*, dont la branche *bc* est égale à la distance de la directrice MN à la base KL de la parabole proposée. A l'extrémité *c* de l'équerre et au foyer F, l'on attache un fil *c*GF égal en longueur à *cb*. On glisse alors la branche *ab* de l'équerre le long de la directrice MN en tenant en même temps le fil tendu le long de la branche *bc*, au moyen d'une pointe ou crayon dont le mouvement décrit la parabole voulue.

(**65**) **REGLE.** *Multipliez la base par la hauteur et prenez les deux tiers du produit pour la surface voulue.*

Ex. 1. Trouver la surface de la parabole ACB dont la base AB est 20 et la hauteur CD 18?

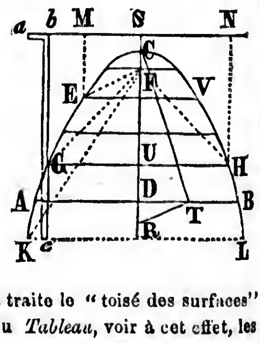
Rep. 240

2. La base d'une parabole est 13.5, et la hauteur 11 .25; quelle en est l'aire?

Rep 101 .25.

3. CD=10, AD=8; quelle est la surface?

Rep. $106\frac{2}{3}$.



1. Cette figure, comme toutes les autres figures dont traite le "toisé des surfaces" se trouve parmi les faces constituantes des modèles du *Tableau*, voir à cet effet, les onglets de cône et de conoïde.

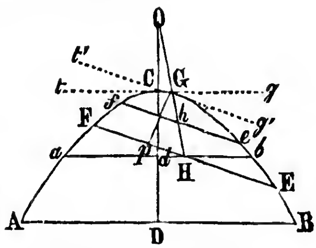
(66) REM. Il suit de la définition de la parabole que toute partie GCH, ECV de la parabole ACB terminée par une base GH, EV parallèle à AB, est encore une parabole, et non un simple segment, comme dans le cas de l'ellipse ; car le cône peut être sensé coupé par un plan parallèle à sa base et cela tant en deçà qu'au delà de cette base en KL sans cesser d'être un cône et par conséquent, sans que la définition de la section KCL ou ECV, etc., en soit aucunement altérée.

D'où il résulte que pour arriver à la surface d'une zone, d'un segment AEVB de parabole par une ligne quelconque EV parallèle à sa base, on n'aura qu'à prendre la différence des paraboles entière et partielle ACB, ECV.

(67) Il y a encore, **l'hyperbole** [1] (section d'un cône par un

---

1. L'*hyperbole* ACB se voit à l'endroit des coupes ou sections de certains onglets de cône et de conoïde que l'on trouvera parmi les modèles du *Tableau*.

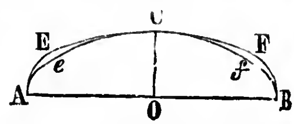


Cette courbe est, mais dans un sens inverse, analogue à l'ellipse. Ainsi, pendant que dans l'ellipse (**51 T.**), c'est la somme des rayons menés des deux foyers qui est constante ou invariable, dans l'hyperbole, au contraire, c'est la différence de ces mêmes rayons qui demeure constante ; ce qui fait que les deux moitiés, parties ou branches de la courbe (hyperboles conjugées comme on les appelle) présentent l'une à l'autre, non leurs côtés concaves comme dans l'ellipse, mais leurs extrémités, sommets ou côtés convexes. Pour tracer cette courbe sans conditions de dimensions, c'est à-dire, sans conditions quant aux dimensions du cône ou quant à la position du plan de section, ayant pris à volonté deux points, F, F, éloignés l'un de l'autre d'une distance arbitraire, puis de l'un de ces points ou foyers avec un rayon quelconque ayant décrit de chaque côté de l'axe, (c'est-à-dire, de la ligne qui relie les foyers) un arc, l'on décrira de l'autre foyer comme centre et avec un rayon excédant le premier d'une différence donnée deux autres arcs qui à l'endroit de leur intersection avec les deux premiers arcs détermineront 2 points de la courbe voulue. L'on repétera cette opération avec deux nouveaux rayons, prenant garde toutefois que le second rayon excède toujours le premier de la différence donnée, (laquelle comme on l'a vu doit demeurer constante) ce qui fournira deux autres points dans la courbe à décrire ; et l'on continuera à déterminer ainsi d'autres points de la courbe jusqu'à ce que leur suite et direction rendent évident le parcours de l'hyperbole. Si, maintenant, l'on transpose les rayons, il est clair que l'on aura une nouvelle série de points, celle de l'hyperbole conjugée. On appelle centre de l'hyperbole, comme de l'ellipse, le point O qui est à mi-chemin entre les deux foyers.

L'on peut encore, comme pour la parabole et l'ellipse tracer l'hyperbole par un moyen mécanique. Prenant une règle que l'on assujettira par un bout, à l'un des foyers de la courbe à décrire, et de manière que la règle soit mobile autour du dit foyer l'on reliera l'autre extrémité de la règle au second foyer par une corde ou ligne qui devra être moins longue que la règle, de la différence voulue entre les rayons ; alors un crayon ou une pointe qui tiendra la corde tendue et en même temps en contact avec la règle décrira, pendant que la règle tournera autour du premier foyer, l'hyperbole voulue et la transposition de la règle et de la corde permettra de décrire à volonté l'autre branche de la courbe.

plan qui en rencontre la base sous un angle plus grand que celui que fait le côté du cône avec cette base) la **cycloïde,** (que fait décrire à un point situé sur la circonférence d'un cercle maintenu dans un même plan, une révolution entière du dit cercle le long d'une droite qu'on appelle base de la courbe, laquelle ressemble fort à une demi-ellipse, fig. du paragraphe (**68**) **et** plusieurs **autres figures curvilignes.** dont on peut avoir à évaluer les surfaces et périmètres, et pour lesquelles il existe des règles spéciales qui permettent d'en établir avec toute la précision voulue les aires et circonférences relatives ou absolues ; mais on remarquera ici comme on l'a déjà fait (**1136 G.**) qu'il y aura généralement à s'enquérir tout d'abord de l'espèce même de la figure proposée ; et le travail seul qu'exigerait cette opération préliminaire serait souvent suffisant pour décider de recourir de suite à la méthode du problème suivant.

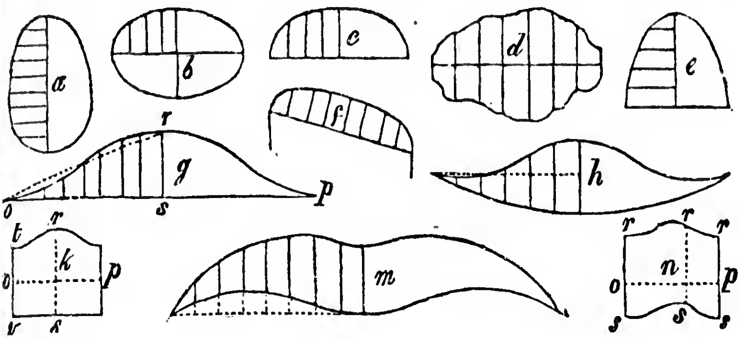
(**68**) Un œil même exercé aura souvent peine à se rendre compte de la nature de la figure à estimer, et l'on commettra parfois d'assez graves erreurs en s'y méprenant. Il y a par exemple la courbe AECFB, dite *anse-de-panier* et d'autres de cette sorte qu'on retrouve souvent dans la coupe d'une voûte et dans la tête cintrée d'une ouverture, et qu'on serait peut être quelquefois tenté de prendre pour une ellipse, afin d'en évaluer le contenu superficiel d'après la règle applicable à cette figure ; or, l'on voit que dans le cas actuel la différence AECe + BFC*f* (ou 2 AECe) entre les deux figures, peut être trop considérable pour permettre de la négliger.



PROBLÈME XXII.

Déterminer la surface d'une figure curviligne quelconque.

(**69**) **RÈGLE.** *Divisez la figure entière, si elle est irrégulière, (c'est-à-dire, si les parties correspondantes ne sont pas symétriques) la moitié ou le quart, si elle est régulière, en trapèzes de même largeur ou hauteur, et procédez ensuite à la manière du problème VI, doublant ou quadruplant au besoin la surface ainsi trouvée pour avoir l'aire entière de la figure.*



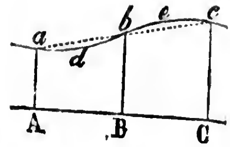
(*)

(70) La méthode d'évaluation par trapèzes, sera d'autant plus exacte qu'il y aura dans la figure à estimer des concavités et convexités *adb*, *bec*, compensatoires l'une de l'autre, comme l'on en remar-

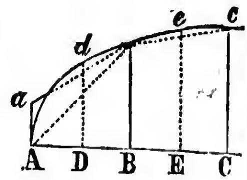
---

(*) Parmi ces figures, *a* est l'ove ou ovale ; (telle est la coupe verticale de l'œuf, etc.,) *b* est l'ellipse, (tel'e est la coupe du melon, etc.,) ou toute autre figure analogue, l'œil-de-bouc, la coupe du sphéroïde, l'amphithéâtre, etc.; *c* est la demi-ellipse, anse-de-panier, cycloïde, tête cintrée surbaissée d'une ouverture, coupe d'une voûte, etc. ; *d*, une figure curviligne irrégulière quelconque; *e*, une parabole ou autre figure analogue, hyperbole, tête cintrée surhaussée d'une ouverture, coupe d'une voûte, coupe verticale d'un conoïde, d'un dôme, etc.; *f* est l'arche rampante ou la coupe d'une voûte inclinée; *g* est la surface latérale ou convexe développée d'un onglet de cylindre droit; *h*, la surface latérale développée d'un onglet de cône droit ; *m* le développement de la surface d'un onglet de cylindre ou de cône oblique. Les lunettes ou intersections de voûtes, dont on a fait déjà mention à l'article (**1143 G.**) présentent aussi des surfaces dont le développement offre à la considération du mesureur les trois dernières figures que l'on vient de définir. La surface latérale développée d'un tronc de cylindre droit présente la forme *k*, et il suit du par. (**997 G.**) et de la dém. du par. (**1099 G.**) qu'il suffit de multiplier la demi-somme de sa moindre et de sa plus grande hauteur *tr*, *rs*, par la longueur *op* perpendiculaire à *rs* ou *vt*, cette largeur étant évidemment égale à la circonférence developpée d'une section du cylindre par un plan perpendiculaire à son axe ou côté. Le développement de la surface latérale d'un cylindre oblique (**997**) présente la figure *n*, dont la hauteur *rs* qui est celle du côté incliné du cylindre, est partout uniforme, l'aire de l'enveloppe étant par conséquent égale au produit de *rs* par la largeur *op*, périmètre d'une section perpendiculaire à l'axe ou au côté du solide.

Il est utile de dire aussi que si l'onglet de cylindre droit dont la fig. *g* est l'enveloppe, au lieu d'être partiel comme KLNE ou KLRF page 409, est entier ou complet comme AD*d*, page 388 G. on aura la superficie de *g* en faisant le produit de *op* par la moitié de *rs*, car dans ce cas *g* ne sera autre qu'une enveloppe *k* de tronc de cylindre dont la moindre hauteur *vt* serait égale à zéro. En ajustant à la paroi latérale d'un onglet ou tronc de cylindre et de cône du *tableau*, une feuille de papier, pour ensuite le tracer ou découper à volonté, l'élève se fera une excellente idée de la nature des surfaces développées dont il est ici question.



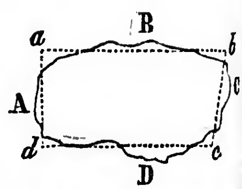
que dans les figures *g*, *h*, *m*, *k*, puisque alors le segment *bec* qu'on néglige en considérant comme trapèze la partie BC*ceb* de l'aire à évaluer, sera compensée par le segment *adb* qui est de trop dans le trapèze AB*ba*.



(71) Mais quand la figure sera toute convexe on ajoutera à la précision en faisant entrer en compte la somme des segments *abd*, *bce*, etc., dont on fixera à l'œil ou autrement la largeur moyenne que l'on multipliera par le périmètre correspondant *adbec* pour en avoir la surface.

(72) Observons aussi que au lieu de regarder comme nulle la hauteur initiale de la figure, à l'endroit A de la naissance de la courbe, ce qui donnerait pour aire de la partie AB*bda*A de la fig. le triangle AB*b*, on obtiendra plus d'exactitude en regardant comme ligne droite la partie presque verticale A*a* de la courbe, ce qui donnera alors pour surface plus approximative de cette partie composante de la fig. le trapèze A*ab*B au lieu du triangle A*b*B.

Il est clair aussi qu'une subdivision continue D*d*, E*e*, et suffisante pour permettre de considérer comme étant sensiblement des lignes droites les parties *ad*, *bd*, *be*, etc., de la circonférence convexe ou concave de la fig. aura aussi l'effet d'ajouter singulièrement à l'exactitude du résultat.



(73) Il est encore un moyen assez correct et expéditif d'arriver à la surface d'une figure irrégulière ABCD, celui de la réduire en une figure régulière ou rectiligne équivalante quelconque par des lignes compensatoires *ab*, *bc*, c'est à-dire, telles que la somme des parties excluses par ces droites soit égale en surface à la somme des parties comprises dans leur enceinte, opération graphique ou mécanique pour l'exactitude de laquelle on s'en rapportera souvent à une appréciation oculaire.

(74) Enfin, pour ce qui est de l'évaluation des longueurs développées des périmètres des figures dont il s'agit ici, remarquons encore comme on l'a fait, page 596 G, que la manière souvent la plus expéditive et non la moins exacte d'y arriver, consistera dans l'emploi d'un fil ou ruban ou de tiges ou triangles en bois ou en métal assez minces pour permettre de les ajuster au périmètre à estimer, afin d'en déduire de suite les dimensions voulues.

TOISÉ

DES

CORPS OU SOLIDES.

(Voir les modèles du *tableau stéréométrique.*)

(75) Le toisé des solides, comprend celui de leurs surfaces [1] et celui de leurs volumes ou solidités.

On a déjà vu (**5, T.**) que l'unité de mesure pour les surfaces planes est un carré dont le côté est l'unité de longueur.

L'on réfère aussi à une unité de longueur une ligne courbe quelconque, et sa valeur numérique est le nombre de fois que la ligne contient cette unité. Il y a aussi lieu d'observer ici que la règle déjà donnée (page 177 ,2° **G.**) pour trouver le rapport numérique entre deux lignes droites ou pour en déterminer la commune mesure ou le plus grand commun diviseur, s'applique également à deux lignes courbes quelconques de même rayon, puisque cette égalité de courbure permettra la superposition et la coïncidence entière et parfaite de ces lignes tout de même que si elles étaient droites. Maintenant si l'on suppose que l'unité linéaire soit réduite à une ligne droite et que sur cette ligne l'on construise un carré, ce carré sera encore l'unité de mesure pour les surfaces courbes.

(76) L'unité de volume est (**1014 G.**) un cube dont la face composante est égale à l'unité superficielle qui sert à estimer la surface du solide, et le côté égal à l'unité linéaire dont on a fait usage pour en exprimer les dimensions linéaires.

---

1. Les bases opposées, les faces latérales et les coupes des divers modèles du *tableau stéréométrique* présentent entre autres, toutes les figures planes dont on a traité, dans le " Toisé des surfaces," y compris le *carré, rectangle, parallélogramme, triangle, polygone, cercle, secteur, segment, zone, lune, ellipse, parabole, hyperbole, etc., etc.*

PROBLÈME I.

Trouver la surface d'un prisme [1] droit. (946 G.)

(Voir le *Tableau Stéréométrique.*)

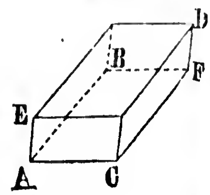
(77) REGLE. *Multipliez* **(992 G.)** *le périmètre* [2] *ABFCA ou ABCDEA* (*fig. de la page suivante*) *de la base par la hauteur AE ou AF suivant le cas, et le produit sera la surface latérale. A cette surface ajoutez celles des deux bases quand la surface entière est requise.*

Ex. 1. Quelle est la surface d'un cube dont le côté est 20 ?

Rep. 2400.

2. Déterminer la surface entière d'un prisme triangulaire, dont la base est un triangle équilatéral ayant 18 pouces de côté, et la hauteur 20 pieds ?

Rep. 91.949 pds. carrés.



3. On demande le poids du cuivre nécessaire pour couvrir l'intérieur d'une citerne dont la longueur mesure 10 pieds, la largeur 5 pieds et la hauteur

---

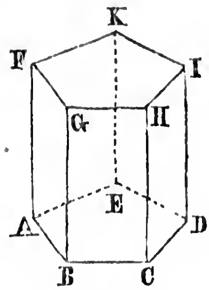
1. Le prisme, qui comprend aussi le cube et le parallélipipède, se présentent tous les jours au calcul du mesureur. On le voit dans le corps principal et les ailes d'édifices de toutes sortes, ainsi que dans la figure des divers appartements qui en font partie. On le retrouve encore dans les murs, piliers et trumeaux de construction de toute espèce et sur une plus petite échelle dans chacune des pierres ou briques composantes de ces corps. Les toits à pignon présentent le plus souvent la figure du prisme triangulaire droit et les pignons mêmes des murs qui en forment les bases parallèles sont aussi des prismes de même nom. Le corps ou carré d'une lucarne de mansarde n'est autre chose d'ordinaire qu'un prisme triangulaire ou demi-parallélipipède droit et le toit d'une lucarne, s'il est en croupe, est un prisme triangulaire oblique pourvu que l'inclinaison de la croupe soit égale à celle du toit et si le plan de la croupe n'est pas parallèle à celui du toit, c'est alors un tronc de prisme dont on a à évaluer le contenu solide et superficiel. Il y a encore dans les arts et métiers mille et un objets qui affectent la forme du cube, du parallélipipède droit, oblique ou tronqué, du prisme polygone droit, oblique ou tronqué ou qui peuvent se décomposer en solides de cette espèce. Les déblais et remblais pour voies ferrées et autres présentent encore assez souvent à la considération du mesureur des prismes quadrangulaires ayant pour bases parallèles des trapèzes.

2. Chacun des arêtes ou des côtés (AB, CF, 1ère fig. ou AF, BG, CH, etc., 2de fig.) du prisme étant de même longueur, c'est évidemment la même chose de multiplier successivement chaque côté ou arête (base du parallélogramme qui va à former la surface latérale du prisme) par la longueur du parallélogramme correspondant ou d'ajouter suivant la règle toutes ces largeurs pour ne les multiplier qu'une fois par la longueur du côté du prisme.

ou profondeur 4 pieds, le cuivre à employer étant de 5 livres au pied carré ? **Rep.** 850 livres.

4. Combien y a-t-il de mètres carrés dans la surface latérale d'un corps de bâtisse dont la longueur est de 100 mètres, la largeur 23.3 mètres et la hauteur 17 mètres ?

Rep. 4192.2.



5. Un appartement mesure 40 pieds sur 25, et sa hauteur est de 15 pieds ; combien faudra-t-il de verges carrées d'enduits pour en recouvrir les quatre pans et le plafond ?

Rep. $327\frac{7}{9}$.

6. Quel serait le coût de garnir en plomb de 7 livres au pied et à 8 sous la livre, l'intérieur d'un vaisseau rectangulaire dont la longueur est de 3 pieds 2 pouces, la largeur 2 pieds 8 pouces, et la hauteur $2\frac{1}{2}$ pieds.

Rep. Surface à couvrir $=37.\frac{7.333}{12}+$ pieds carrés, $=263\frac{5}{18}$ livres, $=£4.7.9\frac{1}{9}=\$17.55.185$.

7. Quelle est la surface latérale d'un madrier de 10 pieds, sur 12 pouces, sur 3 pouces. **Rep.** 25 pds. car.

8. Combien de pieds superficiels de pierre taillée dans la surface latérale d'un pilier octogone dont le côté est 15 pouces et la hauteur 10 pieds ? **Rep.** 100.

9. Combien faudra-t-il de carrés de lambris pour couvrir la surface latérale d'un édifice hexagone dont le rayon oblique est de 20 pieds et la hauteur 33 pieds ? **Rep.** 39.60.

10. Quelle est la surface latérale d'un poteau polygone de 3 pds, de périmètre et 10 pieds de hauteur ? **Rep.** 30 pieds carrés.

11. Le périmètre d'une barre de fer est $3\frac{3}{4}$ pouces, sa longueur 7 pieds ; quelle en est la superficie latérale ?

Rep. $3.75\times 84=315$ pouces carrés.

PROBLÈME II.

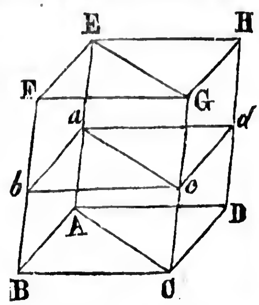
Trouver le volume d'un prisme droit.

(Voir le *tableau*.)

FORMULE GÉNÉRALE.

(78) *A la somme des surfaces des extrémités ou bases parallèles (AF, ED ou AD, FI) du solide, (voir les figures du dernier problème et la suivante) ajoutez quatre fois la surface d'une section ou coupe à mi-chemin entre elles ;* ***multipliez*** *le tout par la sixième partie de la* *hauteur (AE ou AF) du corps (ou, ce qui revient au même, multipliez cette somme par la hauteur entière et prenez ensuite la sixième partie du produit) le résultat sera le volume demandé.*

(79) REM. Le prisme (**990 G.**) étant un corps dont la grosseur, (largeur, épaisseur ou diamètre) est partout la même, il est clair que toute coupe ou section de ce solide par un plan *abcd* parallèle à la base, BD ou FH, est en même temps égale à la base, ce qui réduit donc, pour le prisme, la règle ou formule générale en tête du *tableau stéréométrique* à l'expression plus simple suivante : (voir : Introduction, page 8, dernier alinéa.



REGLE. *Déterminez d'abord la surface de la base ; multipliez ensuite cette surface par la hauteur ; le produit sera* (**1020**) *le volume du prisme.*

Ex. 1. Quel est le contenu solide d'un cube dont le côté est de 24 pouces ? **Rep.** 13.824.

2. Combien y a-t-il de pieds cubes dans un bloc de marbre dont la longueur est 3 pieds 2 pouces, la largeur 2 pieds 8 pouces et la hauteur ou épaisseur $2\frac{1}{2}$ pieds ? **Rep.** $21\frac{1}{9}$.

3. Combien de gallons d'eau pourra contenir une citerne des dimensions de l'exemple précédent, le gallon étant de 282 pouces cubes ? [1] **Rep.** $129\frac{17}{47}$.

4. Quel est le volume d'un prisme triangulaire dont la hauteur est 10 pieds, et les trois côtés de sa base triangulaire 3, 4 et 5 pieds ? **Rep.** 60.

5. On demande le nombre de pieds cubes de pierre dans un pilier de 15 pieds de hauteur et dont la base est un hexagone régulier ayant 1 pied 4 pouces de côté ? **Rep.** 69.282.

6. Déterminer le nombre de toises de maçonnerie, (la toise étant de $6 \times 6 \times 2 = 72$ pieds cubes français) dans un prisme octogone de 12 pieds de hauteur et 3 pieds de côté ? **Rep.** 7 toises 17.47 pieds cubes.

7. Le pilier ou trumeau qui sépare deux fenêtres ébrasées, et dont la base est en conséquence un trapèze, mesure 13 pieds de hauteur, 2 pieds d'épaisseur, 9 pieds de largeur en dehors et 7 de largeur en dedans ; on demande le nombre de briques qu'il a fallu pour le construire, à raison de 20 briques au pied cube ? **Rep.** 4.160.

---

1. N. B. Le gallon impérial anglais est de 277.274 pouces cubes anglais, le vieux gallon à bière = 282 pouces cubes et le gallon à vin actuellement en usage au Canada est de 231 pouces cubes anglais.

8. Un pignon en pierre de l'épaisseur de 3 pieds, mesure 40 pieds de base et 20 pieds de hauteur ; combien contient-il de verges cubes de maçonnerie ? **Rep.** $44\frac{12}{27}$.

9. La façade d'un édifice est de 33 mètres, sa hauteur de 17 mètres et l'épaisseur du mur 73 centimètres ; quel est le volume en mètres cubiques ? **Rep.** $33 \times 17 \times .73 = 409.53$.

10. On demande le nombre de mètres cubes dans un remblais dont la longueur est de 100 mètres, et dont chacun des plans parallèles qui en constituent les extrémités est un trapèze ayant pour bases parallèles 3 mètres et 13 mètres, et pour hauteur 3.3 mètres ? **Rep.** 2640.

11. Un puits doit avoir 27 pieds de profondeur, et le plan doit en être un hexagone régulier dont le rayon du cercle circonscrit soit de 5 pieds ; combien y aura-t-il de verges cubes de roc à miner pour lui donner les dimensions voulues ? **Rep.** Le côté de l'hexagone est (**613 G.**) 5 pieds ; $5^2 = 5 \times 5 = 25$, et 25×2.5980762 (surface (**27 T.**) de l'hexagone dont le côté est 1) $= 64.9519$ pieds carrés $=$ surface de l'hexagone donné, et $\frac{64.9519 \times 27}{27} = 64.9519$ verges cubes.

Ex. 12. Quelle est la solidité d'une barre de fer rectangulaire de $4\frac{1}{2} \times 1$ pouces et de 14 pieds de longueur ? **Rep.** 756 pouces cubes.

13. On demande le volume d'un poteau à huit faces dont la hauteur est 10 pieds et la largeur de chaque face 7 pouces ?

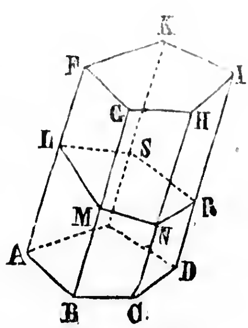
Rep. $\overline{7 \times 7} \times 4.8284271 =$ (**27 T.**) surf. de la base $= 236.5929279$, et $\times 120 = 28391.15$ pouces cubes, et $\div 1728$ (ou $12 \times 12 \times 12$) $= 16.43$ pieds cubes.

PROBLÈME III.

Trouver la surface d'un prisme oblique.

(Voir le *tableau*.)

(80) REGLE. *Multipliez* (**996 G**) *la longueur AF, BG, CH etc., du côté par le périmètre d'une section LMNRSL perpendiculaire au côté.*



Ex. 1. Quelle est la superficie de la face et des deux côtés d'une poutre inclinée ou d'un chevron à bases parallèles, dont la longueur est de 12 pieds, la largeur de la face 9 pouces, et celle des côté $13\frac{1}{2}$ pouces ?

Rep. 36 pieds carrés.

2. La longueur d'une corniche sous une rampe d'escalier entre murs parallèles est de 20 pieds et pourtour ou périmètre d'une section de la corniche perpendiculaire à sa direction est de 27 pouces; quelle en est la surface développée ?

Rep. 45 pieds carrés.

PROBLÈME IV.

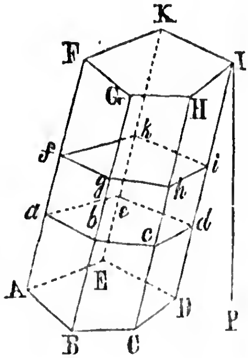
Trouver le volume d'un prisme oblique.

(Voir le *tableau.*)

REM. Le prisme oblique, étant, comme le prisme droit d'un diamètre invariable dans toute sa longueur, toute coupe ou section de ce solide par un plan parallèle à la base ferait une surface égale à celle de la base; d'où il est clair que pour le prisme oblique, comme pour le prisme droit, la formule générale se réduit à l'expression simplifiée suivante.

(81) **REGLE.** *Multipliez* (**1020 G.**) *la surface de la base ABC DE ou FGHIK par la hauteur IP perpendiculaire à cette base; le produit sera le volume requis. Ou, ce qui est la même chose :*

Multipliez (**1025 G.**) *le côté AF, BG, CH, etc., du solide par la surface d'une section abcdea perpendiculaire à ce côté.*



Ex. 1. Combien faudra-t-il de pieds cubes de chêne pour une rampe d'escalier de 17 pieds de longueur et de 15 × 4 pouces d'équarrisage ? **Rep.** 6½.

2. La base horizontale d'une saillie de cheminée dévoyée, c'est-à-dire, inclinée, mesure 7 pieds sur 18 pouces, la hauteur perpendiculaire étant de 7 pieds 3 pouces; combien de briques contient le parallélipipède, à 18 briques au pied cube ?

Rep. 76⅛ pieds cubes × 18=1370¼ briques.

3. Le côté triangulaire d'une lucarne a pour longueur horizontale 7 pieds, pour hauteur verticale 5 pieds, la largeur de la lucarne étant de 4 pieds; le toit de la lucarne est en croupe parallèle au toit de l'édifice; la hauteur du triangle qui en constitue la coupe verticale est de 2 pieds; quel est le volume total ?

Rep. Le corps ou carré de la lucarne (prisme triangulaire droit)

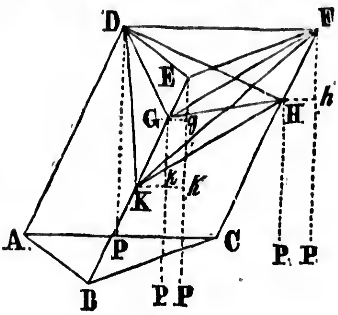
[1]$=\frac{1}{2}(7 \times 5 \times 4)=70$ pieds cubes, le toit (prisme triangulaire oblique $=\frac{1}{2}(7 \times 4 \times 2)=28$ pieds cubes; le volume demandé est par conséquent de 98 pieds cubes.

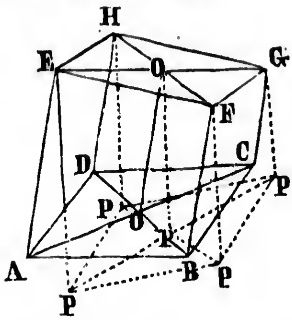
PROBLEME V.

Déterminer la surface d'un tronc de prisme.

(Voir le *tableau.*)

(82) REGLE. *Trouver séparément* **(1059 G.)** *l'aire de chacune de ses faces composantes, leur somme sera la surface voulue.*





Ex. Quel est le nombre de pieds superficiels de pierre taillée dans le pourtour d'une tête de cheminée située obliquement sur un toit incliné, c'est-à-dire dont les faces composantes ne sont pas parallèles à celles de l'édifice; le plan de la cheminée étant un rectangle de 3 pieds sur 4 pieds et les hauteurs respectives de ses quatre côtés ou arêtes, 7, 8, $9\frac{1}{2}$ et $8\frac{1}{2}$ pieds?

Rep. $\frac{1}{2}(7+8) \times 3(=22)+\frac{1}{2}(8+9\frac{1}{2}) \times 4(=35)+\frac{1}{2}(9\frac{1}{2}+8\frac{1}{2} \times 3(=27)+\frac{1}{2}(8\frac{1}{2}+7) \times 4(=31)=115\frac{1}{2}$.

PROBLÈME VI.

Trouver le volume d'un tronc de prisme triangulaire.

(Voir le *tableau.*)

FORMULE GÉNÉRALE.

(83) *A la somme des surfaces de l'une quelconque de ses trois paires de bases ou faces parallèles ACFD-BE, ABED-CF, BCFE-*

1 Ici le prisme dont il s'agit ne repose pas sur une de ses bases parallèles; mais cette circonstance ne doit empêcher de décider de suite de la nature du solide à évaluer; car, il est évidemment indifférent, eu égard au volume requis, que la position du polyèdre soit verticale, horizontale ou inclinée.

AD) ajoutez quatre fois la surface d'une section ou coupe parallèle à mi-chemin entre elles. Cette somme multipliée par la sixième partie de la hauteur correspondante du solide, sera le volume demandé.

(84) En effet, quoique le tronc de prisme triangulaire, quand on l'envisage sous le rapport de ses bases ou extrémités non parallèles ABC, GHK, ou ABC, DEF, ne puisse se toiser d'un seul trait par la formule générale et qu'il faille le décomposer par un plan de section parallèle à l'une de ces bases et passant par le point le plus voisin de l'autre base, c'est-à-dire, par l'extrémité de son arête ou de son côté le plus court, en un prisme et une pyramide, que l'on peut toiser séparément par la formule générale, pour prendre ensuite la somme des résultats; cependant, si l'on fait attention à la nature du solide, c'est-à-dire, que les faces et arêtes ou côtés opposés sont parallèles, et que ces côtés ou arêtes n'étant que de simples lignes, la surface de chacune d'elles est égale à zéro (0), l'on verra de suite comment appliquer la règle pour toiser d'un seul trait le tronc proposé.

(85) Exemple. Soit ABC—DEF (fig. de la page suivante) un tronc de prisme où AD = 8, FC = 7, BE = 9, CK = 4, hauteur = 5, (la base GHK étant censée perpendiculaire aux côtés ou arêtes AD, FC, BE). On aura par la formule: volume = surf. AGFD + 4 fois la surf. *acfd* + la surf. BE. qui est nulle, le tout multiplié par $\frac{1}{6}$ de la hauteur.

La base supérieure BE n'est qu'une ligne et est égale à 0

La base inférieure $= \frac{AD + CF}{2} \times GK = \frac{8+7}{2} \times 4 = 7\frac{1}{2} \times 4 =$ 30

La coupe *acfd* (Imaginez une telle coupe *acfd* parallèle à la base ACFD et à mi-chemin entre cette base et le sommet BE) donne $ad = \frac{AD + BE}{2} = \frac{8 + 9}{2} = 8\frac{1}{2}$, $cf = \frac{FC + BE}{2}$ $= \frac{7 + 9}{2} = 8$, et la largeur du trapèze *acfd* est $gk = KG \div 2 = 2$, d'où surf. $afcd = 8\frac{1}{2} + 8$, c'est-à-dire, $16\frac{1}{2} \div 2$ ou $8\frac{1}{4} \times 2 = 16\frac{1}{2}$ et quatre fois cette surface $= 16\frac{1}{2} \times 4 =$ 66

La somme des surfaces est 96

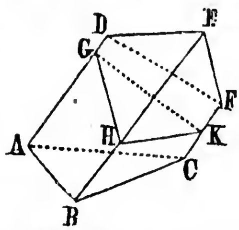
laquelle multipliée par la 6ème partie de la hauteur ou par $\frac{5}{6}$, on obtient pour le volume du tronc proposé 80 unités, ce qui s'accorde avec le résultat ci-dessous donné du calcul du même tronc par une autre méthode et prouve pour autant l'exactitude de la formule.

Ici encore, comme pour le prisme, la formule générale se réduit à l'expression plus simple suivante:

(86) REGLE I. *Multipliez* **(1093 G.)** *la base du tronc par le tiers de la somme des hauteurs de ses trois côtés ou arêtes parallèles.*

REGLE II. *Multipliez le tiers de la somme de ses trois côtés parallèles par la surface d'une section perpendiculaire à ces côtés.*

REM. Cette seconde règle a-t-on dit (**1095 G.**) dérive évidemment de celle du paragraphe (**1025 G.**) mais dût-on ne pas trouver assez rigoureuse et satisfaisante, cette conclusion, peut être trop immédiate pour que l'élève puisse de suite en saisir la vérité, il est néanmoins facile d'en faire voir l'exactitude, de différentes manières, dont la suivante pour être la plus expéditive n'est pas la moins concluante. Soit donc ABC–DEF un tronc de prisme triangulaire oblique, divisé en deux troncs de prismes droits GHK–ABC, GHK–DEF par un plan GHK perpendiculaire aux côtés parallèles AD, BE, CF du solide.



Le volume de chaque tronc composant est égal (**1093 G.**) au produit de la base commune GHK par le tiers de la somme des perpendiculaires GD, HE, KF...... GA, HB, KC; mais $GHK \times \frac{1}{3}(GD+HE+KF)+GHK \times \frac{1}{3}(GA+HB+KC)=GHK \times \frac{1}{3}(\overline{GD+GA}+\overline{HE+HB}+\overline{KF+KC})=GHK \times \frac{1}{3}(AD+BE+CF)$; donc, etc.

Ex. 1. La base d'un tronc de prisme droit triangulaire est de 10 pieds carrés, ses côtés sont de 7, 8, et 9 pieds; quel en est le volume?

Rep. 80 pieds cubes.

2. Les trois côtés d'un tronc de prisme oblique sont $7\frac{1}{2}$ $8\frac{2}{3}$ et $9\frac{1}{3}$ pieds; les base et hauteur d'une coupe perpendiculaire au côté sont repectivement de 5 et 3 pieds; quel est le volume du solide?

Rep. $8\frac{1}{2} \times 7\frac{1}{2}=63\frac{3}{4}$ pieds cubes.

3. Les trois côtés de la base d'un prisme incliné mesurent respectivement 3, 4 et 5 mètres et les hauteurs de ses trois sommets sont 6, 7 et 8 mètres; quel en est le contenu solide?

Rep. 42 mètres cubes.

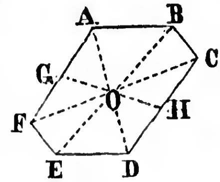
PROBLEME VII.

Trouver le volume d'un tronc de prisme dont la base AD ou coupe perpendiculaire au côté est un polygone régulier ou à moitiés symétriques (1097 G.)

(**87**) **REM.** Ici encore la formule générale se réduit à et peut se remplacer par l'une ou l'autre des expressions simplifiées suivantes, ou l'on peut à volonté faire séparément le volume de chacun des troncs de prismes triangulaires composants, comme dans le problême suivant, pour prendre ensuite leur somme.

(88) REGLE I. *Multipliez* **(1097 G.)** *la base par la demi-somme des hauteurs de deux côtés opposés ; le produit sera le volume requis.*

REGLE II. *Multipliez la demi-somme de deux des côtés ou arêtes opposés du tronc par la surface d'une coupe perpendiculaire à ces côtés parallèles.*



REM. Cette seconde règle dérive encore du par. **(1093 G.)** puisqu'on peut supposer le tronc de prisme polygone divisé en troncs de prismes triangulaires, et faire pour chacun de ces troncs composants la même preuve que pour le tronc de prisme triangulaire du dernier problème.

Ex. 1. Combien y a-t-il de pieds cubes de pierre dans une tête de cheminée ayant pour coupe horizontale un hexagone régulier dont le côté est de 2 pieds, les hauteurs ou longueurs de deux arêtes opposées du tronc étant de 13 et 17 pieds ?

Rep. $2.5980762 \times 2^2 \times \left(\frac{17+13}{2}\right) = 155.884572.$

2. Trouver le nombre de pouces cubes de merisier dans un balustre d'escalier ayant pour coupe horizontale un octogone régulier de 3 pouces de diamètre et dont la moindre et la plus grande longueur ou hauteur mesurent respectivement 27 et 29 pouces.

Rep. On obtient assez correctement dans le cas actuel, le côté voulu de l'octogone, en décrivant un cercle de 3 pouces de diamètre pour trouver ensuite **(651 G)**, la corde d'un huitième de sa circonférence. Cette opération donne pour largeur d'un des pans du balustre $1\frac{6}{40}$ pouces près, soit 1.15 ; or $(1.15)^2 = 1.3225$, et $1.3225 \times$ **(28 T.)** 4.8284271, ou pour abréger $4.83 \times 1.32 = 6.375$ pouces carrés=surface de la coupe du balustre ; enfin, $6.375 \times \frac{1}{2}(27 + 29) = 6.375 \times 28 = 178\frac{1}{2}$ pouces cubes.

PROBLÈME VIII.

Déterminer le volume d'un tronc de prisme quelconque.

(Voir le *tableau.*)

(89) REGLE. *Faites d'abord séparément* **(1098 G.)** *par les règles précédentes le volume de chacun des troncs de prismes triangulaires composants, pour en prendre ensuite la somme.*

Ex. Un déblais de terre présente la forme d'un tronc de prisme droit ayant pour base le polygone ABCDEA ; la surface de la base composante ABC est de 50 verges carrées, celle de la base ADC=73 verges et celle de la base ADE=65 verges ; les hauteurs ou longueurs des côtés parallèles A, B, C, etc., sont respectivement de 7, 8, 9, 13 et 11 pieds ; quel est le nombre de verges cubes dans le solide proposé ? **Rep. (1103. 20° G)** $\overline{450 \times \frac{1}{3}(7+8+9})+\overline{657 \times \frac{1}{3}(7+9+13}$ $\overline{+585 \times \frac{1}{3}(7+13+11}=3600+6351+6045=15{,}996$ pieds cubes ; divisant par 27, on a $592\frac{12}{27}$ verges cubes.

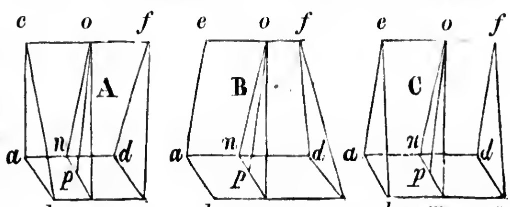
REM. Ici on a réduit en pieds carrés les surfaces des bases données en verges carrées, et l'on a divisé par 27, mais il est clair que puisque 3 fois 9=27. ce serait la même chose de multiplier de suite par les verges pour diviser ensuite par 3.

PROBLÈME IX.

Trouver le volume d'un coin.

(Voir le *tableau.*)

(90) REGLE. *A la somme des surfaces de l'une quelconque de ses trois paires de bases parallèles, ajoutez 4 fois la section centrale ou médiane et multipliez en la somme par la 6ème partie de la hauteur correspondante à telles bases. Le résultat sera le volume demandé.*



REM. Le coin, comme on l'a déjà fait remarquer (**1000 G.**) n'est autre chose qu'un prisme triangulaire ou un tronc de prisme, suivant que l'arête ef est égale ou inégale aux deux autres côtés ; ainsi la formule générale se remplacera suivant le cas, par l'expression simplifiée qui en dérive dans le cas du prisme, comme du tronc de prisme: Cependant dans le cas du coin, dont la base ou tête est d'ordinaire un rectangle et la coupe parallèle à cette tête, aussi un rectangle et partant très simple à calculer, l'étudiant trouvera peut être plus avantageux de s'en tenir à la méthode de la formule générale.

Ex. La base rectangulaire d'un coin est de 20×40 pieds, l'arête 35 pieds et la hauteur 10 pieds ; quel en est le volume ?

Rep. $\frac{(40+40+35) \times 20 \times 10)}{6}$ ou (**1094 G. REM.**) $\frac{1}{2}$ $(40+40+35) \times \frac{1}{2}20) \times 10)=3833.33.$

2. Quel est le contenu solide d'un coin dont la base mesure 5 pieds 4 pouces sur 9 pouces, la longueur de l'arête $3\frac{1}{2}$ pieds, et la hauteur perpendiculaire $2\frac{1}{2}$ pieds ? **Rep.** 4.1319 pieds cubes.

3. Un plan incliné rencontre un plan horizontal et forme avec ce dernier un coin dont l'arête mesure 100 pieds ; la base rectangulaire 80 pieds sur 20 pieds et la distance perpendiculaire entre l'arête et la base 300 pieds ; quel est le volume du solide ?

Rep. 260,000 pieds cubes.

PROBLÈME X.

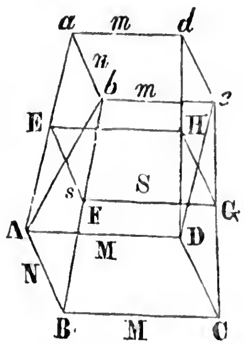
Trouver le volume d'un prismoïde [1]

REM. Une simple inspection des modèles du *tableau* fait voir d'un coup-d'œil la nature de la section ou coupe intermédiaire parallèle aux bases et à mi-chemin entre elles. Cette question d'ailleurs est traitée en détail sous l'entête du problème LIX auquel l'on voudra bien référer pour tout ce qui a trait au prismoïde.

(91) REGLE. *A la somme des surfaces des deux bases parallèles, AC, ac, ajoutez quatre fois la surface d'un section ou coupe parallèle*

1. Ce solide, comme le prisme, se présente fort souvent à l'évaluation du mesureur. Les cuves rectangulaires à côtés inclinés sont de cette forme ; un toit à croupes avec plate-forme, présente la même figure ; les grands réservoirs ne sont autre chose que des prismoïdes renversés ; on le retrouve, dans les bassins, quais, piliers, culées et constructions de cette sorte ; les déblais et terrassements, fouilles et chaussés etc., prennent d'ordinaire cette forme ; le remblais continu d'une voie ferrée se subdivise par des coupes ou sections verticales en prismoïdes qui reposent chacun sur une de leurs faces latérales et dont les bases parallèles sont par conséquent perpendiculaires à l'horizon ; on retrouve le prismoïde dans chaque pièce de bois écarri dont les extrémités sont des rectangles inégaux, on le voit encore dans l'empilement des boulets et bombes, et il se répète encore souvent sur diverses échelles dans les arts et métiers, etc. On a remarqué (note page 412) qu'il faut se garder de confondre le prismoïde avec le tronc de pyramide, ou plutôt, aurait-on dû dire, le tronc de pyramide avec le prismoïde, car il suit évidemment de la définition du prismoïde que tout tronc de pyramide à bases parallèles est en même temps un prismoïde et peut s'évaluer d'après la règle applicable à ce dernier ; mais le prismoïde proprement-dit n'est pas un tronc de pyramide et on ne saurait en conséquence en déterminer le volume par la règle applicable au tronc de pyramide, quoique cependant dans certains cas cette dernière règle puisse donner une approximation très voisine de la vérité. Ajoutons aussi que, puisque quand il y a à déterminer tout d'abord la nature du solide à estimer, il faut dans le cas du tronc de pyramide s'assurer de la proportionnalité des côtés aussi bien que de leur parallélisme, et qu'il suffit de leur parallélisme seul pour constituer le prismoïde ; on se sauvera souvent un travail inutile en regardant comme prismoïde tout solide dont les faces latérales seraient inclinées l'une à l'autre et les côtes des bases opposées parallèles entre eux.

EG à distances égales de ces bases : multipliez alors la somme ainsi obtenue par un sixième de la hauteur ou distance perpendiculaire entre les plans parallèles (**1101 G.**) *et le résultat sera le volume demandé.*



Ex. L'une des bases d'un prismoïde rectangulaire est de 20 × 25 pieds, l'autre est de 10 × 15 pieds, la hauteur est de 12 pieds ; quel en est la solidité ?

Rep. $\overline{(25\times 20)+(15\times 10)+4\,(20\times 15)}$ $\times\frac{12}{6}=1850\times 2=3700.$

2. Un quai ou pilier a pour bases parallèles des rectangles qui mesurent respectivement 100 × 50 pieds et 80 × 40 pieds, la hauteur est de 30 pieds ; quel en est le contenu en verges cubes. **Rep.** $4518\frac{14}{27}$.

3. Une pile de pierre cassée mesure 100 × 20 pieds au bas, 96 × 16 pieds sur le dessus et a 3 pieds de hauteur ou épaisseur ; quel en est le contenu en toises cubes ?

Rep. $\overline{(100\times 20)+(96+16)+4(98\times 18)}\times\frac{3}{6}$(ou par $\frac{1}{2}$)$\div 216=24\frac{112}{216}$ toises cubes.

4. Un déblais, fouille ou excavation présente la forme d'un prismoïde renversé ; la surface inférieure de la fouille est de 10,000 mètres, la surface supérieure 14,400 mètres, la surface à demi-distance entre les bases parallèles est de 12,100 mètres et la hauteur ou profondeur de l'excavation est de 9 mètres ; combien en a-t-on enlevé de mètres cubes ? **Rep.** 109,200.

5. Combien de pieds cubes d'eau pourra contenir un réservoir dont la base inférieure est un rectangle de 100 × 50 pieds, la base supérieure un rectangle de 180 × 130 pieds et la profondeur 20 pieds. **Rep.** $262,666\frac{2}{3}$.

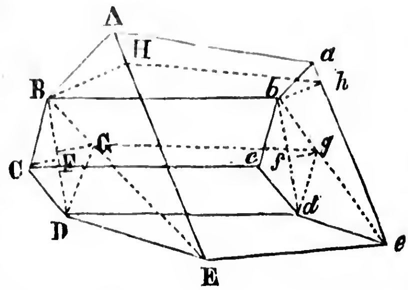
6. Quel est l'espace cubique que remplit un toit dont la base est un rectangle de 40 × 60 pieds, le dessus une plate-forme rectangulaire de 20 × 40 pieds et la hauteur 12 pieds. **Rep.** 18,400 pieds cubes.

7. Quelle est la solidité d'une pièce de bois écarri dont la longueur est de 24 pieds et dont les extrémités sont des plans parallèles et rectangulaires de 30 × 27 pouces et de 24 × 18 pouces.

Rep. 102 pieds cubes.

8. Une auge dont la profondeur est de 20 pouces, a pour bases parallèles des rectangles de 36 × 30 pouces et de 30 × 24 pouces.

Rep. 10.3472 pieds cubes.



9. Un remblais pour voie ferrée mesure 300 verges en longueur, les extrémités en sont des trapèzes dont les côtés parallèles de l'un sont de 4 et 34 verges et la hauteur 10 verges, les côtés de l'autre 4 et 19 verges et sa hauteur 5 verges; combien contient-il de verges cubes?

Rep. Surf. d'une extrémité$=\frac{1}{2}(4+34)\times 10=190$ verges, surf. de l'autre extrémité$=\frac{1}{2}(4+19)\times 5=57\frac{1}{2}$ verges, surface intermédiaire $=\dfrac{\frac{1}{2}(4+4)+\frac{1}{2}(34+19)}{2}\times\frac{1}{2}(10+5)=15.25\times 7.5=114.375$ verges carrées, $114.375\times 4=457.500$, $190+57.5+457.5=705$, et $705\times\frac{1}{6}(300)=705\times 50$ $=35{,}250$ verges cubes.

10. Une chaussée sur un terrain en pente ou incliné mesure 100 mètres en longueur; les surfaces des quadrilatères à côtés parallèles qui forment les extrémités verticales ou bases du prismoïde perpendiculaires à sa longueur, sont de 120 et 80 mètres carrés, et la surface d'une coupe à mi-distance entre ces dernières est de 100 mètres; combien a-t-il fallu de mètres cubes pour le former? **Rep.** 10,000.

11. Quel est l'espace cubique occupé par une pile de boulets dont la base rectangulaire est de 30 pieds sur 10, le plan supérieur 25 pieds sur 5 et la hauteur 4 pieds? **Rep.** $833\frac{2}{3}$ près.

12. Le piédestal d'une statue équestre dont la hauteur est de 10 pieds, a pour bases parallèles des rectangles de 15×7 pieds et de $12 = 4$ pieds; quelle est la solidité de la masse de pierre dont il est formé? **Rep.** 750 pieds cubes.

PROBLÈME XI.

Trouver la surface d'une pyramide régulière.

(Voir les pyramides sur le *tableau stéréométrique.*)

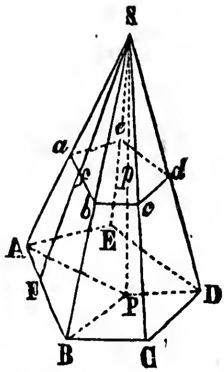
(92) REGLE. *Multipliez* **(1039 G.)** *le périmètre* (ABCDEA) *de la base par la demi-hauteur inclinée* (SF); *le produit sera la surface latérale ou convexe. A la surface latérale ajoutez celle de la base, quand la surface entière est requise.*

Ex. 1. Quelle est la surface latérale d'une pyramide triangulaire régulière, dont la hauteur inclinée est 20 et chaque côté de la base 3. **Rep.** 90.

2. On demande la surface entière d'une pyramide régulière dont la hauteur inclinée est de 15 mètres et la base un pentagone dont le côté est de 25 mètres ?

Rep. 2012.778 mètres carrés.

3. Combien faudra-t-il de carrés de bardeau, zinc ou autre métal, etc., pour recouvrir un toit en forme de pyramide régulière dont la base a 200 pieds de périmètre et la hauteur inclinée 33 pieds ? **Rep.** 33.



PROBLÈME XII.

Trouver la surface latérale d'un tronc de pyramide régulière à bases parallèles. (Fig. du Prob. XI.)

(Voir sur le *tableau* les modèles de ce solide.)

(93) REGLE. *Faites* **(1040 G.)** *le produit de la demi-somme des périmètres (ABCDEA, abcdea) des deux bases par la hauteur inclinée (fF) du tronc ; vous aurez la surface voulue.*

Ex. 1. Quelle est la surface latérale d'un tronc de pyramide heptagone, dont la hauteur inclinée est 55, chaque côté de la base inférieure 8, et chaque côté de la base supérieure 4 ? **Rep.** 2,310.

2. Un toit à huit pans, terminé par une plateforme, a pour mesure de sa hauteur inclinée 17 pieds ; la longueur du côté de l'octogone régulier qui en constitue la base est de 20 pieds, et le côté du polygone supérieur est de 10 pieds ; on demande le poids du plomb qui le recouvre, le plomb étant de 6 livres au pied carré ?

Rep. 12240 livres.

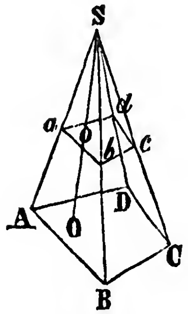
3. Combien y a-t-il de pieds superficiels de pierre taillée dans la surface latérale d'une tour polygone dont les périmètres inférieur et supérieur mesurent respectivement 100 pieds et 80 pieds et dont la hauteur inclinée est de 40 pieds ? **Rep.** 3600.

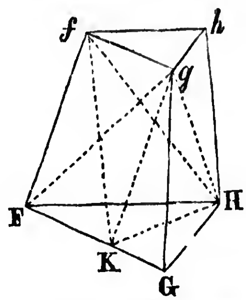
PROBLÈME XIII.

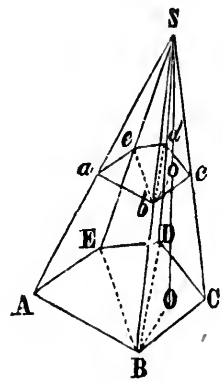
Déterminer la surface d'un pyramide, ou d'un tronc quelconque de pyramide, oblique ou irrégulière.

(Voir les modèles du *tableau.*)

(94) REGLE. *Faites* (**1059 G.**) *séparément la surface de chacune des faces composantes et prenez en la somme pour la surface voulue.*







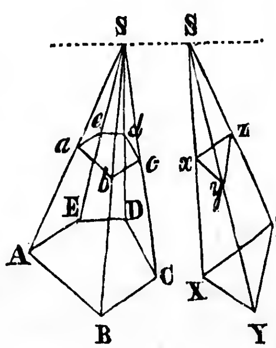
PROBLÈME XIV.

Trouver la solidité d'une pyramide quelconque.

(Voir les modèles du *tableau.*)

FORMULE GÉNÉRALE.

A la somme des surfaces des deux bases ou extrémités de la pyramide ajoutez quatre fois la surface d'une coupe ou section à mi-chemin entre elles ; la sixième partie du produit de eette somme par la hauteure du solide, sera le volume demandé.



(95) REM. Ici, la base supérieure S, (sommet de la pyramide) n'est qu'un point et sa surface est donc nulle, ou $=0$. La surface de la coupe médiane vaut exactement, et dans tous les cas, le quart de celle de la base, puisque ses dimensions linéaires sont [1] les moitiés de celles de la base et que les figures AC, *ac*,—XYZ, *xyz* sont (**1033 G.**) des polygones semblables dont les surfaces sont comme les carrés des côtés homologues ; ce qui donne, comme on

1 Dans les triangles semblables A B S, *a b* S, les côtés homologues sont (**520 G**) proportionnels. Donc, puisque *a b* est a mi chemin entre A B et S, on a A *a* = *a* S = ½ A S et par conséquent on a A B : A S :: *a b* : *a* S, c'est-à-dire *a b* = A B ÷ 2.

vient de le dire, $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$. Maintenant la surface supérieure étant, comme on vient de le voir égale à O, la formule devient, pour la pyramide : *la surface de la base plus 4 fois la surface de la section à mi-hauteur multiplié par la sixième partie de la hauteur.* Mais la surface à mi-hauteur étant le quart de celle de la base et comme 4 fois $\frac{1}{4}$ font 1, la formule se simplifie encore et devient celle-ci : *deux fois la surface de la base par le 6ème partie de la hauteur,* expression qui se simplifie encore et se réduit enfin à la suivante. (Introduction, page 9.)

(96) REGLE. *Multipliez* (**1049 G.**) *la surface de la base par le tiers de la hauteur,* (**957 G.**) *et le produit sera le volume requis.*

Ex. 1. Quelle est la solidité d'une pyramide, dont la base est un carré de 30 pieds de côté, et la hauteur 25 pieds ? **Rep.** 7500.

2. Le côté du triangle équilatéral qui forme la base d'une pyramide est de 3 pieds, sa hauteur est de 30 pieds ; quel est le volume ?
Rep. 38.9711.

3. Quel est le contenu solide d'une pyramide hexagone dont la hauteur est de 6.4 pieds et chaque côté de sa base 6 pouces ?
Rep. 1.38564.

4. La hauteur d'une pyramide est 12, et chaque côté de sa base pentagonale est 2 ; on en demande le contenu cubique ?
Rep. 27.5276.

5. Quel est le volume de l'espace qu'occupe la toiture d'une tour octogone dont le côté est de 5 mètres, la hauteur du toit étant de 10 mètres ?

Rep. $5^2 \times 4.8284271$ (**28 T.**) $= 120.7106775$ mètres est la surface de la base octogonale du toit et $120.71 \times 10 \div 3 = 402.366$ mètres cubes.

PROBLÈME XV.

Trouver le volume d'un tronc de pyramide à bases parallèles.

(Voir les troncs de pyramide du *tableau.*)

(97) REGLE I. *A la somme des surfaces des deux bases ajoutez* (**1102 G.**) *quatre fois la surface d'une section à demi-distance entre elles, c'est-à-dire, d'une section dont les facteurs linéaires soient moyens arithmétiques* (**1265 G.**) *entre ceux des deux bases ; multipliez alors la somme ainsi obtenue par un sixième de la hauteur du tronc ; le produit sera le volume requis.*

(98) REGLE. II. *Trouvez* (**1061**) *d'abord une moyenne proportionnelle entre les deux bases ; faites ensuite l'addition continue de* *cette moyenne proportionnelle et des deux bases du tronc ; multipliez alors cette somme par le tiers de la hauteur du tronc ; le produit sera le volume requis.*

REM. Dans le cas du tronc de pyramide la formule stéréométrique n'est susceptible d'aucune simplification ; elle ne saurait se réduire comme dans le cas du prisme ou de la pyramide entière, en une expression plus simple. Au contraire, toute autre règle pour arriver au volume du tronc de pyramide est plus compliquée et exige plus de travail que la formule du *tableau,* soit que l'on veuille cuber le tronc en faisant la différence des pyramides entière et partielle (AS, *as*, fig. des pages 73, 74) ou arriver au résultat par la formule de Legendre que l'on trouvera ci-dessous. (**REGLE. II.**) En effet, il faut dans le premier cas calculer par des règles de proportion, les dimensions linéaires de la pyramide partielle qui manque au tronc sous considération pour former la pyramide entière dont le tronc fait partie, puis faire le calcul de chacune de ces pyramides ; et dans le second cas il y a à trouver une moyenne proportionnelle entre les deux bases, c'est-à-dire, entre les surfaces de ces bases, opération qui requiert l'extraction de la racine carrée du produit de ces deux surfaces l'une par l'autre ; tandis que par la formule de l'auteur, on arrive de suite et sans difficulté à la surface de la section intermédiaire dont les facteurs sont chacun moyen arithmétique entre ceux des bases opposées du solide.

Ex. 1. Quel est le nombre de pieds cubes dans une pièce de bois dont la longueur est de 24 pieds et dont les extrémités sont des carrés de 15 et de 5 pouces de côté ?

Rep. $\sqrt{15^2 + 6^2} = 90{,}225 + 36 + 90 = 351 = (\div 144)$ 2 pieds $5\frac{1}{4}$ pouces carrés, ce qui multiplié par le tiers de 24 [illegible] ie 19.5 pds. cubes.

2. On demande le volume d'un socle pentagone dont la hauteur est 5 pieds, chaque côté de la base inférieure 18 pouces et chaque côté de la base supérieure 6 pouces. **Rep.** 9.31925.

3. Un fort dont la hauteur est de 15 mètres, a pour base un octogone régulier dont le côté est de 10 mètres, le côté du polygone supérieur est de 9 mètres ; quel est le volume de la tour ?

Rep. Surf. oct. inf. $=$ (**28 T.**) $4.8284271 \times 10^2 = 482.84271$ mètres carrés, surf. oct. sup. $= 4.8284271 \times 9^2 = 391.1025951$, surf. moy. prop. $= \sqrt{482.84 \times 391.10} = 434.56$, la somme des 3 surfaces $= 482.84 + 391.1 + 434.56 = 1308.50$, et $1308.5 \times \frac{1}{3}(15) = 6542.5$ mètres cubes.

Rep. Par la règle (**1101 G.**) du prismoïde, on a pour surface à demi-distance des bases parallèles $(10 + 9) \div 2 = 9.5$, et $(9.5)^2 \times 4.828$-

4271 = 435.76, × 4 = 1743.04, 1743.04 + 482.84 + 391.1 = 2616.98, et 2616.98 × $\frac{1}{3}$(15) = 6542.45 comme auparavant, car la différence .05 entre les deux résultats vient seulement de ce qu'on n'a pas fait entrer en compte dans les deux calculs un plus grand nombre de décimales.

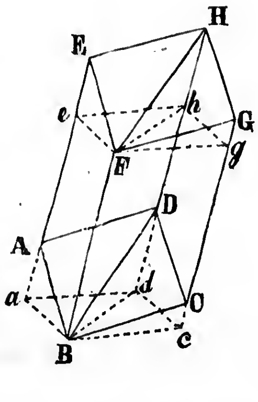
REM. Dans ce dernier exemple, l'aire de la moindre base = 4.8284271×9^2 et celle de la plus grande base = 4.8284271×10^2; le produit de ces deux surfaces l'une par l'autre est $4.8284271 \times 9^2 \times 4.8284271 \times 10^2 = 4.8284271^2 \times 9^2 \times 10^2$ dont la racine carrée est $4.8284271 \times 9 \times 10$ = la surface moyenne proportionnelle requise. Il est donc clair que dans le calcul du volume du tronc de pyramide par la 1ère des deux règles ici données, on se sauvera un travail long et inutile en se servant de la méthode que l'on vient d'indiquer pour déterminer la surf. moy. pro. voulue, au lieu de multiplier l'une par l'autre les surfaces 482.84271, 391.1025951, pour en extraire ensuite la racine. Cette remarque s'applique aussi au tronc de cône prob. XXVIII.

PROBLÈME XVI.

Trouver le volume d'un tronc de pyramide quelconque, c'est-à-dire à bases non parallèles.[1]

(Voir parmi les modèles du *tableau*, un tronc de pyramide triangulaire à bases non parallèles.)

(99) REGLE I. *Divisez le tronc à cuber par un plan de section* e F g h *parallèle à l'une des bases* a B c d, *et passant par le point le plus rapproché* F *de l'autre base, en un tronc de pyramide à bases parallèles et un solide qui se décomposera en autant de pyramides que le tronc donné a de côtés moins deux. Faites séparement le volume de chacun de ces éléments par les règles précédentes: leur somme sera le volume demandé.*



(100) REGLE II. *Déterminez* (**1067** **G.**) *séparément les volumes respectifs des pyramides entière et partielle; la différence de ces volumes sera la solidité requise.*

Ex. Les surfaces inférieure et supérieure ou opposées d'un tronc de pyramide à bases non parallèles, sont 30 et 20 mètres, les hauteurs respectives des pyramides entière et partielle sont 33 et 17mètres; quel est le volume du tronc?

Rep. $\overline{30 \times \frac{1}{3}(33)} - \overline{20 \times \frac{1}{3}(17)}$ = 320 mètres cubes—113$\frac{1}{3}$ mètres cubes = 216$\frac{2}{3}$ mètres cubes.

1 La figure n'est pas celle d'un tronc de pyramide, mais imaginez qu'elle le soit.

PROBLÈME XVII.

Trouver la surface d'un cylindre droit.

(Voir les cylindres du *tableau*.)

(101) REGLE. *Multipliez* **(993 G.)** *la circonférence de la base par la hauteur pour avoir la surface latérale. A cette surface ajoutez celles des deux bases si la surface entière est requise.*

Ex. 1. Quelle est la surface latérale d'un cylindre dont le diamètre de la base est 20, et la hauteur 50 ? **Rep.** 3141.6

2. Quelle est le nombre de pieds superficiels de pierre taillée dans la surface convexe d'un pillier circulaire dont la hauteur est 7 pieds et la circonférence 8 pieds 4 pouces ? **Rep.** $58\frac{1}{3}$.

3. Combien y a-t-il de verges d'enduits dans le pourtour et le plafond d'un appartement circulaire, ayant 20 pieds de diamètre et 10 pieds de hauteur ?

Rep. Cir.$=3.1416 \times 20 = 62.832$, surf. convexe $= 62.832 \times 10 = 628.32$. surface du plafond$= 20 \times 20 \times .7854 = 314.16$, surface voulue $= \frac{628.32 \times 314.16}{9} = 104.72$ verges carrées.

4. Quel sera le coût de polir la surface convexe d'une colonne en marbre dont le diamètre est de 12 pouces et la longueur 10 pieds, à raison d'une piastre le pied superficiel ? **Rep.** \$31.42.

5. Une tour cylindrique dont la hauteur est de 10 mètres et le diamètre aussi de 10 mètres, a pour surface latérale ?

Rep. 314.16 mètres carrés.

6. On demande combien de pieds de surface il y a dans un pied courant du pourtour intérieur d'un conduit ou canal cylindrique, dont le diamètre est de 3 pieds ? **Rep.** $3.14159 \times 3 = 9.42477$.

7. Une voûte en pierre taillée est demi-cylindrique, son diamètre est de 10 pieds et sa longueur de 50 pieds ; quelle en est la surface concave ? **Rep.** 785.4 pieds carrés.

8. Quel est le nombre de pouces carrés de dorure dans la surface d'une barre de fer dont la longueur est de 14 pieds et le diamètre de $1\frac{1}{4}$ pouces. **Rep.** circ. $3.927 \times 168 = 659.73$.

9. Combien faudra-t-il de pouces superficiels d'argenture pour couvrir l'intérieur, c'est-à-dire la surface concave et le fond d'un vase cylindrique de 7 pouces de diamètre et 9 pouces de hauteur ?

Rep. le fond$=\overline{7\times 7}\times .7854=38.4846$ pouces carrés, la surf. concave$=\overline{3.1416\times 7}\times 9=197.9208$ pouces carrés, en tout 236.4 pouces carrés.

PROBLÈME XVIII.

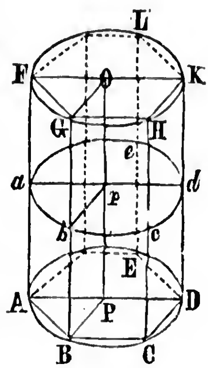
Trouver le volume d'un cylindre droit.

(Voir le *tableau.*)

REM. La formule générale se réduit ici, comme dans le cas du prisme droit, puisque le cylindre n'est autre chose qu'un prisme infinitaire, à l'expressio suivante.

(102) REGLE. *Multipliez* **(1023 G.)** *la surface de la base par la hauteur ; le produit sera le volume.*

Ex. 1 On demande le volume d'un cylidre dont la hauteur est 20 et la circonférence de la base $5\frac{1}{2}$?



Rep. $(5.5)^2\times$ **(31, T.)** $.07958=2.4073=$ surf. de la base, et $2.4073\times 20=48.146$.

2. Un seau ou autre vaisseau cylindrique a 15 pouces de diamètre et 12 pouces de hauteur ; combien contiendra-t-il de gallons de vin, le gallon étant de 231 pouces cubes ?

Rep. $15\times 15\times .7854\times 12=2120.58$ pouces cubes, $\div 231=9.18$ gallons ou 9 gallons, 1 chopine et 1 septier, près.

3. Une barre de fer battu a 14 pieds de longueur et $1\frac{1}{4}$ pouces de diamètre ; quelle en est la solidité en pouces cubes ?

Rep $1.25\times 1.25\times .7854\times 168$ (ou 14×12)$=206.1675$.

4. Une colonne en pierre a 1 pied de diam. et 10 pieds de hauteur ; quel en est le volume ? **Rep.** 7.854 pieds cubes.

5. Quelle est, par pied courant, la capacité d'un tuyau ou conduit d'un diamètre de de 3 pieds ? **Rep.** 7.0686 pieds cubes.

6. La fondation d'une cheminée est une masse cylindrique dont le diam. est de 10 pieds et la hauteur aussi de 10 pieds ; combien contient-elle de verges cubes de maçonnerie ?

Rep. 785.4 pieds cubes$\div 27=29$ verges cubes, 2 pieds cubes.

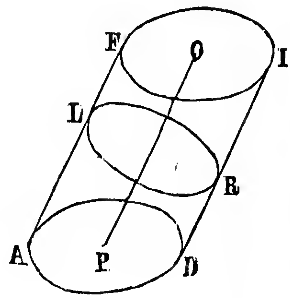
7. L'essieu ou arbre en fer d'une roue de moulin a 10 pieds de longueur et 9 pouces de diam. ; quelle en est la solidité en pieds cubes ? **Rep.** $9\times 9\times .7854\div 1728=4.418$ pieds cubes.

PROBLÈME XIX.

Trouver la surface d'un cylindre oblique.

(Voir le *tableau.*)

(**103**) **REGLE.** *Multipliez* (**997 G.**) *la longueur* AF *ou* ID *du côté par la circonférence d'une section* LR *perpendiculaire au côté ou à l'axe* PO *du cylindre*; *le produit sera la surface latérale.*



Ex. 1. La voûte demi-cylindrique d'une ouverture ou baie de pont qui traverse obliquement une rivière, a 30 pieds de diamètre et 20 pieds de longueur; quelle en est la suface concave ?

Rep. $942\frac{1}{2}$ pieds carrés, près.

2. Le bras d'une rampe d'escalier, terminé à chaque extrémité par les faces verticales des noyaux, mesure $10\frac{1}{2}$ pouces de tour et 15 pieds de longueur; quel est le nombre de verges superficiels de vernis dont il est enduit ?

Rep. $10\frac{1}{2}$ pouces$=.875$ pied, et $15 \times .875=13.125$ pieds carrés= 1 verge $4\frac{1}{8}$ pieds.

3. Quelle est la surface du zinc dans un tuyau dont le diamètre est de 9 pouces et dont la longueur, 5 pieds, est terminée par les plans parallèles de deux coudes alternes (**153 G.**) ou tournés en sens inverses ?

Rep. cir.$=3.1416 \times 9=28.2744$, circ.$\times 60$ et$\div 144 = 11\frac{1}{12}$ près pieds carrés.

PROBLÈME XX.

Trouver le volume d'un cylindre oblique.

(Voir le *tableau.*)

REM. La formule générale se réduit ici, comme pour le prisme oblique à l'expression simplifiée suivante.

REGLE I. *Multipliez la surface de la base par la hauteur du solide; le produit sera le volume requis.*

(**104**) **REGLE II.** *Multipliez* (**1026**) *la longueur du côté par la surface d'une section perpendiculaire au côté ou à l'axe; le produit sera le volume requis.*

Ex. Quelle est le contenu solide du bras d'escalier du dernier prob.?

Rep. Surf. sect. perp. = (**31, T.**) $\overline{10.5 \times 10.5} \times .07958 = 8.7737$ pouces carrés, et 8.7737×180 (la longueur en pouces)$=1579.26$ pouces cubes, ou .914 pied cube, ou $\frac{9}{10}$ près.

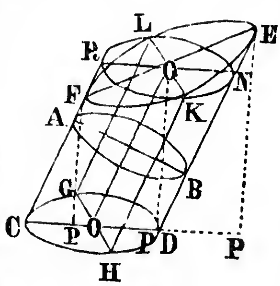
Ex. La surface de la base d'un cylindre est 3.33 mètres carrés et la distance perpendiculaire qui sépare ses deux bases, est 10 mètres; quel en est le volume? **Rep.** 33.3 mètres cubes.

PROBLÈME XXI.

Trouver la surface d'un tronc de cylindre droit ou d'un tronc de cylindre oblique dont les grands ou petits axes CD, FE ou GH, LK des bases opposées, sont (1099 G) dans un même plan CDEF ou GHKL.

(**105**) **REGLE I.** *Si le tronc est droit, multipliez (dem. de* **1099** *et* **1097 G.**) *la demi-somme de la plus grande et de la moindre hauteurs EP, FP du tronc par le périmètre de la base dont PP est l'axe; le pro- duit sera la surface latérale.*

REGLE II. *Si le tronc est oblique, multipliez la demi-somme des longueurs du moindre et du plus grand côtés DE, CF du tronc par le périmètre d'une section AB perpendiculaire à l'axe du cylindre.*



Ex 1. Le diamètre d'un cylindre est 10, sa moindre hauteur est 9.4 et sa plus grande hauteur 10.6; quelle en est la surface convexe?

2. Un demi-coude de tuyau de poêle EP, FP ou de conduit quelconque, (le coude rectiligne n'est autre chose qu'un double tronc de cylindre droit, c'est-à-dire deux troncs de cylindres droits se rencontrant sous un angle quelconque) dont le diamètre est de 7 pouces, a pour moindre et plus grande longueurs, 4 et 11 pouces respectivement; quelle en est la surface latérale?

Rep. $3.1416 \times 7 \times \frac{1}{2}(4+11)=164.9$ ou soit 165 pouces carrés, ou $(\div 144)=1$ pied carré et 21 pouces carrés, ou $1\frac{1}{7}$ près pieds carrés.

3. Entre les deux troncs composants du coude rectiligne d'un bras cylindrique de garde-fou, se trouve un troisième tronc dont la plus grande longueur est 3 pouces et la moindre longueur nulle. Quelle en est la surface, le diamètre du bras étant de 9 pouces?

Rep. Il est clair que le tronc proposé n'est autre chose qu'un double onglet de cylindre droit, c'est-à-dire deux onglets réunis par leurs bases perpendiculaires ; dont on aura la surf. voulue$=3.1416 \times 9 \times \frac{1}{2}(3)=28.2744 \times 1.5=42.4$ pouces carrés.

4. Dans un vaisseau cylindrique incliné à l'horizon se trouve une liqueur dont la plus petite distance de la surface au fond est de 67 décimètres et la plus grande 1.33 mètres, le diamètre du vaisseau étant de 1 mètre ; on demande la superficie de la paroi exposée à l'action de la liqueur ?

Rep. $1 \times 3.1416 \times \frac{1}{2}(.67+1.33)=3.1416$ mètres carrés,$=$surf. latérale, le fond$=1^2 \times .7854=.7824$ mètres carrés, la surface entière$=3.1416+.7854=3.9270$ m. c.

5. Une voûte demi-cylindrique est terminée par deux murs, inégalement obliques à l'axe ou direction de la voûte ; le diam. est de 20 pieds et les moindre et plus grande longueurs 36 et 30 pieds ; quelle en est la surface ? **Rep.** 1036.73 pieds carrés.

6. Le tambour d'un escalier circulaire dont le diamètre est de 10 pieds, est terminé par le toit incliné de l'édifice ; sa moindre hauteur à compter du niveau du plancher du dernier étage est de 7 pieds sa plus grande hauteur de 13 pieds ; quelle en est la surface latérale en verges carrées. **Rep.** $314.16 \div 9=34\frac{8}{9}$ près.

PROBLÈME XXII.

Trouver le volume d'un tronc de cylindre droit, ou d'un tronc de cylindre oblique dont les grands ou petits axes CD, FE ou GH, LK des bases opposées, sont (1099 G) dans un même plan CDEF ou GHKL.

REM. Pour appliquer ici la formule générale, il y aurait à décomposer le solide par un plan parallèle à l'une de ses bases et passant par le point F (1) le plus rapproché de l'autre base, en un cylindre droit ou oblique suivant le cas et un onglet de cylindre à base circulaire ou elliptique et dont la règle générale donne le volume exact.

(106) REGLE I. *Multipliez* **(1099 G)** *la base CHDG, c'est-à-dire la surface de cette base, par la demi-somme des moindre et plus grande hauteurs* ***EF***, ***FP*** *du tronc ; le produit sera la solidité demandée.*

REGLE II. *Multipliez* **(1099** *G* **)** *la surface d'une section AB perpendiculaire à l'axe* 00 *du cylindre, par la demi-somme des longueurs du moindre et du plus grand côtés* ***DE CF*** *du tronc.*

(1) Voyez la figure du dernier problème et imaginez un plan de section parallèle à C D ou R N et passant par le point F ; alors la coupe KNL de l'onglet parallèle, au plan passant par F sera la section ou coupe médiane de l'onglet a demi-distance entre sa base et son sommet E.

Ex. 1. Dans un vaisseau cylindrique dont la fondation s'est affaissée et a dérangé la position verticale, la moindre hauteur inclinée du liquide contenu est de 13 pieds et la plus grande hauteur de 15 pieds, le diamètre de la cuve étant de 20 pieds ; on demande le nombre de gallons de liqueur (soit $7\frac{1}{2}$ gallons au pied cube) dans la cuve ? **Rep.** 4398.24 pieds cubes=32986.80 gallons.

2. Le recouvrement demi-cylindrique d'un mur qui en rencontre deux autres sous des angles obliques inégaux, mesure 3 pieds de diamètre et sa longueur moyenne est de 100 pieds ; quel en est le volume ?

Rep. surf. sec. perp. $=\frac{3\times 3\times .7854}{2}\times 100=353.43$ pieds cubes.

PROBLÈME XXIII.

Trouver la surface et le volume d'un tronc quelconque de cylindre.—(Voir le *tableau*.)

(**107**) **REGLE I.** *Imaginez le tronc coupé (en AB, fig. du prob.* **XXI**) *par un plan perpendiculaire à l'axe du cylindre. Référez à cette base commune, les deux troncs composants ; faites par les deux derniers problèmes la surface ou le volume de chacun d'eux, pour en prendre la somme ; ou, ce qui est la même chose, multipliez la base commune ou sa circonférence, suivant le cas, par la moitié de la somme des deux plus grands et des deux plus petits côtés AC, BE–AF, BD des deux troncs : le résultat sera le volume ou la surface, suivant le cas, du tronc proposé.*

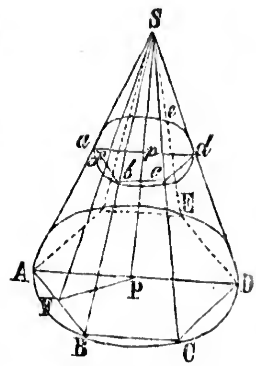
REGLE II. *La surface de la base C D multipliée par la demi-somme de la moindre et de la plus grande hauteurs FP, EP du tronc, donnera son volume.*

PROBLÈME XXIV.

Trouver la surface d'un cône droit ou régulier.

(Voir le *tableau*.)

(**108**) **REGLE.** *Multipliez* (**1041 G.**) *la circonférence de la base BE par la moitié du côté, ou de la hauteur inclinée AS, ou BS, ou etc. ; le produit sera la surface convexe ; à cette surface ajoutez celle de la base, si la surface entière est requise.*



Ex. 1. Quelle est la surface latérale d'un cône dont le côté est 50 et le diamètre de la base $8\frac{1}{2}$? **Rep.** 667.59.

2. Quelle est la surface convexe d'un cône dont le côté est 36 et le diamètre de la base 18 ? **Rep.** 1272.348.

3. Le fond d'une chaudière est un cône renversé dont le diamètre est de 40 pieds et le côté 6 pieds ; quelle en est la surface latérale ? **Rep.** 94.248 pieds carrés.

4. Un vase dont le diamètre est de 10 pouces a un couvercle conique dont le côté est de $5\frac{3}{4}$ pouces ; quelle est la surface de ce dernier ?
Rep. $10 \times 3.1416 \times 2.875 = 90.321$ pouces carrés.

5. Un réservoir dont le plan est circulaire et dont la coupe verticale menée par le centre est un triangle isocéle, a 60 mètres de largeur et la longueur de son côté incliné est de 33 mètres ; combien faudra-t-il de briques pour en revêtir la surface, en allouant 75 briques au mètre carré ? **Rep.** Diam. $60 \times 3.1416 \times 16\frac{1}{2} \times 75 = 233,264$.

5. Une tour a 150 pieds de circonférence et le côté incliné de son toit conique mesure 30 pieds ; combien faudra-t-il de *carrés* de couverture en bardeau pour en revêtir l'extérieur ? **Rep.** $22\frac{1}{2}$.

7. Quel sera le poids du dessus conique d'un gazomètre dont la circonférence est de 180 pieds et le côté incliné 30 pieds, le fer étant de 5 livres au pieds carré ? **Rep.** 13.500 livres.

PROBLÈME XXV.

Trouver la surface d'un tronc de cône droit ou régulier à bases parallèles.—(Voir le *tableau.*)

(109) REGLE. *Multipliez* (**1042 G.**) *la demi-somme des circonférences des deux bases par la hauteur inclinée du tronc ; vous aurez la surface convexe ; à laquelle ajoutez les aires des deux bases, pour avoir la surface entière.*

Ex. 1. Le côté d'un tronc de cône est $12\frac{1}{2}$, et les circonférences de ses bases 8.4 et 6 ; quelle en est la surface latérale ? **Rep.** 90.

2. Quelle est la surface entière d'un tronc de cône dont le côté est de 16 pieds et les rayons des bases 3 et 2 pieds ?

Rep. Surf. lat. = 251.328, surf. base inf. = 28.2744, surf. base sup. = 12.5664, surf. totale = 292.1688.

3. La partie conique d'un entonnoir a pour grand diamètre 10 pouces, pour petit diam. 1 pouce, et pour côté incliné 15 pouces ; quelle en est la surface latérale ?

Rep. 259.2 pouces carrés = 1.8 pieds carrés.

4. Le toit incliné d'une tour circulaire dont le diamètre est de 30 pieds et le côté de 20 pieds est terminé au haut par une plateforme dont la circonférence est de 33 pieds ; on demande combien il a fallu de *carrés* de zinc pour le recouvrir, y compris la platefoame ?

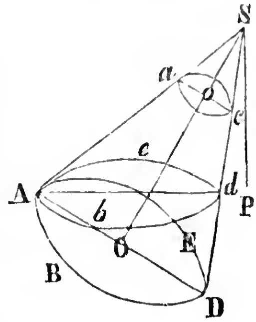
Rep. Surf. lat.$=1272.48$, surf. base sup.$=(33)^2 \times .07958=86.66$, surf. requise$=1359.14$ pieds carrés$=13\frac{1}{2}$ *carrés* 9 pieds carrés.

5. Combien faudra-t-il de pouces carrés de dorure pour recouvrir l'intérieur d'un goblet dont la circonférence inférenee est 6 pouces, la circ. sup. 7 pouces et le côte $3\frac{1}{2}$ pouces ?

Rep. La paroi latérale$=3\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}(6+7)=22.75$ pouces carrés, le fond $= 6 \times 6.07958=2.865$, le tout$=25,615$ pouces carrès.

PROBLEME XXVI.

Déterminer la surface d'un cône ou d'un tronc quelconque de cône oblique ou irrégulier.—(Voir le *tableau.*)

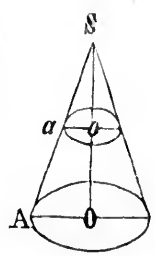


(110) REGLE. *Divisez la surface latérale du cône, par des lignes menées du sommet à la base en triangles ou secteurs, et la surface latérale du tronc de cône par des lignes menées entre les deux bases, en trapèzes, etc. ; estimez séparément la superficie de chacune des parties composantes et prenez en la somme pour la surface voulue.*

PROBLÈME XXVII.

Déterminer le volume d'un cône droit ou oblique. [1]

(Voir les modèles.)

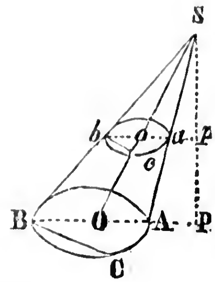


REM. La formule générale se réduit pour le cône droit, comme pour la pyramide régulière à l'expression simplifiée suivante, car $ao=\frac{1}{2}AO$ et par conséquent surface médiane $o=\frac{1}{4}$ surf. O et comme $4o=O$, il s'en suit que $\overline{4o+O} \times \frac{1}{6}SO=O \times \frac{1}{3}SO$.

(111) REGLE. *Multipliez* (**1050 G.**) *la surface de la base par le tiers de la hauteur, et le produit sera le volume requis.*

---

1. Lire la formule générale et la remarque qui a trait au volume de la pyramide, problème XIV.



Ex. 1. Quelle est la solidité d'un cône dont la hauteur est de 27 pieds et dont la base est un cercle de 10 pieds de diamètre ? **Rep.** 706.86.

2. La circonférence de la base d'un cône droit est 9 pieds, sa hauteur étant de 10$\frac{1}{2}$ pieds ; quel en est le volume ? **Rep.** 22.56.

3. La surface de la base d'un cône oblique est de 1000 mètres et sa hauteur 30 mètres ; quel en est le contenu solide ?

Rep. 10.000 mètres cubes.

4. Un rocher ou monticule en forme de cône irrégulier a pour base une figure dont la surface est de 5300 verges carrées, la hauteur du corps étant de 105 verges ; combien aurait-on à enlever de verges cubes de matière pour le faire disparaître ? **Rep.** 185.500

5. Quel est le volume de l'espace compris sous un toit conique dont la hauteur est de 30 pieds et le diamètre 30 pieds ?

Rep. 7068.6 pieds cubes.

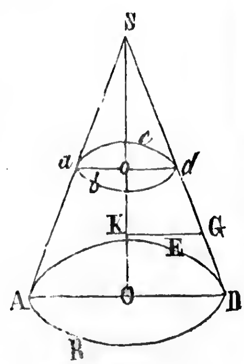
6. Combien de pouces cubes de dragées peut contenir un cornet de 3 pouces de diam. et 9 pouces de longueur ? **Rep.** 21$\frac{1}{5}$

7. La circonférence du fond conique d'une chaudière est de 10 pieds et la hauteur du cône de 1 pied ; combien de gallons contiendra cette partie du vaisseau.

Rep. $10 \times 10 \times .07958 \times \frac{1}{3} = 2.652666$ pieds cubes, $\times 1728$ et $\div 231$ $= 19.843$ gallons.

PROBLÈME XXVIII.

Déterminer le volume d'un tronc de cône droit ou oblique, c.-à-d. d'un tronc de cône quelconque, à bases parallèles. (Voir les *modèles.*)[1]



(112) REGLE I. *A la somme des surfaces des deux bases, ajoutez quatre fois la surface d'une section à mi-distance entres elles, c'est-à-dire d'une section dont les facteurs linéaires soient moyens arithmétiques* (**1265 G.**) *entre ceux des deux bases ; multipliez alors la somme ainsi obtenue par un sixième de la hauteur du tronc ; le produit sera le volume requis.*

REGLE II. *Trouver* (**1063 G.**) *d'abord une moyenne proportionnelle entre les deux bases ; faites ensuite l'addition*

1. Voir la remarque qui a trait au tronc de pyramide, problème XV.

continue de cette moyenne et des deux bases du tronc ; multipliez alors cette somme par le tiers de la hauteur du tronc et le produit sera le volume requis.

Ex. 1. On demande la solidité d'un tronc de cône droit, dont la hauteur est 18, le diam. de la base inf. 8, et celui de la base sup. 4 ?

Rep. Base inf.$=\overline{8\times 8}\times .7854=50.2656$, base sup.$=\overline{4\times 4}\times .7854=12.5664$, le facteur moyen arith. entre 8 et $4=\frac{1}{2}(8+4)=6$, $6\times 6\times .7854\times 4=113.0976$, la somme de ces surfaces$=175.9296$, multipliant par 3 (le sixième de la hauteur 18) on a 527.7888.

2. Combien de pieds cubes d'eau pourra contenir un réservoir en forme de tronc de cône renversé dont le plus grand diamètre est de 200 pieds, le plus petit diam. 100 pieds, et la profondeur 25 pieds ?

Rep. 458,153 pied cubes.

3. Un tuyau conique relie deux conduits de 10 et 20 pouces de circonférence, sa longueur ou la distance perpendiculaire entre ses deux bases est de 25 pouces ; quelle est la capacité de cette partie du conduit ?

Rep. Surf. petit bout$=$(**31 T.**) $(10)\times .07958=7.958$, surf. gros bout$=(20)^2\times .07958=31.832$, la circonférence moy. arith.$=\frac{1}{2}(10+20)=15$, $(15)^2\times .07958\times 4=71.622$, la somme$=111.412$, cette somme $\times \frac{1}{6}(25)=464.51666$ pouces cubes.

4. Quelle est la capacité d'une tinette dont la hauteur est de 20 pouces, le diam. inf. 10 pouces, et le diam. sup. 16 pouces ?

Rep. 2701.776 pouces cubes$\div 1728=1.55$ pieds cubes.

5. Un vaisseau qui présente la forme de deux troncs de cônes réunis par leur plus grandes bases, mesure 40 pouces de longueur, 28 pouces à la bonde ou au centre et 20 pouces à la tête ou aux extrémités ; combien contiendra-t-il de gallons ?

Rep. $20\times 20\times .7854=314.16$, $28\times 28\times .7854=615.7536$, $24\times 24\times .7854\times 4=1809.5616$, la somme des surfaces $=2739.4752$, $\times \frac{1}{6}(20)=9131.584$ pouces cubes$=$le contenu d'un des troncs composants, $\times 2=18263.1680$ pouces cubes,$\div 231=79.06133$ gallons.

Rep. Par la 2nde règle on a :

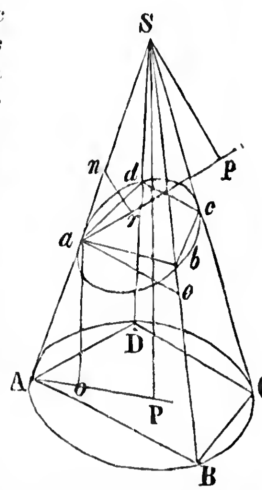
surf. moindre base=	$.7854\times 20^2$	$=314.16$
surf. grande base =	$.7854\times 28^2$	$=616.7536$
suf. moy. prop.=(**98 REM. T.**)	$.7854\times 20\times 28$	$=439.824$
		1369.7376
multipliant par le tiers de la hauteur du tronc		$6\frac{2}{3}$
		9131.5840
on obtient pour vol. du tronc		2
doublant, on a pour vol. total comme auparavant		18263.1680

REM. Il est à peine nécessaire de dire qu'au lieu de multiplier séparément par .7854 ou par .07958, suivant le cas, les carrés des diam. ou des circ. des bases opposées et 4 fois le carré du diam. ou de la circ. de la base intermédiaire, pour en prendre ensuite la somme ; on se sauvera du travail en faisant tout d'abord la somme de ces carrés pour n'avoir à multiplier qu'une fois par les facteurs .7854 ou .07958.

PROBLÈME XXIX.

Trouver le volume d'un tronc de cône quelconque à bases non parallèles.—(Voir le *tableau.*)

(113) REGLE I. *Décomposez le tronc donné en un tronc de cône à bases parallèles et un onglet de cône, par un plan de section parallèle à l'une des bases et passant par le point le plus rapproché de l'autre brse. Calculez alors le volume du tronc de cône à bases parallèles par la règle du problème XXVIII, puis celui de l'onglet de cône par problème suivant ; la somme de ces volumes sera celui du tronc proposé.*



(114) REGLE II. *Déterminez séparément* (**1067 G.**) *les volumes respectifs des cônes entier et partiel ; la différence de ces volumes sera la solidité requise.*

Ex. Les surfaces inf. et sup. d'un tronc de cône à bases non parallèles sont 30 et 20 mètres, les hauteurs respectives des cônes entier et partiel sont 33 et 17 mètres ; quel est le volume du tronc.

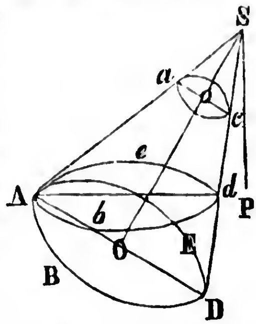
. $(30 \times \frac{1}{3}33) - (20 \times \frac{1}{3}17) = 330 - 113\frac{1}{3} = 216\frac{2}{3}$ mètres cubes.

PROBLÈME XXX.

Trouver le volume d'un onglet de cône.

(Voir le *tableau.*)

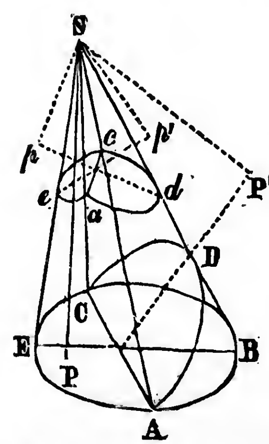
(115) REM. Soit l'onglet DAd à bases entières ABDEA ou AbdeA, c'est-à-dire, dont chacune des bases est une ellipse, ou l'une un cercle et l'autre une ellipse ; ou l'onglet ABC–D à bases partielles, c'est-à-dire, dont chaque base est un segment d'ellipse ou l'une un segment de cercle et l'autre un segment d'ellipse, une parabole ou une hyperbole, suivant que l'onglet dans chacun des deux cas est celui d'un cône droit ou d'un cône oblique. Imaginez un plan de section parallèle à l'une ou à l'autre des deux bases et mené à mi-chemin entre telle base et le sommet D ou d, B ou D, suivant le cas, de l'onglet, c'est-à-dire, passant par le milieu de Dd ou de BD ; la coupe sera dans le premier cas un demi-cercle si la base à laquelle elle est parallèle est un cercle, une demi-ellipse si la base à laquelle elle est parallèle est une ellipse, et cette demi-ellipse sera aussi semblable à celle à laquelle elle est parallèle ; dans le second cas la coupe de l'onglet ABC–D sera un segment de cercle si la base qui lui est parallèle est un cercle, ou un segment d'ellipse si le plan de section est parallèle à une base elliptique ou enfin une parabole ou une hyperbole. Le sommet de l'onglet n'est évidemment qu'un point d ou D,



D ou B et sa surface est en conséquence nulle ou $=0$. Donc la formule générale " somme des surfaces des deux bases ou extrémités opposées, plus 4 fois la surface de la section médiane, multipliée par la sixième partie de la hauteur de l'onglet " se réduit comme pour le cône ou la pyramide à l'expression suivante :

(116) REGLE I. *A la surface de la base ajoutez quatre fois celle de la section médiane parallèle à telle base et multipliez la somme de ces surfaces par la sixième partie de la hauteur du solide ; le résultat sera le volume près de l'onglet proposé.* (Voir les problèmes qui ont trait aux surfaces des segments de cercle et d'ellipse, à celle de la parabole, etc., problèmes XX et XXI, etc.

Ex. 1. Soit un tronc de cône droit dont la hauteur $=20$, le diamètre inférieur$=15$, diam. supérieur $=9.6$, diam. intermédiaire $(15+9.6)\div 2=12.3$. Imaginez un plan de section passant entre les extrémités opposés des diamètres inférieur et supérieur ; ce plan partagera le tronc donné en deux onglets, l'un ayant pour base la base inférieure du tronc de cône, l'autre, la base supérieure du tronc. La section intermédiaire de l'onglet dont le diamètre de la base est 15, sera un segment de cercle dont le sinus-verse$=$ $15\div 2=7.5$ et la section intermédiaire de l'autre onglet sera aussi un segment de cercle ayant pour sinus-verse $12.3—7.5=4.8$. La surface de ce dernier



segment = (**41, T.**) 42.94 et celle de l'autre segment égale celle du cercle dont le diam. est 12.3 moins 42.94 = 118.82—42·94 = 75.88. Maintenant, volume onglet inférieur = $\overline{75.88 \times 4 + 176.71}$ (surface du cercle dont le diam. est 15) × 20 ÷ 6 = 1600.75, le volume réel = 1596.98. la différence = 3.77 = moins que le quart de un pour cent en surplus.

(**117**) L'autre onglet a pour volume 42.94 × 4 ÷ 72.38 (superficie du cercle dont le diam. est 9.6) = 171.766 + 72.38 = 244.1486 × 20 ÷ 6 = 813.829. Ce volume ajouté à 1600.75 donne pour somme des volumes des deux onglets 2414.579. Le volume du tronc = surf. cercle diam. 9.6 + surface, cercle, diam. 15 + 4 surf. cercle, diam. 12.3, le tout multiplié par 20 ÷ 6 = 2414.63376 qui ne diffère du dernier résultat que parce qu'on a négligé de faire entrer en compte toutes les décimales.

Ex. 2. Avec le même tronc de cône que dans le dernier exemple, supposons que le plan de section passe par l'extrémité de la base supérieure et coupe la base inférieure à 5 de l'extrémité opposée de cette base ; alors (**41, T.**) pour surface du segment de base dont le sinus-verse est 5 on aura 51.5637, et comme la surface du cercle à diam. 15 est 15 × 15 × .7854 = 176.715, on aura, en en déduisant 51.5637, la surface de l'autre segment de la base dont le sinus-verse est 10 = 125.1513. Maintenant pour les bases intermédiaires respectives des deux onglets, on obtient pour celui dont le sinus-verse est 5 (moitié de 10) 45.3492 et pour l'autre segment dont le sinus-verse est 12.3—5 = 7.3 on a surf., cercle à diam. 12.3—45.3492 = 118.8232—45.3492 = 73.474. On obtient en conséquence pour volume de l'un des deux onglets (celui qui a pour base la base inf. du tronc) 125.1513 + 4 fois 45.3492 = 306.548 et 306.548 × 20 ÷ 6 = 1021.8267 ; le volume réel = 1015.701, la différence est de 6+, soit des 6 dixièmes à peu près de 1 pour cent en surplus.

Ex. 3. Un autre tronc dont la hauteur = 40 et dont les diam. inf. et sup. sont 60 et 38.4 et le diam. intermédiaire en conséquence = 49.2 = $\overline{60 + 38.4}$ ÷ 2, le tronc divisé en deux onglets à bases non tronquées comme dans l'exemple No. 1, donne pour surfaces respectives des segments qui constituent les bases intermédiaires des deux onglets dont les sinus-verses sont 19.2 et 30, 687.050251 et 1214.120405 dont la somme = 1901.170656 (surface du cercle qui forme la coupe intermédiaire du tronc); surface base sup. = 1158.119424, surface base inférieure = 2827.44, volume onglet inf. = 51,226, le volume de l'onglet supérieur = 26,042, la somme des deux = 77.268 = volume du tronc. Le premier volume 51.226 excède de 123 le volume réel qui est 51, 103, l'erreur étant de 0.24 ou de ¼ pour cent près, le second volume

26.042 est moindre que le volume réel qui est de 26.165, de .123 ou de près d'un demi de un par cent en moins.

Le volume de l'autre onglet = 51.5637 + 4 fois 73474 + 72.3825, le tout × 20 ÷ 6 = 1392.80706, ce qui ajouté à 1021.8267 volume de l'autre onglet donne pour volume entier du tronc 2414.63376. Or le tronc séparément calculé = comme dans le dernier exemple 2414.63376.

(118) REM. Puisque la formule appliquée au tronc de cône donne un résultat exact, et que le volume de l'onglet qui a pour base inférieure la base du tronc, excède le volume réel, comme on vient de le voir, de $\frac{1}{2}$ pour cent (plus ou moins) à peu près, il s'en suit que le volume de l'autre onglet est moindre que le volume réel précisément de la quantité qui est de surplus dans le premier onglet, ce qui est évident.

Ce qui est certai.., c'est que dans la pratique l'on préférerait perdre ou gagner suivant le cas, le demi pour cent d'erreur dont il est question que de se donner la peine, pour arriver à un résultat plus exact, de faire un calcul long et difficile que comporte la formule exacte et e.. cela faisant perdre un temps, qui d'ordinaire vaudrait beaucoup plus que l'enjeu d'une demi unité sur cent unités, ou de une unité sur 200.

Ex. 4. Les segments d'ellipses qui servent de bases à un onglet de cône, sont (**61 T.**) respectivement de 20 et 15 pieds en superficie, et les hauteurs des cône entier et partiel perpendiculaire à ces bases sont (**1067 G.**) de 30 et 23 pieds; quel est le volume de l'onglet ?

Rep. $(20 \times \frac{1}{3}\overline{30}) - (15 \times \frac{1}{3}\overline{23}) = 300 - 115 = 185$ pieds cubes.

PROBLÈME XXXI.

Déterminer le volume d'un onglet de cylindre.

(Voir les divers onglets de cylindre du *Tableau Steréométrique.*)

(119) NOTE. L'onglet de cylindre, comme l'onglet de cône se rencontre quelquefois dans la pratique du mesureur à l'endroit des intersections de voûtes, etc.; et dans la pratique du jaugeur qui a quelquefois à évaluer la quantité de liqueur dans un vase cylindrique ou conique incliné à l'horizon. Les parties composantes de certains corps peuvent aussi offrir au calcul des solides de cette sorte, comme quand on décompose pour les fins du toisé, un tronc de cylindre ou de cône à bases non parallèles en un tronc à bases parallèles et un onglet, pour en déterminer séparément les volumes et faire ensuite la somme de ces volumes.

(120) REM I. Si la base de l'onglet est entière ou non tronquée, c'est-à-dire, si cette base est, ou un cercle ou une ellipse, suivant que l'onglet ou le cylindre dont l'onglet fait partie est droit ou incliné, alors l'onglet peut être considéré comme un tronc de cylindre à bases non parallèles et dont la moindre hauteur=0, et dont le volume, comme on l'a vu (**107, T.**) est égal au produit de la surface de sa base par la moitié de la hauteur du solide; car la surface de la coupe médiane parallèle à la base est dans ce cas égale à la moitié de la base, étant évidemment un demi-cercle ou une demi-ellipse suivant le cas; or 4 fois le demi-cercle ou la demi-ellipse en question=2 fois la base, et 2 fois la base plus la base, (c'est-à-dire 3 fois la base) multiplié par la 6ème partie de la hauteur du solide équivaut à multiplier la base par la moitié de la hauteur. L'expression générale se simplifie donc, dans le cas actuel et donne pour.

REGLE. *Multipliez la base de l'onglet par la moitié de sa hauteur, le produit sera le volume demandé.*

(121) REM. II. Si l'onglet est tronqué par un plan parallèle à sa base il faudra avoir recours à la formule générale.

REGLE. *A la somme des surfaces des bases opposées du tronc d'onglet ajouter* 4 *fois la surface d'une section ou coupe à mi-chemin entre les deux extrémités du solide et le produit de cette somme par la* 6ème *partie de la hauteur du solide sera le volume requis.*

NOTE. Les bases seront suivant le cas, un cercle et un segment de cercle, ou une ellipse et un segment d'ellipse et la coupe ou section médiane sera suivant le cas un segment de cercle ou un segment d'ellipse.

(122) REM. III. Quand l'onglet de cylindre à évaluer est un onglet proprem[illegible], c.-à-d., à base partielle, on le toise absolument comm[illegible] de cône (prob. XXX) c.-à-d., en ajoutant à la surface d[illegible]e 4 fois la surface de la coupe médiane pour multiplier ensu[illegible]e tout par la 6ème partie de la hauteur du solide. Si l'onglet est celui d'un cône droit, la base est un segment de cercle et la coupe parallèle aussi un segment de cercle. De même si c'est un onglet de cylindre oblique, la coupe médiane parallèle à la base sera, comme la base, un segment d'ellipse. Dans chacun des deux cas, la hauteur ou le sinus-verse du segment dont on a à évaluer la surface est moitié de celui de la base. Quant à la corde du segment si ce segment est d'un cercle on aura (**539, G.**) la demi-corde=la racine carrée du produit du sinus-verse par le reste du diamètre et si le segment est d'une ellipse, on aura la demi corde en faisant [1] le grand axe ou diam. de l'ellipse est à (:) son petit axe ou diamètre

1. Voir, à ce sujet, ce qui a trait ci-après à l'ellipsoïde et au fuseau elliptique.

comme (::) la racine carrée du sinus-verse du segment multiplié par le reste du grand axe est à ( ) la demi-corde. D'ailleurs, l'on peut aussi dans la pratique obtenir directement la corde du segment en traçant et mesurant cette corde sur le solide même.

(123) REM. IV. Si l'onglet du dernier paragraphe est tronqué par un plan parallèle à sa base, formant ainsi ce qu'on peut appeler un tronc d'onglet de cylindre à bases parallèles, on aura encore facilement soit par mesurage direct du modèle ou du solide à toiser, ou par le calcul, la corde et le sinus-verse de la coupe intermédiaire, le sinus-verse étant la demi somme de ceux des segments de cercle ou d'ellipse des basses opposées.

(124) REM. V. Si l'onglet est central, son sommet, diamètre du cylindre, sera une simple ligne et la surface=0. Dans ce cas, la coupe centrale ou médiane sera une zone centrale de cercle ou d'ellipse suivant que l'onglet est droit ou incliné. Si l'onglet est excentrique, son sommet, corde d'un coupe de cylindre, sera encore une ligne et sa surface=0. Dans ce cas sa coupe médiane sera une zone excentrique de cercle ou d'ellipse suivant le cas.

(125) REM. VI. Si l'onglet, central ou excentrique, est tronqué par un plan parallèle à la base, ce sera alors le tronc d'un onglet central ou excentrique de cylindre droit ou oblique dont l'une des bases, si elle est entière sera un cercle ou une ellipse, l'autre base une zone centrale ou excentrique de cercle ou d'ellipse et la coupe médiane aussi une zone de cercle ou d'ellipse soit centrale soit excentrique suivant le cas. Si la base de l'onglet n'est pas entière, ce sera ou une zone centrale ou excentrique de cercle ou d'ellipse ou un segment de même non de cercle ou d'ellipse, ce segment étant suivant le cas, plus ou moins que la moitié de la base totale du cylindre dont l'onglet fait partie.

Ex. 1. Soit à cuber un onglet latéral de cylindre droit, sa hauteur=24, le sinus-verse du segment de cercle qui en constitue la base =2 et le diam. du cylindre dont l'onglet fait partie=10.

La surface de la base=(**41, T.**) 2÷10=.2=sinus-verse de la table à la fin de ce volume, et la surface tabulaire correspondant à ce sinus=.111823 laquelle étant multipliée par 10^2 ou par 100 donne pour surface voulue 11.1823. L'on obtient de même la surface du segment à mi-hauteur de l'onglet=1÷10=.1=.040875=surf. tabulaire laquelle × 100=4.0875 et celle-ci × 4=16.35, ajoutant 11.1823, on a 27.5323=somme des surfaces de la base et de 4 fois la section médiane, cette somme × 4 (=24÷6) donne pour volume de l'onglet proposé 110.1292. Le volume réel est 109.4334, la différence .6958=

.636, c.-à-d. que le taux d'erreur est de moins que les $\frac{2}{3}$ de 1 par cent en surplus.

Ex. 2. La hauteur d'un onglet latéral de cylindre est 24 et le diam. du cylindre 10 comme dans le dernier exemple. La base de l'onglet est un demi-cercle. On demande le volume. Surf. base = 10 × 10 × .7854 ÷ 2 = 39.57, le sinus-verse du segment médian = 5 ÷ 2 = 2.5, 2.5 ÷ 10 = .25 qui correspond dans les tables à .153546 ce qui × 100 = 15.3546. Maintenant 15.3546 × 4 = 61.4184, ajoutant 39.27 on a 100.6884, multipliant par 4, un sixième de la hauteur, on a pour volume prismoïdal 402.7536; le volume exact est 400, la différence est 2.7536 qui équivaut à un taux d'erreur de .688 ou de un peu plus que les deux tiers de un pour cent en surplus.

Ex. 3. Avec le même diam. (10) de cylindre et la même hauteur d'onglet (24) que dans les deux derniers exemples, la base de l'onglet qui dans le 1er exemple est moindre qu'un demi-cercle, dans le 2ème exemple égal à un demi cercle, est dans ce 3ème exemple plus grand qu'un demi-cercle, son sinus-verse étant = 8 = 10—2; or on a vu que la surface du segment ayant 2 pour sinus-verse ou hauteur = 11.1823 et comme la base entière du cylindre = 10^2 × .7854 = 78.54 on aura la surface du segment voulu = 78.54—11.1823 = 67.3577. La coupe médiane à mi-hauteur a pour flèche ou sinus-verse 8 ÷ 2 = 4, 4 ÷ 10 = .4 = s. v. tab. = .293369 = surf. tab., × 100 = 29.3369 et × 4 = 117.3476, 117.3476 + 67.3577 = 184.7053 = somme des surfaces, laquelle × 4, 6ème partie de la hauteur, on obtient 738.8212 pour le volume par la formule générale, le volume réel = 734.218, la différence est 4.6032 qui équivaut à un taux d'erreur de .627 par cent ou de moins que les deux tiers de un par cent.

Ex. 4. Un onglet latéral d'un cylindre dont le diam. = 25, a pour hauteur 60 et pour base un segment de cercle dont le sinus-verse = 5. Quel est le volume de l'onglet?

Puisque 5 : 25 et $2\frac{1}{2}$: 25 dans cet exemple comme 2 : 10 et comme 1: 10 dans l'exemple N° 1, on a pour surf. tab. comme dans le premier exemple .111823 et .040875 lesquelles multipliées chacune par 25^2 ou par 625 donnent pour surface de la base 69.89 et pour surface de la section médiane 25.546875. Cette dernière × 4 fois = 102.1875, ajoutant 69.89 on a 172.077 ce qui × 10 (la hauteur ÷ 6) = 1720.77. Le volume réel = 1709.90, la différence = 10.87 = .635 = moins des deux tiers de 1 par cent.

Ex. 5. Calculons maintenant l'onglet complémentaire de celui de l'exemple 4, c'est-à-dire, l'onglet qui avec celui du dernier exemple forme le cylindre dont chacun d'eux fait partie.

La surface de la base du cylindre $=25 \times 25 \times .7854 = 490.875$ et cette base × la hauteur $60 = 29452.5 =$ volume du cylindre. L'onglet à évaluer a pour base inférieure la base du cylindre moins la base de l'onglet déjà évalué, c'est-à-dire, $490.875 - 69.89 = 420.985$, la base supérieure étant entière $= 490.875$ et la coupe médiane $= 490.875 - 25.546875$ (surf. du seg. dont le s. v. $= 2.5$) $= 465.328125$. Cette dernière surface prise 4 fois $= 1861.3125$, ajoutant les surfaces des bases opposées, on a 2773.1725 pour somme des surfaces, multipliant par 10 (6ème de la hauteur) on a pour vol. de l'onglet 27731.725, si à ce vol. l'on ajoute 1720.77 vol. du 1er onglet on a $29{,}452.495 =$ volume du cylindre tel que ci-dessus déterminé, la différence entre .5 et .495 étant due à ce que l'on a pris 69.89 pour 69.889375 pour la surface du segment inférieur du 1er onglet.

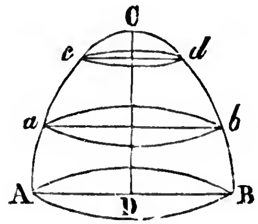
Si 1709.9 est le vol. réel du 1er onglet ; alors, comme 29452.5 est e vol. réel du cylindre, il s'en suit que le volume exact de l'onglet complémentaire que l'on vient d'évaluer dans cet exemple à 27731.-725 est de $29452.5 - 1709.9 = 27742.6$. Donc le vol. de l'onglet complémentaire est dans cet exemple trop faible de 11 à peu près $= .04 = \frac{4}{100}$ pour cent ou $\frac{1}{25}$ de 1 pour cent.

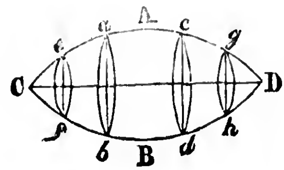
THÉORÈME.

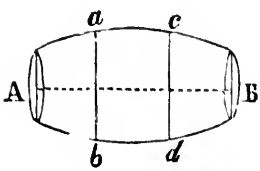
(126) Expression générale pour la surface latérale, (convexe ou concave) d'un solide de révolution quelconque, ou d'un segment ou tronc de tel solide à une seule base ou à deux bases parallèles, et dont le plan de section est perpendiculaire à l'axe de la courbe génératrice.

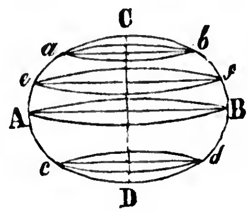
Divisez la courbe génératrice en parties égales assez petites pour que chacune d'elles soit sensiblement une ligne droite ; faites passer par chaque point de division une circonférence parallèle à la base ou perpendiculaire à l'axe du solide. Ces circonférences parallèles diviseront la surface à estimer en zones d'égale largeur ; chacune de ces zones sera un trapèze continu dont on aura la surface en multipliant la demi-somme de ses bases ou circonférences parallèles par la hauteur ou largeur de la zone, et la surface entière du solide proposé sera égale à la somme des surfaces de ses zones composantes.

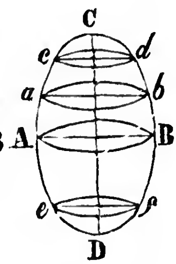
On aura donc la surface voulue en ajoutant à la demi-somme des circonférences des bases ou extrémités opposées du solide, la somme des *circonférences intermédiaires de toutes les zones composantes, pour multiplier ensuite le tout par la largeur d'une de ces zones :* expression analogue à celle du par. (**23 et 69 T.**) pour la surface plane d'une figure quelconque.







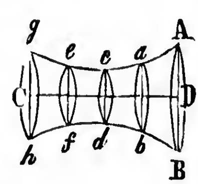


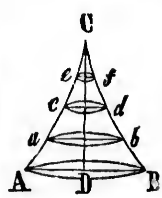


Ainsi AB–C étant un conoïde quelconque, un demi-fuseau, une hémisphère, un demi-sphéroïde ou un segment quelconque de sphère, de sphéroïde ou de fuseau, à une seule base AB, on en aura la surface latérale $= (\frac{1}{2}$ cir. AB + circ. ab + circ. $cd) \times Aa = ac = cC$.

Si le segment ou tronc donné ABdc a deux bases AB, cd, la surface sera $= (\frac{1}{2}$ circ. AB + circ. ab + circ. etc. + $\frac{1}{2}$ circ. $cd) \times Aa$ ou ac. Si les moitiés opposées du solide sont symétriques comme dans la futaille ou barrique AB ou autre tronc ou segment central de fuseau ou de sphéroïde, il est à peine, nécessaire d'observer qu'il suffira d'opérer sur l'une des moitiés symétriques pour doubler ensuite le résultat.

Si le le solide AB–C dont il s'agit est à surface concave, c'est-à-dire, engendrée par la révolution d'une courbe AC ou Ag qui présente sa convexité à l'axe CD du solide, il est clair qu'on aura tout de même cette surface $= (\frac{1}{2}$ circ. AB + circ. ab + circ. cd + circ. $ef) \times Aa$ ou ac, etc., dans le cas du conoïde ou segment à une seule base, ou $=$



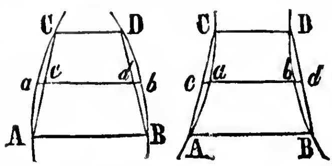


$(\frac{1}{2}$ cir. AB + circ. ab + circ. etc. + $\frac{1}{2}$ circ. $gh) \times Aa$ ou ac, etc. dans le cas du tronc ou segment à deux bases parallèles AB, gh.

Il suit évidemment de ce qui précède que si la ligne génératrice de la surface à estimer est mixte, c'est-à-dire en partie convexe et en partie concave, ou si cette ligne est en partie droite et en partie courbe, le même procédé conduira tout aussi simplement à la détermination de cette surface ou superficie.

REM. Il est à remarquer que la formule générale qu'on vient d'établir donnera d'ordinaire, pour toute surface convexe, un résultat qui sera en défaut de la superficie voulue du solide, et de même, le résultat qu'on en obtiendra dans le cas d'une surface concave, sera en excès de la surface réelle du corps proposé.

En effet, dans la pratique, la largeur A*a*C de l'une des zones composantes de la surface à déterminer, sera plus ou moins éloignée de la droite A*c*C, suivant que AC sera une partie plus ou moins grande de la courbe génératrice. Au lieu donc de considérer AC comme ligne droite avec une longueur=A*c*C, on ajoutera à l'exactitude du résultat en prenant pour largeur de la zone la largeur développée A*a*C de cette zone, que l'on obtiendra assez exactement à l'aide d'une échelle de parties égales suffisamment subdivisée et assez mince pour pouvoir s'ajuster à la direction convexe ou concave de l'arc à estimer.



Cependant, malgré qu'on aura ajouté à la précision de l'opération en substituant à la largeur rectiligne A*c*C de la zone, sa largeur réelle A*a*C ; on n'en sera pas moins encore en défaut ou en excès de la surface voulue, quoique d'une quantité très petite relativement à la superficie totale. Cette quantité sera, à très près, égale à $(ac + bd)$ (ou $2\,ac) \times 3.1416 \times \frac{1}{2}$ A*a*C ou à $3\frac{1}{7}$ fois le double de la surface de l'espace A*c*C*a*A, ou à $12\frac{4}{7}$ fois la surface de l'espace triangulaire ayant *ac* pour base et pour hauteur la longueur développée de l'arc *a*C ; car $2ac \times 3.1416$ est évidemment la différence entre la circonférence *ab* et la moyenne, *cd*, des circonférences AB, CD, et c'est précisément du produit de cette différence par la longueur de l'arc *a*C ou *a*A, ou ce qui est la même chose, du produit de la demi-différence *ac* par l'arc entier A*a*C que la surface convexe demandée est faible ou en défaut, ou que la surface concave à déterminer est forte ou en excès ; mais à cause de AC très petit, la différence, soit en plus ou en moins, entre la surface exacte et la surface obtenue, par la formule, ne sera toujours, comme on vient de le dire, qu'une quantité relativement petite et insignifiante, ce que d'ailleurs on verra bientôt à l'endroit des quelques problèmes et solutions que l'on se propose de soumettre afin de pouvoir en comparer l'exactitude avec celle des résultats que fournissent les règles ordinaires, et pour juger en même temps de la somme de travail nécessaire pour y parvenir.

THÉORÈME.

Expression générale pour le volume d'un solide quelconque.

(Voir les modèles du *tableau stéréométrique.*)

(127) *De tout prisme ou cylindre droit ou oblique—de toute pyramide régulière ou irrégulière, ou de tout cône droit ou oblique—de tout tronc de pyramide ou de cône compris entre bases parallèles—de la sphère—de tout secteur ou pyramide sphérique—de tout sphéroïde—de tout segment de sphère ou de sphéroïde à une seule base ou de tout tronc de ces corps à deux bases parallèles inclinées d'une manière quelconque aux axes du solide—de tout paraboloïde ou conoïde parabolique droit ou incliné—de tout hyperboloïde ou conoïde hyperbolique droit ou incliné—de tout segment de paraboloïde ou d'hyperboloïde à une seule base ou de tout tronc de ces corps à deux bases parallèles inclinées d'une manière quelconques aux axes du solide—de tout coin ou autre tronc de prisme triangulaire—de toute partie de tel coin ou de tel prisme tronqué séparée du solide entier par un plan parallèle à l'une quelconque de ses faces latérales—de tout autre prismoïde ou cylindroïde quelconque—de tout onglet de sphère ou de sphéroïde compris entre des plans de section passant dans une direction quelconque par le centre du solide—de tout onglet de prisme ou de prismoïde, de cylindre ou de cylindroïde, de pyramide, de cône ou de conoïde compris entre des plans de section ayant leur commune intersection dans l'axe du solide et de tout segment de tel onglet à une seule base ou de tout tronc de tel onglet entre bases parallèles* (**et approximativement** *du demi fuseau ou demi tronc central de fuseau (futaille) compris entre plans parallèles perpendiculaires à l'axe fixe du solide, de tout onglet quelconque de prisme ou de prismoïde, de cylindre ou de cylindroïde, de pyramide, de cône ou de conoïde—de sphère ou de sphéroïde et de fuseau, et de tout tronc d'onglet compris entre bases parallèles*) *: le volume est équivalent à la somme de la surface de sa base, s'il n'y en a qu'une ou de ses bases parallèles, s'il y en a deux, et de quatre fois la surface d'une section à demi-distance entre les bases, entre la base et le sommet, ou entre les sommets opposés, suivant le cas, multiplié par un sixième de la hauteur du solide.*

Soient A et B les bases opposées, base et sommet, ou sommets opposés de l'un quelconque des corps qu'on vient d'énumérer, soit S une section parallèle à demi-distance entre A et B, et H la hauteur du solide ; on aura suivant le cas, volume = (surf. A + surf. B + 4 surf. S) $\times \frac{1}{6}$ H, ou (surf. A + 4 surf. S) $\times \frac{1}{6}$ H, ou (4 surf. S) $\times \frac{1}{6}$ H, suivant que surf. sommet B = 0 ou que surf. sommet A + surf. sommet B=0.

(**128**) Maintenant, des cinq polyèdres réguliers, le tétraèdre est une pyramide, l'exaèdre est un cube c'est-à-dire un prisme, et chacun des trois autres est un composé de pyramides égales entre elles ; tout tronc de prisme polygone est un composé de troncs de prismes triangulaires ayant chacun pour base l'une des faces latérales du tronc donné et dont les arêtes ou sommets se réunissent tous et se confondent à l'endroit d'une des arètes parallèles du solide ou sur une droite quelconque parallèle aux côtés du tronc, situé à son intérieur et qu'on peut regarder comme axe du prisme dont le tronc fait partie ; tout tronc de cylindre peut aussi être regardé comme un composé de troncs de prismes triangulaires, puisque le cylindre lui-même n'est qu'un prisme infinitaire [1] ; tout fuseau circulaire, elliptique, parabolique, etc., allongé ou aplati, suivant le cas, se décomposera, comme on l'a déjà fait voir par des plans de section perpendiculaires à l'axe fixe du solide (**1138 G.**) en cônes et troncs de cônes, ou, s'il est possible, en troncs et segments de sphère ou de sphéroïde, de conoïdes paraboliques ou hyperboliques, subdivisions auxquelles l'on ajoutera au besoin le cylindre et le segment sphérique. Le conoïde ou le sphéroïde dont la courbe génératrice ne serait pas celle d'une section de cône, se décomposera (**1139 G**) comme le fuseau, en troncs de cônes ou de conoïdes, segments ou calottes sphériques, segments de sphéroïdes, de paraboloïdes ou d'hyperboloïdes, etc. ; l'onglet de cylindre, de cône ou de conoïde etc., sera regardé comme un composé de pyramides rectilignes ou sphériques, et tout autre corps se subdivisera, suivant le cas, en éléments (**1143 G.**) de l'espèce de ceux qu'on vient d'énumérer.

L'expression est donc générale, comme on l'a dit en titre de cet article, et servira à volonté à déterminer le volume d'un solide quelconque.

(**129**) Habitué jusqu'ici (**1103 G.**) à la considération d'un nombre si varié d'expressions pour le volume des divers solides dont

1. Nous avons vu d'ailleurs (**83** à **88 T.**) que pour ce qui regarde le tronc de prisme régulier, c'est-à-dire dont les bases sont des polygones réguliers ou à moitiés symétriques, et (**105** à **107 T.**) pour ce qui est du tronc de cylindre, cette subdivision ou décomposition imaginaire par plans de section n'est aucunement nécessaire, puisqu'on toise aisément ces corps sans cela.

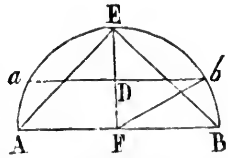
il s'agit, et cela, sans même y comprendre le sphéroïde, le paraboloïde et les segments de ces corps, qui donnent lieu encore à des formules additionnelles, l'élève s'étonnera peut-être tout d'abord et doutera même de l'existence d'une formule qui puisse s'appliquer à la fois, à des corps aussi dissemblables entre eux que le sont le prisme ou cylindre, la sphère, le segment de sphère, la pyramide ou le cône, et le coin, etc., et dont les surfaces limitatives sont indifféremment planes ou courbes ou les deux ; mais il suffira des réflexions suivantes pour faire foi de l'exactitude de l'énoncé de la proposition.

(130) En premier lieu, le *prisme* ou *cylindre* a pour volume (**1103** 1° et 6° **G.**) la surface de sa base multipliée par sa hauteur ; or les bases opposées d'un prisme ou cylindre sont égales et toute section de ces solides parallèle à la base est (**943 G**) égale à la base ; la somme des 2 bases plus 4 fois la section à demi-distance entre elles, équivaut donc à six fois la base, et c'est la même chose de multiplier 6 fois la base par un sixième de la hauteur ou de multiplier tout simplement la base par la hauteur entière.

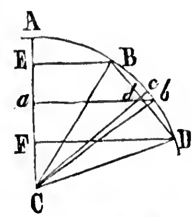
(131) En second lieu, le volume de la *pyramide* ou du *cône* (pyramide infinitaire) est (**1103** 2° et 7° **G.**) le tiers du produit de sa base par sa hauteur ; mais la section parallèle à demi-distance entre la base et le sommet vaut le quart de la base, puisque les côtés ou autres lignes homologues de cette section sont moitiés de ceux de la base et que les surfaces sont comme les carrés des côtés homologues, c'est-à-dire, :: 1 : 4 quand les côtés sont :: 1 : 2. Donc dans ce cas la base plus 4 fois la section entre la base et le sommet équivaut à 2 fois la base, et c'est la même chose de multiplier deux fois la base par un sixième de la hauteur ou de simplifier la formule en multipliant la base par le tiers de la hauteur.

(132) D'ailleurs, comme le fait voir (**1102 G.**) la déf. du prismoïde, le *tronc de pyramide* est en même temps un prismoïde et le *tronc de cône* (tronc de pyramide infinitaire) est encore un prismoïde, et ces troncs, en supposant que leur hauteur soit indéfiniment augmentée, finiront par devenir les solides mêmes dont ils ne formaient d'abord qu'une partie ; or la formule (surf. A + surf. B + 4 surf. S) vaudra toujours, quelle que soit la surface du sommet ou de la base supérieure B, et quand B ne sera plus qu'un point et que sa surface sera par conséquent devenue égale à 0, la formule deviendra (surf. A + 4 surf. S) $\times \frac{1}{6}$ hauteur.

(133) En troisième lieu, le volume de la *sphère* est (**1075 G.**) égal à sa surface multipliée par le tiers de son rayon ; or cette surface est précisément égale à quatre de ses grands cercles, c'est-à-dire à quatre fois la surface d'une section de la sphère à distances égales de deux sommets ou points opposés quelconques de sa surface convexe ; de là donc l'exactitude de la formule, puisque le sixième de la hauteur de la sphère, c'est-à-dire de son diamètre, est le tiers du rayon ou demi-diamètre.



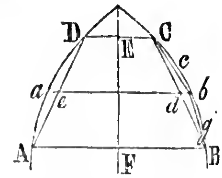
(134) Pour ce qui est de l'*hémisphère*, son volume est égal (**1077 G.**) à la surface convexe par le tiers du rayon ; mais sa surface convexe est égale à deux grands cercles, puisque la surface de la sphère entière est égale à 4 grands cercles, et l'on a (4 grands cercles $\times \frac{1}{6}$ EF) = (2 grands cercles $\times \frac{1}{3}$EF) ; or surf. section aDb (où ED = FD) = $\frac{3}{4}$ surf. base AB, puisque $Db^2 = bF^2 - DF^2 = FB^2 - (\frac{1}{2}FB)^2 = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$ et comme quatre fois $\frac{3}{4}$ $= 3$, on a 4 surf. ab + surf. AB = 4 surf. AB ; donc 4 surf. AB $\times \frac{1}{6}$ EF ou 2 surf. AB $\times \frac{1}{3}$ EF = (surf. AB + 4 surf. ab) $\times \frac{1}{6}$ EF ; donc, etc.



(135) Et en général, s'agit-il d'un *segment quelconque* ED *de la sphère*, le volume en est égal (**1088 G.**) à la somme des volumes du cône tronqué ED et du segment BD ; or le volume de BD, c'est-à-dire du solide engendré par la révolution du segment BD est (**1089 G.**) la différence entre le secteur sphérique engendré par la révolution du secteur BCD et le solide engendré par la révolution du triangle isocèle BCD ; cette différence vaut (**1089 G.**) $\frac{2}{3}\pi\,(CB^2 - Cd^2)\,EF = \frac{2}{3}\pi\,(Cc^2 - Cd^2)\,EF$; or $Cc^2 - Cd^2 = Cb^2 - Cd^2 = ab^2 - ad^2$ à cause de aC commun aux triangles rectangles abC, adC ; donc le volume du solide engendré par BD (et qui avec le cône tronqué engendré par la révolution du trapèze EBDF forme le segment sphérique dont il s'agit) $= \frac{2}{3}\pi\,(ab^2 - ad^2)$ EF. Maintenant, $\pi\,ab^2 =$ (**1024 G.**) surf. cercle ab, $\pi\,ad^2 =$ surf. cercle ad et par conséquent $\pi\,(ab^2 - ad^2)$ = surface de l'anneau circulaire db. Il est clair aussi qu'on peut écrire $\pi\,(ab^2 - ad^3)\,\frac{2}{3}$ EF ou $4\,\pi\,(ab^2 - ad^2)\,\frac{1}{6}$ EF, puisque $\frac{2}{3} \div 4 = \frac{1}{6}$; donc le volume de BD = (4 surf. db) $\times \frac{1}{6}$ EF ou 4 fois la surface de l'anneau engendré par la révolution de db. multipliée par un sixième de la hauteur EF du segment. Or le volume du cône tronqué composant est = (**112 T**) (surf. base FD + surf. base EB + 4 surf. section parallèle ad) $\times \frac{1}{6}$ EF ; donc le volume entier du segment de sphère = (surf. base FD + surf. base EB + 4 surf. section ab également éloignée de EB et de FD) $\times \frac{1}{6}$ EF ; donc, etc.

(136) **En quatrième lieu.** Après avoir démontré l'exactitude de "*l'expression générale*" dans le cas de la sphère et du cône, solides engendrés par la révolution du cercle et du triangle, les deux sections extrêmes du cône (et les plus dissemblables) l'une par un plan parallèle à sa base, l'autre par un plan perpendiculaire à sa base et passant par le sommet du cône, on est porté à croire qu'il en sera de même par analogie, des corps engendrés par la révolution des trois autres sections coniques proprement-dites, savoir: l'ellipse (génératrice de l'ellipsoïde ou sphéroïde), la parabole (génératrice du paraboloïde) et l'hyperbole, (génératrice de l'hyperboloïde), et cela à cause de la position intermédiaire qu'occupent ces trois sections entre les deux autres, chacune de ces dernières ayant à passer successivement à l'état d'hyperbole, de parabole et d'ellipse, ou vice versa, pour, de triangle devenir cercle, ou pour, de cercle devenir triangle; ou ce qui est la même chose, le cône ayant à passer successivement à l'état d'hyperboloïde, de paraboloïde et d'ellipsoïde pour devenir sphère, ou la sphère par le chemin contraire pour devenir cône.

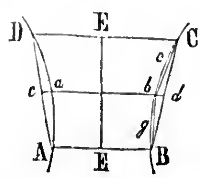
Et en effet, les expressions que fournit le "calcul différentiel et intégral" pour les volumes respectifs du sphéroïde, et des conoïdes parabolique et hyperbolique ou des segments de ces corps, se traduisent et se réduisent facilement à celles contenues dans l'énoncé de cet article et dont elles ne diffèrent que par la forme.



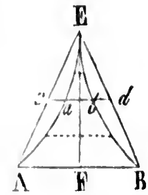
(137) **Enfin.** Il reste à démontrer que quand le *segment* AC *d'un fuseau*, par exemple, *ou de tout autre solide de révolution*, etc., n'est pas celui d'une sphère, d'un sphéroïde, d'un conoïde régulier ou d'un cône, on n'en obtient pas moins le volume, au moins à très près, par la formule $(E+F+4ab)\times\frac{1}{6}EF$. En effet, on a toujours vol. cône tronqué AC$=$(surf. E $+$ surf. F $+$ 4 surf. *ed*) $\times\frac{1}{6}$ EF, ce qui d'ordinaire offre déjà une approximation assez peu éloignée du volume désiré.

On a encore (par la formule) pour le volume du solide engendré par la révolution du segment B*b*C autour de l'axe EF, 4 fois la surface de l'anneau, dont la largeur est *db*, multipliée par un sixième de la hauteur EF; or, menant les droites *b*C, *b*B, les solides engendrés par la révolution des triangles *bd*B, *bd*C, en les considérant comme prismes triangulaires continus, auront pour volume la surface de l'anneau *bd*, leur base commune, par la moitié de la hauteur EF, ou ce qui est la même chose, trois fois la surface de la base annulaire *db*-*ae* par un sixième de la hauteur EF, ou vol. B*b*C$=$3 surf. *bd* $\times\frac{1}{6}$ EF, lequel ajouté à celui du cône tronqué composant AC du solide à estimer, fournit une nouvelle approximation encore plus voisine que la première du volume requis. Il reste encore pour compléter le volume que donne la formule $(E + F + 4\,ab) \times \frac{1}{6}$ EF, le produit de $\frac{1}{6}$ EF par une fois la surface de l'anneau décrit par *bd*, et pour couvrir ou rencontrer ce dernier produit on a les solides engendrés par la révolution des segments *bc*C, *bg*B. Maintenant, il est clair que la somme de ces derniers est au solide engendré par le segment B*b*C, dans le rapport près, des surfaces respectives de la somme des segments *b*B, *b*C au segments BC; or ces surfaces sont l'une a l'autre, à très près, comme 1 est à 4; d'où il suit que le reste (surf. $bd \times \frac{1}{6}$ EF) dont on vient de parler, correspondra sensiblement au volume de la somme des solides *b*B, *b*C qui vont à compléter le segment donné ABCD; donc, etc.

(138) Remarquons que la différence entre le vol. exact du segment proposé et son volume approximatif par la formule $(E + F + 4ab)\,\frac{1}{6}$ EF, est toujours en plus, ce qui est dû en partie à ce que, en considérant le solide engendré par la révolution du segment B*b*C autour de l'axe EF comme un prisme continu, (ou comme un anneau solide ayant pour coupe le segment B*b*C) avec une longueur moyenne égale à la demi-somme des circonférences *ab*, *cd*, on prend cette longueur un peu trop grande, puisque le prisme continu dont il s'agit perd plus de sa longueur en C qu'il n'en gagne en B; ce qui nous porte à observer aussi que puisque l'anneau solide engendré par la révolution du segment B*b*C est plutôt un tronc de prisme continu ou une suite de troncs de prismes, on en aurait assez correctement le volume en faisant (**1095 G.**) le produit de la surface génératrice B*b*C (coupe du prisme par un plan perpendiculaire à ses côtés ou arêtes) par le tiers de la somme des circonférences en B, *b* et C (longueurs respectives des arêtes de l'anneau ou du tronc) et l'on ajouterait encore à l'exactitude du volume à obtenir en multipliant la surface génératrice B*b*C de l'anneau par le cinquième de la somme des cinq circonférences en B, *g*, *b*, *c* et C ou par la somme d'un nombre quelconque de circonférences (prises à des distances égales l'une de l'autre) divisée par le nombre de ces circonférences.

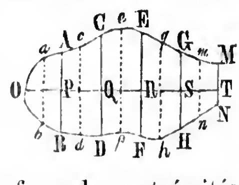


(139) La règle qu'on vient de donner pour obtenir le volume d'un segment de solide à surface convexe, s'applique également au *segment d'un solide à surface concave*, la même démonstration pouvant servir dans les deux cas, comme l'indiquent les lettres dans la figure; avec cette réserve seulement que la différence entre le vol. exact et le volume rapproché sera évidemment en moins au lieu d'être en plus, car dans ce cas la longueur moyenne du tronc de prisme continu ou de l'anneau solide engendré par la révolution du segment BbC est moindre que la moyenne à obtenir en faisant entrer en compte les circonférences en B et en C. On aura donc le volume, près, du segment AC, égal à la différence des volumes du tronc de cône AC et de l'anneau solide dû à la révolution du segment BbC, c'est-à-dire, en faisant le produit du sixième de la hauteur EF par la somme des surfaces des bases AB, DC et de quatre fois la section ab à demi-distance entre ces bases.

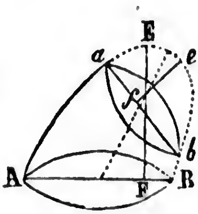


(140) La même règle donnera encore avec une exactitude suffisante dans la pratique, le volume du *conoïde* AEB *à surface concave*, et souvent on ajoutera indéfiniment à l'exactitude du volume à obtenir par une subdivision continue du corps à estimer, en segments parallèles, de plus en plus petits et de hauteurs égales entre elles. Cependant dans la majorité des cas, il ne sera pas nécessaire de porter le nombre des subdivisions au delà de 3 ou 5 pour s'assurer d'une précision suffisante dans le résultat.

(141) En général on obtiendra à très près le volume d'un *corps régulier ou irrégulier quelconque* OT en le divisant en tranches ou segments, par des plans parallèles à distances égales l'un de l'autre. L'on fera séparément par la formule prismoïdale $(O + AB + 4\,ab)\,\frac{1}{6}\,OP$, le volume de chacune de ces tranches dont la somme sera le contenu solide du corps proposé. On aura de cette manière pour volume du segment OAB, (surf. O + surf. AB + 4 surf. ab) $\frac{1}{6}$ OP, pour volume de la tranche suivante BC on aura $(AB + CD + 4cd)$ $\frac{1}{6}$ PQ, et ainsi de suite ; d'où il est clair que le vol. entier du solide$=$ $(O + 4\ ab + 2\ AB + 4\ \ cd + 2\ \ CD + 4\ \ ef + 2\ \ EF + \text{etc.} + MN) \times \frac{1}{6}$ OP ou PQ, etc., c'est-à-dire : à la somme des surfaces des extrémités O, T, du solide donné, ou des bases extérieures de la première et de la dernière tranche, l'on ajoutera deux fois la somme des autres bases AB, CD, etc., de ces deux tranches et des autres tranches composantes, plus quatre fois la somme des sections ab, cd, ef, etc., de ces tranches, pour multiplier ensuite le tout par la sixième partie de la hauteur OP ou PQ, etc., de l'une d'elles ; le résultat sera le volume du corps proposé, (formule analogue à celle du par. (**23**, **T**.) pour obtenir la surface d'une figure plane quelconque.



(**142**) Il est clair aussi que pour arriver au volume d'un *tronc ou segment quelconque* AB*ab*. *de sphère, de sphéroïde ou de conoïde à bases non parallèles* AB, *ab*, on n'aura qu'à faire séparément le volume du solide entier AB–E et celui du solide partiel *ab–e* pour prendre ensuite la différence de ces volumes. On aura de cette



sorte vol. AB *ba*=(surf. AB + 4 surf. section interméd. entre AB et E × $\frac{1}{6}$ EF) moins (surf. *ab* + 4 surf. section interm. entre *ab* et *e* × $\frac{1}{6}$ *ef*).

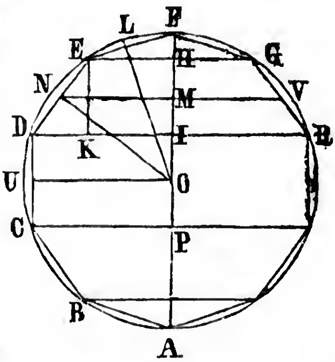
(**143**) Faisons maintenant l'application de cette formule générale à la solution des divers problèmes qui y ont trait, (sauf cependant, le prisme ou cylindre, la pyramide ou le cône, le tronc de pyramide ou de cône, et le prismoïde, dont on a déjà traité), et prenons aussi occasion de mettre en regard, dans certains cas, les résultats ainsi obtenus et ceux que fournissent les règles ordinaires, afin de pouvoir en comparer l'exactitude et la somme de travail nécessaire pour y arriver.

PROBLÈME XXXII.

Trouver la surface d'une sphère.

(**144**) **REGLE I.** *Multipliez* (**1071 G.**) *la circonférence d'un de ses grands cercles par son diamètre* AF.

REGLE II. *Multipliez* (**1072 G.**) *le carré de son diamètre ou quatre fois le carré de son rayon par* .7854 *et par* 4, *ou de suite par* 3.1416.



Ex. 1. Quelle est la surf. d'une sphère dont le diamètre est 7 ?

Rep. 153.9384.

2. Le diam. d'une sphère est de 24 pouces ; quelle en est la surf. ?

Rep. 1809.5616.

3. Combien faudra t-il de pouces carrés de dorure pour recouvrir une boule sphérique dont la circonférence est de 78.54 pouces ?

Rep. 78.54 ÷ 3.1416=25=diam. et 78.54 × 25=1963.4 p. c.

4. Quelle est la surf. de la terre si le diam. en est 7912 miles ?

Rep. 196,663,355.7504.

5. Combien faudra-t-il de pieds superficiels de plomb ou autre métal pour couvrir un dôme hémisphérique dont le diamètre est de 33 pieds 4 pieds ?

Rep. $33\frac{1}{3} \times 33\frac{1}{3} \times 7854 \times 2 = 1755$ pieds carrés ; car, si la surface de la sphère entière vaut 4 grands cercles, il est clair que celle de l'hémisphère vaut 2 grands cercles.

6. La voûte du rond-point d'une église est en forme d'un quart de sphère dont le rayon est de 15 pieds ; on demande le nombre de verges d'enduits nécessaire pour en revêtir la surface ?

Rep. $30 \times 30 \times .7854 \div 9 = 78.54$ ou $78\frac{1}{2}$ verges ; car, puisque la sphère entière vaut 4 grands cercles, le quart de sphère n'en vaut qu'un.

7. Quelle sera, à raison de 5 livres au pied carré, le poids d'une chaudière hémisphérique en cuivre dont la circonférence est de $188\frac{1}{2}$ pouces ?

Rep. $188.5 \div 3.1416 =$ diam. $= 60$ et $188.5 \times 60 = 11310$ pouces carrés dont la moitié $5655 \div 144 = 39.27$ pieds carrés, cette surface multipliée par 5 (le poids par pied c.) donne 196.35 livres.

(145) REGLE III. *Considérez la surface de la sphère comme un composé de trapèzes continus ou de zones d'égale largeur $AB = BC = CD = DE = EF$ et procédez à la manière du paragraphe.* **(126, T.)**

Ex. 1. Quelle est la superficie d'un hémisphère dont le diamètre est 263 ?

Rep. La circonférence $= 263 \times 3.1416 = 826.2408$, le quart de circonférence 206.5602 divisé en 5 parties égales, donne pour largeur développée d'une des zones composantes 41.31204. Les diamètres intermédiaires de ces zones obtenus au moyen d'une échelle de 40 unités au pouce, mesurent respectivement, comptant de la base au sommet, 250, 213, 145, et 82 ; la somme de ces diamètres intermédiaires plus la moitié (131.5) du diamètre 263 à la base, est 830.5 ; cette somme $\times$ 3.1416 donne la somme 2609.0988 des circonférences à entrer dans le calcul ; cette dernière $\times$ 41.31204, largeur d'une des zones, donne enfin pour réponse 107.787 unités de surfaces.

REM. Les deux premières règles donnent chacune pour surface de l'hémisphère proposé 108.650.66 unités. La différence entre ces résultats est de 863.5, $863.5 \div 108.650 = 008$ près, c'est-à-dire que le taux d'erreur est de $\frac{4}{5}$ de 1 pour cent à peu près. On en conclut que dans tout cas analogue, il suffira d'augmenter de .008 ou de .01, près le résultat obtenu par cette règle, pour être très voisin de la surface requise.

Ex. 2. Soit à opérer maintenant avec 10 sections ou zones au lieu de 5, le diamètre de l'hémisphère restant le même ?

Rep. Les 9 diamètres intermédiaires étant comme suit : 260, 250, 234, 213, 186, 154, 119, 82, et 42 leur somme + 131.5 (moitié du diam. 263 à la base) est 1671.5, cette somme × 3.1416=5251.1844 pour la somme des circonférences à servir d'élément au calcul proposé ; la largeur d'une des zones composantes sera dans ce cas $\frac{1}{10}$ du quart de circonférence, c'est-à-dire 862.2408 ÷ 4 ÷ 10 ou de suite par 40=20.65602 ; or, 5251.1844 × 20.65602=108,468.57 ; on a déjà vu que le résultat exact est 108.650.66 ; la différence de ces résultats n'est plus que 182 qui équivaut à .0017, c'est-à-dire que le défaut n'est plus que du $\frac{1}{6}$ de 1 pour cent.

. Ce taux d'erreur ajouté au résultat de toute autre opération analogue donnerait donc à peu de chose près, une approximation assez voisine de la vérité.

Ex. 3. Voyons maintenant en quoi l'on ajoutera à la précision du résultat, en opérant la solution du même problème, au moyen d'un nombre additionnel de subdivisions, soit 20 par exemple.

Rep. Les diamètres intermédiaires sont 262, 260, 256, 250, 243, 234, 224, 213, 200, 186, 171, 154, 138, 119, 101, 82, 62, 42, 21 ; la somme des diamètres intermédiaires + le demi-diam. à la base = 3349.5 ; multipliant par 3.1416 et par 10.32801 (largeur d'une des sections) l'on a 108,679.5 contre 108,650.66 la surface. La différence est dans ce cas en excès au lieu d'être en défaut de la surface voulue comme elle devrait l'être (**126**) et comme elle le serait en effet si l'on avait calculé les diamètres intermédiaires des zones composantes au lieu de les obtenir graphiquement ou mécaniquement, comme on l'a fait à l'aide d'un diagramme en petit sur le papier et d'une échelle de parties égales. Cette différence ou excédant n'est cependant que de 29 unités sur 108,650, soit de .00027 ou moindre que $\frac{1}{40}$ de 1 pour cent ; elle est due à ce que l'on ait négligé en mesurant les diamètres intermédiaires, les fractions d'unités qu'on pourrait au besoin faire entrer en compte ; mais avouons que dans la pratique un résultat qui comme celui-ci ne s'éloignerait de la vérité que de $\frac{1}{3000}$ soit en plus ou en moins, équivaudrait à une exactitude parfaite.

(146) REM. Si nous mettons cette troisième règle au nombre de celles dont on peut faire usage pour déterminer la surface d'une sphère ou partie de sphère ; ce n'est pas qu'on trouverait à propos d'en faire l'application pour arriver à la surface d'une sphère proprement dite ou à la solution de tout problème analogue pouvant se résoudre par des règles plus simples et plus directes ; mais c'est que dans la pratique, il est assez rare que l'on ait affaire à une sphère parfaite, à une partie de sphère parfaite, à un sphéroïde ou partie de sphéroïde proprement-dit, à un paraboloïde ou hyperboloïde exact, ou en général à un solide de révolution, dont la courbe génératrice soit une exacte section de cône, telle que le cercle, l'ellipse, la parabole et l'hyperbole. Il est donc évident que dans tous les cas où l'on n'aurait pas à opérer sur un sphéroïde ou conoïde parfait, ou dont l'on ne pourrait établir l'espèce que par un travail préliminaire considérable, il vaudra mieux procéder de suite par la Règle III que de recourir à une autre règle qui n'aurait pas exactement trait, ou ne s'appliquerait pas avec précision au problème proposé.

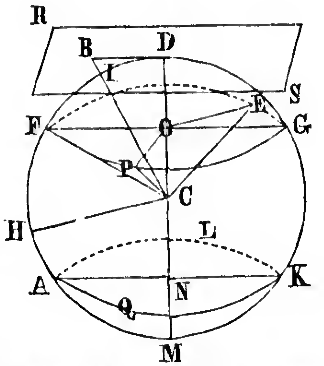
(147) Ajoutons aussi que *si la surface à estimer au lieu d'être partout d'égale courbure comme celle de la sphère, était, comme celle d'un paraboloïde, etc., de courbure inégale,* l'on pourrait, avant de procéder à la subdivision en zones d'égales largeurs, diviser d'abord la sarface à estimer en deux ou plusieurs parties que l'on subdiviserait ensuite en un moindre ou plus grand nombre de zones suivant le moins ou plus de courbure dans la partie correspondante de l'arc générateur. L'on calculerait alors séparément les parties d'inégale courbure pour prendre ensuite la somme de ces parties.

(148) *D'ordinaire aussi, le mesureur ou géomètre, ne perdra pas de vue, en s'enquérant du degré de précision à apporter dans l'exercice des détails de son art, l'importance de ne pas dévouer à la solution d'un problème, un travail et un temps que ne justifieraient pas les circonstances.* Il serait par exemple oiseux, disons même injuste, que pour établir à un millionième, millième, centième ou à tout autre unité près du résultat exact, une surface ou un volume proposé, on y dévouât un travail qui en fit coûter aux intéressés plus qu'une fraction de la valeur de telle unité. Nous disons " d'ordinaire," car il est clair qu'il peut y avoir des circonstances, soit dans une question ou cause en litige, où les frais de faire droit aux parties peuvent dépasser et dépassent en effet souvent dans une proportion illimitée la valeur de l'enjeu.

PROBLEME XXXIII.

Trouver le volume d'une sphère.—(Voir le *tableau.*)

REM. Un plan ou surface plane RS ne touche la sphére qu'en un seul point D ; donc les surfaces des extrémités ou bases opposées et parallèles D, M sont chacune nulle ou $=0$, ce qui réduit la formule dans le cas de la sphère à multiplier 4 fois la surface d'un grand cercle, c'est-à-dire, d'une section ou coupe passant par le centre C, par la sixième partie de la hauteur DM perpendiculaire à cette section.



(149) REGLE I. *Multipliez* **(1075 G.)** *la surface par le tiers du rayon.*

REGLE II. *Cubez* **(1103,** 10°) *le diamètre et multipliez le nombre ainsi trouvé par* $\frac{1}{6}\pi$ *; c'est-à-dire, par* 0.5236 *ou le volume d'une sphère dont le diam. est* 1 *;* car **(1084 G.)** les solidités ou volumes de deux sphères quelconques sont comme les cubes de leurs diam.

REGLE III. *Multipliez* 4 *fois la surface d'une section de la sphère à distances égales de ses extrémités ou sommets opposés par le sixième de la hauteur perpendiculaire à cette section.* Cette règle, dans le cas de la sphère, est évidemment analogue à la première, car la surface de la sphère vaut 4 grands cercles, le grand cercle est la section de la sphère par un plan passant par le centre C, c'est-à-dire, à distances égales de deux points opposés D, M, de sa surface, et le 6ème de la hauteur DM n'est que le 6ème du diamètre ou le tiers du rayon.

Ex. 1. Quelle est le volume d'une sphère dont le diamètre est 12 ? **Rep.** $\overline{12 \times 12 \times 12} \times .5236 = 904.7808$.

2. Si le diamètre moyen de la terre est de 7918.7 milles, quel en est le volume en milles cubes ?

Rep. $(7918.7)^2 \times 5236 = 259,992,792,082,6374908$ m. cub.

3. Une flèche de clocher est terminée par une boule sphérique dont le diamètre est de $2\frac{2}{3}$ pieds ; quel en est le volume ?

Rep. $2\frac{2}{3} \times 2\frac{2}{3} = 7\frac{1}{9} = 7.1111111$, $7 \times 2\frac{2}{3} = 18.6666666$, $2\frac{2}{3} \times \frac{1}{9}$ ou $2.6666666 \div 9 = 2962962$, $18.6666666 + .2962962 = 18.9629629 = (2\frac{2}{3})^3$, et $18.9629629 \times .5236 = 9.9290074$ pieds cubes.

4. Quel est le contenu solide d'un boulet de canon d'un diamètre de 10 pouces ?

Rep. $10^3 = 1000$, et $1000 \times .5236 = 523.6$ pouces cubes.

5. Combien faut-il de pouces cubes de poudre à tirer pour remplir un obus dont le diamètre intérieur est de 12 pouces ?

Rep. $12 \times 12 \times .7854 \times 4$ ou $12^2 \times 3.1416 = 452.3904$ = surface de la sphère et cette surf. $\times$ $\frac{1}{3}$ rayon ou $\frac{1}{6}$ diam., c'est-à-dire, par 2, = 904.6808 pouces cubes.

6. Combien de pieds cubes d'air contiendra une bouée en forme de sphère d'un diamètre int. de 10 pieds ?

Rep. 523.6 pieds cubes.

7. Une boule en pierre a 3 pieds de diamètre; quel en est le poids à raison de 150 livres au pied cube ?

Rep. $3 \times 3 \times 3 \times .5236 \times 150 = 2120.58$ livres.

8. Combien de gallons de liqueur (231 pouces cubes au gallon) pourront trouver place dans une chaudière hémisphérique de 10 pieds de diam. ?

Rep. Le contenu du vaisseau en pieds cubes $= 10^3 \times .5236 \div 2 = 261.8$, le nombre de gallons par pied cube $= 1728$ pouces cubes $\div 231 = 7.4805195$, soit $7\frac{1}{2}$, et $261.8 \times 7\frac{1}{2} = 1963\frac{1}{2}$ gallons, ou plus correctement $261.8 \times 7.48 = 1958.26$ gallons.

9. Une voûte hémisphérique de l'épaisseur uniforme d'un pied, mesure 10 pieds de diam. intérieur; combien a-t-il fallu de briques pour le construire, à raison de 20 briques au pied cube ?

Rep. Il est clair que la solidité voulue est égale à la différence des volumes des hémisphères extérieur et intérieur; or, l'hémisphère ext. $= 12^3 \times .5236 \div 2 = 452.39$ pieds cubes, l'hémisphère int. $= 10^3 \times .5236 \div 2 = 261.8$ pieds cubes; la différence de ces volumes est 190.59 pieds cubes et $190.6 \times 20 = 3812$ briques.

10. L'épaisseur d'une bombe est de 5 pouces et sa circonférence extérieure de 62.83 pouces; quel en est le poids, à raison de 480 livres au pied cube ?

Rep. On a pour diam. ext. de la bombe $62.83 \div 3.1416 = 20$ pouces; donc le diam. de la partie évidée est 10 pouces; maintenant le volume de la bombe est la différence des volumes des sphères ext. et int. Le vol. de la sphère ext. $= 20^3 \times .5236 = 4188.8$, le vol. int. $= 10^3 \times .5236 = 523.6$, la différence de ces volumes est 3665.2 pouces cubes; puis, 1 pied cube ou 1728 pouces cubes : 480 livres pesant : : 3655.2 pouces cubes : 1018 livres pesant.

PROBLÈME XXXIV.

Déterminer la surface convexe d'une calotte (segment) sphérique ou d'une zone [1] sphérique quelconque.

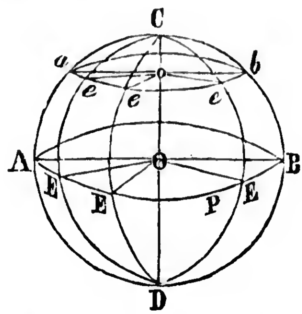
(Voir le *tableau*.)

(150) REGLE I. *Multipliez* (**1073 G.**) *la hauteur oC, OC de*

1. La calotte sphérique est une partie quelconque *aeb*C de la sphère, enlevée de la sphère entière par un plan de section *aeb*, petit cercle de la sphère.

La zone sphérique est une partie quelconque *aeb*-AEB de la sphère comprise entre deux plans parallèles *ab*-AB. Elle est, suivant le cas, latérale, centrale, excentrique.

la calotte ou la hauteur Oo de la zone par la circonférence d'un grand cercle de la sphère ; le produit sera la surface voulue.



REM. Si le diamètre de la sphère n'est pas donné on le trouvera aisément par la méthode du par. (**540 G.**) en divisant le carré du rayon de la base du segment par la hauteur, pour avoir le reste du diamètre ; le reste ainsi trouvé + la hauteur donnée sera le diamètre voulu de la sphère.

Ex.. Le diamètre d'une sphère étant de 42 décimètres, quelle est la surface convexe d'une calotte dont la hauteur est 9 décimètres ?

Rep. 42 × 3.1416 = circ. 131.9472 laquelle × 9 = 1187.5248 décimètres carrés.

2. Le rayon de la base d'un toit de vide-bouteille en forme de calotte sphérique, est de 10 pieds, la hauteur du toit est de 4 pieds. Combien faudra-t-il de pieds superficiels de plomb ou autre métal pour le revêtir.

Rep. $10^2 \div 4 = 25$, $25 + 4 =$ diam. de la sphère $= 29$, $29 \times 3.1416 =$ circ. 91.1064, puis $91.1064 \times 4 = 364.4256$ pieds carrés.

3. On demande la surface d'un couvercle de chaudière en forme de calotte sphérique dont la circonférence est de 91.1 pouces et la hauteur 10 pouces ?

Rep. $91.1 \div 3.1416 = 29 =$ diam. du couvercle dont le rayon est en conséquence de 14.5 pouces ; pour avoir le diam. de la sphère dont la calotte fait partie, on a $(14.5^2) \div 10 = 21.025 =$ le reste du diam. dont la hauteur du couvercle fait partie ; donc le diam. voulu $= 21\,025 + 10 = 31.025$, ce diam. $\times\ 3.1416 = 97.46814 =$ circ. d'un grand cercle, cette dernière × 10 donne 974.6814 pour la surface convexe voulue en pouces carrés.

4. Un dôme hémisphérique dont on a enlevé une calotte pour y asseoir la base de la lanterne qui le couronne, présente en conséquence la forme d'une zone sphérique ou d'un segment sphérique à deux bases ; on demande à en déterminer la surface convexe, sa hauteur étant de 9 mètres et le diamètre de la sphère dont il fait partie de 20 mètres ?

Rep. 20 × 3.1416 = circ. 62.832 et 62.832 × 9 = 565.488 mètres carrés.

(151) REM. Si le rayon ou diam. de la sphère dont une zone fait partie n'est pas connu et que les seules données soient les rayons ou diamètres des bases inf. et sup. du segment et la hauteur ou distance perpendiculaire qui les sépare, le paragraphe (**574 G.**) fournira la méthode d'arriver au rayon voulu ; mais on y parviendrait tout de même et d'une manière plus expéditive et assez exacte dans la pratique par un simple procédé graphique qui permettrait de déterminer de suite le rayon voulu ou diam. de la sphère, à l'aide de la même échelle qui aurait servi à fixer sur le papier les proportions et positions relatives des données, le centre du cercle pouvant alors se trouver facilement par tâtonnement, c'est-à-dire par des essais répétés sur la perpendiculaire (prolongée s'il le faut) qui relie les centres des deux cordes données.

5. Les diamètres des bases inf. et sup. d'un toit en forme de segment de sphère mesurent respectivement 16 et 12 mètres, et la hauteur 2 mètres ; quelle est la superficie de la zone qui forme la surface latérale ou convexe du toit.

Rep. On obtient (**574 G**) soit par calcul ou par construction graphique le diamètre 20 de la sphère dont le segment fait partie. Ce diam. donne pour circonférence 62.832, cette circ. × 2, hauteur du toit, donne pour sa surface convexe 135.664 mètres carrés.

6. Quelle est la surface convexe d'une calotte de $21\frac{3}{5}$ pouces de hauteur enlevée d'une sphère de 6 pieds de diam.

Rep. 4840.577 pouces carrés.

7. Si le diam. de la terre considérée comme sphère parfaite est de 7970 milles, la hauteur de la zone glaciale sera de 252.361283 milles ; quelle en est la surface ?

Rep. $7970 \times 3.1416 \times 252.361283 = 6{,}318{,}761$ milles carrés.

8. Quelle est la surface de l'une des 10 sections composantes ou compartiments d'une voûte ou d'un dôme en forme de calotte sphérique, le diamètre inférieur de la calotte ou de sa base étant de 40 pieds et sa hauteur de 10 pieds ?

Rep. Le reste du diamètre de la sphère dont la hauteur 10 de la calotte fait partie est (**539 G.**) $(\frac{1}{2}40)^2 \div 10 = 40$ et le diamètre entier par conséquent $= 40 + 10 = 50$, la circonférence $= 50 \times 3.1416 = 157.08$ et la surface entière de la calotte $= 157.08 \times$ la hauteur $10 = 1570.8$; donc la surface de la section proposée est de $1570.8 \div 10$ 157.08 pieds carrés.

(152) REGLE II. *Divisez la surface à estimer en zones d'égale largeur, et procédez ensuite à la manière du par.* (**126, T.**)

Ex. 1. La circonférence inf. d'une zone sphérique, ou qui a l'air de l'être, mesure 260 pieds, sa circonférence sup. 213 pieds, et deux circonférences intermédiaires équidistantes 250 et 234 pieds, la longueur de l'arc générateur est de 15 pieds, et la largeur développée d'une des trois zones composantes est en conséquence de 5 pieds ; quelle est la surface de la zone entière ?

Rep. $\frac{1}{2}260+250+234+\frac{1}{2}213 = 720.5$, cette somme $\times$ $5=3602.5$ pouces carrés près.

2. La voûte ou le plafond cintré d'une pièce circulaire en forme de calotte sphérique a pour diam. inf. 186 décimètres, et pour diam. intermédiaires de cinq zones composantes 154, 119, 82 et 42 décimètres, la longeur de la courbe generatrice, c'est-à-dire, la distance curviligne du centre de la voûte à sa naissance est de 103 décimètres 28 millimètres ; quelle en est la surface concave ?

Rep. 103.28 décimètres $\div 5 = 20.656 =$ largeur d'une des zones composantes, $\frac{1}{2}$ diam. inf.$=186\div 2=93$, $93+154+119+82+42=490$, $490 \times 3.1416 = 1539.384$ somme des circonférences à entrer dans le calcul, puis $1539.384 \times 20.656 = 31{,}797.5$ décimètres carrés ou 317 mètres carrés $97\frac{1}{2}$ décimètres carrés, puisque le mètre carré est de $10 \times 10=100$ décimètres carrés et qu'en reculant de 2 places le point décimal on divise par 100.

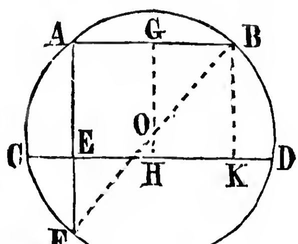
PROBLÈME XXXV.

Déterminer la solidité ou le volume d'une calotte ou segment sphérique ou d'une zône sphérique quelconque.—(Voir les modèles du *tableau.*)

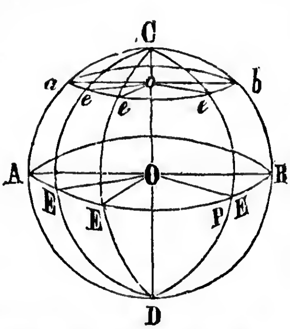
(153) REM. I. La calotte ou segment sphérique *a e b* C ou *a e b* D (voir la figure du paragraphe (**156**)) peut être moins grande ou plus grande qu'une hémisphère ou égale à une hémisphère si le plan de section passe par le centre O de la sphère. Dans tous les cas la formule générale en donne le volume exact. De même, la zone sphérique peut être latérale, centrale ou excentrique. On la dira latérale lorsqu'elle sera la zone d'une hémisphère comme celle qui dans la figure est comprise entre les plans de section, cercles parallèles AEB, *a e b*. Elle sera centrale si ses plans de section, bases opposées ou limitatives sont également éloignées du centre O de la sphère et excentrique, si ces bases sont inégalement éloignées du centre.

(154) REM. II. Pour obtenir dans le segment sphérique le diamètre de la section centrale ou médiane, il suffit de se rappeler (**539 G.**) que la demi-corde $a\,o$ (voyez la figure du paragraphe (**156**)) est moyenne proportionnelle entre le sinus-verse o C hauteur du segment et le reste o D du diamètre. Soit donc AEB–C un segment quelconque de sphère, et $a\,e\,b$ sa coupe médiane, c'est-à-dire telle que l'on ait $\text{O}\,o = o\,\text{C} = \frac{1}{2}\text{OC}$; alors comme OC, hauteur du solide, est connue, on aura $o\,\text{C} = \frac{1}{2}\text{OC}$ et l'on trouvera $o\,a$ ou $o\,b = \frac{1}{2}\,a\,b = \sqrt{o\,\text{C} \times o\,\text{D}}$. Soit encore $a\,e\,b$ D le segment à toiser, et soit AEB sa section médiane passant par un point O à demi distance entre o et D. Connaissant o D et par conséquent $\text{OD} = \frac{1}{2}\,o\,\text{D}$, on aura OB ou $\text{OA} = \frac{1}{2}\text{AB} = \sqrt{\text{OD} \times \text{OC}}$, ou en mesurant directement le diamètre voulu du corps à évaluer.

(155) REM. III. Pour obtenir dans la zone spérique ABDC, par exemple, le diam. de sa coupe intermédiaire ; on fera tout d'abord, si on ne le connaît par avance, le rayon OB ou OF de la sphère dont la zone à toiser fait partie. A cet effet (**574 G.**) la figure plane ABCD étant la coupe verticale du segment sphérique dont il s'agit, on obtiendra $\text{EF} = \overline{\text{CE} \times \text{ED}} \div \text{AE}$, alors $\text{AF} \div \text{AE}$ ou $\text{GH} + \text{EF}$ et dam. $\text{BF} = \sqrt{\text{AB}^2 + \text{AF}^2}$. Le rayon OB étant maintenant connu $= \frac{1}{2}\text{BF}$, on aura $\text{OG} = \sqrt{\text{OB}^2 - \text{BG}^2}$, ou $\text{OH} = \sqrt{\text{OC}^2 - \text{CH}^2}$, ou, après avoir trouvé OG ou OH on aura OH=GH—OG ou OG=GH —OH, maintenant, si l'on suppose la ligne GH prolongée de part et d'autre jusqu'à la circonférence en X Y, on aura GX=OB—OG et HY=OB—OH et de là on aura facilement, comme dans **Rem. II**, le diam. intermédiaire à mi-chemin entre AB et CD.



(156) REGLE I. *Multipliez* (**1088 G.**) *la demi-somme des surfaces des bases parallèles par la hauteur du segment ; ajoutez à ce produit le volume d'une sphère dont le diam. soit égal à la hauteur du segment : la somme de ces deux volumes sera la solidité voulue.*



REM. Quand le segment n'a qu'une seule base, on considère l'autre =0.

REGLE II. *A la somme des surfaces des bases inf. et sup. du segment, ajoutez* 4 *fois la surface d'une section à distances égales de ces bases, et* *multipliez le tout par la sixième partie de la hauteur ; le résultat sera le volume demandé* (**135 T.**).

Ex. 1. Quel est le volume d'un segment formant partie d'une sphère dont le diamètre est 40, les distances respectives du centre à chacun des plans de section étant 16 et 10 ?

Rep. Il nous faut déterminer tout d'abord les surfaces des bases parallèles du segment donné ; or, les diamètres de ces bases sont des cordes parallèles d'un grand cercle de la sphère, éloignées du centre du cercle, l'une de 16 et l'autre de 10 unités de mesure, les segments du diamètre de grand cercle perpendiculaire à ces cordes sont respectivement, de l'une d'elles, $16+20=36$ et $40-36=4$, de l'autre, $10+20=30$ et $20-10=10$; maintenant on a (**540 G.**) $36\times4=144=$ le carré de l'une des demi-cordes et $30\times10=300=$ le carré de l'autre demi-corde; ces carrés multipliés chacun par .7854 et par 4 ou de suite par 3.1416, donnent 452.3904 et 942.48 pour surfaces voulues des bases parallèles. La somme de ces surfaces $=1394.8704$, cette somme $\times 3$, le demi-hauteur $(16-10)$ du segment, ou la demi-somme de ces surfaces $\times 6=4184.6112=$partie du volume requis; le reste du volume requis $= 6^3 \times .5236 = 113.0976=$vol. d'une sphère dont la hauteur est 6. Ces deux volumes réunis donne 4297.7088 pour la solidité du segment proposé.

2. Le même exemple par la Règle II donne pour surface à demi-distance entre les bases parallèles $33\times7=231=$le carré du rayon de la base ou section intermédiaire, ce carré $\times 4$ donne le carré du diam. de cette base ou section, et ce dernier carré $\times .7854$ en donne la surface $=725.7096$, 4 fois cette surface$=2902.8384$ à laquelle ajoutant la somme des surfaces des bases on a 4297.7088 pour le volume requis, car $\frac{1}{6}$ hauteur$=1$ et multiplier par 1 ne change pas la valeur du multiplicande.

3. Combien de pieds cubes de liqueur pourra contenir une chaudière hémisphérique d'un diamètre de 10 pieds ?

Rep. On a vu (**134, T.**) que dans l'hémisphère la surface de la coupe ou section intermédiaire également éloignée de la base et du sommet du solide vaut les $\frac{3}{4}$ de la surface de la base ou d'un grand cercle de la sphère ; or, on a pour surface de la base sup. de la chaudière $10\times10\times.7854=78.54$ pieds carrés; mais 4 fois $\frac{3}{4}=3$ et trois fois $78.54+78.54=4$ fois $78.54=314.16$, puis $314.16\times\frac{1}{6}$ hauteur$=314.16\times 5\div6=261.8$ pieds cubes.

(**137**) **REM.** Dans le cas de l'hémisphère. comme dans la sphère entière, la Régle II n'offre aucun avantage, et au contraire, elle donne plus de travail, puisqu'il est plus simple pour arriver au résultat voulu, de cuber de suite le diamètre, multiplier ce cube par .5236, et prendre la moitié du produit pour le volume de l'hémisphère.

4. Combien de gallons d'eau pourront trouver place dans un réservoir en forme de calotte sphérique d'un diamètre de 100 pieds et de 20 pieds de profondeur, à raison de $7\frac{1}{2}$ gallons au pied cube ?

Rep. Par la première règle, on a le vol. requis=surface de la base du segment (c'est-à-dire, la surface sup. du réservoir) × la hauteur (profondeur verticale du réservoir) ÷ 2, plus le vol. d'une sphère ayant pour diamètre cette hauteur; c'est-à-dire, le vol. requis= $(100 \times 100 \times .7854 \times 20 \div 2 = 78540) + (20 \times 20 \times 20 \times .5236 = 4188.8) =$ 82,728.8 pieds cubes × 7.5=620,466 gallons.

Rep. Par la deuxième règle, on a d'abord (**540 G.**) pour reste du diam. de la sphère ou du grand cercle dont la hauteur du réservoir fait partie $(\frac{1}{2}100)^2 \div 20 = 125$, $125 + 10$ (demi-distance de la surface au fond)=135, $135 \times 10 = 1350$=rectangle du segments du diam.= carré du demi-diam. de la section intermédiaire, ce carré × 3.1416= 4241.16=surf. section interm., 4 fois cette surf. + la surf. de la base du segment=24,818.64, cette somme × $20 \div 6 = 82,728.8$ pieds cubes, comme auparavant.

(158) REM. Le choix à faire entre les deux règles pour la solution de ce problème reposera quelquefois sur la nature des données, mais surtout sur le doute qu'il pourrait y avoir quant à l'espèce particulière de la figure à estimer, et l'emploi de cette formule exemptera la nécessité de s'enquérir tout d'abord de la nature exacte du solide proprosé. Ainsi, si le réservoir à mesurer était un segment de sphéroïde, un paraboloïde, ou un hyperboloïde ou tout autre figure ressemblant à peu près à celle qu'on vient d'énumérer, la règle II en donnerait dans tous les cas le volume exact (**127, T.**), ou à très près, tandis que si si l'on traitait comme partie d'une sphère proprement-dite une figure qui ne le serait pas et qu'on la calculât par la règle applicable à la sphère, on pourrait se tromper grièvement dans le résultat.

5. Un bassin dont la forme paraît être celle d'une calotte sphérique, a pour diam. sup. 15 pouces, pour diam. à demi-profondeur, 12 pouces, et pour profondeur ou hauteur 7 pouces; quelle en est la capacité en gallons de 231 pouces cubes ?

Rep. Surface sup.$=15 \times 15 \times .7854 = 176.715$ pouces carrés, surf. intermédiaire$=12 \times 12 \times .7854 = 113.0976$, surf. base + 4 surf. intermédiaire=629.1054, cette somme × $7 \div 6 = 734$ pouces cubes près; divisant par 231 on a 3.18 ou $3\frac{1}{5}$ gallons près pour capacité du vaisseau proposé.

6. Le vide ou l'espace sous un dôme ou plafond cintré d'une pièce circulaire, présente l'aspect d'un segment de sphère à bases parallèles dont les diamètres mesurent respectivement 19.9 mètres et 8.718 mètres, le diamètre du dôme à distances égales de ses bases est de 17.32 mètres; on demande le nombre de mètres cubes d'air à chauffer, la hauteur étant de 8 mètres ?

Rep. $(19.9)^2 \times .7854 = 396 \times .7854 = 311.02$, $(8.718)^2 = 76$ et $76 \times .7854 = 59.69$, $(17.32)^2 = 300$ et $300 \times .7854 \times 4 = 942.48$, la somme 1313.19 de ces surfaces $\times 8 \div 6 = 1750.92$ mètres cubes, ou, ce qui est la même chose et plus simple $\overline{(19.9)^2 + (8.718)^2 + 4\,(17.32)^2} \times .7854 \times 8 \div 6 =$ vol.

7. Un vaisseau en forme de tronc de cône est terminé par un fond qui a l'air d'être une calotte sphérique. Le diamètre inférieur du vaisseau est de 12 pieds, le diamètre intermédiaire de la calotte est de 8.72 pieds, et sa hauteur de 2 pieds; combien y aura-t-il à ajouter au contenu du corps du vaisseau pour avoir sa capacité entière ?

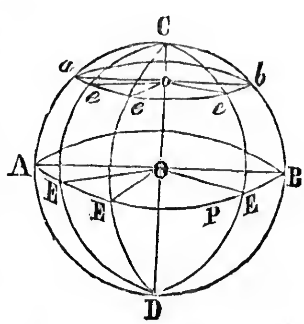
Rep. $\overline{(12)^2 + 4\,(8.72)^2} \times .7854 \times 2 \div 6 = 117.3$ pieds cubes, (où on a pris $(8.72) = \sqrt{76}$; car, 6^2 ou $(\frac{1}{2}12)^2 \div 2 = 18$, $18 + 2 =$ diam. de la sphère dont le segment fait partie. Maintenant le demi-diam. interm. $= \sqrt{19 \times 1}$ ou le diam. $= \sqrt{4 \text{ fois } 19} = \sqrt{76} = 8.72$ près) et $117.3 \times 7\frac{1}{2} = 889$ gallons près.

PROBLÈME XXXVI.

Déterminer le volume d'un onglet sphérique, et la surface de la lune qui lui sert de base.

(Voir le *tableau*.)

REM. L'onglet sphérique est une partie de la sphère solide comprise entre deux demi grand cercles ADC, EDC se rencontrant sous un angle quelconque, aigu, droit ou obtus AOE et son volume est évidemment à celui de la sphère entière comme son angle AOE est à 360° ou comme son arc AE à la circ. entière, d'où il suit évidemment que son volume se fera de suite par la suivante :



REGLE I. *Multipliez 4 fois la surface du secteur de cercle AOE par $\frac{1}{6}$ du diam. CD, longueur ou hauteur du segment sphérique ;* car les surfaces des bases ou extrémités opposés C et D sont chacune égale à zéro.

(**159**) **REGLE II.** *Faites d'abord* (**1079 G.**) *la surface, puis le volume de la sphère entière dont l'onglet fait partie. Divisez ensuite cette surface et ce volume par le rapport entre l'angle de l'onglet et 360° ; le résultat sera la surface et la solidité voulues.*

Ex. 1. On demande la surface et le volume d'un onglet de sphère dont l'angle est de 60° et le diamètre 10 ?

Rep. La surface de la sphère entière=(**144 G.**) $10 \times 3.1416 \times 10 = 314.16$ unités, le rapport de 60° à $360° = \frac{1}{10}$, donc $314.16 \div 10 =$ surface voulue$=31.416$.

Le volume de la sphère entière=(**149 G.**) $10^3 .5236 = 523.6$, ce vol. divisé par le rapport $\frac{1}{10}$ qu'on vient d'établir, donne 52.36 pour volume de l'onglet proposé.

2. L'un des compartiments de la voûte intérieure ou de la toiture extérieure d'un dôme, présente la figure d'une demi-lune sphérique, le diamètre du dôme est de 100 pieds, et le pourtour en est divisé en 16 parties ou sections par des nervures menées du sommet à la naissance ; on demande la surface d'une des demi-lunes composantes ?

Rep. La surface entière de la sphère dont le dôme fait partie $= 100 \times 3.1416 \times 100 = 100^2 \times 3.1416 = 10000 \times 3.1416 = 31{,}416$ pieds carrés, cette surface divisée par 32, puisqu'il y a 32 demi-lunes dans la surface entière, donne pour surface voulue $981\frac{3}{4}$ pieds carrés.

(**160**) **REGLE III.** *Multipliez la longueur de l'arc qui mesure la largeur de la lune par le diamètre de la sphère dont elle fait partie ; le produit sera la surface voulue. La surface ainsi obtenu (ou telle qu'établie par la première règle) multipliée par le tiers du rayon donnera le volume demandé.*

Ex. 1. Combien y a-t-il de mètres carrés de soie dans l'une des sections composantes d'un ballon sphérique dont le diamètre est de 10 mètres, et le nombre des laizes composantes 36.

Rep. La circonférence entière du ballon étant de $10 \times 3.1416 = 31.416$ mètres et le nombre de compartiments 36, il suit que la largeur de la laize sera de $31.416 \div 36 = .872\frac{2}{3}$ mètre, puis, $872\frac{2}{3} \times$ diam. $10 = 8.72\frac{2}{3}$ mètres carrés = surface demandée.

2. Il y a à remplacer l'un des 10 onglets composants d'une boule en bois de 30 pouces de diamètre, on demande le volume et la surface convexe de l'onglet.

Rep. La circ. de la boule $=30 \times 3.1416 = 94.248$, d'où il suit que la largeur de l'onglet$=94.248 \div 10 = 9.4248$, cette largeur $\times$ diam. 30

donne pour surface de l'onglet 282¾ pouces carrés. Le volume=la surface × le tiers du rayon=282.744 × 15÷3=282.744 × 30÷6 282.744 × 10 ÷ 2 = 2827.44 ÷ 2 = 1413¾ pouces cubes ou 1413.72÷1728 (nombre de pouces cubes dans un pied cube) = .82 près d'un pied cube, soit les quatre cinquièmes d'un pied cube.

3. On demande le nombre de toises (87 pieds cubes anglais à la toise) de maçonnerie dans l'un des 8 compartiments d'une voûte hémisphérique dont le diamètre int. est de 30 pieds et l'épaiss ur de la voûte 3 pieds ?

Rep. Il est clair (**1083 G.**) qu'on aura le volume demandé en faisant la différence des demi-onglets composants des hémisphères intérieur et extérieur de la voûte proposée. Or, le diam. int. étant 30, le volume de la sphère=30^3 × .5236 = 14137, le vol. de la sphère ext.= 36^3 × .5236=24429, la différence (24429 − 14137 =10292) de ces volumes divisée par le nombre (16) des demi-onglets composants de la sphère entière, donne pour volume du compartiment 643¼ pieds cubes, divisant ce dernier nombre par 87 on a 7 toises 34¼ p. cubes.

Ou, approximativement, en multipliant la demi-somme des surfaces ext. et int. du compartiment par l'épaisseur de la voûte ; on a surface de la spère int. 30 × 30 × .7854 × 4 ou 30^2 × 3.1416 = 2827.44 dont la moitié 1413.72 est la surface intérieur de la voûte entière, la surface de la spère ext.=36^2 × 3.1416 = 4071.5136 dont la moitié 2035.7568 est la surface extérieure de la voûte entière, la somme 3449.4768 de ces surfaces ÷ 8 est la somme des surfaces ext. et int. de la section de voûte à estimer, et cette dernière somme 431.1846 × 1½ (demi-épaisseur pe la voûte) ou la moitié de cette somme multipliée par l'épaisseur entière de la voûte, donne pour contenu cubique du compartiment 646¾ pieds cubes, ou 7 toises 37¾ pieds cubes.

(161) REM. Nous disons " approximativement," et en effet, le solide à estimer n'est autre chose qu'un tronc de pyramide sphérique compris entre bases pàrallèles. La pyramide sphérique, comme la pyramide ordinaire, a pour volume (**1082 G.**) le tiers du produit de sa base par sa hauteur ; mais, s'il était vrai que l'on pût arriver au volume d'un tronc de pyramide en multipliant la demi-somme de ses bases parallèles par la hauteur du tronc, il arriverait aussi que l'on obtiendrait correctement le volume de la pyramide entière égal au démi-produit de sa base par sa hauteur ; car si l'on suppose que la hauteur du tronc augmente indéfiniment, cette hauteur devindra enfin égale à celle de la pyramide entière, et sa base supérieure cessera par là même d'exister ou deviendra égale à 0 ; dans ce cas la demi-somme des bases opposées sera la demi-base de la pyramide, et la règle donnerait alors pour volume de la pyramide, le demi-produit de sa base par sa hauteur; mais le volume de la pyramide est au contraire le tiers du produit de sa base par sa hauteur; et la différence entre $\frac{1}{2}$ et $\frac{1}{3}$ est $\frac{1}{6}$, donc l'erreur de la méthode approximative pourrait aller dans un cas extrême jusqu'à $16\frac{2}{3}$ pour cent. Dans l'exemple ci-dessus l'erreur en plus n'est que de $3\frac{1}{2}$ pieds sur 643 pieds ou de $\frac{1}{2}$ pour cent à peut près, et serait encore moindre si le diamètre de la voûte était plus grand relativement à son épaisseur, ou ce qui est la même chose, si la hauteur ou épaisseur du tronc à estimer formait une plus petite partie de la hauteur entière de la pyramide dont le tronc fait partie.

PROBLÈME XXXVII.

Trouver le volume d'un secteur sphérique.

(Voir les modèles du *tableau*.)

(162) REM. I. Le secteur ou cône sphérique est, comme l'indique son nom, une partie quelconque de la sphère solide comprise entre et ayant pour base une calotte sphérique et pour paroi latérale la surface engendrée par la révolution d'un rayon de la sphère autour de la circonférence du petit cercle de la sphère servant de base à la calotte. On peut considérer le cône shérique sous deux points de vue et le toiser en conséquence; 1º comme secteur sphérique ou comme pyramide sphérique infinitaire pour en obtenir le volume en ajoutant à la surface de sa base sphérique 4 fois la surface de la base sphérique imaginaire parallèle à la première et située à mi-distance entre la surface extérieure et le centre ou en d'autres termes; entre la base et le sommet, tout comme pour pour une pyramide ou cône ordinaire. Or il est évident que comme dans le cas de la pyramide et du cône proprement-dits ou à bases planes, la surface de la coupe médiane vaut le quart de celle de la base, ce qui réduit la méthode de cuber le cône ou le secteur sphérique à celle énoncée dans la règle ci-dessus donneé. 2º comme composé d'une calotte spherique et d'un cône droit que l'on toisera séparément par les règles déjà données pour en prendre ensuite la somme des volumes composants. Cette méthode d'agir, dispense evidemment des connaissances nécessaires pour arriver à la surface convexe de la base du secteur à évaluer et réduit tout le travail à celui d'obtenir les surfaces respectives du cercle servant de base commune au cône et à la calotte composants, et du cercle parallèle à ce dernier et situé à mi-chemin entre lui et le sommet de la calotte.

(**163**) **REM. II.** Disons aussi, à l'endroit du cône sphérique que s'il s'agissait de cuber un tronc quelconque de cône sphérique comprise entre bases parallèles, comme le serait une section d'obus par exemple ou la voûte d'une pièce circulaire et d'épaisseur uniforme, l'on y arriverait, comme dans le cas du tronc de cône ordinaire, en ajoutant à la somme des surfaces convexe et concave de ses bases parallèles 4 fois la surface d'une section parallèle aux bases et à mi-chemin entre elles, pour multiplier ensuite le tout par la sixième partie de la hauteur du tronc ; ou en faisant les volumes respectifs des cônes sphériques composants pour en prendre la différence.

(**164**) **REGLE.** *Après avoir établi par la méthode du prob.* 34 *la surface de la base du secteur, on multipliera* (**1077 G.**) *cette surface par le tiers du rayon pour avoir le volume demandé.*

Ex 1. La hauteur de la calotte ou du segment, suivant le cas, qui (**975 G.**) forme la base d'un secteur sphérique, est de $1\frac{1}{2}$ mètres, et le rayon de la sphère dont le secteur fait partie est de 5 mètres; quel est le volume du secteur ?

Rep. La surface de la base = circ. d'un grand cercle × la hauteur du segment, la cir.=diam. $10 \times 3.1416 = 31.416$, $31,416 \times 1.5 = 47.124$ mètres carrés, cette surface × $\frac{1}{3}$ rayon ou par $5 \div 3 = 78.54$ mètres cubes.

2. Quel est le volume d'une bouée en forme de secteur sphérique, la longueur du côté étant de 10 pieds et le diamètre de la base 5 pieds ?

Rep. Avec ces données on obtient d'abord la hauteur de la calotte $= 10 - \sqrt{10^2 - 2.5^2} = 10 - 9.6825 = .3175$ d'un pied, la circ. = diam. $20 \times 3.1416 = 62.832$ laquelle $\times .3175 = 19.94916$ pieds carrés = surface de la base convexe, cette dernière $\times 10 \div 3 = 66.497$ pieds cubes.

3. Une tour circulaire dont le diam. int. est de 30 pieds, a pour voûte en pierre de taille un tronc de secteur à bases parallèles dont l'épaisseur est de 5 pieds, la hauteur de la calotte de la voûte est de 10 pieds ; quelle est la surface concave et le contenu solide de la voûte ?

Rep. Le vol. du tronc est (**1083 G.**) égal à la différence des secteurs entier et partiel composants=surf. ext. ou de l'extrados × $\frac{1}{3}$ R, moins surf. int. ou de l'intrados × $\frac{1}{3}$ r, où R et r sont les rayons respectifs des sphères ext. et int. dont les secteurs de même nom font partie ; or, on obtient d'abord (**540 G.**) pour reste du diamètre du grand cercle dont la hauteur de la voûte fait partie et dont le diam.

de la voûte est une corde, $15^2 \div 10$ (le carré de la demi-corde $\div$ le sinus verse, c'est-à-dire, le diam. de la voûte $\div$ sa hauteur) $= 225 \div 10 = 22.5$; alors on a le diam. $= 22.5 + 10 = 32.5$ et le rayon $= 16.25$, et l'épaisseur de la voûte étant de 5 pieds, on a pour rayon de l'extrados $16.25 + 5 = 21.25$; maintenant, on aura la surface intérieure de la voûte en faisant la circonférence 102.102 ($= 3.1416 \times 32.5$) et en la multipliant par la hauteur 10, ce qui donnera 1021 pieds carrés pour la surface voulue.

On aura (**1074.2° G**) la surface de l'extrados en faisant $r^2 : R^2 ::$ suf. int. : surf. ext. ou $16.25^2 : 21.25^2 :: 1021 : x$, soit $264 : 452 :: 1021 : x = 1748$; enfin le volume demandé $=$ surf. ext. $\times \frac{1}{3}$ R $-$ surf. int. $\times \frac{1}{3}$ $r = (1748 \times 21.25 \div 3) - (1021 \times 16.25 \div 3) = 12382 - 5530 = 6852$ pieds cubes de pierre taillée.

REM. I. La règle approximative dont il a été question dans la *rem.* du dernier problème, donnerait dans le cas actuel $\frac{1}{2}$ $(1718 + 1021) \times 5 = 6922$ c'est-à-dire un excédant de 70 pieds cubes, l'erreur étant par conséquent de $1\frac{1}{20}$ pour cent.

4. Un réservoir dont la paroi latérale est une zone de sphère et le fond une surface plane, est revêtu dans toute sa surface concave d'un épaisseur de huit pouces de maçonnerie en briques qui rayonnent vers le centre de la sphère dont le réservoir est un segment. Le diamètre supérieur du réservoir, qui est en même temps celui de la sphère, est de 100 pieds et la profondeur du réservoir ou hauteur de la zone est de 20 pieds. On demande le nombre de briques dans le tronc de secteur sphérique que forme le revêtement latéral du bassin?

Rep. La circ. de la sphère int. ou d'un grand cercle est $100 \times 3.1416 = 314.16$, cette circ. $\times$ la hauteur 20 de la zone intérieure, donne pour surface de cette zone 6283.2 pieds carrés, et le secteur solide dont cette zone est la base ou surface convexe est de $6283.2 \times \frac{1}{3} r = 6283.2 \times 50 \div 3 = 104{,}720$ pieds cubes; la surface de la zone ext. du revêtement en brique s'obtient (**1074.2° G.**) en faisant $100^2 : 101\frac{1}{3}^2 :: 6283.2 : 6451.8687$, cette dernière $\times \frac{1}{3}$ R ou par $\frac{1}{3}$ $(101\frac{1}{3}) = 108{,}964.894$ pieds cubes $=$ vol. du secteur solide ext., la différence 4244.894 des secteurs int. et ext. est le volume du revêtement en pieds cubes, multipliant par 20 on a 84,898 pour le nombre de briques employées dans l'ouvrage.

REM. II. Dans ce dernier exemple, la somme des surfaces parallèles ext. et int. du revêtement est 12735.0687, cette somme $\times$ la demi-épaisseur, 4 pouces, ou par un $\frac{1}{3}$ d'un pied, donne 4245.0229 pieds cubes, $\times 20 = 84900\frac{1}{2}$ briques, ou une différence de $2\frac{1}{2}$ briques seulement dans le resultat ; prouvant par là, comme on l'a déjà dit qu'avec une épaisseur très petite relativement au rayon, on obtient à très près le volume d'un tronc de secteur sphérique, en multipliant sa hauteur par la demi-somme de ses bases parallèles. Cependant, pour ce qui est de la somme de travail à dévouer aux deux modes de calcul, la seconde méthode n'offre aucun avantage sur la première qu'il vaut mieux alors employer dans tous les cas.

REM III. On peut aussi dans la pratique (et c'est ce qui se fait quelquefois) lorsque l'épaisseur d'une voûte est uniforme et que le rayon de courbure en est relativement grand, simplifier l'opération et arriver à un résultat assez approximatif en multipliant de suite la surface int. ou ext. de la voûte par son épaisseur. Dans le dernier exemple cette manière de procéder donne, en se servant de la surf. de l'intrados du revêtement en brique, 6283.2+8 pouces ou par les $\frac{2}{3}$ d'un pied = 4188.8 pieds cubes × 20 = 83776, ce résultat est en moins de 1122 briques ou de $1\frac{1}{4}$ pour cent. Si l'on prend au contraire la surface ext. 6452 × $\frac{2}{3}$ on a 4301 pieds cubes, ou 86,020 briques, résultat qui est en excès de la vérité de 1122 briques ou de $1\frac{1}{4}$ pour cent comme auparavant.

PROBLÈME XXXVIII.

Trouver la surface d'un triangle sphérique. [1]

(Voir le *Tableau.*)

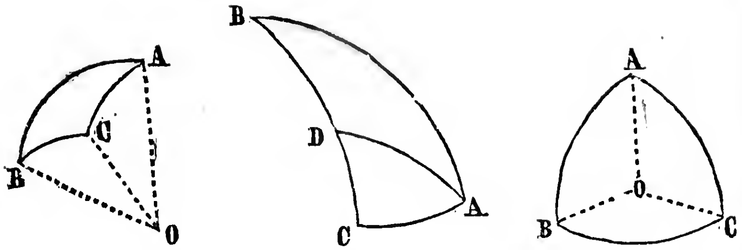
(165) REGLE I. *Faites d'abord la surface de la sphère dont le triangle fait partie, et divisez cette surface par* 8 *pour avoir* **(1193 G.)** *celle du triangle tri-rectangle.*

Faites ensuite **(1200 G.)** *la somme des trois angles, retranchez en* 180° *et divisez le reste par* 90° *; multipliez alors par ce quotient le triangle tri-rectangle et le résultat sera la surface voulue.*

REGLE II. *Multipliez, comme pour le triangle à surface plane, la longueur developpée de la base par la hauteur developpée perpendiculaire à cette base ; le résultat sera la surface près, de triangle proposé.*

---

1. L'on trouvera parmi les modèles du tableau, des pyramides et troncs de pyramides sphériques dont les bases offrent le triangle sphérique acutangle, rectangle et obtusangle, y compris le triangle sphérique tri-rectangle dont il est ici question.



Ex. 1. On demande la surface d'un triangle décrit sur une sphère dont le diamètre est 30 pieds, les angles étant 140°, 92° et 68° ?

Rep. La surface de la sphère entière = diam. $30 \times 30 \times .7854 \times 4 = 30^2 \times .3.1416 = 2827.44$ pieds carrés dont $\frac{1}{8} = 353.43$ = surf. du triangle tri-rectangle qui doit entrer comme élément dans le calcul à faire. La somme des trois angles est 300°, $300° - 180° = 120°$, $120° \div 90° = 1\frac{1}{3}$ et $1\frac{1}{3}$ fois la surf. 353.43 du triangle tri-rectangle donne 471.24 la surface voulue.

2. Les angles d'un triangle sphérique équilatéral sont chacun de 120°, et le diam. de la sphère dont le triangle fait partie est de 20 mètres ; quelle est la surface du triangle ?

Rep. $20^2 \times 3.1416 \div 8 = 157.08$ = surf. triangle tri-rect., la somme des angles = 360°, $360° - 180° = 180°$, $180 \div 90° = 2$ et $157.08 \times 2 = 314.16$ mètres carrés.

3. L'un des 8 compartiments de la surface d'un dôme ou d'une voûte en forme d'hémisphère est un triangle sphérique isocèle dont chacun des angles à la base est un angle droit et dont l'angle au sommet $= 360° \div 8 = 45°$, la longueur de l'arc qui mesure la largeur du compartiment à la naissance du dôme est le 39.27 et la circonférence entière est en conséquence $= 39.27 \times 8 = 314.16$, d'où le diam. est 100 ; quelle est la surface du compartiment ?

Rep. La surf. entière de la sphère dont la demi-lune à estimer fait partie $= 100^2 \times 3.1416 = 31416$ unités carrées, le triangle tri-rect. $= 31416 \div 8 = 3927$, la somme des angles excède de 45° deux angles droits, $45° \div 90 = \frac{1}{2}$, donc la surface ou volume $= 3927 \div 2 = 1963\frac{1}{2}$ = surface demandée.

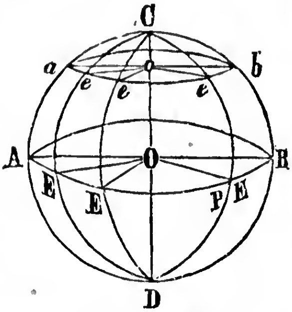
D'ailleurs, dans cet exemple où le triangle à estimer forme une partie aliquote connue de la sphère entière, le calcul se simplifie et se réduit à faire la surface de la sphère pour en prendre ensuite la 16ème partie. L'exemple a néanmoins l'avantage de faire voir l'exactitude de la règle (la surf. de la sphère entière 31446 divisée par 16 donnant comme auparavant 1963½ pour surf. convexe de l'onglet proposé) et indique la manière de procéder dans tout autre cas analogue.

4. La somme des trois angles d'un triangle tracé sur la surface de la sphère terrestre, excède **(1416 G,)** d'une seconde (1″) 180°, quelle en est la superficie en supposant que la terre soit une sphère parfaite d'un diamètre de 7912 milles anglais ?

Rep. La surface de la terre $= (7912)^2 \times 3.1416 = 196{,}663{,}355.75$, divisant par 8, on a pour surface du triangle tri-rect. 24.582,929.47 milles carrés ; maintenant $1'' \div 90 = 1'' \div 324{,}000$ (nombre de secondes dans $90° = 90° \times 60' \times 60''$) $= \frac{1}{324000} = .00000308642$ près et la surface du triangle tri-rectangle $24{,}582{,}919.47 \times .00000308642$ ou, ce qui est la même chose divisée par son réciproque 324000 donne **75.17321** pour la surface du triangle proposé en milles carrés.

(166) REM. I. Il est clair d'après la règle que la surf. de tout triangle sphérique de même rayon, c'est-à-dire, de tout triangle tracé sur une même sphère a un rapport direct à l'excédant de la somme de ses trois angles sur 180°. Par exemple, si l'excédant sphérique était de 10 secondés au lieu d'une, la surface du triangle serait 758.7321 milles carrés au lieu de 75.87321 ; de même si l'excès des 3 angles sur 180° n'était que d'un dixième de seconde, la surface du triangle ne serait que d'un dixième de ce qu'elle est pour 1 seconde, savoir : 7.587321. Un excédant d'une minute donnerait pour surface du triangle à estimer un nombre de milles 60 fois plus grand que celui que donne une seconde, c'est-à-dire, la 5400ème partie du triangle tri-rect., puisque $324000 \div 60 = 5400$ ou que $90° \times 60 = 5400$; de même 1° donnerait la 90ème partie du triangle tri-rect. et ainsi de suite ; d'où il suit évidemment que dans tout relevé géodésique d'une partie de la sphère terrestre, il suffira, après avoir établi la surface qui correspond par exemple à une seconde ou à un 10ème, 100ème, 1000ème, etc. de seconde, de multiplier cette surface par le nombre de secondes ou de dixèmes de seconde, etc., dans l'excédant de la somme des trois angles d'un triangle quelconque sur 180°, pour avoir de suite la surface de ce triangle, et on l'a vu **(1415,** 3° **G.)** la manière d'établir au besoin cet excédant sphérique.

REM. II. Il est évident que si le triangle sphérique ACP, par exemple, est le triangle tri-rectangle ou la 8ème partie de la sphère et qu'on le suppose divisé en un nombre quelconque de parties égales, c'est-à-dire, de triangles sphériques isocèles égaux entre eux, ACE, ECE, etc., tous les angles en C devront à cet fin être égaux entre eux et les arcs AE, EE aussi égaux entre eux, les surfaces de ces triangles seront par là même superposables et égales. Soit donc l'angle ACE au sommet ou pôle C=1° et parce que l'espace tout autour de C est divisé en 360°, la surface du triangle isocèle sphérique bi-rectangle ACE, ou dont les côtés qui comprennent l'angle de 1° au sommet ou pôle C sont égaux entre eux et chacun d'eux à un quart de circonférence, cette surface, disons-nous, sera évidemment la 360ème partie de celle de l'hémisphère AEBA-C ou ce qui est la même chose la 90ème partie



de celle du quart d'hémisphère ou triangle tri-rectangle. Si l'angle en C n'est que de 1′ ou la 60ème partie de 1°, la surface du triangle ACE ne sera que la (90° × 60′) 5400ème partie de celle du demi-quart de sphère. Si l'angle en C n'est qu'une seconde, la même surface ne sera que la (90° × 60′ × 60″) 224,000ème partie de celle du demi-quart de sphère, ou comme on l'a vu dans l'exemple ci-dessus, de 75.87321 milles carrés anglais; d'où il est clair, qu'un angle C ou ACE de .1″ donnerait 7.587321 milles carrés; un angle ACE de .01″ donnerait .7587321 d'un mille carré; un angle ACE de .001″ une surface de .07587321 d'un mille carré et ainsi de suite, soit, comme on vient de le dire, .07587321 pour chaque millième de seconde. Or 1 mille carré = 5280 × 5280 pieds anglais = 27,878,400 pieds carrés et multipliant par .07587321 on a 2,115,223.4 pieds qui correspond donc aussi à la surface d'un triangle sphérique dans lequel l'excédant de la somme de ses angles sur 180° est de .001″ ou de la millième partie d'une seconde; d'où, si l'excédant n'est que de .0001″ la surface correspondante du triangle sera de 211,522.34; si l'excédant sphérique est de .00001″ ou de la cent millième partie d'une seconde, la surphace sphérique ne sera plus que de 21,152.234 et enfin si l'excédant sphérique est de .000001″ ou de la millionnième partie d'une seconde, la surface du triangle sphérique correspondant à tel excédant sera de 2115.2234 pieds carrés ou d'une étendue de terrain n'excédant pas un carré de 46 pieds de côté. D'où:

REGLE I. *Pour déterminer la surface sphérique d'un triangle quelconque décrit sur la surface du sphéroïde terrestre* [1] *(sphère aplati aux pôles d'à peu près un trois centième ($\frac{1}{300}$) de son diam.) on n'a qu'à multiplier chaque millionnième de seconde de l'excé-*

1. Comme les surfaces de figures semblables sont entre elles comme les carrés de leurs côtés homologues, l'on arrivera à la surface d'un triangle sphérique décrit sur une sphère de rayon quelconque en faisant la proportion voulue.

dant de la somme de ses trois angles sur 180° par 2115 pieds carrés, ou chaque millième de seconde par 2,115,223 pieds carrés ou par .07587321 milles carrés, ou chaque .01″ (centième de seconde) par .7587321 milles carrés, ou chaque .1″ (dixième de seconde) par 7.587321 milles carrés, ou enfin chaque 1″ (seconde) par 75,87321 milles carrés, réduisant à cet effet les degrés (°) et minutes (′) dans l'excédant donné de la somme des trois angles de tel triangle sphérique quelconque sur 2 angles droits, en secondes, pour multiplier ensuite ces secondes par 75.87321 et les fractions de secondes comme on vient de le dire.

Et Reciproquement, *pour déterminer l'excédant sphérique de la somme des trois angles d'un triangle sphérique quelconque sur 2 angles droits, on divisera la surface préalablement obtenue d'une manière approximative (en considérant* (**165, R. 2**) *les longueurs des arcs qui en constituent les côtés comme celles des côtés d'un triangle rectiligne) par 2215 pieds carrés pour avoir le nombre de millionnièmes de seconde (.000,001″) contenus dans tel excédant, ou par 2,115,223 pieds carrés ou .07587321 mille carré pour avoir le nombre de millièmes de secondes (.001″) contenus dans tel excédant, par .7587321 mille carré pour les centièmes de secondes (.01″), par 7.587321 milles carrés pour les dixièmes de secondes (.1″), enfin par 75.587321 milles carrés pour les secondes (1″) et les secondes au besoin réduites en minutes en divisant par 60 et les minutes en degrés en divisant encore par 60, donneront encore l'excédant sphérique voulu.*

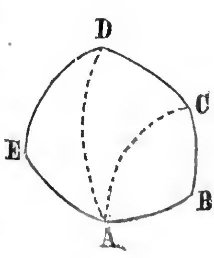
REM. III. Le triangle sphérique ACE sur lequel on a raisonné est comme on l'a dit bi-rectangle en A et E, c'est-à-dire, que les angles en A et en E sont, et sont évidemment, droits; d'où il suit que l'angle en C au sommet ou au pôle est l'excédant sphérique ou la quantité dont les 3 angles excèdent 2 angles droits et de même que cet excédant sphérique fournit la surface dans le cas du triangle isocèle bi-rectangle, de même (**1200 G.**) cet excédant permet d'arriver à la surface voulue, ou la surface à l'excédant voulu dans tout autre triangle sphérique quelconque.

PROBLÈME XXXIX.

Déterminer la surface d'une polygone sphérique.

(Voir le *tableau*.)

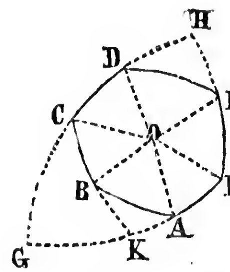
(167.) REGLE. *Trouvez comme dans le dernier problème, la surface du triangle tri-rectangle* (**1201 G.**). *De la somme de tous les angles du polygone soustrayez autant de fois 2 angles droits qu'il y a de côtés moins deux. Divisez le reste par 90° et multipliez le triangle tri-rect. par le quotient ainsi obtenu: le produit sera la surface voulue.*



Ex. 1 Quelle est la surface d'un polygone régulier de huit côtés décrit sur la surface d'une sphère dont le diamètre est 30, chaque angle du polygone étant de 140° ?

Rep. $140° \times 8 = 1120°$ = somme des angles du polygone, $180° \times 6 = 1080°$ = autant de fois 2 angles droits que de côtés moins deux, $1120 - 1080 = 40$, $40 \div 90 = \frac{4}{9}$; la surface du polygone proposé sera donc les $\frac{4}{9}$ de celle du triangle tri-rect., la surface de la sphère $= 30 \times 30 \times 3.1416 = 3.1416 \times 900 = 2827.44$ laquelle $\div 8 = 353.43$ = surf. du triangle tri-rect., cette dernière $\times 4 \div 9 = 167.08$ la surface voulue du polygone.

2. On demande la superficie d'un polygone irrégulier de 7 côtés décrit sur une sphère de $8\frac{1}{2}$ mètres de rayon, la somme des angles étant de 1080° ?



Rep. Surface de la sphère $= 17^2 \times 3.1416 = 907.9224$ dont la huitième partie 113.4903 est la surface du triangle tri-rect., $1080° - 5$ fois $180° = 180°$, $180° \div 90° = 2$ et $113.4903 \times 2 = 226.9806$ surface du polygone proposé.

3. La somme des 15 angles d'un polygone de triangulation géodésique est 2340° 1′ 50″, quelle est la surface du polygone en milles carrés, en supposant que le diamètre de la terre à l'endroit du relevé soit de 7912 milles anglais, c'est-à-dire en supposant que l'opération trigonométrique ait eu lieu sur une sphère de ce diamètre ?

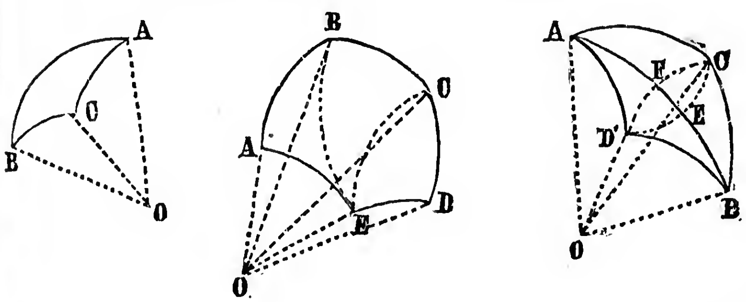
Rep. On a, comme dans le dernier problème, pour surface correspondant à un excédant de 1″, 75.874321 milles carrés, et on a vu que la surface à estimer est en rapport direct avec le nombre d'unités dans l'excédant donné ; or, la somme des angles est dans cet exemple 2340° 1′ 50″ laquelle diminuée de 13 fois 180° ou de 2340° laisse pour excédant 1′ 50″ ou 110″; la surface voulue sera donc de 110 fois 75.874321 c'est-à-dire 8346.0531 milles carrés.

(168) REM. La supposition qu'on vient de faire semble indiquer que la terre n'est pas dans toute son étendue de même courbure, c'est-à-dire de même rayon ou diamètre, ou qu'elle n'est pas une sphère parfaite, et en effet le globe terrestre est un sphéroïde dont l'aplatissement vers les pôles est d'à peu près $\frac{1}{300}$ du diam à l'équateur ou d'environ 26 milles ; or les surfaces de deux sphères de rayons différents ou de deux parties homologues quelconque des sphères sont entre elles **(1074 G.)** comme les carrés des rayons de ces sphères.

Soit donc à trouver le rapport des surfaces de deux figures semblables tracées sur la sphère terrestre, l'une en un endroit où le diamètre osculateur est de 7912, l'autre dans une latitude où ce diamètre est de 7930 milles, on fera $7912^2 : 7930^2 :: 1 : 1.0045552$; multipliant par ce dernier nombre les 8346.0531 milles carrés du dernier exemple, on obtient 8384.071 milles carrés pour surface du même polygone en un endroit où le diamètre de la terre serait de 7930 au lieu de 7912, c'est-à dire une différence de 38 milles carrés, quantité qui quoique relativement petite, eu égard à la surface totale de l'étendue de territoire embrassé dans le relevé, n'en est pas moins très grande en elle même, équivalente qu'elle est à celle d'une ville ou d'un canton de plus de 6 milles de diamètre ; ce qui fait voir l'importance d'avoir égard aux dimensions relatives de chaque partie de la sphère terrestre dans les opérations à faire pour en déterminer la surface.

PROBLÈME XL.

Déterminer le volume d'une pyramide sphérique quelconque. (Voir le *tableau.*)



(196) REGLE. *Trouvez d'abord par les règles précédentes la surface de la base de la pyramide donnée ; multipliez ensuite* **(1082 G.)** *cette surface par le tiers de la hauteur de la pyramide, c'est-à-dire par le tiers du rayon de la sphère dont la pyramide fait partie et le résultat sera le volume demandé.*

Ex. 1. Quel est le volume d'une pyramide sphérique dont la base est de 10 mètres carrés et la hauteur 30 mètres ?

Rep. 100 mètres cubes.

2. Parmi les parties composantes d'un polyèdre à cuber, se trouve une pyramide sphérique ou une partie de sphère bornée par des plans se rencontrant au centre de la sphère dont la pyramide fait partie ; quel en est le volume, le rayon étant de 15 pouces et la surface du triangle ou polygone qui en constitue la base de 100 pouces ?

Rep. 500 pouces cubes.

3. On a à faire une voûte ou partie de voûte dont le rayon int. ou de l'intrados soit de 30 pieds, l'épaisseur de la voûte 3 pieds et la forme celle d'un polygone irrégulier dont l'aire ou superficie int. est de 100 pieds carrés ; quel en est le volume ?

Rep. Le vol. à estimer est un tronc de pyramide sphérique à bases parallèles ; ce volume est égal (**1083 G.**) à la différence des volumes des pyramides entière et partielle ou ext. et int. composantes. On aura donc pour le vol voulu, l'expression (surf. ext. $\times \frac{1}{3}$ R)—(surf. int. $\times \frac{1}{3}$ r) : il y a donc a trouver la surf. ext. qui doit concourir au calcul à faire ; à cet effet on a (**1074**, 2° **G.**) $30^2 : 33^2 :: 100 : 121 =$ surf. de l'extrados ; maintenant, $(121 \times 11) - (100 \times 10) = 1331 - 1000 = 331$ pieds cubes de maçonnerie.

4. Quel est le poids d'un fragment d'obus ou de bombe dont le diam. int. est 10 pouces, l'épaisseur 5 pouces, et les surfaces int. et ext. ou concave et convexe 60 et 240 pouces carrés, les plans de section du fragment étant dirigés vers le centre de la sphère dont le solide à estimer fait partie, et le poids de la fonte étant à raison de 480 livres au pied cube ?

Rep. $(240 \times 10 \div 3) - (60 \times 5 \div 3) = 800 - 100 = 700$ pouces cubes, le pied cube $= 12 \times 12 \times 12 = 1728$ pouces cubes, d'où on obtient le poids demandé en faisant $1728 : 480 :: 700 : 194\frac{4}{9}$ livres.

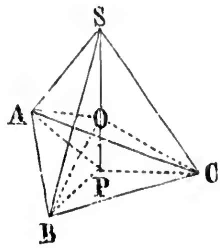
PROBLÈME XLI.

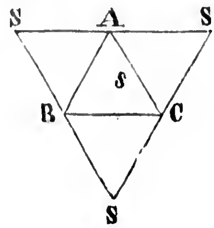
Trouver la surface ou le volume d'un polyèdre régulier quelconque. (Voir les 5 polyèdes réguliers du *tableau*.)

(**169**) **REGLE I. Pour la surface** : *calculez la surface de l'une de ses faces composantes, et multipliez* (**1118 G.**) *cette surface par le nombre de faces dans le polyèdre proposé.*

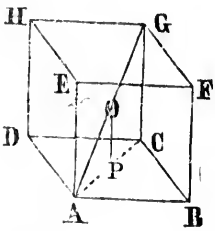
Pour le volume : *Multipliez* (**1124 G.**) *la surface du polyèdre par le tiers du rayon* OP *de la sphère inscrite, c'est-à-dire par le tiers de la perpendiculaire abaissée du centre sur l'une des faces du solide ; le produit sera le volume demandé.*

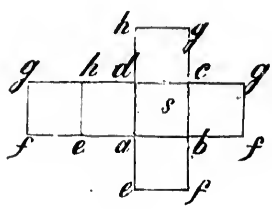
REM. On a vu (**1132** et **1134 G.**) que pour déterminer dans le cas du Dodécaèdre et de l'Icosaèdre, le rayon de la sphère inscrite, il faut premièrement trouver l'angle formé par deux des faces adjacentes de ces solides, et on a indiqué la manière d'établir cet angle. On peut aussi, au moyen du même angle, calculer la perpendiculaire





dans chacun des trois autres polyèdres (dont celle de l'exaèdre est d'ailleurs égale au demi-côté de ce corps) ou obtenir cette perpendiculaire par la méthode du par. (**1128 G.**) ou **1131 G.**) suivant le cas.





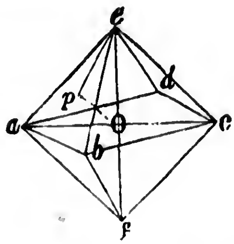
(**170**) Il est bon de calculer et de disposer sous forme de tableau, comme on l'a fait (**27 T.**) pour les polygones réguliers, les surfaces et volumes des cinq polyèdres ayant pour côté l'unité, afin de se servir ensuite au besoin de ces surfaces et volumes, pour déterminer la surface ou le volume de tout autre polyèdre régulier quelconque de même nom.

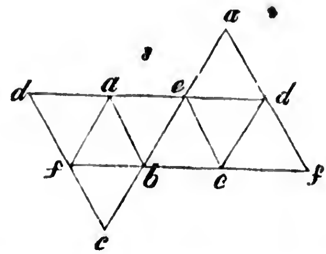
Tableau des polyèdres réguliers dont le côté est 1.

NOM.	N°. DE FACES.	ANGLE DES FACES.	SURFACE.	VOLUME.
Tétraèdre	4	70° 31′ 42″	1.7320508	0.1178513
Hexaèdre	6	90°	6.0000000	1.0000000
Octaèdre	8	109° 28′ 18″	3.4641016	0.4714045
Dodécaèdre	12	116° 33′ 54″	20.6457288	7.6331189
Icosaèdre	20	138° 11′ 23″	8.6602540	2.1816950

(**171**) **REGLE II.** 1°. **Pour la surface** : *carrez le côté du polyèdre donné et multipliez ensuite ce carré par la surface du polyèdre de même nom dont le côté est* 1.

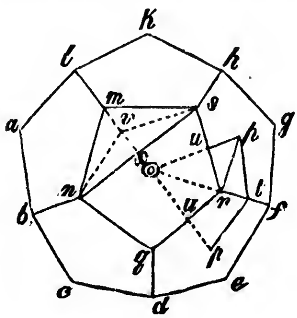
Car, les surfaces des polyèdres semblables sont composées d'un même nombre de polygones semblables, et ces polygones ou leurs sommes sont entre eux (**556, G.**) comme les carrés de leurs côtés homologues.

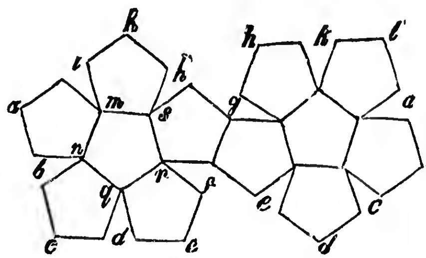




2°. **Pour le volume :** *cubez le côté du polyèdre donné et multipliez ensuite ce cube par le volume du polyèdre de même nom dont le côté est* 1.

Car, les polyèdres semblables sont composés d'un même nombre de pyramides semblables et ces pyramides ou leurs sommes sont entre elles (**1070, G.**) comme les cubes de leurs côtés homologues.





Ex. 1. Quelle est la surface d'un tétraèdre dont le côté est 12 ?

Rep. $12 \times 12 \times 1.7320908 = 249.4153152$.

2. La surface d'un hexaèdre ou cube dont le côté est 30 ?

Rep. 5400.

3. On demande la surface d'un octaèdre dont le côté est 10 ?

Rep. $10 \times 10 \times 3.4641016 = 346.41016$.

4. Déterminer la surface d'un dodécaèdre dont le côté est 3 ?

Rep. $3^2 \times 20.6457288 = 185.8115592$.

5. Quel est la surface d'un icosaèdre dont le côté est 20 ?

Rep. $8.660254 \times 20^2 = 3464.1016$.

6. Quel est le volume d'un tétraèdre dont le côté est 15 ?

Rep. $15^3 \times 0.1178513 = 397.748$.

7. Le volume d'un cube dont le côté est 12 ? **Rep.** 1728.

8. Si le côté d'un octaèdre est 10, quel en est le volume ?

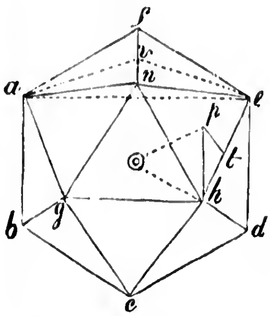
Rep. 471.4045.

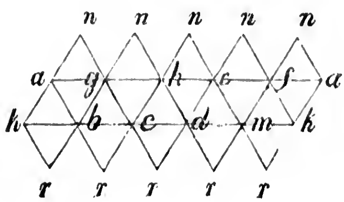
9. Le côté d'un dodécaèdre est 2 : quelle en est la solidité ?

Rep. 61.3049512.

10. Quel est le volume d'un icosaèdre dont le côté est 20 ?

Rep. 17453.56.





11. L'on a terminé un monument par une boule ou couronnement en pierre taillée ayant la forme d'un dodécaèdre dont l'arête ou le côté mesure 13½ pouces : on demande le volume du bloc de pierre en pieds cubes et sa surface en pieds carrés ?

Rep. la surface $= 13.5 \times 13.5 \times 20.6457288 = 3762.6840738$ pouces carrés. L'on obtiendrait tout de même cette surface sans l'aide de celle du tableau, en faisant séparément par la méthode du par. (**28**, **T.**) la surface d'un des polygones composants et en multipliant ensuite par 12 l'élément ainsi obtenu ; ainsi l'aire ou surface d'un pentagone dont le côté est $1 = 1.7204774$, multipliant par 182.25 (carré du côté donné) l'on a pour superficie d'une des faces du polyèdre proposé 313.55700615 pouces carrés ; puis, multipliant par 12 (nombre de faces du dodécaèdre) l'on a comme auparavant 3762.6840738 pouces carrés, ce qui prouve aussi l'exactitude du multiplicateur du tableau. Maintenant on n'a qu'à diviser le nombre de pouces qu'on vient de trouver par 144 (les pouces carrés dans un pied carré) pour avoir 26 pieds carrés 18.684 pouces carrés, la surface demandée.

Rep. Le volume $= 13.5 \times 13.5 \times 13.5$ ou $(13.5)^3$ ou $2460.375 \times 7.6331189 = 18780.3349$ pouces cubes, divisant par 1728 (nombre de pouces cubes dans un pied cube) on a 10.87 près pieds cubes.

PROBLÈME XLII.

Étant donné le diamètre d'une sphère, trouver le côté de l'un quelconque des polyèdres réguliers, qui puisse être inscrit dans la sphère, circonscrit à la sphère, ou qui soit égal à la sphère.

(Voir les 5 polyèdres réguliers du *tableau.*)

(172) **REGLE.** *Multipliez le diamètre donné par le nombre qui, dans la table suivante, répond à la demande, et le produit sera le côté du polyèdre voulu.*

Il suffit de ce que l'on a déjà dit à l'endroit des polyèdres réguliers (pages 423 à 427) pour faire comprendre de suite comment on a pu calculer cette table.

Le diamètre d'une sphère étant 1, le côté d'un	*Capable d'être inscrit dans la sphère, est*	*Capable d'être circonscrit à la sphère, est*	*Egal en volume à celui de la sphère, est*
Tetraèdre.....	0.8164966	2.4494897	1.6439480
Hexaèdre......	0.5773503	1.0000000	0.8059958
Octaèdre......	0.7071068	1.2247447	1.0356300
Dodécaèdre....	0.3568221	0.4490279	0.4088190
Icosaèdre......	0.5257309	0.6615845	0.6214433

Ex. L'on veut refondre en forme d'un cube parfait d'égal volume, un boulet de canon dont le diam. est de 10 pouces ; quel sera la longueur de côté de l'exaèdre voulu ?

Rep. 0.8059958 × 10=8.059958 pouces.

2. De combien diminura-t-on le poids d'une sphère en pierre de 5 pieds de diamètre, en le réduisant au plus grand polyèdre régulier de 20 côtés qu'on puisse en tirer, le poids de la pierre étant supposé égal à 150 livres par pied cube ?

Rep. Le vol. de la sphère donnée$=5^3\times .5236=65.45$ pieds cubes ou $65.55\times 150=9817\frac{1}{2}$ livres pesant. Le côté de l'icosaèdre voulu sera, d'après la règle, $0.5257309\times 5=2.6286545$; cubant ce dernier nombre, on a 18.163 et multipliant ce cube par le volume 2.181695 du polyèdre de même nom dont le côté est 1, on a pour le volume de la sphère réduite en icosaèdre 39.626 pieds cubes ou $39.626\times 150=5943.9$ livres pesant ; la différence 3873.6 livres est le poids demandé.

PROBLÈME XLIII.

Étant donné le côté de l'un des cinq polyèdres réguliers, trouver le diamètre d'une sphère qui puisse être inscrite dans le polyèdre, circonscrite au polyèdre ou qui lui soit égal en volume.

(Voir les 5 polyèdres réguliers du *tableau.*)

(**173**) **REGLE.** *Faites les proportion suivante: le nombre respectif de la table ci-dessus, sous le titre "inscrit," "circonscrit," "égal," est à* 1, *comme le côté du polyèdre donné est au diamètre de la sphère inscrite, circonscrite ou égale, suivant le cas.*

En d'autres termes: le côté du polyèdre inscrit, circonscrit ou égal (suivant le cas) de la table, est au diam. 1 de sa sphère circonscrite, inscrite ou égale, comme le côté du polyèdre donné est au diam. de sa sphère circonscrite, inscrite ou égale.

Ex. 1. Le côté d'un icosaèdre est 2.62865, on veut le réduire en une sphère du plus grand diamètre possible, quel sera ce diamètre?

Rep. .6615845 : 1 :: 2.62865 : 3.973, près, le diamètre voulu. La surface de l'icosaèdre donné est (**28 T.**) 2.62865 × 2.62865 × .4330127 × 20 = 59.842355, cette surf. × 3.973 ÷ 6 (c'est-à-dire par la sixième du diam. ou tiers du rayon de la sphère inscrite) donne pour le volume de l'icosaèdre 39.6259 pieds cubes ou 39.626, comme dans l'exemple 2 du problème précédent, chacun des deux résultats étant de cette manière une vérification de l'exactitude de l'autre et en même temps une preuve de l'exactitude des facteurs du tableau.

2. On demande quel sera le diamètre du boulet de canon qu'on pourra obtenir en faisant refondre une masse de fer en forme d'un octaèdre de 12 pouces de côté?

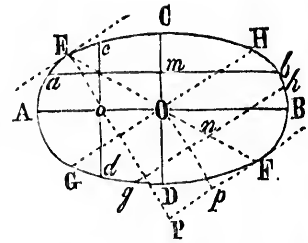
Rep. 1.03563 : 1 :: 12 : 11.58715, c'est-à-dire, le diam. du boulet sera de 11.6 pouces près.

PROBLEME XLIV.

Trouver le volume d'un sphéroïde quelconque.

(Voir sur le tableau, les sphéroïdes aplati, allongé et à 3 axes.)

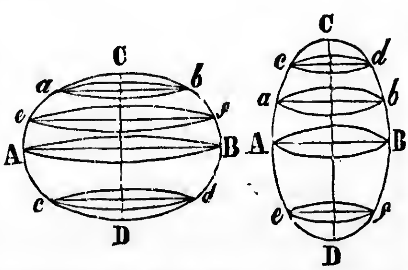
(**174**) **REGLE I.** *Multipliez l'axe fixé par le carré de l'axe de révolution (ou par le rectangle ou produit des deux axes de révolution, suivant le cas) et le produit par* .5236 *: le résultat sera le volume demandé.*



REM. Il est clair que cette règle est en tout analogue à celle que l'on donne (1086 G.) pour établir le volume d'une sphère; et en effet, le sphéroïde, comme la sphère, vaut les $\frac{2}{3}$ de son cylindre circonscrit; car l'on démontre en "sections coniques" que si l'on a A*o*: *o*O dans l'ellipse :: A*o*: *o*O dans le cercle, l'on aura aura aussi *oc*: OC dans l'ellipse :: *oc*: OC dans le cercle; de là, puisqu'on peut (**1009, G.**) regarder la sphère et le sphéroïde comme composés chacun d'une infinité de tranches minces ou de surfaces superposées engendrées par la révolution d'un même nombre d'ordonnées *oc* perpendiculaires à l'axe fixe AB des deux solides, et que ces surfaces composantes sont entre elles comme les carrés des rayons générateurs, il est évident que les deux solides seront aussi entre eux comme les carrés (**104 G.**) de ces ordonnées, ou, ce qui est la même chose, comme les surfaces des bases ou sections correspondantes des cylindres de même hauteur AO circonscrits à ces solides.

Ce que l'on vient de dire du sphéroïde allongé AB et de sa sphère circonscrite, s'entend également du sphéroïde aplati CD et de sa sphère inscrite, car, quel que soit le rapport de O*m* à *m*C dans chacun de ces deux dernières solides, on aura entre *am* AO de l'un le même rapport qu'entre *am* et AO de l'autre.

(**175**) **REGLE II.** *Multipliez* (**127 T.**) 4 *fois la surface d'une section quelconque* (AB, CD, GH, etc.) *passant par le centre* (*O*) *du sphéroïde, par* $\frac{1}{6}$ *de la hauteur perpendiculaire* (CD, AB ou EP, etc.) *du solide correspondant à telle section.*



Car, **en premier lieu,** pour ce qui est du sphéroïde engendré par la révolution de la demi-ellipse ACB autour de son axe AB, les facteurs dans les deux règles se réduisent aux mêmes, En effet la première règle donne pour volume AB × CD × CD × .5236 et la seconde règle donne CD × CD × .7854 × 4 × $\frac{1}{6}$ AB; si ces expressions sont égales ou équivalentes, l'on doit avoir (en négligeant les facteurs AB, CD, communs aux deux formules) .7854 × 4 × $\frac{1}{6}$ = .5236; or .7854 × 4 = 3.1416 et 3.1416 ÷ 6 = .5236; donc etc.

En second lieu, La section AB du même sphéroïde est une ellipse égale en tout à l'ellipse ACBD et sa surface est (**57 T.**) = AB × CD × .7854 ; si la seconde règle est correcte, l'on aura donc AB × CD × .7854 × 4 × $\frac{1}{6}$ CD = AB × CD × CD × .5236 ; et en effet en éliminant les facteurs AB, CD et CD qui sont communs aux deux expressions, il reste encore .7854 × 4 × $\frac{1}{6}$ = .5236 ; donc, etc.

En troisieme lieu, il est à démontrer que 4 surf. section GH × $\frac{1}{6}$EP est encore égale à CD^2 × AB × .5236 ; or, les sections coniques enseignent que quels que soient les axes ou diamètres conjugés[1] GH, EF dont on se sert, les parallélogrammes circonscrits à l'ellipse et dont les côtés sont parallèles à ces axes conjugés, sont tous égaux en surface au rectangle AB × CD ; mais (**8, T.**) la surface du parallélogramme ayant pour côtés GH, EF est GH × EF × sin, nat. angle EOG ou EFP = GH × EP. La surface de la section GH = (car toute section d'un sphéroïde est une ellipse) GH × CD × .7854 et l'on vient de voir que GH × EP = AB × CD ; donc GH × CD × .7854 × 4 × $\frac{1}{6}$ EP = AB × CD × CD × .5236, CD étant commun aux deux formules, AB × CD = GH × EP et .7854 × 4 × $\frac{1}{6}$ = .5236 ; donc, etc.

REM. Dans le cas du sphéroïde aplati engendré par la révolution de la demi-ellipse DAC autour de l'axe CD, la preuve est analogue à celle que l'on vient de donner.

Ex. 1. Quel est le volume d'un ellipsoïde allongé dont l'axe de révolution est 60, et l'axe fixe 80 ?

Rep. 60 × 60 = 3600, 3600 × 80 = 288000, 288000 × .5236 = 150796.8 unités de volume.

2. Avec les mêmes données, quel sera le volume du sphéroïde aplati ? **Rep.** 80 × 80 = 6400, 6400 × 60 = 384000, 384000 × .5236 = 201062.4 unités de volume.

3. Un sphéroïde allongé a pour axes 100 et 200 ; quelle en est la solidité ?

Rep. 100^2 × 200 × .5236 = 1,047,200 = le volume demandé. Maintenant, soit EF dans cet exemple un diamètre quelconque = 166, on aura son conjugé $GH = \sqrt{AB^2 + CD^2 - EF^2}$ (car l'on démontre en "sections coniques" que la somme des carrés de toute paire de diamètres conjugés est égale à la somme des carrés du grand et du petit axe) = 149.81322, 4 surf. GH = GH × CD × .7854 × 4 = 47065.3212. Puisque AB.CD = EF.GH × sin. nat. EOG, on obtient sin. nat. EOG = AB.CD ÷ EF.GH = 20000 ÷ 24869 = 8042141 = 53° 32′, et .8042141 × 166 = EP

---

1. Le diam. GH, conjugé de EF, est celui qui est parallèle à la tangente PF à l'ellipse au point F, où le diam. EF rencontre la courbe.

$=133.49954$, et $47065.3212 \times 133.49954 \div 6 = 1,047,199.8$, la différence .2 entre les deux résultats se rapportant aux décimales qu'on a négligées dans le calcul.

4. Si les deux axes de la terre sont entre eux comme 304 et 303 quel sera le volume du sphéroïde (il est aplati, le diam. polaire étant moindre que le diam. équatorial) et de combien ce volume diffèrera-t-il de celui d'une sphère sur le grand axe ?

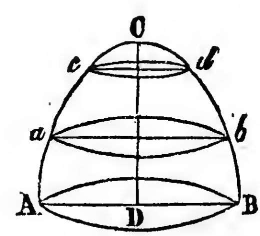
Rep. Le vol. du sphéroïde $=304 \times 304 \times 304 \times .5236 = 14661872.3328$
le volume d'une sphère sur le grand axe $=14710261.3504$
et la différeuce de ces volumes est 48389.0176.

PROBLÈME XLV.

Déterminer le volume d'un segment quelconque de sphère ou de sphéroïde à une seule base ou d'un tronc quelconque à deux bases parallèles, perpendiculaires ou non aux axes du solide.

(Voir les segments et zones solides du *tableau.*)

(176) REGLE. *A la surface de la base du segment ou à la somme des surfaces des bases du tronc, ajoutez 4 fois la surface d'une section à demi-distance entre la base et le sommet ou entre les bases parallèles, suivant le cas, et multipliez le tout par $\frac{1}{6}$ de la hauteur du solide : le produit sera le volume demandé.* [1]



En premier lieu, pour ce qui est du demi-sphéroïde (dont on peut d'ailleurs obtenir le volume en faisant celui du sphéroïde entier pour en prendre ensuite la moitié) on a vu **(174, T.)** que surf. section *cd* : surf. section CD dans le sphéroïde :: surf. section *cd* : surf. section CD dans la sphère ; or il a été démontré **(134, T.)** que dans la sphère, surf. *cd* à demi-distance entre A et O $=\frac{3}{4}$ surf. CD ; donc aussi dans le sphéroïde, surf. $cd=\frac{3}{4}$ surf. CD ; donc surf. CD + 4 surf. $cd=4$ surf. CD, et par le dernier problème, vol. ACD $=4$ surf. CD $\times \frac{1}{6}$ AO ; donc vol. ACD $=$ (surf. CD $+4$ surf. *cd*) $\times \frac{1}{6}$ AO.

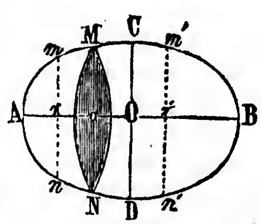
Maintenant, pour le demi-sphéroïde dont la base AB est une ellipse $=$ ACBD dont la section *ab* est aussi une ellipse semblable à la base, (car toutes sections parallèles quelconques du sphéroïde sont des ellipses semblables) on a encore surf. *ab* : surf. AB :: surf. *ab* : surf AB

1 La figure de ce paragraphe représente un segment quelconque ACB ou *aCb* ou *cCd* de sphère ou de sphéroïde, ou un tronc quelconque AB-*ab*, ou *ab*-*cd*, ou AB-*cd* de sphère ou de sphéroïde ; mais la démonstration a lieu par la figure au haut de la page 136.

dans la sphère, car ab : AB : ab : AB dans les deux solides et **(104, G)** ab^2 : AB^2 :: ab^2 : AB^2 dans les deux solides, et les surfaces des ellipses semblables, comme de toutes autres figures semblables, sont entre elles comme les carrés de leurs diamètres ou autres lignes homologues ; donc surf. ellipse $ab = \frac{3}{4}$ surf. ellipse AB ; or, vol. demi-sphéroïde ACB = par le dernier problème 4 surf. AB $\times \frac{1}{6}$ CO ; donc aussi le même volume = (surf. AB + 4 surf. ab) $\times \frac{1}{6}$ CO.

REM. 1. C'est encore une propriété de l'ellipse que tout diam. EF de cette figure bissecte toute corde ou double-ordonnée gh parallèle au diamètre conjugé GH, ce qui donne $nh = ng$ et l'on démontre que de même que l'on a (sections coniques) AB : CD :: $\sqrt{Ao.oB}$: oc, et CD : AB :: $\sqrt{Cm.\,mD}$: mb, de même on a aussi EF : GH :: $\sqrt{En.\,nF}$: nh et par suite que nh : OH :: mb : OB :: oc : OC quand On, Om et Oo ont à OF, OC et OA ou à nF, mC et oA le même rapport. On aura donc surf. section $gh = \frac{3}{4}$ surf. section GH et comme il est déjà démontré que vol. demi-sphéroïde GFH $= \frac{1}{2}$ (4 surf. GH $\times \frac{1}{6}$ EP) on aura aussi vol. GFH = (surf. GH + 4 surf. gh) $\times \frac{1}{6}$ Op ou par $\frac{1}{6}$ EP $\div$ 2.

(177) En second lieu, pour ce qui est de tout segment de spheroïde autre que le demi-sphéroïde, il suffit de ce que l'on vient de dire et de la démonstration qu'on a donnée au par. **(135 T.)** de l'exactitude de la règle dans le cas d'un segment quelconque de sphère, pour faire comprendre aussi son exactitude dans le cas actuel ; ce qui dispensera aussi d'ajouter sans nécessité aux dimensions déjà volumineuses de ce traité.



Ex. 1. Quel est le volume d'un segment MNA de sphéroïde à une base MN perpendiculaire à l'axe fixe AB, la hauteur Ao du segment étant de 10 unités et les longueurs des axes AB = 100, CD = 60 ?

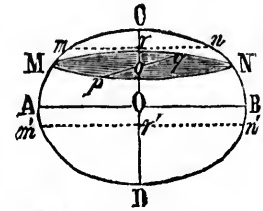
Rep. AB : CD :: $\sqrt{Ao.\,oB}$: oM, d'où oM = 18 et MN = 36 ; $rm = Ar.rb \times$ CD $\div$ AB = 13.0766985 et mn = 26.153397 ; surf. MN + 4 surf. $mn = (MN^2 + 4\ mn^2) \times .7854$, $MN^2 = 1296$, $mn^2 = 684$ à très près, (1296 + 4 fois 684) $\times$ .7854 = 3166.7328, multipliant par $\frac{1}{6}$ Ao, ou par $\frac{1}{6}$ 10, on a 5277.888 unités de volume dans le segment proposé.

2. On demande la solidité d'un segment MNB de sphéroïde par un plan MN perpendiculaire à l'axe fixe AB, oB étant = 90 et AB, CD 100 et 60 respectivement ?

Rep. Si $m'r'$ n'est pas donné on le trouve = Ar'.r'B $\times$ CD $\div$ AB (puisque AB : CD :: $\sqrt{Ar'.r'B}$: $r'm'$ ou 100 : 60 :: $\sqrt{55 \times 45}$: $r'm'$) = 29

.8496208 ou $m'n' = 59.6992416$, $\overline{MN}^2 + 4\ \overline{m'n'}^2 \times .7854 \times \frac{1}{6}\ oB =$ vol. MNB=183218.112; la somme 188,496 de ces volumes est le volume du sphéroïde entier ACBD, car (**174, T.**) $60 \times 60 = 3600$, $3600 \times 100 = 360{,}000$ et $360{,}000 \times .5236 = 188{,}496$, ce qui prouve aussi l'exactitude de la règle de ce problème.

REM. II. Dans les deux derniers exemples on a supposé les axes AB et CD connus : mais cette connaissance n'est aucunement essentielle, puisque les diamètres intermédiaires *mn*, *m'n'* sont censés connus ou que d'ailleurs on peut les obtenir directement en mesurant, dans la pratique, ces diamètres ; et c'est là l'un des avantages de la règle de ce problème, qu'elle ne requiert pas que l'on sache à quel sphéroïde appartient le segment à estimer.



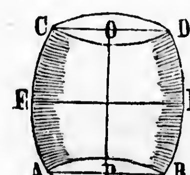
3. Un segment MNC de sphéroïde par un plan MN perpendiculaire à l'axe de révolution CD, et dont la base est par conséquent une ellipse, a pour hauteur *o*C 12 unités, les axes AB, CD étant respectivement 100 et 60 : quel est le contenu solide du segment ?

Rep. CD : AB :: $\sqrt{Co.oD}$: *o*M ou 60 : 100 :: $\sqrt{48 \times 12}$: 40, et parce que les sections parallèles MN, AB sont semblables, on a AB : CD :: MN : *pq* diamètre conjugé de la base elliptique MN du segment donné ; donc $pq = 60 \times 80 \div 100 = 48$ et surf. M*p* N*q* $= 80 \times 48 \times .7854$; puisque $oC = 12$ on a $rC = 6$ et $rD = 54$, 60 : 100 :: $\sqrt{54 \times 6}$: $30 = rm$, le diam. conjugé de $rm = 18$ (car 100 : 60 :: 30 : 18) et la surface de la section $mn = 60 \times 36 \times .7854$; cela posé, on a vol. MNC = (surf. MN. + 4 surf. *mn*) $\times \frac{1}{6}\ oC = \overline{MN}^2 + 4\ \overline{mn}^2 \times .7854 \times 2 =$ 19603.584 unités de volume.

4. Quel est le volume de l'autre segment du même sphéroïde ?

Rep. On a $r'D = oD - \frac{1}{2}\ oC = 24$, et $r'C = 36$, d'où l'on obtient comme auparavant $m'n' = 97{\cdot}9796$; l'autre diam. ou axe de l'ellipse $m'n' = 58.78776$; d'où surf. $m'n' = 4523.904$ et surf. MN + 4 surf. $m'n'$ $= 21111.552$, cette somme $\times \frac{1}{6}$ 48 ou par 8 = 168892.416 le volume demandé.

Les deux segments réunis donnent 188,496 qui est en effet le volume du sphéroïde entier comme on l'a vu à l'endroit du 2ème exemple.



5. Quelle est la solidité d'un tronc central AD de sphéroïde dont les bases parallèles sont des cercles égaux de 40 pouces de diamètre, le plus grand diamètre du tronc=50 pouces et la hauteur ou distance entre les bases parallèles 18 pouces ?

Rep. (Surf. AB + surf. CD + 4 surf. EF) $\times \frac{1}{6}$ OP $= (40^2 + 40^2$ (ou 2 fois 40^2) + 4 fois 50^2) $\times .7854 \times 3 = 31101.84$ pouces cubes ou 18 pieds cubes près.

6. Les diamètres respectifs des bases parallèles d'un tronc de sphéroïde sont 10 et 20, le diam. d'une section à distances égales de ces bases est 30 et la hauteur du tronc est 40 : quel est le volume ?

Rep. $(10^2 + 20^2 + 4$ fois $30^2) \times .7854 \times 40 \div 6 = 3220.14 \times 40 \div 6 =$ 64402.8 pouces cubes.

7. L'une des parties composantes d'un cul-de-lampe adossé à un mur, présente la forme d'un demi-segment ou tronc de sphéroïde à bases parallèles elliptiques. Les diamètres des ellipses ou plutôt des demi-ellipses inf. et sup. mesurent respectivement 30 et 39 pouces, le diamètre intermédiaire est 36 et les trois demi-diamètres conjugés ou saillies du cul-de-lampe mesurent 10, 13 et 12 pouces, la hauteur du tronc est 18 pouces ; quel en est le volume ?

Rep. $(30 \times 10 + 39 \times 13 + 4$ fois $36 \times 12) \times .7854 \times 3 = 59729.67$ pouces cubes ou 3.4 pieds cubes près.

8. L'on désire savoir combien il y a de gallons (231 pouces cubes au gallon) dans une barrique de vin dont la longueur est 40 pouces et les diamètres au centre et à chaque extrémité 32 et 24 pouces ?

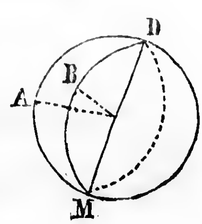
Rep. (2 fois $24^2 + 4$ fois $32^2 \times .7854 \times 40 \div 6 = 27478.5$ pouces cubes, divisant par 231 on a 119 gallons à moins d'une septier près.

9. Dans un vaisseau incliné, dont la forme paraît être celle d'un demi-sphéroïde, se trouve une quantité de liqueur, la plus grande profondeur de la liqueur est de 15 pouces, les diamètres respectifs de sa surface elliptique sont 48 et 36 pouces et les diamètres correspondants de l'ellipse parallèle intermédiaire entre la surface et le fond sont de 30 et $22\frac{1}{2}$ pouces ; quelle est la quantité de liqueur dans le vaisseau ?

Rep. $(48 \times 36 + 4$ fois $30 \times 22.5) \times .7854 \times 2.5 = 8694.378$ pouces cubes, soit $37\frac{5}{8}$ gallon près.

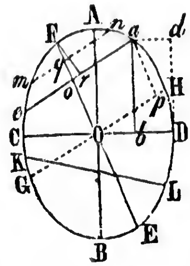
PROBLÈME XLVI.

Déterminer le volume d'un tronc de sphéroïde à bases non parallèles. [1]—(Voir les troncs du *tableau*.)



1. L'on obtiendra avec exactitude, comme dans le cas de la sphère, le volume d'un onglet quelconque ADBMA de sphéroïde aplati ou allongé ou d'un sphéroïde à 3 axes, pourvu que la commune intersection DM des plans contenants ou limitatifs DAM, DBM passe dans une direction quelconque par le centre O du solide dont l'onglet fait partie ; et si l'arêté DM de l'onglet ne passe pas par le centre O du sphéroïde, on n'en obtiendra pas moins le volume près de l'onglet proposé

(178) **REGLE.** *Faites le volume du segment de sphéroïde à une seule base dont le tronc donné fait partie, faites aussi le volume de la calotte qui manque au tronc donné pour compléter le segment ; la différence de ces volumes sera celui du tronc proposé.*



Ex. 1. Soit à trouver le volume de la partie CD*ac* d'un sphéroïde compris entre un plan CD passant par le centre perpendiculairement à AB et un autre plan quelconque *ca* non parallèle au premier.

Rep. Il nous faut à cet effet déterminer l'axe inconnu AB du sphéroide dont la hauteur AO du segment CDA fait partie. Ayant mesuré une ordonnée quelconque *ab* et les abscisses C*b*, *b*D ou plutôt *d*D=*ab*, *ad*=*b*D et C*b*=CD—*b*D, on fera (sections coniques) $\sqrt{\overline{Cb.bD}} : ab :: CD : AB$ et on aura le vol. de CDA=4 surf. CD × $\frac{1}{6}$ AO. L'on mesurera ensuite *ac*, OH parallèle à *ac*, *o*O menée du centre au point milieu *o* de *ac* (*o*O formant partie du diam. EF le conjugé de GH) et l'abscisse *p*H de l'ordonnée *ap* parallèle et égale à *o*O ; avec ces données, l'on fera $\sqrt{\overline{Gp.pH}} : ap :: GH : EF$; on aura alors *o*F et par suite la perpendiculaire F*r*, comme au par. (**175, T. Ex. 3**). Il reste à établir le diam. *mn* d'une section intermédiaire entre *ac* et le sommet F de la calotte *ac*F ; or l'on aura *mq* ou *nq* moitié (**176, T., REM. 1.**) de *mn* en faisant EF : GH :: $\sqrt{\overline{Eq.qF}} : mq$. Enfin on aura le vol. demandé CD*ac*=(4 surf. CD × $\frac{1}{6}$ A*o*) moins (surf. *ac*+4 surf. *mn* × $\frac{1}{6}$ F*r*).

2. Si le solide à estimer était le tronc KL*ac*, l'on opérerait pour la calotte KLB comme on l'a fait pour *ca*F et la somme des volumes de ces calottes distraite de celui du sphéroïde entier ACBD, il resterait le volume du tronc proposé.

PROBLÈME XLVII.

Trouver la solidité d'un paraboloïde droit ou oblique ou d'un tronc ou segment quelconque de paraboloïde compris entre bases parallèles, perpendiculaires, ou non, à l'axe du solide.

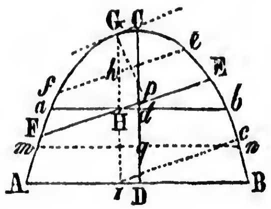
(Voir les modèles du *tableau stéréométrique.*)

(**179**) **REGLE.** *A la somme des surfaces des bases opposées,*

---

en faisant le produit de 4 fois la surface de sa section médiane AOBA (sorte de secteur de cercle ou d'ellipse) par la sixième partie de la longueur DM de l'onglet.

ajoutez 4 fois la surface d'une section intermédiaire à demi-distances entre elles ; multipliez le tout par $\frac{1}{6}$ de la hauteur du corps à estimer et le produit sera le volume demandé.



En effet, la parabole génératrice ABC est une courbe telle que les abscisses sont proportionnelles aux carrés des ordonnées, c'est-à-dire qu'on a toujours $cd : \text{CD} :: \overline{db}^2 : \overline{\text{DB}}^2$, et il en est de même pour tout autre paire ou système d'axes ou de diamètres conjugés EF, GH qui donnent encore $\text{G}h : \text{GH} :: \overline{fh}^2 : \overline{\text{FH}}^2$; donc si $\text{C}d = \frac{1}{2}$ CD, $\overline{db}^2$ sera $= \frac{1}{2}\,\overline{\text{DB}}^2$ et de même si $\text{G}h = \frac{1}{2}$ GH, l'on aura $\overline{eh}^2 = \frac{1}{2}\,\overline{\text{EH}}^2$; or l'on démontre que le volume du paraboloïde vaut la moitié de son cylindre circonscrit, c'est-à-dire, que ce vol. = surf. base AB × $\frac{1}{2}$ CD, ou vol. FEG = surf. base EF × $\frac{1}{2}$ Gp; mais si $\overline{bd}^2 = \frac{1}{2}\,\overline{\text{BD}}^2$ on a surf. $ab = \frac{1}{2}$ surf. AB (puisque les sections parallèles ab, AB sont des cercles et que les figures semblables sont entre elles comme les carrés de leurs lignes homologues) et surf. AB + 4 surf. ab = 3 surf. AB; donc surf. AB × $\frac{1}{2}$CD = 3 surf. AB × $\frac{1}{6}$ CD = (surf. AB + 4 surf. ab) × $\frac{1}{6}$ CD. De même surf. base elliptique EF = 2 surf. base elliptique semblable ef et surf. EF × $\frac{1}{2}$ Gp = (surf. EF + 4 surf. ef) × $\frac{1}{6}$ Gp.

En second lieu, Soit ABba un segment quelconque de paraboloïde à bases parallèles, l'on démontre que le volume s'obtient en multipliant par la hauteur dD du tronc, la demi-somme des surfaces de ses bases parallèles; or à cause de $\text{C}d : \text{C}q : \text{CD} :: \overline{db}^2 : \overline{qn}^2 : \overline{\text{DB}}^2$, il est clair que la surf. intermédiaire mn est moyenne arithmétique entre surf. AB et surf. ab; d'où il suit que surf. AB + surf. ab + 4 surf. mn = 6 surf. mn; donc le vol. de AB ba = (surf. AB + surf. ab + 4 surf. mn) × $\frac{1}{6}$ dD.

(180) REM. Dans le cas du paraboloïde ou du tronc de paraboloïde proprement-dit, il est clair que cette règle n'offre aucun avantage et au contraire il est plus simple d'arriver de suite au volume désiré en faisant le produit de $\frac{1}{2}$ CD par surf. AB, ou de $\frac{1}{2}$ Gd par surf. EF, ou de $\frac{1}{2}$ dD par la somme des surfaces de AB et de ab, suivant le cas; mais c'est que dans la pratique il est rare que les solides à estimer soient parfaitement géométriques, et elles le seraient, qu'on ne le saurait pas sans un travail préliminaire qu'il vaudrait autant dévouer de suite au calcul du vol. requis d'après la règle qu'on en donne ici; tandis que si (**137, 146, T.**) l'on prenait pour un paraboloïde, un solide qui fût au contraire un segment ou tronc de sphéroïde ou d'hyperboloïde, ou qui ressemblât seulement à ces solides sans pouvoir s'identifier avec aucun d'eux, la règle de ce problème est celle qui offrirait les garanties d'une exactitude très voisine de la vérité.

Ex. 1. Quel est le volume d'un paraboloïde droit dont la hauteur est 84, et le rayon de la base 24 ?

Rep. diam. $48 \times 48 \times .7854 \times \frac{1}{2}\ 84 = 76001.5872$ le vol. requis.

2. Quelle est, en gallons de 231 pouces cubes, la capacité d'un chaudron parabolique dont la profondeur est 36 pouces et le diamètre 60 pouces ?

Rep. $60^2 \times .7854 \times 18 \div 231 = 50{,}893.92$ pouces cubes $\div 231 = 220$ .32 ou $220\frac{1}{3}$ gallons près.

3. Une voûte qui a l'air d'être parabolique, a 60 mètres de hauteur, le diamètre de sa base est 40 mètres et son diamètre intermédiaire est 28 mètres 285 millimètres ; quel est le volume de l'espace renfermé ?

Rep. $(40^2 + 4$ fois $28.285^2) \times .7864 \times 60 \div 6 = 37{,}699.2$ mètres cubes.

4. Dans un vaisseau incliné qui peut être un paraboloïde ou un segment de sphéroïde, se trouve une quantité de liqueur dont la surface est en conséquence une ellipse ayant pour diamètres 50 et 30 pouces, la plus grande profondeur de la liqueur est de 18 pouces, et l'un des diamètres (le moindre) de la section elliptique prise au milieu de cette profondeur est de 22.5 pouces quel est le volume du contenu ?

Rep. La section intermédiaire étant semblable à la base ou surface, on aura son grand diamètre en faisant $30 : 50 :: 22.5 : 37.5$; le volume$=(50 \times 30 + 4$ fois $22.5 \times 37.5) \times .78554 \times 3 = 11486$ pouces cubes.

5. L'une des parties composantes d'un solide à estimer, paraît être un tronc de conoïde parabolique à bases parallèles, les circonférences respectives de ses deux bases circulaires et d'une section à demi-distances entre elles, sont 182.2, $94\frac{1}{4}$, 145.15 pouces et la hauteur est 48 pouces ; quel en est le volume en pieds cubes ?

Rep. Divisant chacune de ces circonférences par 3.1416 l'on obtient pour diamètres des sections respectives 58, 30 et 46.2 pouces, ce qui donne pour volume $(58^2 + 30^2 + 4$ fois $46.2^2) .7854 = 10054.5$, et $10054.5 \times 48 \div 6$ c'est-à-d. par $8, = 80{,}436$ pouces cubes, $\div 1728 = 46.55$ pieds cubes.

PROBLÈME XLVIII.

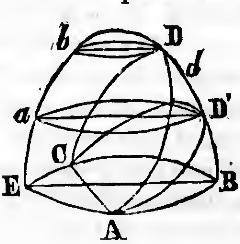
Déterminer le volume d'un tronc quelconque ABEF [1] de paraboloïde droit ABC, à bases non parallèles.

(Voir le *Tableau*.)

(**181**) **RÈGLE**. *Faites, par le dernier problème, les volumes respectifs du paraboloïde entier* ABC *dont le tronc fait partie, et du paraboloïde partiel ou calotte* EFG *qui manque au tronc donné pour compléter le paraboloïde entier : la différence de ces solidités sera le volume demandé.*

Soit ABEF (fig. du dernier problème) une section du tronc donné par un plan perpendiculaire au centre D de sa base ; prenez sur l'axe Dd de la section une longueur quelconque Dd, mesurez DB, db et puisque (**179, T.**) l'on a $CD : Cd :: \overline{DB}^2 : \overline{db}^2$, faites (**96, div. G.**) $CD - cd : cd :: \overline{DB}^2 - \overline{db}^2 : \overline{db}^2$, ou ce qui est la même chose $\overline{DB}^2 - \overline{db}^2 : \overline{db}^2 :: Dd : dC$, ce qui donnera pour hauteur de la parabole génératrice $dD + dC = DC$. Maintenant, par le point milieu H de EF, menez HG parallèle à DC (car dans la parabole le centre est infiniment éloigné et tout diamètre GH, c'est-à-dire toute bissectrice GH des cordes ou doubles ordonnées parallèles EF, ef, rc, est en conséquence parallèle à l'axe CD), mesurez Hr quelconque, HE et rc et faites, comme auparavant, $\overline{rc}^2 - \overline{HE}^2 : \overline{HE}^2 :: Hr : HG$; avec HG et l'angle GHp ou GHE, l'on trouve facilement (**175 T.**) la hauteur perpendiculaire Gp de la calotte FGE, pour faire ensuite les volumes respectifs des conoïdes entier et partiel et leur différence, ce qui résoudra le problème.

(**182**) **REM.** Si le **tronc** à estimer ABEF (Voyez la figure du prob. L et supposez que ce soit un tronc de paraboloïde) est celui **d'un paraboloïde oblique** ; menez entre A et F une droite quelconque Bb parallèle à FE, bissectez en h', H′ ces doubles ordonnées et menez Gh' H′ qui passera par le sommet G′ de la calotte FEG′ ; menez ensuite Ee parallèle à AB, bissectez ces parallèles en



1. L'on peut aussi obtenir comme pour l'onglet de prisme de pyramide, de cône ou de cylindre, le volume près de l'onglet ABC-D, ABC-D', ACD'-D d'un conoïde parabolique droit ou incliné, et cela, absolument de la même manière que pour ces divers solides. (Voir le problème XXXI, etc.)

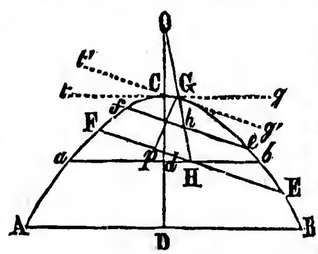
H′, h et menez le diamètre Gh H qui rencontrera le sommet G du paraboloïde oblique ABG; l'on calculera, comme auparavant, les hauteurs GP, G′p des conoïdes entier et partiel, à l'aide des angles G′h′E, GHB et des droites Gh G′h′ dont on établira les longueurs comme il a déjà été dit, et on aura le volume du tronc = vol. ABG — vol. FEG′ = surf. AB × ½GP — surf. EF × ½ G′p. Pour avoir au besoin CD, l'on mènera d'un point quelconque entre A et F une droite m o n (supposez une droite m o n qui soit perpendiculaire aux parallèles G′h′, GH et dont o soit le point milieu) perpendiculaire à GH ou à G′H′, la perpendiculaire CD, où mo=on sera l'axe voulu.

PROBLÈME XLIX.

Trouver le volume d'un hyperboloïde droit ou oblique, ou d'un tronc quelconque d'hyperboloïde, compris entre des bases parallèles, perpendiculaires, ou non, à l'axe de révolution.

(Voir le *tableau.*)

(183) REGLE. *A la somme des surfaces des bases opposées du solide, ajoutez 4 fois la surface d'une section à demi-distance entre elles, multiplier le tout par ⅙ de la hauteur et le produit sera le vol. voulu.*



Dans le cas de l'hyperboloïde droit ABC ou du tronc AB ba d'hyperboloïde droit à bases parallèles, cette règle est, en d'autres termes, celle même qu'enseigne le "calcul dif. et int." et puisque le diam. intermédiaire est ici essentiel au calcul à faire, il est à démontrer comment on peut l'obtenir quand il ne se trouve pas au nombre des données nécessaires. L'hyperbole est telle que son centre O est en dehors de l'enceinte de la courbe, et comme dans le cercle, l'ellipse et la parabole, de même dans l'hyperbole tout diamètre OC, OG prolongé bissecte la corde ou double ordonnée AB, ab, — EF, ef parallèle à la tangente tg, $t'g'$ menée par le point C ou G où tel diamètre rencontre la courbe. Il suit de là que pour déterminer le centre de l'hyperbole, il n'y a qu'à mener et à bissecter en D,d,—H,h, deux paires de parallèles quelconques AB, ab, — EF, ef, et à prolonger en dehors de la figure les droites Dd, Hh reliant les points de section, jusqu'à leur rencontre en O qui sera le centre voulu ; ou, si la direction OD de l'axe est connue, l'intersection de cet axe par la droite Hh prolongée déterminera le centre voulu. Maintenant, par la nature de l'hyperbole, l'on démontre en "sections coniques" que $2OC.CD + CD^2 : 2OC.Cd + Cd^2 :: DB^2 : db^2$, ou que $2OG.GH + GH^2 : 2OG.Gh + Gh^2 :: HE^2 : he^2$; voilà donc comment on obtient le diam. intermédiaire ab ou ef en prenant $Cd = dD$ ou $Gh = hH'$ suivant le cas.

Ex. 1. La hauteur CD d'un hyperboloïde droit ABC est 10 pouces, et AD le rayon de sa base est 12 pouces, le diamètre intermédiaire ab est 15.8745 pouces : quel est le volume ?

Rep. $(24^2 + 4 \text{ fois } 15.8745^2) \times 10 \div 6 = 2073.454691$ pouces cubes.

2. Un vaisseau qui paraît être un conoïde hyperbolique droit, a pour hauteur ou profondeur 50 pouces, pour diam. sup. 104 pouces et pour diam. intermédiaire 68 pouces : quelle en est la capacité en gallons à vin ?

Rep. $104^2 \times .7854 = 8494.8864 =$ surf. de la base supérieure, 4 fois $68^2 \times .7854 = 68^2 \times .3.1416 = 14526.7584$, la somme de ces surfaces est 23021.6448, cette somme $\times \frac{1}{6}$ 50 ou, ce qui est la même chose $\times$ 50 et le produit $\div 6 = 191847.04$ pouces cubes, $\div 231 = 830\frac{1}{2}$ gallons.

3. Combien y a-t-il de mètres cubes d'espace sous une voûte qui a l'air d'être hyperbolique et dont la hauteur est de 15 mètres, le diamètre de la base 32 mètres et le diam. intermédiaire 20 mètres ?

Rep. 5152.224 mètres cubes.

4. Une chaudière en forme d'hyperboloïde, contient une certaine quantité de liqueur ; l'on demande combien il faudra encore de gallons pour la remplir, la partie du vaisseau à combler ayant par conséquent la forme d'un tronc d'hyperboloïde à bases parallèles ; les diamètres de ces bases sont 24 et 32 pouces, le diam. inter. 28.1708 et la hauteur du tronc 20 pouces ?

Rep. $(24 + 32^2 + 4 \text{ fois } 28.1708^2) \times .7854 \times 20 \div 6 = 12499\frac{1}{4}$ pouces cubes ou 54.108 gallons, ou 7.2334 pieds cubes.

5. L'une des parties composantes d'un cul-de-lampe ou autre objet à estimer, présente l'apparence d'un tronc d'hyperboloïde dont la hauteur est 12 pouces, le petit diam. 6 pouces, le grand diam. 10 pouces et le diam. interm. $8\frac{1}{2}$ pouces : quel en est le volume ?

Rep. 667.59 pouces cubes.

(184) REM. Pour l'hyperboloïde oblique ou le segment d'un hyperboloïde droit par un plan non perpendiculaire à l'axe, le "calcul" enseigne à obtenir le volume en faisant la proportion suivante : $GH + 2GO :: \frac{2}{3}\ GH + 2GO :: \frac{1}{2}$ cylindroïde de même base et hauteur : volume requis.

6. Soit à cuber un hyperboloïde EFG dont le grand axe EF de la base elliptique mesure 78 unités et son diamètre conjugé 69.2, soit OG = 41.7, GH = 19.8, Gp = 15.8 ; l'on a vu que pour trouver ef il y a à faire $2\text{GO}.\text{GH} + \overline{\text{GH}}^2 : 2\text{GO}.\text{G}h + \overline{\text{G}h}^2 :: \overline{\text{HE}}^2 : \overline{he}^2$, ou (ce qui (**73, Ax. G.**) est la même chose) :: $\overline{\text{EF}}^2 : \overline{ef}^2$, c'est-à-dire, en chiffres, 2043.36 : 923.67 :: 6084 : 2750.18 = $\overline{ef}^2$ d'où ef = 52.44217 ; maintenant la section parallèle ef étant une ellipse semblable à EF, on aura surf. ef en faisant $\overline{\text{EF}}^2 : \overline{ef}^2$ :: surf. EF : surf. ef ou 6084 : 2750.18 :: 4239.275 : 1916.3 = surf. ef ; enfin (surf. EF + 4 surf. ef) × $\frac{1}{6}$ Gp = volume EFG, ou (4239.275 + 4 fois 1916.3) × 15.8 et ÷ 6 = 31,348.4508 unités de volume dans le solide à estimer. Pour preuve, la règle donnée dans la remarque qui précède cet exemple, donne 103.2 : 96.6 : : 33490.2723 : 31,348.4525, la différence $\frac{17}{313484525}$ ou .00000005 étant due aux décimales négligées.

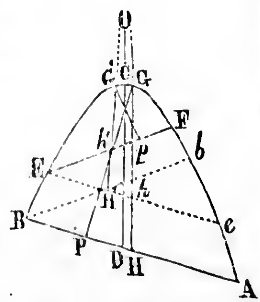
PROBLÈME L.

Déterminer le volume d'un tronc quelconque ABEF d'hyperboloïde à bases AB, EF non parallèles. [1]

(Voir le *tableau.*)

(185) REGLE. *Faites séparément les volumes respectifs de l'hyperbole entier* ABG *et de l'hyperboloïde partiel* EFG, *et prenez la différence de ces volumes qui sera la solidité voulue.*

Menez Bb parallèle à EF, Ee parallèle à AB, bissectez ces deux paires de parallèles et par les points de bissection menez les droites HO, H'O dont l'intersection en O sera le centre de la courbe génératrice. Par les points d'intersection G, G' menez les perpendiculaires GP, G'p aux bases AB, EF et le volume demandé sera (surf. AB + 4 surf. section intermédiaire entre AB et G) × $\frac{1}{6}$ GP, moins (surf. EF + 4 surf. sect. inter. entre EF et G') × $\frac{1}{6}$ G'p.



REM. I. Pour fixer la direction de l'axe CD de révolution : du centre O avec un rayon quelconque, intersectez les côtés opposés de

---

1. L'on peut aussi obtenir comme pour l'onglet de prisme, de pyramide, de cône ou de cylindre, le volume près de l'onglet ABC-D, ABC-D', ACD'-D d'un conoïde hyperbolique droit ou incliné, et cela, absolument de la même manière que pour ces divers solides. (Voir le problème XXXI, etc.)

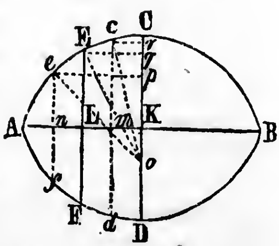
la courbe, joignez ces intersections par une ligne droite, et OD menée perpendiculaire du centre O sur cette dernière sera la direction voulue.

REM. II. Pour trouver les points G et G', c.-à-d. les facteurs GP, G'p et les autres éléments nécessaires au calcul des surf. des sections intermédiaires et des volumes des solides entier et partiel, on a vu (**183 T.**) que $2OG.GH + GH^2 : 2OG.Gh + Gh^2 :: AB^2\ cE^2$, ce qui donne (**96. div. G.**) $(2OG.GH+GH^2) - (2OG.Gh + Gh^2) : 2OG.Gh + Gh^2 :: AB^2 - cE^2 : cE^2$. Dans cette proportion, on connaît $(2OG.GH + GH^2) - (2OG.Gh+Gh^2) = 2Hh.hO + Hh^2$ (comme une simple esquisse de $2OG.Gh + Gh^2$ superposée à $2OG.GH + GH^2$ le fait voir de suite) ; on connaît aussi $AB^2 - cE^2$ et cE^2 ; c'est-à-dire, 3 termes pour trouver le 4ième $2OG.Gh + Gh^2$; maintenant (**359 G.**) $hO^2 - (2OG.Gh + Gh^2) = GO^2$, $\sqrt{GO^2} = GO$, $HO - GO = GH$ et à l'aide de GH et de l'angle GHB on détermine GP, etc., etc.

PROBLÈME LI.

Déterminer le volume près, d'un fuseau quelconque, soit circulaire, elliptique, parabolique ou hyperbolique.

(**186**) **REGLE.** *Divisez le demi-fuseau* (ACD *ou* BCD) *en deux sections ou tranches parallèles* (AEF, ECDF) *d'épaisseur ou hauteur* (AL, LK) *égale ou à peu près égale, par des plans perpendiculaires à l'axe de révolution* (AB) *de la courbe génératrice* (ACB *ou* ADB) *; faites séparément le volume de chacune de ces tranches, en ajoutant à la somme des surfaces de ses bases parallèles ou opposées,* 4 *fois la surface d'une section* (ef, cd) *également éloignée de ces bases, et multipliez le tout par* $\frac{1}{6}$ *de la hauteur de la tranche ; faites ensuite la somme des volumes des deux tranches composantes et doublez le résultat pour le volume près, du fuseau proposé.*



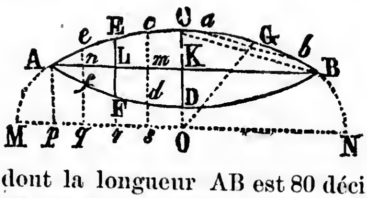
(**187**) **Ex. 1. On demande le vol. pres d'un fuseau circulaire** (c'-à-d. engendré par la révolution d'un arc de cercle) dont la longueur AB est 48, et le diam. CD 36 ?

Rep. Si les diamètres intermédiaires EF, ef, cd ne sont pas donnés ou qu'on ne puisse les obtenir directement par le mesurage du solide à estimer, il sera facile de les déterminer par le calcul ;

ainsi on aura tout d'abord le rayon oC de l'arc ACB par la méthode du par. (**540 G.**): $24^2 \div 18 = 32 =$ le reste du diam. dont CK fait partie, le diam. $= 32 + 18 = 50$ et le rayon par conséquent $= 25$. Maintenant on aura op, oq et or respectivement égaux aux racines carrées des différences entre le carré du rayon et les carrés de ep, Eq et cr, ce qui est évident ; or, si l'on suppose $AL = KL$ on aura $An = nL = Lm = mK$, ou $cr = 6$, $Eq = 12$, $ep = 18$, $\overline{op}^2 = \overline{oe}^2 - \overline{ep}^2 = 625 - 324 = 301$ dont la $\sqrt{}$ est 17.349352 de laquelle retranchant $oK = 7 = 25 - 18$ il reste Kp ou $en = 10.349352$ et par conséquent ef ou $2en \doteq 20.698704$ ou soit 20.6987, car, comme la différence de volume d'après cette règle est toujours en plus, on peut négliger au moins les dernières décimales ; de la même manière on trouve diam. $EF = 29.863$ et $cd = 34.5386$.

Le volume de $EC = (\overline{DC}^2 + 4\ \overline{cd}^2 + \overline{EF}^2) \times .7854 \times \frac{1}{6}$ KL ou par 2 $= 10931.82$, le volume de $efA = (\overline{EF}^2 + 4\ \overline{ef}^2) \times .7854 \times 2 = 4092.72$, ces volumes ajoutés l'un à l'autre et le tout $\times 2$, donne pour volume du fuseau entier 30049 unités cubiques.

REM. Le volume exact du fuseau du dernier exemple est 29916.6714, c.-à-d. que le volume rapproché excède de $\frac{132}{29916}$ ou de .0044 (moins d'un demi-centième) le volume réel, ce qui équivaut d'ordinaire dans la pratique à une exactitude parfaite ou suffisante au moins, eu égard au travail additionnel qu'il faut donner au calcul d'après les règles ordinaires ; et d'ailleurs comme on l'a déjà dit (**1137 G, 140 T.**) on peut avec la règle ici donnée porter la précision à tel degré qu'on voudra par une subdivision du demi-fuseau en trances plus nombreuses et dont les côtés s'approchent davantage de la ligne droite.



(**188**) **Ex. 2. Trouver le volume pres, d'un fuseau elliptique** (c'est-à-dire engendré par la révolution d'un arc d'ellipse autour d'une corde perpendiculaire à l'un de ses axes) dont la longueur AB est 80 décimètres, le plus grand diam. CD 24 décimètres et un diam. EF également éloigné de A et CD 18.99094 décimètres ?

Rep. Soit AECGB la courbe génératrice ; pour en trouver le centre, menez (**176 T, R. I.**) deux cordes parallèles quelconques BC, ab et par les points milieux de ces cordes menez une droite GO qui intersectra CD, prolongé s'il le faut, en O centre de l'ellipse. Soit maintenant $CO = 30$, l'on a un diam. de l'ellipse $= 2CO$, une ordonnée AK ou $KB = \frac{1}{2}\ AB = 40$, une abscisse CK ou segment du diam.=12 et par conséquent l'autre segment=2CO − CK=60 − 12=48, pour trouver (**176, T. R. I.**) l'autre diamètre MN de l'ellipse en faisant $\sqrt{CK \times (2CO - CK)} : KB :: 2CO : MN$ ou $\sqrt{12 \times 48} : 40 :: 60 : 100 = MN$, MN étant le moindre ou le plus grand diam. de l'ellipse, suivant que le rectangle des segments est plus grand ou moindre que le carré de l'ordonnée ou perpendiculaire KB.

Pour avoir *ef*, on fera d'abod la proportion MN : 2CO ou (ce qui est la même chose) $MO : CO :: \sqrt{Mq.qN} : qe$ ou $50 : 30 :: \sqrt{20 \times 80} : eq = 24$ et comme $nq = KO = CO - CK = 30 - 12 = 18$, on aura $en = 24 - 18 = 6$ et diam. $ef = 2en$ 12 ; on trouvera de même $cs = 29.39412$, $cs - ms = 11.39412 = cm$ et $2cm =$ diam. $cd = 22.78824$. Si EF n'était pas donné on le déterminerait tout de même.

Diam. EF $18.99094^2 = 360.6558$	Diam. EF $18.99094^2 = 360.6558$
4 Diam. *cd* $22.78824^2 = 2077.2155$	4 Diam. *ef* $12.00000^2 = 576.0000$
Diam. CD $24.00000^2 = 576.0000$	
Somme = 3013.8713	Somme = 936.6558
× .7854	× .7844
Produit = 2367.0935	Produit = 735.649456
× 40	× 40
÷ 6) 94683.74	÷ 6) 29425.9786
Quotient = 15780.62	Quotient = 4904.32976
=2 vol. ECDF	= 2 vol. EFA

vol. 2 FC = 15780.62
vol. 2 EFA = 4904.33

vol. AB = 20684.95

La somme 20,684.95 de ces volumes est celui du fuseau proposé et ne diffère que de 57 unités en plus, ou du quart de 1 pour cent, du vol. exact 20628.34 dont le calcul par les règles ordinaires exige un travail bien plus considérable, et offre par suite de la diversité des opérations à faire (telles que détaillées dans un énoncé de 16 lignes de texte) beaucoup plus d'occasions de se tromper, comme c'est d'ailleurs toujours le cas, plus ou moins, quand le procédé à suivre n'est pas tellement simple et direct qu'on puisse sans effort se rendre compte, en poursuivant les détails du calcul, de la raison d'être de chacun d'eux. Voici l'énoncé dont il s'agit.

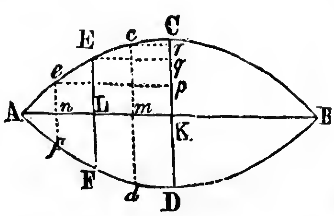
1°. *De trois fois le carré du diamètre au centre* (CD) *soustrayez quatre fois le carré du diamètre* (EF) *entre le milieu et l'extrémité : aussi, de quatre fois ce dernier diamètre, retranchez trois fois le diamètre au* *centre ; et un quart du quotient provenant de la division de la première différence par la dernière, donnera la distance centrale* (OK).

2°. *Trouvez par la méthode du par.* (**176, T. R. I.**) *l'axe de l'ellipse et par la méthode du par.* (**61, T.**) *la surface du segment générateur* (ACB).

3°. *Divisez trois fois la surface ainsi trouvée, par la longueur* (AB) *du fuseau, et soustrayez du quotient le diamètre au centre ; multipliez alors le reste par quatre fois la distance centrale, et retranchez ce produit du carré du diamètre au centre ; ce dernier reste multiplié par le tiers de la longueur du fuseau et le produit de nouveau par* 1.57079, *donnera le volume du fuseau.*

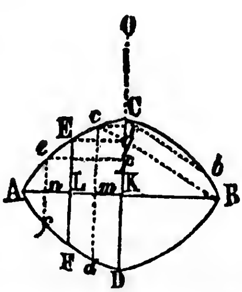
Le calcul à faire d'après cet énoncé est d'au moins deux à trois pages, et cela sans même y comprendre les détails des multiplications, divisions etc. ; tandis que tout ce qui est essentiel à l'énoncé de la règle ici donnée se résume en ces mots : *Multipliez la sixième partie de la hauteur de chacune des tranches composantes par la somme des surfaces de ses bases plus quatre fois la surface d'une section à demi-distance entre elles ; la somme des volumes ainsi obtenus sera le volume du fuseau à très près ;* et comme, dans la pratique, l'on obtient d'ordinaire les diamètres nécessaires *ef*, EF, *cd*, CD par un mesurage direct de ces diamètres ou de leurs circonférences respectives, tout le calcul à faire se réduit, sauf les multiplications, à celui que l'on vient d'indiquer au bas de la dernière page.

(**189**) **Ex. 3. Trouver le vol. d'un fuseau parabolique**, (c'est-à-dire engendré par la révolution d'une parabole ACB ou ADB autour d'une double ordonnée AKB perpendiculaire à l'axe CK) dont la longueur AB est 60 et le plus grand diam. CD 34 ?



Rep. Dans le cas de la parabole et des distances égales A*n*, *n*L, L*m*, *m*K, les diamètres intermédiaires *ef*, EF, *cd*, s'ils ne sont point donnés, sont des plus aisés à déterminer, puisque comme on l'a vu (**179, T.**) les abscisses ou segments C*p*, C*q*, C*r*, de l'axe sont comme les carrés des ordonnées correspondantes *ep*, E*q*, C*r* et que quand ces ordonnées sont des multiples ou sous-multiples égaux l'une de l'autre, les segments ou abscisses sont aussi de simples multiples ou sous-multiples de l'axe entier CK ; or (**215 G.**) à cause de $Eq = \frac{1}{2}AK$ on aura $\overline{Eq}^2 = \frac{1}{4}\overline{AK}^2$ et par conséquent $Cq = \frac{1}{4}$ CK, on aura de même $Cr = \frac{1}{4}\,Cq$ ou $\frac{1}{16}$ CK et $Cp = \frac{9}{16}$ CK puisque $ep : AK :: 3 : 4$ et que $3^2 : 4^2 :: 9 : 16$; l'on trouvera donc de cette manière $Cq = 17 \div 4 = 4.25$, Cr $4.25 \div 4$ ou $17 \div 16 = 1.0625$, $Cp = \frac{9}{16} 17 = \frac{1}{2} + \frac{1}{16} = 8.5 + 1.0625 = 9.5625$; d'où l'on obtient diam. $cf = 2pK = 14.875$, $EF = 2Kq = 25.5$, $cd = 2Kr = 31.875$; maintenant vol. AEF = (surf. EF + 4 surf. ef) $\times \frac{1}{6}$ AL $= (EF^2 + 4\,cf^2) \times .7854 \times \frac{1}{6}$ AL $= (25.5^2 + 4$ fois $14.875^2) \times .7854 \times 2\frac{1}{2}$ ou de suite par 5 (puisqu'il y a deux conoïdes ou segments égaux dans le fuseau à estimer) $= 6033.1$ unités cubiques; le volume du tronc $FC = (34^2 + 4$ fois $31.875^2 + 25.5^2) \times .7854 \times 2\frac{1}{2}$ ou par 5 pour avoir $2FC = 23052.7$ unités cubiques; la somme 29085.8 de ces volumes est la solidité du fuseau proposé; elle ne diffère de la solidité exact 29053.4 que de 32 unités, c'est-à-dire, de $\frac{32}{29053}$ ou .0011 soit $\frac{1}{8}$ de ¹ pour cent en plus.

REM. Quelque compliquées que soient les règles ordinaires pour le volume des fuseaux circulaire et elliptique, la règle pour le fuseau parabolique est au contraire fort simple; elle consiste seulement à multiplier le carré du diamètre central par la longueur du fuseau et le produit de nouveau par .418879 ($= 3.14159 \div 7\frac{1}{2}$); mais il y a toujours ceci à considérer que si le fuseau n'était pas proprement dit parabolique, cette dernière règle pourrait être assez loin de fournir un volume exact, tandis que par la règle générale qu'on trouve ici pour tous les solides élémentaires, on n'a pas à s'occuper tout d'abord de la nature du solide à estimer, si ce n'est toutefois quand il y a lieu de déterminer par le calcul les diamètres intermédiaires dont on a besoin.



(190) Ex. 4. Un **fuseau** ABCD qui a l'apparence d'être **hyperbolique** (c'est-à-dire, engendré par la révolution d'une hyperbole ACB ou ADB, autour d'une corde ou double ordonnée AKB perpendiculaire à son axe CK ou KD) et dont le plus grand diamètre $CD = 71$ pouces, mesure 106 pouces en longueur AB, et ses diamètres intermédiaires pris en 4 endroits m, L, n, équidistants l'un de l'autre et chaque distance égale au quart de la demi-longueur AK du fuseau, sont respectivement $ef = 26.8$, $EF = 49$, $cd = 65.4$: quel en est le volume?

Rep. $(CD^2 + 4\,cd^2 + EF^2) \times .7854 \times \frac{1}{6}$ LK et $(EF^2 + 4\,cf^2) \times .7854 \times$ ¹ AL, ou ce qui est la même chose, puisque AL=LK, vol. $= (CD^3 + 4\,cd^2 + 2EF^2 + 4\,cf^2) \times .7854 \times \frac{1}{6}$ LK ou AL, ou par $\frac{1}{8}$ LK ou AL pour avoir de suite le volume du fuseau entier $= (71^2 + 4$ fois $65.4^2 \times 2$ fois $49^2 + 4$ fois $26.8^2) \times .7854 \times 53 \div$ ᶠ $= 206{,}914$ pouces cubes ou 119.742 pieds cubes.

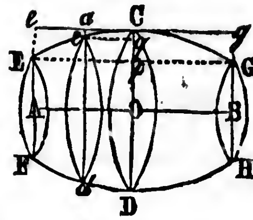
Ponr trouver Op ou Cp et par suite $pK = CK - Cp = en = \frac{1}{2}$ diam. interm. *ef*, on a d'abord $AK^2 : ep^2 :: 2OC.CK + CK^2 : 2OC.Cp + Cp^2$, puis, comme on l'a dit (**REM. II.**) $(2OC.CK + CK^2)^{\cdot} - (2OC.Cp + Cp^2) = 2Kp.pO + Kp^2$; or, il est clair (**339, G.**) que $2Kp.pO + Kp^2 + pO^2 = KO^2$; d'où, $pO^2 = KO^2 - (2Kp.pO + Kp^2)$ ou $pO^2 = KO^2 - (2OC.CK + CK^2 - 2OC.Cp + Cp^2)$ et $Op = \sqrt{Op^2}$. On aura donc de même qo en trouvant d'abord $2OC.Cq + Cq^2 = \frac{(2OC.CK + CK^2) \times Eq^2}{AK^2}$ et en extrayant ensuite la racine carrée de la différence ou du reste $KO^2 - (2OC.CK + CK^2 - 2OC.Cq + Cq^2)$ puis il viendra $Or = \sqrt{KO^2 - (2OC.CK + CK^2 - 2OC.Cr + Cr^2)}$, et par suite les autres diamètres nécessaires EF, *cd*. On a déjà fait voir que pour trouver le centre O, et par conséquent OC ou OK et il n'y a qu'à mener et à bissecter deux cordes parallèles quelconques cB, Cb de la courbe génératrice pour relier ensuite ces points de bissection par une droite dont le prolongement intersectera l'axe (prolongé s'il le faut) de la courbe en un point O qui sera le centre voulu.

(191) REM. Si l'on a dévoué à l'étude du fuseau un espace un peu considérable, ce n'est pas que ce solide proprement-dit s'offre très souvent à l'estimation du mesureur ; mais c'est afin d'en venir à la considération du tronc de fuseau qui fait le sujet du problème suivant et qui se présente tous les jours sous les mille et une formes et dimensions variées de fûts et futailles, barils et barriques, tonnes, boucaults, poinçons, quarts, etc., comme on en fait usage pour contenir et transporter le tabac, le sucre, la fleur, le lard, l'huile, la mélasse, la bière, l'eau-de-vie, les liqueurs en général et mille autres substances capables de s'adapter à la forme de ces vaisseaux.

PROBLÈME LII.

Déterminer le volume près du tronc central d'un fuseau quelconque, c'est-à-dire d'un tronc de fuseau dont les bases opposées et parallèles EF, GH sont également éloignées d'un plan CD parallèle aux bases et passant perpendiculairement par le centre O de l'axe du fuseau dont le tronc fait partie.

(192) REGLE. *A la surface de l'une* EF *des deux bases égales, ajoutez celle d'une section parallèle* CD *prise au centre du tronc et* 4 *fois la surface d'une section parallèle intermédiaire cd également éloignée du* *centre o et de la base A, et multipliez le tout par $\frac{1}{6}$ de la hauteur, longueur ou épaisseur du tronc; le résultat sera le volume demandé.*



REM. Il est à peine nécessaire de dire que pour obtenir par le calcul le diamètre intermédiaire cd, on a Cp égal à la demi-différence entre les diamètres CD, EF et qu'on trouve ensuite Cq et par suite $cd = CD - 2Cq$, de la même manière que dans les divers cas du dernier problème. Si c'est une futaille dont on a à estimer la capacité on en obtiendra le diamètre intérieur CD en introduisant par la bonde une échelle de pouces ou d'autres parties égales. On aura le diam. intermédiaire cd en mesurant la distance ac entre la futaille et une tringle ou règle rectecligne eg tangente en C, pour faire ensuite $cd = CD - 2ac$. De la longueur entière mesurée en dehors, on distraira ensuite la somme des épaisseurs des deux fonds, pour la longueur intérieure ou hauteur à entrer dans le calcul. Pour avoir eg tangente en C, il est clair qu'on n'aura qu'à voir à ce que $eE = gG$ ou $Ae = Bg$; enfin, eg longueur extérieure de la futaille serait la distance interceptée sur la droite eg par deux autres droites Hg, Fe appuyant sur les fonds parallèles de manière à rencontrer eg. L'on arriverait encore (**31, G.**) aux surfaces voulues des sections respectives CD, cd, EF en mesurant à l'extérieur de la futaille les circonférences de ces sections dont il y aurait à distraire la double épaisseur des douves multipliée par 3.1416 ou par $3\frac{1}{7}$.

Ex. 1. Quel est le volume du tronc central d'un fuseau circulaire dont la longueur est 40 pouces, le plus grand diam. 36, le plus petit 16, et le diam. intermédiaire 31.826 pouces ?

Rep. (surf. CD + 4 surf cd + surf. EF) $\times \frac{1}{6}40 = (36^2 + 4$ fois $31.826^2 + 16^2) \times .7854 \times 40 \div 6 = 29{,}340$ pouces cubes qui n'excède que de .0028 ou d'un peu plus que le quart de 1 pour cent le volume exact 29,257.3 pouces cubes $= 126\frac{5}{8}$ gallons près.

2. La longueur d'un tronc de fuseau circulaire est 3 pieds 4 pouces, le diamètre au centre 2 pieds 8 pouces, le diam. extrême 2 pieds et le diam. intermédiaire 30.0588 ; quel en est le volume ?

Rep. 27,301 pouces cubes, contre $27{,}287\frac{1}{2}$ pouces cubes le volume exact, ou un excédant de .0005 ou de $\frac{1}{20}$ de 1 pour cent,

3. On demande la capacité d'un vaisseau en forme de tronc de fuseau circulaire, la longueur 50 pouces, les moindre et le plus grand diamètres 25 et 35 pouces et le diam. interm. 32.574 ?

Rep. 39,887 pouces cubes $\div 1728 = 23.083$ pieds cubes, contre

39,782 pouces cubes ou 23.022 pieds cubes, soit un excédant de .0026 ou du quart près de 1 pour cent.

4. La zone centrale d'un fuseau circulaire mesure 3 pieds en longueur, les diamètres extrêmes sont 2 pieds et 16 pouces et le diam. interm. calculé est 22.0722 : quelle en est la solidité ?

Rep. 13,104 pouces cubes ou 7.58327 pieds cubes, le volume exact d'après les règles ordinaires étant 13.090.4 pouces cubes ou 7,57546 pied cubes, soit une erreur en plus de .00103 ou $\frac{1}{10}$ de 1 pour ent.

5. Quelle est la capacité d'un boucault dont la longueur es de 5 pieds, les diamètres extrêmes 50 et 30 pouces et le diam. interm. 45.594 ?

Rep. 91,439.89 pouces cubes, contre 91,302.75 le vol. exact, la différence en plus étant de .0015 ou de $\frac{1}{7}$ de 1 pour cent.

6. Une barrique qui paraît former partie d'un fuseau elliptique a 28 pouces en longueur, son plus grand diam. est de 24 pouces, le diam. à la tête 21.6 et le diam. interm. 23.40909 pouces : quelle en est la capacité en gallons à vin de 231 pouces cubes au gallon ?

Rep. $(24^2 + 21.6^2 + 4 \text{ fois } 23.40909^2) \times .7854 \times 28 \div 6 = 11{,}855.2$ pouces cubes, contre 11,854.75 le vol. exact. l'excédant n'étant dans ce cas que de .000005 ce qui montre que la barrique proposée est à très près un tronc de sphéroïde, la règle donnant alors comme on l'a vu (**176, T.**) le volume exact. La capacité demandée en gallons est 51.316.

7. Combien de gallons contiendra une tonne de courbure elliptique dont le grand diam. est 32 pouces, le petit diam. 24 pouces, le diam à 10 pouces de la tête 30.15756 pouces et la longueur 40 pouces ?

Rep. 27,425.7 pouces cubes ou ($\div$ 231) 118.726, soit 118$\frac{3}{4}$ gallons près ; la capacité exacte est 27, 419.6 pouces cubes, la différence en plus n'étant que de 6 pouces cubes ou d'un 40ème de gallon.

8. La zone centrale d'un fuseau parabolique est de 36 pouces en longueur, son diamètre au centre est aussi de 36 pouces, celui de la tête 20 pouces et le diam. interm. 32 pouces ; quel en est le contenu solide en pieds cubes ?

Rep. 27,294 pouces cubes, contre 27.233.9 vol. exact, ou un excédant de .0022; soit une erreur en plus de $\frac{1}{5}$ de 1 pour cent. En pieds cubes le volume est 15.795 contre 15.76.

9. Déterminer la capacité d'une tonne dont la longueur est de 40 pouces, les grand et petit diamètres 32 et 24 pouces et le diamètre intermédiaire 30 pouces ?

Rep. $(32^2 + 24^2 + 4 \text{ fois } 30^2) \times .7854 \times 40 \div 6 = 27,227.2$ pouces cubes ou 117.87 gallons près ; le volume exact est 27,210.5 pouces cubes, soit une erreur de .00062 ou $\frac{1}{16}$ de 1 pour cent, équivalent à $\frac{1}{14}$ de gallon ou un peu plus de 1 septier.

10. Combien y a-t-il de pieds cubes dans un boucault dont le diam. au centre est 5 pieds, à la tête 3 pieds, son diamètre intermédiaire 4.5 pieds et sa longueur 7 pieds ?

Rep. 105.3745, contre 105.19124 le vol. exact, ou un excédant de $\frac{1}{6}$ de 1 pour cent.

11. Combien pourra-t-on faire entrer de gallons de sel dans un baril vide de fleur dont la hauteur est 25 pouces, le diam. inf. ou sup. 17 pouces, le plus grand diam. 20 pouces et le diam. interm. entre le fond et le centre 19.3 pouces ?

Rep. $(17^2 + 20^2 + 4 \text{ fois } 19.3^2)$ ou $2179 \times .7854 \times 25 \div 6 = 7130$ pouces cubes, divisant par 231 on a 30 gallons 1 pot et 3 chopines près ou ($\div 2339$) 3 $\frac{1}{20}$ minot près.

12. On a trois variétés de futailles dans lesquelles les diamètres extrêmes sont 24 et 32 pouces, dans l'une le diam. interm. est 30.2 pouces, dans une autre ce diam. mesure 30 pouces et dans la troisième 29.2 pouces, la longueur est 42 pouces, quel est le contenu de chaque futaille en gallons impériaux de 277.274 pouces cubes au gallon ?

Rep. $(24^2 + 32^2 + 4 \text{ fois } 30.2^2) \times .7854 \times 42 \div 6 \div 277.274 = 104.06$, contre 104, dif. $= \frac{1}{20}$ gallon.

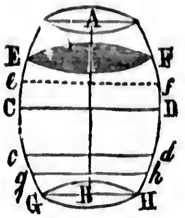
$(24^2 + 32^2 + 4 \text{ fois} 30^2) \times .7854 \times 42 \div 6 \div 277.274 = 103.106$, contre 103, dif. $= \frac{1}{10}$ gallon.

$(24^2 + 32^2 + 4 \text{ fois } 29.2^2) \times .7854 \times 42 \div 6 \div 277.274 = 99.35$ contre 99.3, dif. $= \frac{1}{20}$ gallon.

PROBLÈME LIII.

Trouver le volume près, d'un tronc de fuseau quelconque EFHG ou cdGH, à bases parallèles perpendiculaires à l'axe du fuseau. (Voir le tableau.)

(193) REGLE. *Faites séparément les volumes de chacune des tranches* EFDC, GHDC *situées de côtés opposés du centre ou plus grand diam.* CD *du tronc donné, en ajoutant à la somme des bases* CD, EF CD, GH *de chacune d'elles, quatre fois la surf. d'une section intermédiaire ef, cd, et multipliez ces sommes par un sixième de la hauteur des tranches respectives ; la somme de ces volumes sera le volume demandé.*



REM. Il est clair que si le tronc est latéral comme *cdHG* ou qu'il ne s'étende pas au-delà du centre CD, on n'aura qu'une seule opération à faire pour en déterminer le volume $=$ (surf. *cd* $+$ surf. GH $+ 4$ surf. *gh*) $\times \frac{1}{6}$ *o*B.

Ex. 1. L'une des parties composantes d'un cul-de-lampe présente la forme d'un tronc latéral de fuseau. Ses trois diamètres sont 24, 30 et 32 pouces et sa hauteur 21 pouces : quel en est le volume.

Rep. $(24^2 + 32^2 + 4$ fois $30^2) \times .7854 \times 21 \div 6 = 14.294$ pouces cubes ou 8.272 pieds cubes.

2. Une tonne placée debout et dont la hauteur est de 42 pouces et le diam. sup. 24 pouces, contient du vin jusqu'aux trois quarts de sa hauteur ; la capacité entière de la tonne est de 104 gallons impériaux (277.274 pouces cubes au gallon) combien reste-t-il de gallons dans la tonne ?

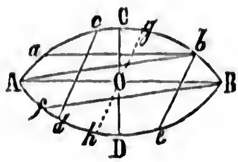
Rep. Ici, puisque le volume entier du tronc de fuseau à estimer est connue, alors, au lieu de faire séparément les volumes des 2 tranches composantes du tronc pour en prendre la somme, on n'aura qu'à cuber la partie vide de la tonne pour en soustraire ensuite le volume de celui de la tonne entière. Le diam. de la tonne à la hauteur où se trouve le vin est de 30.2 pouces et le diam. intermédiaire entre ce dernier et la tête est de 27.6. Donc le vol. du tronc à déduire est $(24^2 + 4$ fois $27.6^2 + 40^2) \times .7854 \times \frac{1}{4}\ 42 \div 6 = 6233$ pouces cubes $\div$ $277.274 = 22\frac{1}{2}$ gallons près, il reste donc dans la tonne $104 - 22\frac{1}{2} = 81\frac{1}{2}$ gallons.

PROBLÈME LIV.

Déterminer le volume près d'un segment de fuseau quelconque (Adc, aCb Acb) à une seule base parallèle ou non à l'axe (AB) du fuseau ou à son diamètre (CD) ; ou le volume d'un tronc (ABba, dcbe, AbBf) à bases parallèles inclinées ou non aux axes du solide ; ou encore le volume d'un onglet quelconque ABC—D, ABC—D', AEC—D de fuseau.

194. REGLE. *A la somme des surfaces des bases parallèles ou opposées (s'il n'y a qu'une base, on considère l'autre = o) du tronc, ajoutez 4 fois la surface d'une section également éloignée de ces bases et* *multipliez le tout par un sixième de la hauteur du segment, tronc ou onglet suivant le cas.*

REM. Si le tronc donné contient le centre O du fuseau dont il fait partie, menez par le centre une section *gOh* parallèle aux bases et calculez séparément chacune des parties composantes du tronc pour en faire ensuite la somme ; mais si les bases parallèles *Ab*, *f*B sont à distances égales du centre O, alors il est clair qu'on n'aura qu'une seule opération à faire, pour doubler ensuite le résultat.



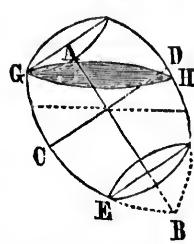
PROBLÈME LV.

Déterminer le volume près, d'un trono du fuseau quelconque EFHG à bases non parallèles.

(Voir le *Tableau.*)

(195.) REGLE. I. *Décomposez le tronc EFHG par un plan imaginaire parallèle à l'une ou l'autre GH, EF de ses bases et passant par le point F ou H (suivant le cas) le plus rapproché de son autre base, en un tronc de fuseau à bases parallèles et un onglet, pour en faire séparément les volumes et les ajouter ensemble.*

(196) REGLE II. *Faites le dernier problème les volumes respectifs des deux segments de fuseau à une seule base* GHB, EFB *dont le tronc donné fait partie ; la différence de ces volumes sera le volume demandé.*

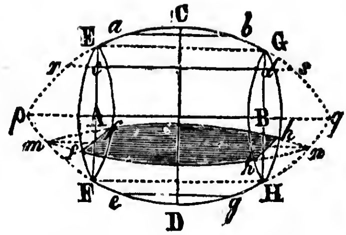


REM. Une tonne ou futaille inclinée contenant de la liqueur et qu'on ne voudrait pas déranger pour en faciliter le jaugeage présentera quelquefois à l'estimation du mesureur un volume de cette sorte.

PROBLEME LVI.

Évaluer le contenu près d'une tonne ou futaille couchée et qui n'est qu'en partie pleine.—(Voir le *tableau.*)

(197) REGLE I. *Après avoir obtenu tes cordes et sinus-verses des segments de cercle qui forment les bases opposées f*F*f, h*H*h du tronc* FH *à évaluer, multipliez la somme de ces bases plus* 4 *fois la surface d'une section centrale parallèle à ces bases, par* $\frac{1}{6}$ *hauteur ou longueur* AB *de la futaille, ou pour être encore plus voisin du contenu exact, opérez sur la moitié seulement du tronc pour doubler ensuite le résultat.*



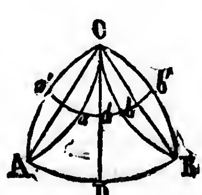
(**198**) **REGLE II**. *Si la liqueur dans la tonne n'atteint pas les têtes ou fonds* EF, GH *du vaisseau, comme en* eg *ou* FH, *on en estimera le contenu par la méthode de l'avant dernier problème, et de même si la liqueur dépasse ces fonds, comme en* EG *ou* ab, *on estimera de la même manière le segment* ECG *ou* aCb, *pour diminuer d'autant le contenu de la tonne entière. Si la surface de la liqueur en* AB, *axe de la tonne, il est clair qu'on aura le contenu* AFDHB$=$ CEFD$=\frac{1}{2}$ FG. *Si au contraire la surface est en* cd *ou en* fh, *l'on estimera d'abord par la méthode de l'avant dernier problème, le tronc de fuseau* rsqDpr *ou* mnD *(suivant le cas) dont le segment correspondant de la tonne fait partie, pour en soustraire ensuite les onglets ou sortes de pyramides hnh*H, *fmf*F *ou les solides crp*F, *dsq*H *composés des demi-conoïdes* AF*p*, BH*q et des troncs rcAp, sd*B*q dont on aura assez correctement les volumes par la règle générale ds la somme des bases parallèles p*A, *rc + quatre fois la section intermédiaire multipliée par un sixième de la hauteur.*

PROBLÈME LVII.

Déterminer le volume près, d'un conoïde convexe ou concave Aa′ Cb′B, AaCbB ou d'un segment de fuseau terminé par une base convexe ou sphérique ADB. (Voir le Tableau.)

(**199**) **REGLE I**. *Décomposez le solide par un plan passant par* AB *en un segment de fuseau ou de conoïde* ACB *et une calotte ou segment de sphère* ADB *que vous évaluerez séparément par les règles déjà données, pour prendre ensuite la somme des volumes composants.*

(**200**) **REGLE II**. *A la surface de la base convexe* (ADB) *ajoutez 4 fois celle d'une section convexe parallèle a′db′, adb également éloignée de la base et du sommet et multipliez la somme par un sixième de la hauteur* CD *du solide.*



Il suffit de ce que l'on a déjà dit (**1077 G.**, **137, T.**) à l'endroit du secteur sphérique et du conoïde ordinaire, pour faire comprendre de suite que l'on doive arriver par cette règle à une détermination assez correcte du volume du solide proposé.

REM. Si la hautenr CD était inégale à AC ou BC, c'est-à-dire, plus grande ou moindre que AC ou BC, il y aurait évidemment à augmenter le vol. du conoïde proposé, ou à le diminuer de la différence des volumes des calottes respectives ADB ayant pour rayons CD=AC ou BC et CD < ou > AC ou BC, suivant le cas.

De même, si la base du conoïde était concave, on ferait le vol. du conoïde correspondant à base plane, pour en soustraire ensuite le vol. de la calotte évidée.

(**201**) **REGLE II.** *Faites d'abord le volume du secteur sphérique composant* ADB–C, *puis le volume du tronc de prisme continu dont le segment générateur* AoCa'A ou BoCb'B *est la coupe ; la somme de ces volumes sera la solidité requise.*

PROBLÈME LVIII.

Déterminer le volume d'une voûte quelconque dont l'épaisseur n'est pas uniforme.

(**202**) **REGLE.** *Faites séparément (page* 431 G,) *par les problèmes précédents, les volumes des solides (c'est-à-dire des prismes ou cylindres, demi-sphères, demi-sphéroïdes ou conoïdes, ou des calottes ou segments de ces solides) extérieur et intérieur composants, pour en prendre ensuite la différence, qui sera le contenu solide de la voûte proposée.*

PROBLÈME LIX.

Déterminer le volume d'un prismoïde ou d'un cylindroïde quelconque.

(Voir les nombreux prismoïdes et cylindroïdes variés du *Tableau.*)

(**203**) **REGLE.** *A la somme des surfaces des deux bases parallèles, ajoutez quatre fois la surface d'une section ou coupe également éloignée de ces bases, et multipliez le tout par un sixième de la hauteur du corps ; le résultat sera le volume demandé.*

REM. 1. On dit (**1102 G.**) que "le prismoïde est un solide ayant pour bases parallèles, des figures planes quelconques à côtés parallèles." Cette définition n'exclut par l'égalité des côtés parallèles ; donc, *tout prisme ou cylindre (prisme infinitaire) est en même temps un prismoide.*

La définition n'exclut pas la proportionnalité des côtés parallèles; donc, *tout tronc de pyramide ou de cône (tronc de pyramide infinitaire,) à bases parallèles, est un prismoïde.*

La définition n'assigne pas non plus des limides à l'inégalité des côtés parallèles ; donc, chacun des côtés de l'une des bases parallèles peut diminuer indéfiniment et jusqu'à devenir enfin$=0$; cette base se réduira donc aussi à zéro ou à un seul point, comme dans le cas de la pyramide ; donc, *la pyramide ou le cône (pyramide infinitaire) est aussi un prismoïde.*

Si la somme de tous les côtés, moins un, de l'une des bases, devient égale au côté ainsi excepté, cette base ne sera plus qu'une ligne ou arête parallèle au plan de l'autre base, comme dans le cas du coin ; donc, *tout coin ou autre solide ayant pour l'une de ses bases une figure plane quelconque et pour l'autre base une ligne parallèle à la première, est encore un prismoïde.*

(204) Il semblerait que dans cette manière de réduire à une simple ligne une figure plane quelconque, l'on ait négligé le parallélisme nécessaire des côtés opposés ; mais il n'en est pas ainsi, car si la base à réduire est un rectangle par exemple, les deux côtés perpendiculaires au côté excepté deviennent chacun$=0$; la somme des côtés moins un, est le côté du rectangle parallèle au côté excepté, et qui, lorsque les côtés perpendiculaires deviennent nuls, finit par s'approcher du côté excepté de manière à ne former avec ce dernier qu'une seule et même ligne ou arête. Si la base à réduire est un polygone quelconque, il y aura, ou non, dans le périmètre de cette base, un côté parallèle au côté excepté ; si il y a un côté qui lui soit parallèle, ce côté pourra diminuer ou augmenter de manière à devenir de longueur égale à celle du côté excepté, et tous les autres côtés devenant chacun$=0$, les deux côtés parallèles se réuniront pour n'en faire qu'un seul ; s'il n'y a pas dans la base sur laquelle on opère un côté parallèle au côté excepté, l'on interposera entre deux des côtés de cette base, un côté qui soit la parallèle voulue ; car de même qu'un côté du prismoïde peut, sans affecter la définition, devenir égal à 0, de même un côté d'abord égal à zéro peut prendre du développement, et cela dans une proportion quelconque comme dans une direction quelconque.

(205) Il est clair que si l'une des deux bases peut, de figure quelconque, devenir ligne, il en est de même de l'autre base qui peut aussi, de figure quelconque, devenir ligne. Si les deux lignes qui forment maintenant les bases opposées sont parallèles l'une à l'autre, il est clair que le solide aura cessé d'exister ou sera devenu égal à zéro ou à une simple surface ; mais si les lignes ou arêtes qui servent de bases opposées au corps dont il s'agit ne sont pas parallèles entre elles, quoique cependant dans des plans parallèles l'un à l'autre, le solide n'aura pas cessé d'exister; donc, *un prismoïde peut être tel que ses bases opposées soient toutes deux de simples lignes ou arêtes.*

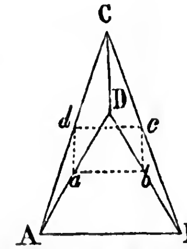
(206) Disons pour résumer qu'*un prismoïde peut avoir pour bases parallèles : deux figures quelconques égales ou semblables, deux figures quelconques inégales ou non semblables, une figure quelconque et une ligne parallèle au plan de cette figure, une figure quelconque et un point, deux lignes quelconques non parallèles, mais situées dans des plans parallèles l'un à l'autre ;* savoir, par exemple : deux carrés égaux ou inégaux; un carré et un rectangle quelconque; deux rectangles ou parallélogrammes quelconques; deux polygones quelconques égaux ou semblables, inégaux ou dissemblables, dont les côtés de l'un correspondent soit à des côtés parallèles ou à des points angulaires de l'autre; un carré, rectangle ou autre polygone et un cercle ou ellipse (polygone infinitaire); un cercle et une ellipse quelconque ou deux ellipses quelconques (ce dernier prismoïde à bases parallèles curvilignes se distingue quelquefois sous le nom de *cylindroïde*); un carré, rectangle, parallélogramme, polygone, cercle, ellipse et une ligne; un carré, rectangle, parallélogramme, polygone, cercle, ellipse et un point; deux lignes de longueurs quelconques non parallèles.[1]

(207) REM. Il y a à considérer maintenant l'espèce ou la nature de la figure servant de section ou de coupe intermédiaire entre les bases opposées du prismoïde à estimer. Ainsi, il est clair que si les bases opposées sont des rectangles à côtés parallèles, la section parallèle intermédiaire sera aussi un rectangle ou un carré; si les deux bases sont des parallélogrammes à côtés parallèles, la section seara aussi un parallélogramme; si les bases sont un carré, rectangle, parallélogramme et une ligne parallèle à l'un des côtés de tel

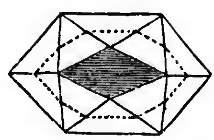
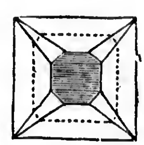
---

1. Toutes ces formes se rencontrent dans la pratique, et celà surtout à l'endroit des toitures diversifiées d'édifices de toutes sortes. Une tour ou tourelle carrée par exemple, sera assez souvent terminée par un toit couronné d'une plate-forme octogone ou circulaire, ou ce sera la tour qui aura pour plan par terre un cercle, et pour plate-forme du toit un carré ou autre polygone, ou encore ce sera deux carrés dont les côtés de l'un sont parallèles aux diagonales de l'autre : voilà pour le prismoïde dont les bases parallèles sont des figures quelconques. Si un édifice dont la coupe horizontale est un carré, rectangle ou polygone, est recouvert d'un toit terminé par un faîte plus au moins long, on aura le prismoïde dont l'une des bases est une figure quelconque et l'autre base une ligne. Le coin offre aussi un solide de cette sorte. Il n'est pas rare non plus de trouver parmi les parties composantes d'un toit ou autre objet à évaluer des prismoïdes de l'espèce de celui du par. (**208, T.**) c.-à-d. dont les bases A B, CD soient toutes deux de simples lignes, sans que la surface de la coupe ou section intermédiaire *abcd* en ait moins pour cela une valeur très réelle et facile à déterminer. Dans ce dernier cas le facteur "4 surf. *abcd*" $=$ AB $\times$ CD(**208, T.**), d'où, le vol. $=$ AB $\times$ CD $\times$ hauteur $\div$ 6.

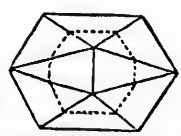
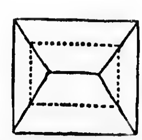
rectangle, etc., la section sera encore, dans le 1er cas un rectangle, dans le second cas un rectangle ou un carré, dans le troisième cas un parallélogramme ; si les bases sont une figure quelconque et un point, la section sera une figure semblable à la base et égale (**131, T.**) en surface au quart de la base ; si les deux bases sont des lignes perpendiculaires (**907, G.**) l'une à la direction de l'autre, la section sera un carré ou un rectangle ; si les bases sont des lignes non perpendiculaires l'une à la direction de l'autre, la section sera un losange ou parallélogramme.



(**208**) Rien de plus facile dans tous ces cas que de déterminer la surface de la section intermédiaire dont les multiplicateurs ou facteurs sont chacun moyen arithmétique entre les côtes parallèles des bases opposées ou entre les côtés ou arêtes et points ou sommets opposés suivant le cas. Par exemple, dans le prismoïde AB–CD où chacune des bases est une simple ligne ou arête AB, CD et dont la surface est en conséquence nulle, on a pour section intermédiaire le carré, rectangle ou parallélogramme *abcd* dans lequel $ab = \frac{1}{2}$ AB + D ou $= \frac{1}{2}$ AB, puisque D=0, de même $dc = \frac{1}{2}$ AB$=ab$, et $ad = \frac{1}{2}$ CD$=bc$; d'où surface section $abcd = ab \times ad$ ou $\frac{1}{2}$ AB × $\frac{1}{2}$ CD si c'est un rectangle, ou (**8, T.**) $= ab \times ad$ × sin. nat. angle *bâd* si c'est un parallélogramme.

(**209**) Si l'une des bases est un polygone quelconque et que l'autre base soit aussi un polygone quelconque, et si toutes les faces latérales du prismoïde sont des triangles, c'est-à-dire, si chacun des côtés dans l'une des bases correspond à un point dans l'autre base, le nombre de côtés dans la coupe intermédiaire sera égal à la somme des nombres de côtés dans les deux bases.

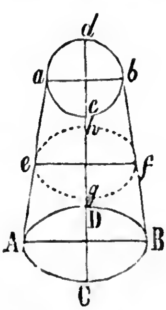



(**210**) Si l'une des bases est une figure rectiligne quelconque, et que l'autre base soit une ligne non parallèle aux côtés de cette première, le nombre de côtés dans la coupe int. sera égal au nombre des côtés de la base plus 2 ; et si la ligne ou l'un des côtés, ou plus d'un, de la figure qui forme l'une des bases, est parallèle à l'un ou à plus d'un des côtés de l'autre base, le nombre de côtés de la section interm. pourra varier indéfiniment suivant le cas, mais sera néanmoins toujours aisé à déterminer à l'aide d'une simple esquisse de la figure.

Le résumé qu'on vient de faire peut encore se simplifier, s'abréger ou se traduire comme suit, savoir : *Le prismoïde ou cylindroïde (prismoïde infinitaire) est un solide à bases parallèles dont les plans (faces latérales) passant par les côtés ou arêtes de l'une des bases, sont terminés par des points ou par des côtés ou arêtes parallèles dans l'autre base.*

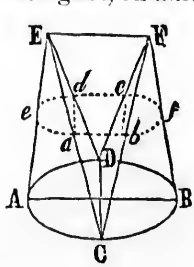
En d'autres termes : *Le prismoïde ou cylindroïde est tel que toutes ses faces latérales sont des, ou que sa surface latérale peut se décomposer en triangles ou trapèzes rectilignes, c'est-à-dire, à surfaces planes, ou en parties capables de se développer en surfaces planes.*

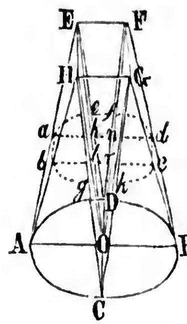
Ajoutons que tout prismoïde peut se décomposer, si l'une de ses bases est (fig. du par. **212, T**,) une figure quelconque et l'autre base une ligne, en deux pyramides et un prismoïde élémentaire ayant pour bases des lignes, (fig. du par. **208, T.**) ; si ses deux bases sont des figures quelconques, en quatre pyramides ayant leurs bases deux à deux dans les bases opposées du solide, et un prismoïde ayant pour bases des lignes ; ou, à volonté, en pyramides, coins, etc., et prismoïdes à bases linéaires, suivant la manière d'opérer la division du solide par des plans dont on peut varier le nombre et la position.



(**211**) Si l'une des bases est par exemple un cercle ou ellipse et l'autre base une ellipse, la base interm. sera aussi une ellipse dont on aura le diam. $ef = \frac{1}{2}$ (AB + ab) et le diam. $gh = \frac{1}{2}$ (CD + cd).

(**212**) Si l'une des bases est un cercle ou ellipse AB et l'autre base une ligne EF, la base interm. *abfcde* sera une figure mixtiligne dont les parties *ab* et *cd* seront des droites parallèles à EF, et les parties *aed, bfc* des figures semblables (**1033 G.**) à CAD, CBD. Pour calculer la surface de la section interm., on a (**1033, 520 G.**) *ab* et *dc* chacun $= \frac{1}{2}$ EF, *ad* et *bc* chacun $= \frac{1}{2}$ CD, et comme les parties composantes ACD-E, BCD-F du prismoïde sont évidemment des pyramides à bases mixtilignes, on aura (**131 T.**) la surface $aed = \frac{1}{4}$ surf. ADC, surf. $bfc = \frac{1}{4}$ surf. BCD ; c'est-à-dire qu'on aura surf. section $ef = ab$ ou dc ou $\frac{1}{2}$ EF × *ad* ou *bc* $\frac{1}{2}$ CD + $\frac{1}{4}$ surf. AB, et si EF n'est pas parallèle à AB ou perpendiculaire à la direction de DC on multipliera de plus (**8 T.**) le produit *ab*, *bc* par le sin. nat. de l'angle *bad* ou l'on substituera au facteur *ad* ou *bc* la largeur perpendiculaire du parallélogramme *ab cd*.





(**213**) Si l'une des bases est un cercle ou ellipse AB et l'autre un carré ou rectangle EG, le prismoïde donné se décomposera en : 1°, un prismoïde EFGH-CD (ayant pour bases (**207**, **T.**) un carrè ou rectangle et une ligne, et pour section interm. un rectangle *efgh* où $ef=gh=\frac{1}{2}$ EF ou GH et $eg=fh=\frac{1}{2}$ EH $+ \frac{1}{2}$ CD) ; 2°, deux prismoïdes AO-EH et BO-FG (ayant chacun pour bases des lignes AO, EH et BO, FG et (**207**, **T.**) pour base interm. un rectangle *ablk* où $ab=kl=\frac{1}{2}$ EH et *ak* ou $bl=\frac{1}{2}$ AO, et *nrcd* où *nr* ou $cd=\frac{1}{2}$ FG et *nd* ou $rc=\frac{1}{2}$ OB) ; 3°, quatre pyramides AOC-H, AOD-E, BOC-G et BOD-F (ayant chacune pour coupe interm. une figure *blg*, *ack*, *rch* et *ndf* respectivement égale en surface au quart de la base correspondante AOC, AOD, BOC et BOD, ou leur somme égale en surface au quart de la base AB.

(**214**) Il est clair d'après les quelques prismoïdes ou cylindroïdes dont on vient de traiter que ces corps peuvent varier indéfiniment leurs formes, mais il suffira des considérations précédentes pour indiquer la manière de procéder dans chaque cas à la détermination de la surface intermédiaire à entrer comme élément dans le calcul du volume à établir ; ou si c'est nécessaire, pour déterminer tout d'abord si le solide proposé est, ou non, un prismoïde ou cylindroïde tel qu'on puisse estimer le volume par la règle générale ici donnée.

Ex. 1. Une tenture ou ciel-de-lit dont la base sup. est un cercle ou une ellipse de la surface d'un mètre, et la base inf. un rectangle de la surface de 3 mètres, a pour section intermédiaire une figure mixtiligne dont la surface est de deux mètres, la hauteur ou distance perpendiculaire entre les bases parallèles est de $2\frac{1}{2}$ mètres ; on demande le volume de l'espace ou de l'air compris entre les rideaux ?

Rep. $(1+3+4 \text{ fois } 2) \times 2.5 \div 6 = 5$ mètres cubes.

2. Une tente à camper dont le sommet ou la base sup. est un faîte, c'est-à-dire, une simple ligne ou arête ayant 2 verges en longueur, et dont la base inf. est composée d'un rectangle de 2×3 verges et de deux demi-cercles de 3 verges de diam. a 2 verges de hauteur ; quel en est le volume ?

Rep. Dans cet exemple il est clair que le prismoïde à cuber est composé d'un coin à arêtes égales (c'est à-dire (**1100**, **G.**) d'un prisme triangulaire) et de deux demi-cônes. La surface de la base de la tente est composée de celle du rectangle$=2 \times 3=6$ verges carrées, et de celle de deux demi-cercles, c.-à-d. d'un cercle de 3 verges de diam.,$=3\times3\times.7854=7.0686$ verges carrées, en tout 13.0686 verges carrées ; la surface de la coupe intermédiaire est égale à la moitié du rectangle à la base plus le quart (**212, T.**) des deux demi-cercles, et vaut en conséquence $3+1.76715=4.76715$. La surface de la base sup· étant nulle dans le cas actuel, le vol.=(surf. base + 4 surf. interm.) $\times$ hauteur $\div 6$,$=(13.0686+4$ fois $4.76715)\times\frac{1}{6}$ hauteur $=32.1372\times2\div6$ $=10.7124$ verges cubes.

REM. Si la surface ext. du ciel-de-lit ou de la tente des deux derniers exemples, au lieu d'être tendue, c.-à-d. plane ou capable de se développer (**1140 G.**) en surface plane, était concave ou non tendue, on n'en aurait pas moins le vol. voulu, au moins à très près (**139, 140, T.**) par la même règle (**203, T.**)

Ex. 3. Un observatoire dont le plan par terre est un octogone de 100 mètres en surface, est couronné d'un toit ayant pour sommet une plate-forme circulaire dont la surface est de 25 mètres, la surface de la section intermédiaire est de 56 mètres ; quel est le volume de l'espace qu'occupe le toit dont la hauteur est de 6 mètres ?

Rep. $100+25+4$ fois $56=349$ mètres cubes.

PROBLÈME LX.

Déterminer le volume exact d'un corps irrégulier quelconque de petites dimensions ou d'un corps composé de plusieurs parties élémentaires de dimensions et formes différentes,

(**215**) **REGLE. Si c'est la capacité d'un vase ou vaisseau quelconque que l'on veut estimer,** *l'idée nous vient assez généralement d'arriver au résultat désiré en déterminant le nombre de fois que tel vaisseau peut donner place au contenu de tel autre vaisseau de forme élémentaire dont on connait la capacité.*

(**216**) Mais **si c'est le volume de la substance même du vaisseau, etc., que l'on désire évaluer,** la manière de s'y prendre ne se suggère pas tout d'abord à l'esprit de quiconque veut opérer cette évaluation.

(**217**) **REGLE. Si le volume a estimer est celui d'une substance non absorbante,** *on le plongera dans un vaisseau rempli d'eau ou de tout autre liquide dont on mesurera le déplacement au moyen d'un autre vaisseau de capacité connue ; ou si le premier vaisseau est assez grand et que la forme en soit rectangulaire ou cylindrique et de facile jaugeage, l'on y mettra d'abord assez de liquide pour couvrir* *l'objet à mesurer ; ayant alors remarqué la hauteur du niveau de l'eau dans le vase, on y plongera l'objet dont il s'agit et l'on remarquera de nouveau le niveau du liquide ; si l'on suppose maintenant que chaque fraction de mètre, pouce, ligne ou autre unité de la hauteur du vase contenant corresponde à un mètre, pied, pouce ou ligne, etc., cubique, on n'aura qu'à compter le nombre de telles unités dans la hauteur du niveau déplacé de l'eau pour avoir de suite le volume de l'objet proposé.*

(218) **Si le corps est absorbant,** *l'on se servira par exemple de sable ou de tout autre substance fluide de cette sorte, dont on pourra niveler la surface au moyen d'une tige ou tringle à arête rectiligne.*

L'on arriverait de cette manière au volume des corps les plus diversifiés du règne animal, végétal ou minéral et des mille et un objets bruts ou manufacturés qu'on a tous les jours sous les yeux et dont il serait souvent impossible d'estimer les volumes par les règles ordinaires de la géométrie.

Il est bon de rappeler aussi que l'on peut arriver par une simple proportion au volume d'un corps en en comparant le poids avec celui d'un autre corps de même substance et de volume déterminé, c'est-à-dire par le système des poids spécifiques qui enseigne en même temps à revenir du volume d'un corps à son poids : ce qui fera le sujet du problème suivant.

Ex. 1. Le poids d'un bloc irrégulier de pierre est 13 livres 7 onces : on demande à déterminer à l'aide du morceau donné le poids près d'un pied cube de cette pierre ?

Rep. Il y a tout d'abord à cuber le bloc de pierre ; à cet effet soit un vase rectangulaire de 10 pouces carrés ou de 100 pouces en superficie horizontale, et dont la hauteur est divisée en pouces et centièmes de pouces ; ayant mis assez d'eau dans le vase pour couvrir la pierre à cuber, je note la hauteur de l'eau que je trouve de 8.53 pouces, je plonge ensuite la pierre dans le vaisseau et je note de nouveau la hauteur de l'eau qui est maintenant de 9.89 pouces ; la différence de ces hauteurs est de 1.36 pouces. Puisque le vase est de 10×10 pouces, il est clair que chaque pouce de sa hauteur correspond à 100 pouces cubes et par conséquent, chaque centième de pouce de telle hauteur, à un pouce cube ; donc la hauteur observée 1.36 pouces du niveau déplacé de l'eau correspond à 136 pouces cubes ; donc le volume de la pierre est de 136, et on aura maintenant le poids du pied cube en faisant 136 : 215 onces (poids de la pierre) :: 1728 pouces cubes (c.-à d. un pied cube) : 2732 onces, ou, divisant par 16, $170\frac{3}{4}$ livres, le poids demandé.

2. Dans un vase cylindrique tel que chaque pouce de sa hauteur correspond à 1 pouce cube d'espace ou de volume, on a plongé un lingot d'argent qui a déplacé de 73 centièmes de pouce le niveau du liquide dans le vase ; on demande le volume du lingot ?

Rep. .73 d'un pouce cube.

3. Ayant rempli d'eau un vaisseau quelconque, on y a plongé un objet dont on désire connaître le volume ; on a recueilli dans un autre vaisseau, l'eau renversée dont la quantité est de 3 gallons 1 pot et 1 septier ; quel est le volume de l'objet proposé, le gallon dont on s'est servi étant de 231 pouces cubes ?

Rep. 1 gallon + 1 pot + 1 septier $= 231 + 115\frac{1}{2} + 14\frac{7}{16} = 360\frac{15}{16}$ pouces cubes.

4. On demande le volume d'une substance absorbante placée dans un vaisseau de un pied carré qu'on a rempli de sable ; après en avoir enlevé l'objet à évaluer, on trouve que la hauteur uniforme du sable dans le vaisseau qu'on a d'abord nivelé à cet effet, est de .3 d'un pied, la hauteur du vaisseau étant de 1.5 pieds ?

Rep. $1.5 - .3 = 1.2$ pieds = hauteur du niveau déplacé du sable, et comme le vaisseau est de 1 pied carré en coupe horizontale, il suit que le volume de l'objet proposé est de 1.2 pieds cubes.

5. Dans un vaisseau en forme de tronc de cône se trouve une quantité de liquide dont le diam. à la surface est de 10 pouces ; on y plonge un objet qui augmente de 9 pouces la hauteur ou profondeur du liquide dans le vaisseau et qui donne à sa surface déplacée un diamètre de 14 pouces ; on demande le volume du corps proposé ?

Rep. Le volume d'eau déplacée, qui est en même temps celui de l'objet, est celui d'un tronc de cône dont les bases parallèles mesurent respectivement 10 et 14 pouces et dont la hauteur est de 9 pouces ; ce vol. = (**112, T.**) $(10^2 + 14^2 + 4 \text{ fois } 12^2) \times .7854 \times 9 \div 6 = 872 \times .7854 \times 1.5 = 684.8688 \times 1.5 = 1027.3032$ pouces cubes.

THÉOREME LXI.

Déterminer le volume ou le poids d'un corps ou d'une substance quelconque, par comparaison du volume ou poids de tel corps, avec celui d'un corps ou subtance de même nature dont on connaît par avance le poids et le volume.

(**219**) **REM.** Le poids d'un pied cube d'eau à la température de 40° Fahrenheit (à laquelle à peu près l'eau atteint sa plus grande densité) est de 1000 *onces avoir du poids*, près, ou de $62\frac{1}{2}$ livres (poids

Anglais) et l'on appelle poids ou gravité spécifique d'un corps ou d'une substance quelconque, le poids d'un volume de tel corps ou de telle substance égal à celui de l'eau prise pour point de départ d'où il résulte que si l'on connaît d'avance le poids d'un pied cube par exemple de chacune des différentes substances qu'on peut être appelé à estimer ou à mesurer, tel que consigné dans la table qui va suivre, l'on déterminera de suite par une simple proportion le volume de tout autre poids ou quantité de la même substance ou le poids de tout autre volume de telle substance, par les règles suivantes.

(220) REGLE. Pour déterminer le volume d'un corps d'après son poids; *faites la proportion : le poids spécifique du corps proposé est à* (:) *son poids en onces ou en livres, etc., comme* (::) 1 *pied cube ou* 1728 *pouces cubes, est au* (:) *volume du corps en pieds ou en pouces, suivant le cas.*

Ex. 1. Le poids d'une bombe ou d'un boulet en fonte de fer ou d'un fragment quelconque de tel solide pèse 45 livres : on demande le volume du corps proposé ?

Rep. On voit par la table des poids spécifiques (page des tables) que le poids du fer coulé ou de la fonte est de 450 livres près, au pied cube ; on aura donc le volume demandé en faisant 450 livres : 1728 pouces cubes :: 45 livres : 172.8 pouces cubes.

2. On demande le volume d'une statue de marbre dont le poids est de 1000 livres, la gravité spécifique du marbre dont la statue est tirée étant de 170 livres près au pied cube ?

Rep. 170 livres : 1 pied cube :: 1000 livres : 5.9 pieds cubes près.

3. Une quantité de sable pèse 13 livres : quel en est le vol. ?

Rep. D'après la table, la gravité spécifique du sable est de 1.520, c'est-à-dire, 1.525 fois le poids d'un volume égal d'eau ou de 1520 onces au pied cube (puisque le poids d'un pied cube d'eau est de 1000 onces) ; on fera donc 1520 onces : 1728 pouces cubes :: (13 × 16=) 208 onces : $x = \frac{1728 \times 208}{1520} = 236\frac{1}{2}$ pouces cubes.

4. Le poids d'une défense ou dent d'éléphant est de 25 livres ; quel en est le volume ?

Rep. L'ivoire est de 1825 onces au pied cube ; on aura donc le volume de la dent en faisant 1825 : 1 :: (25 livres ou) 400 onces : .22 près, d'un pied cube ou 1825 onces : 1728 pouces cubes :: 400 onces : 378.74 pouces cubes.

5. On demande à déterminer par avance le poids probable d'une grille en fonte de fer qui doit être coulée d'après un modèle sculptée en bois de pin dont le poids est de 7 livres ?

Rep. On aura d'abord le volume du modèle en pin en faisant d'après la règle (le pin étant censé dans ce cas de 25 livres au pied cube) 25 livres : 1 pied cube :: 7 livres : .28 d'un pied cube. Maintenant, comme le volume de la fonte sera aussi $=.28$ d'un pied cube et que le poids de la fonte est de 450 livres au pied cube, on aura le poids de la grille proposee $=450 \times .28=126$ livres.

(**221**) **REGLE. Pour déterminer le poids d'un corps d'après son volume** ; *faites la proportion : un pied cube est au* (:) *volume du corps proposé, comme* (::) *sa gravité spécifique est à* (:) *son poids.*

Ex. 1. Le volume d'un monceau de neige sur le toit d'un édifice est de 7000 pieds cubes, le poids d'un pied cube de cette neige, refoulée qu'elle est et rendue lourde par la pluie, etc., est de 30 livres : on demande le poids total dont le toit est affecté ?

Rep. $7000 \times 30=210{,}000$ livres.

2. Quel est le poids d'un lingot d'or pur coulé dont les dimensions sont de 3 pouces par $\frac{3}{4} \times \frac{1}{2}$ pouces ?

Rep. Le volume $=3 \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{2}=2\frac{1}{4}$ pouces cubes ; la gravité spécifique de l'or pur est de 19.258 ; la règle donne, 1 pied cube ou 1728 pouces cubes : $2\frac{1}{4}$ pouces cubes :: 19.258 : $x = \frac{19.258 \times 2.25}{1728}=25.07552$ onces.

3. On désire connaître le poids d'une tinette de beurre dont le volume, obtenu d'après la règle de l'article (112), est de 1830 pouces cubes ?

Rep. Le poids spécifique du beurre est de .940 de celle de l'eau, c'est-à-dire, de 940 onces au pied cube, on aura donc le poids voulu $=\frac{1830 \times 940}{1728}=995\frac{1}{2}$ onces, $\div 16=62$ livres $3\frac{1}{2}$ onces.

4. Quel est le poids près d'un plançon de chêne anglais demi-sec dont le volume est de 150 pieds cubes ?

Rep. Le chêne demi-sec, d'après la table, est de 66 livres près au pied cube, d'où le poids voulu, est de $150 \times 66=9900$ livres.

5. Quel est le poids près d'une caisse de livres reliés dont le volume est de 15 pieds cubes ?

Rep. 15 pieds cubes $\times$ 43 livres près $=645$ livres.

PROBLÈME LXII.

Déterminer le poids spécifique d'un corps ou substance quelconque.

(222) REGLE I. *cubez et pesez le corps proposé, pour faire ensuite la proportion; le volume du corps est à (:) son poids en onces, comme (::) un pied cube de tel corps, est au (:) poids d'un pied en onces, c'est-à-dire, en séparant trois chiffres pour décimales, à sa gravité spécifique.*

Ex. I. Quelle est le poids spécifique du noyer noir sec, si un échantillon de ce bois dont les dimensions sont de 11 × 7 × .9 pouces, pèse 24 onces?

Rep. 11 × 7 × .9 = 69.3 pouces cubes = vol. du corps proposé; maintenant, d'après la règle 69. 3 pouces : 24 onces :: 1728 pouces : 598 onces ou 37.4 livres; la gravité spécifique voulue est donc de .598 de celle de l'eau dont le poids est de 1000 onces au pied cube.

2. Un morceau irrégulier de craie dont on a pu obtenir le volume, 432 pouces cubes, par la méthode de l'exemple 4 de l'avant dernier problème, pèse 43½ livres: on demande la gravité spécifique de cette substance?

Rep. 432 pouces : 1728 pouces :: 43½ livres : 174 livres; d'où, la gravité spécifique voulue est de 174 × 16 = 2784 fois le poids d'un égal volume d'eau.

3. Un bateau ou ponton de 100 pieds par 20 × 10 pieds et dont le volume total est en conséquence de 20,000 pieds cubes, a requis pour le construire 5000 pieds cubes de pin blanc demi-sec dont on estime le poids à 40 livres au pied cube, 500 pieds cubes d'orme estimé à 50 livres au pied cube, et 5000 livres pesant de chevilles en fer: on demande quel sera le tirant d'eau du bateau proposé?

Rep. Le poids du pin = 5000 × 40 = 200,000 livres, le poids de l'orme = 500 × 50 = 25,000, le fer 5000 livres; le poids total du bateau est en conséquence de 230,000; le poids moyen ou la gravité spécifique du ponton est de 230,000 livres ÷ 20,000 pieds cubes = 11.5 livres au pied cube, c-à-d. de 11.5 × 16 = 184 onces au pied cube, soit .184 du poids d'un même volume d'eau. La hauteur du ponton est de 10 pieds; donc le tirant d'eau sera .184 de la hauteur du ponton ou 1.84 pieds, c.-à-d. 1 pied 10 pouces et .96 de pouce = 1 pied 11 pouces près.

4. De combien pourra-t-on charger le ponton ou bateau du dernier exemple, sans le faire sombrer ou caler au-delà de sa surface supérieure?

Rep. Puisque l'eau pèse 62.5 livres au pied cube et que le volume total du ponton est de 20,000 pieds cubes, le poids total de l'eau que devra déplacer le ponton avant que de caler à l'affleurement de l'eau est $20,000 \times 62.5 = 1,250,000$ livres, or le poids du bateau n'est que de 230,000 livres; d'où il suit qu'on pourra encore sans faire sombrer le bateau le charger d'un poids égal ou presque égal à la différence entre 1250,000 livres et 230,000, c.-à-d. 1020,000 livres.

(223) REGLE II. Si le corps a estimer est plus pesant que l'eau; *pesez d'abord le corps dans l'air puis dans l'eau, au moyen d'une balance hydrostatique; la différence entre les résultats sera le poids perdu dans l'eau, ou le poids d'une quantité d'eau égal en volume au corps. Faites alors la proportion : comme le poids perdu dans l'eau* (:) *est au poids du corps dans l'air,* (::) *de même la gravité spécifique de l'eau* (:) *est la gravité spécifique du corps.*

Ex. I. Un morceau d'étain pèse 183 livres, son poids dans l'eau n'est que de 158 livres: quelle est la gravité spécifique de l'étain?

Rep. $183 - 158 = 25 : 183 :: 1000 : 7320$ = gravité spécifique demandée.

2. Un bloc de granit pèse 21 onces dans l'air et seulement 13 onces dans l'eau: quelle est la gravité spécifique du granit?

Rep. 2625.

(224) REGLE III. Si le corps a estimer est moins pesant que l'eau; *attachez au corps proposé par un fil dont le poids soit relativement nul, un autre corps plus lourd ou pesant que l'eau, de manière que les deux pris ensemble puissent pénétrer ou s'enfoncer dans l'eau; ayant préalablement pesé chaque corps dans l'air, et le plus pesant dans l'eau, pesez alors dans l'eau le corps composé, et du poids perdu par le corps composé, soustrayez le poids perdu par le corps plus lourd tel que pesé seul; le reste est le poids perdu par le corps léger. Alors: le poids perdu par le corps léger dans l'eau.* (:) *est au poids de ce corps dans l'air,* (::) *comme la gravité spécifique de l'eau* (:) *est à la gravité spécifique du corps.*

Ex. 1. A un morceau d'orme qui dans *l'air* pèse 15 grains, on a attaché un morceau de cuivre dont le poids est de 18 grains *dans l'air* et de 16 grains *dans l'eau*, et le composé *dans l'eau* ne pèse que 6 grains: quelle est la gravité spécifique de l'orme?

Rep. $18 - 16 = 2$ = le nombre de grains perdus par le cuivre *dans l'eau*.

$18 + 15 - 6 = 27$ = le nombre de grains perdus par le composé *dans l'eau*.

$27 - 2 = 25$ = le nombre de grains perdus par l'orme *dans l'eau*.

$25 : 15 :: 1000 : 600$ = la gravité spécifique de l'orme.

2. Un morceau de cuivre, pesant dans l'air 27 onces et dans l'eau 21 onces, est attaché à un morceau de liége qui pèse dans l'air 6 onces, et le composé ne pèse dans l'eau que 5 onces: quelle est la gravité spécifique du liège? **Rep.** 0.240.

PROBLÈME LXIII.

Déterminer la quantité de chaque ingrédient ou élément dans un composé de deux substances ou éléments.

(225) **REGLE.** *Trouvez d'abord le poids spécifique du composé, mélange ou alliage, et de chacun des éléments composants, et multipliez la différence de chaque deux de ces trois poids spécifiques par le troisième. Faites alors: le plus grand produit, (:) est à chacun des autres produits, (::) comme le poids de l'alliage, (:) est au poids de chaque ingrédient.*

Ex. I. Une masse d'or et argent pèse 62 onces, et sa gravité spécifique est 16126; quelle est la quantité de chaque ingrédient, la gravité spécifique de l'or étant 19640, et celle de l'argent 11091?

Rep. (19640 - 11091) × 16126 = 137,861,174. Alliage.
(19640 – 16126) × 11091 = 38,973,774. Argent.
(16126 – 11091) × 19640 = 98,887,400. Or.

137,861,174 : 98,887,400 :: 63 : 45 onces 3 gros 19 grains d'or.
137,861,174 : 38,973,774 :: 63 : 17 onces 16 gros 5 grains d'argent.

2. Une masse de cuivre et or pèse 48 onces, et sa gravité spécifique est 17150, la gravité spécifique de l'or est 19640 et celle du cuivre 9000: quelle est la quantité de chaque élément du mélange?

Rep. L'or = 42 onces 2 gros 2 $\frac{20170}{43619}$ grains, le cuivre = 5 onces 17 gros 21 $\frac{25449}{43619}$ grains.

3. Un alliage d'argent et cuivre pèse 60 onces, sa gravité spécifique étant de 10535: on demande le poids de chaque ingrédient, leurs gravités spécifiques respectives étant 11091 et 9000?

Rep. 46 onces 7 gros 9 $\frac{1232397}{1468379}$ grains d'argent, 13 onces 12 gros 14 $\frac{236182}{1468379}$ grains de cuivre.

4. Un alliage de cuivre et étain pèse 112 livres et sa gravité spécifique est 8784: quelle est la quantité de chacun des ingrédients du mélange, leurs gravités spécifiques respectives étant 9000 et 7320?

Rep. 100 livres de cuivre, 12 livres d'étain.

5. On demande le poids de l'or, dans un composé de quartz et or dont la gravité spécifique est 3500, celle de l'or étant 19640 et celle du quartz 3000?

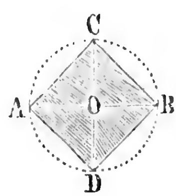
Rep. 1 0 − 3000 = 16640, 16640 × 3500 = 58,240,000 =
Facteur pour le corps composé.
19640 − 3500 = 16140, 16140 × 3000 = 48,420,000 =
Facteur pour le quartz.
3500 − 3000 = 500, 500 × 19640 = 9,820,000 =
Facteur pour l'or.

58240000 : 9820000 : : 100 : 16.8612633 − onces d'or; si ce résultat est correct, le poids du quartz doit être égal à la différence entre le poids de l'or et celui du mélange, et en effet 58240000 : 48420000 : : 100 : 83.1387362 + onces de quartz ; la somme de ces nombres = 100 ; donc, etc.

PROBLÈME LXIV.

Déterminer le volume du plus grand plançon, ou morceau de bois écarri qu'on puisse tirer d'un billot rond ou d'un arbre abattu ou sur-pied.

(226) RÈGLE. *Multipliez le diamètre de l'arbre ou billot par le demi-diamètre, et ce produit par la longueur : ce résultat sera le volume demandé.*



En effet, il est clair que le diam. AB multiplié par le demi-diam. OC (ou $\frac{1}{2}$ AB) donne pour produit la surface du carré inscrit ABCD, c'est-à-dire, la surface d'une coupe, du plançon à évaluer, par un plan perpendiculaire à sa longueur, et cette surface multipliée par la longueur du billot donne (**78, T.**) la solidité requise.

REM. Cette règle suppose que le diam. de l'arbre est partout le même ou que l'on se sert d'un diam. moyen, tel que pris au milieu de la longueur, et c'est ce qui se fait d'ordinaire lorsqu'il n'y a pas trop de différence entre les diamètres des extrémités opposées ; mais pour être précis (**148, T.**) il faut comme on l'a déjà dit (**97, T.**) ajouter à la somme des surfaces des extrémités du plançon ou de l'arbe à évaluer quatre fois la surface d'une section prise au centre et multiplier le tout par la sixième partie de la longueur, ou ce qui est la même chose, multiplier la somme des surfaces par la longueur entière et prendre la sixième partie du résultat.

Ex. 1. La circonférence d'un billot, dont la longueur est de 12 pieds, est de 6.28 pieds, déduction faite de l'écorce s'il y a lieu : combien y aura-t-il de pieds cubes de bois dans le plançon écarri qu'on pourra en tirer.

Rep. La circ. 6.28 correspond à un diam. 2, la coupe du plançon sera donc de $2 \times 1 = 2$ pieds carrés en surface, et comme la longueur est 12, le volume sera 24 pieds cubes.

2. Un arbre dont la hauteur est de 50 pieds, a pour diam. sup. 30 pouces, et pour diam. inf. 36 pouces ; pour diam. interm. 33 pouces : quel est le volume du morceau de bois carré qu'on pourra en tirer ?

Rep. Surf. petit bout$=2\frac{1}{2} \times 1\frac{1}{4}$ pieds$=3.125$ pieds sup., surf. gros bout$=3 \times 1\frac{1}{2}=4{,}5$ pds. sup., surf. intermédiaire$=2.75 \times 1.375 = 3.78125$, 4 surf. interm.$=15.125$, la somme des surf.$=22.75$ et cette somme $\times 50 \div 6 = 189.6$ pieds cubes.

3. On a mesuré en 5 endroits à peu près équidistants au moyen d'un compas d'épaisseur, le diam. d'un arbre irrégulier qu'on vient d'abattre ; ces diamètres sont respectivement 39, $39\frac{1}{2}$, 38, $37\frac{1}{2}$ et 36 pouces, et la longueur de l'arbre 40 pieds : quel sera son volume après qu'on l'aura écarri ?

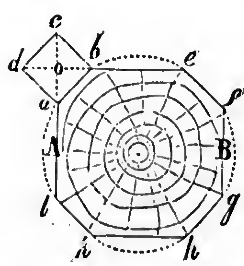
Rep. La somme des diamètres 190 pouces $\div 5 = 38$ pouces$=$ diam. moyen $= 3\frac{1}{6}$ pieds, $3.166 \times 1.583 = 5.012$ près$=$surf. de la section, multipliant cette dernière par la longueur 40, on a $200\frac{1}{2}$ pieds cubes.

PROBLÈME LXV.

Cuber un plançon AB qui n'est qu'en partie écarri, ou dont les arêtes ou angles sont à faux bois.

(227) REGLE. *Faites le carré du diam.* AB *du plançon et de ce carré, retranchez celui du diam. ab de l'aubier. la différence de ces carrés multipliée par la longueur du plançon, sera la solidité requise.*

En effet, il est clair que la surface qui manque à chacun des quatre angles, coins ou arêtes du plançon, pour compléter le carré AB, est le triangle *abo*, ou un triangle égal à *abo*, lorsque, comme on le suppose, $ef=gh=kl=ab$; or le carré sur *ab* vaut 4 *abo* ; donc, etc.



REM. I. Si les côtés *ab*, *ef* etc, ne sont pas égaux entre eux, on pourra prendre le quart de la somme de ces quatre côtés pour un diam. moyen *ab*, ou pour plus grande précision, on fera séparément les carrés de *ab*, *ef*, etc. et le quart de la somme de ces carrés sera, ou la somme des quarts de ces carrés sera la quantité près à distraire du carré AB pour avoir la superficie nette de la coupe du plançon.

REM. II. Observons ici comme dans le dernier problème que si le plançon n'est pas dans toute sa longueur d'égal calibre, il y aura à en prendre la coupe vers le milieu de sa longueur, et c'est d'ordinaire ce que l'on fait (**148 T.**) ou, l'on déterminera plusieurs coupes ou sections du plançon pour en prendre la moyenne, ou enfin l'on fera la somme des surfaces des extrémités opposées plus quatre fois celle de la section intermédiaire pour multiplier ensuite le tout par la longueur et prendre la sixième partie du résultat.

REM. III. Il y a lieu aussi d'observer q'uon peut arriver à la surface de tout octogone régulier ou de l'espèce de celui de la fig. de cet article, en soustrayant du carré de la distance perpendiculaire AB qui sépare deux quelconques de ses côtés parallèles, le carré de l'un *ab* des côtés adjacents à ces premiers.

Ex. 1. Un pilier à huit pans a 3 pieds de largeur ou épaisseur AB, le côté *ab* du chamfrein rabattu *aob* est de 6 pouces : quel est le volume du pilier, sa longueur ou hauteur étant de 10 pieds ?

Rep. $(3 \times 3) - (.5 \times .5) = 8.75$ pieds superficiels, et $8.75 \times 10 = 87.5$ pieds cubes=vol. demandé.

2. Un plançon dont les arêtes sont à faux bois, mesure 30 pouces en carré et 30 pieds en longueur, la moyenne des côtés *ab*, *ef*, etc. du faux bois est de 9 pouces ; quel est le volume du plançon ?

Rep. (30×30) moins $(9 \times 9) = 919$ pouces carrés=surface de la coupe du plançon=6.382 pieds à très près, et $6.382 \times 30 = 191.46$ pieds cubes.

3. On a réduit à 30 pouces en carré au gros bout un arbre dont le diam. était à cet endroit de 36 pouces, au petit bout le diam. 30 pouces a été réduit à 25 pouces, le faux bois, aubier ou défaut d'équarissage *ab* est de 7 et 6 pouces respectivemet aux deux extrémités, tel qu'obtenu par un mesurage direct du morceau de bois à cuber, ou au moyen d'une esquisse faite d'après une échelle de parties égales : quel est le volume du plançon, sa longueur étant de 60 pieds.

Rep. Surf. au gros bout$=(30 \times 30) - (7 \times 7) = 851$ pouces carrés, surf. au petit bout$=(25 \times 25) - (6 \times 6 = 589$ p. c., la surface intermédiaire $\left(\frac{30+25}{2} \times \frac{30+25}{2}\right) - \left(\frac{7+6}{2} \times \frac{7+6}{2}\right) = (27\frac{1}{2} \times 27\frac{1}{2}) - (6\frac{1}{2} \times 6\frac{1}{2}) =$ $\overline{27.5}^2 - \overline{6.5}^2 = 756.25 - 42{\cdot}25 = 714$; $851 + 589 + 4$ fois $714 = 4296$ pouces carrés, divisant par 144 on a 29.833 pieds carrés, multipliant par $\frac{1}{6}$ longueur ou par 10 on a 298.33 pieds cubes.

Rep. Surf. section au centre=714 pouces carrés, 714÷144=. 4583 pieds carrés, 4.9583×60=297.498 pieds cubes, c'est-à-dire, égal au vol. exact à moins d'un pied près, ou à moins d'un 300ème près, ou à moins du tiers près de 1 pour cent, exactitude suffisante (**148, T.**) dans la pratique.

REM. IV. Une comparaison des deux réponses du dernier pro. indique suffisamment que la pratique ordinaire des mesureurs de bois, qui prennent les dimensions d'un plançon au milieu de sa longueur, pour multiplier ensuite la surface de la coupe en cet endroit par la longueur du plançon, afin d'en obtenir ainsi le volume, est, à tout considérer (**148, T.**) sanctionnée par les circonstances.

DE DIVERS CORPS OU SUBSTANCES.

METAUX.	Poids spécifique	Poids d'un p. c. ang., en liv., av.
Acier	7.810	488.12
	7.870	491.87
Alliage pour caractère d'imprimerie	10.450	653.12
Antimoine fondu	6.702	368.87
Argent pur fondu	10.474	654.62
Argent battu	10.510	656.87
	11.091	693.19
Arsenic fondu	8.310	519.37
Bismuth fondu	9.822	613.88
Cobalt fondu	7.812	488.25
Cuivre natif	7.600	475.00
	8.500	531.25
Cuivre (rouge) fondu	7.824	489.00
	9.000	562.50
Cuivre (rouge). Fil de	8.878	554.87
Cuivre (rouge) laminé	8.915	557.19
Cuivre jaune (Laiton)	8.395	524.69
Etain fondu	7.291	455.69
Etain. Potier d'	7.471	466.94
Fer en barre	7.600	475.00
	7.788	487.75
Fer fondu	7.207	450.44
Fonte	7.053	448.12
Iridium battu	23.000	1437.50
Mercure (Vif argent)	13.598	849.87
Nickel fondu	7.807	487.94
	8.279	517.44
Or forgé ou battu	19.361	1210.06
Or pur fondu (24 carats)	19.258	1203.62
Or monnayé (22 carats)	17.647	1102.94
Or de bijouterie (20 carats)	15.709	981.81
Or natif	17.000	1062.50
	19.000	1187.50
Platine pur	19.500	1218.75
Platine forgé	20.336	1271.00
Platine. Fil de	21.042	1315.12
Platine laminé	22.069	1379.31
Platine natif	15.600	975.00
	17.200	1075.00
Plomb	11.325	707.81
	11.445	715.31
Potassium	0.722	45.10
	0.865	54.10
Zinc fondu	6.862	428.87
Zinc laminé	7.209	450.00
Sodium	0.865	54.10
	0.972	60.75

TERRES, PIERRES, Etc.	Poids spécifique	Poids d'un p. c. ang. en liv.
Agate	2.350	
	2.670	
Albâtre	2.640	165.00
	2.880	180.00
Alum	1.714	
Ambre jaune	1.078	
Ambre gris	0.926	
Améthyste	2.750	
Ardoise	2.672	167.00
	2.752	172.00
Argile	2.000	125.00
	2.160	135.00
Arcanson	1.085	67.81
Asphalte	1.070	66.87
	2.060	128.75
Basalte	2.422	151.40
	2.864	179.00
Bitume	1.104	69.00
Borax	1.714	71.87
Brai, Poix	1.150	125.00
Brique	2.000	117.00
Brique posée au mortier	1.872	125.00
Brique posée au ciment	2.000	166.50
Caillou-tage, Blocaille	2.664	
Carbonate de chaux	2.380	148.75
Calcaire, Pierre à ch.	3.180	198.75
Chaux vive	1.640	102.50
Corail	2.540	
	2.860	
Craie	2.250	140.60
	2.784	174.00
Cristal de roche	2.580	
	2.888	
Diamant	3.520	
	3.550	
Dolomite	2.800	175.00
Emeraude	2.600	
	2.775	
Emeri	4.000	
Felspar	2.438	152.40
	2.800	175.00
Gypse	1.872	117.00
	2.312	144.50
Granite	2.614	163.40
	2.956	184.75
Gravier	1.920	120.00
Horn-blende	2.700	168.75
	3.830	239.40

SUITE DES **TERRES ET PIERRES.**	Poids spécifique	Poids d'un p. c. ang. en liv.
Houille, (charbon de terre)	1.250	78.10
	1.370	85.60
Houille, anthracite	1.800	112.50
Jais	1.300	
Marbre	2.653	165.60
	2.858	178.60
Marbre statuaire	2.837	177.31
Mica	2.546	
	2.934	
Nitre	1.900	
Pierre ordinaire	2.520	157.50
Pierre à paver	2.416	151.00
Pierre à moulanges	2.484	155.20
	2.502	156.40
Pierre à razoir	2.877	179.75
Pierre à fusil, Silex	2.580	161.25
	2.664	166.50
Pierre ponce	0.605	
	0.915	
Pierre d'aimant	4.930	
Pierre pourrie (tripoli)	1.980	
Pierre meulière	2.413	158.10
Phosphore	1.714	
Plambagine	1.987	
	2.400	
Porcelaine	2.385	
Porphyre	2.452	153.25
	2.972	185.75
Quartz	2.624	164.00
	3.750	234.37
Rubis	4.283	
Sable	1.520	95.00
Sanguine	2.660	
Sel gemme	2.250	
Schiste	2.600	162.50
Serpentin. Marbre	2.264	141.50
	3.000	187.20
Souffre fondu	1.990	124.37
Souffre natif	2.033	127.12
Terre ordinaire	1.520	95.00
	2.000	125.00
Tourbe	0.600	37.50
	1.329	83.12
Verre	2.640	165.00
	3.330	208.12
DIVERS.		
Beurre	0.940	58.12
Camphre	0.989	
Cire d'abeilles	0.966	60.37

SUITE DES **DIVERS.**	Poids spécifique	Poids d'un p. c. ang. en liv.
Cire	0.897	56.06
Caoutchouc	0.935	
Corne	1.840	
Colle de poisson	1.111	
Drèche	1.200	75.00
Glace	0.950	59.37
Gomme arabique	1.452	
Hommes vivants	0.891	
Indigo	1.009	
Ivoire	1.824	
Livres reliés	0.690	43.10
Neige nouvelle	0.088	5.50
Neige compacte	0.440	27.50
Opium	1.336	
Os de beuf	1.660	
Poids blancs	0.808	50.50
Poudre à tirer, compacte	1.745	
Pour à tirer, non compacte	0.922	57.62
Saindoux	0.947	59.19
Sucre blanc	1.606	
Sucre canne	1.563	
Suif	0.942	58.87
LIQUIDES.		
Alcool absolu	0.792	
Acide sulphurique	1.840	
Acide nitrique	1.271	
	1.584	
Acide citrique	1.034	
Bitume liquide	0.848	
Bière	1.020	
	1.050	
Cidre	1.018	
Eau Glacée	1.001	
Eau distillée à 40° C	1.000	
Eau distillée à 0° C	0.999	
Eau de mer	1.028	
Eau de la mer morte	1.225	
Esprit de preuve	0.917	
Essence de citrons	0.852	
Essence de thérébentine	0.870	
Ether sulphurique	0.716	
Goudron	1.015	
Huile de térébentine	0.792	
Huile d'olive	0.915	
Huile de lin	0.940	
Huile de castor	0.970	
Huile de baleine	0.923	

Pour le poids du pied cube, voyez la table, page 108.

Huile de naphte		0.847	Pour le poids du pied cube, voyez la table, page 103.
Lait de femme		1.020	
Lait de vache		1.032	
		1.040	
Miel		1.450	
Mélasse (treacle)		1.290	
Mercure		13.598	
Porter		1.011	
Urine d'homme		1.011	
Sang humain		1.054	
Vinaigre		1.009	
		1.034	
Vin de bordeaux		0.994	
Vin d'Oporto		0.997	
Vin de Madère		1.038	
Vin de Bourgogne		0.991	
Air atmosphérique		$0.001\frac{2}{9}$	
FLUIDES AERIFORMES.			
Air atmosphér. étant		1.000	
Gaz acide carbonique		1.520	
Gaz hydrogène sulphuré		1.191	
Gaz oxygène		1.104	
Gaz nitrogène		0.969	
Vapeur d'eau		0.624	
Gaz hydrogène		0.069	
BOIS.			
Acajou, Honduras		0.560	35.00
Acajou, Espagnol		1.063	66.41
		0.852	53.25
Avelinier		0.600	37.50
Aune	vert	0.998	62.40
	demi-sec	0.791	48.80
	sec	0.630	39.40
Preziliet. Bois de Brézil		1.031	64.44
Buis, Français		0.912	57.00
Buis, de Hollande		.328	83.00
Buis, sec.		1.030	64.37
Campêche. Bois de		0.913	57.06
Cèdre, Américain		0.560	35.00
Cèdre de Palestine		0.596	37.25
Cèdre Indien		1.315	82.19
Cèdre	vert	0.812	57.00
	demi-sec	0.674	42.14
	sec	0.470	29.40
Cerisier		0.715	44.68
Charme	vert	1.024	64.00
	demi-sec	0.912	57.00
	sec	0.816	51.00
Châtaignier	vert	0.966	60.40
	sec	0.603	37.70

Chêne Angl.	vert	1.218	76.13
	demi-sec	1.054	65.90
	sec	0.834	52.13
Chêne const.	vert	1.288	80.50
	demi-sec	1.074	67.12
	sec	0.818	51.10
Chêne âgé de 60		1.170	73.12
Chêne Canadien		0.872	54.50
Chêne Dantzic		0.760	47.50
Citronnier		0.726	45.37
Cocotier		1.040	65.00
Coudrier		0.606	37.87
Courbaril	vert	1.013	63.39
	demi-sec	0.902	56.40
	sec	0.774	48.40
Cyprès, Espagnol		0.644	40.25
Ebène, Américain		1.332	83.25
Ebène, Indien		1.210	75.62
Ebénier. Faux		0.834	52.11
Epinette		.476	29.70
		0.715	44.68
Erable	vert	0.990	61.90
	sec	0.818	51.15
Erable		0.750	46.87
Frêne	vert	1.038	64.99
	sec	0.797	49.80
Frêne		0.600	37.50
		0.845	52.81
Gaïac. (Lignum vitae)		1.333	83.31
Genièvre		0.556	34.75
Grenatier		1.354	84.62
Hêtre	vert	1.046	65.40
	demi-sec	0.906	56.60
	sec	0.722	45.10
Hêtre		0.696	43.50
		0.852	53.25
Houx		0.763	47.70
H. Hollandais		0.788	49.25
H. Espagnol		0.807	50.44
Jasmin, Espagnol		0.770	48.12
Laurier		0.822	51.37
Lentisque		0.849	53.06
Liège		0.240	15.00
Limonier et Cognassier		0.705	44.06
Merisier	vert	1.046	65.40
	demi-sec	0.898	56.60
	sec	0.722	45.10
Merisier de 60 ans, sec		0.578	36.13
Mûrier, Espagnol		0.897	56.06
Néflier		0.944	59.00
Noyer Anglais	vert	0.941	58.80
	sec	0.749	46.80
Noyer français		0.671	41.94
Orme dur	vert	1. 20	70.00
	sec	0.781	48.80

SUITE DES **BOIS.**		Poids spécifique	Poids d'un p. c. ang. en liv.
Orme		0.512	33.87
		0.670	41.87
Oranger		0.705	44.06
Olivier		0.927	57.94
Platane	sec	0.640	40.00
		0.736	46.00
Peuplier	vert	0.933	58.30
	sec	0.619	38.70
Peupler noir	vert	0.974	60.90
	demi-sec	0.674	42.13
	sec	0.464	29.00
Peuplier de Lomb. sec.		0.384	24.00
Pin blanc du Cana. sec.		0.464	29.00
Pin, blanc		0.490	30.62
		0.512	32.00
Pin, jaune		0.550	34.37
		0.660	41.25
Pin, vert		0.864	54.00
		1.184	74.00
Pin, sec		0.496	31.00
		0.656	41.00
Poirier		0.661	41.31
Pommier		0.793	49.56
Prunier		0.785	49.06
Seringat		1.099	68.74
Saule		0.585	37.56
Sureau		0.677	42.30
Sycomore	vert	1.024	64.00
	demi-sec	0.896	56.00
	sec	0.768	48.00
Tremble	vert	0.874	54.60
	demi-sec	0.653	40.80
	sec	0.546	34.10
Teck		0.744	46.50
		0.860	53.75
Tilleul		0.604	37.75
Vigne		1.327	82.94
BOIS DU CANADA.			
Bois blanc		.435	27.2
Bois dur		.791	49.5
Bouleau		.649	40.5

SUITE DES **BOIS DU CANADA.**	Poids spécifique	Poids d'un p. c. ang. en liv.
Cèdre rouge	.525	32.8
Cèdre blanc	.357	22.3
Cerisier rouge	.582	36.4
Cerisier à grappes	.615	38.5
Châtaiginer	.460	28.7
Chêne blanc	.687 à .718	43.0 / 44.9
Chêne rouge	.566	35.4
Chêne piqué	.622	38.9
Epinette noire	.476	29.7
Epinette rouge	.671	42.0
Erable dur	.815	51.0
Erable tendre	.742	48.9
Erable piqué	.676	42.3
Frêne Franc	.673	42.0
Frêne gras	.489	30.5
Frêne à baleines	.668	41.7
Hêtre rouge	.780	48.8
Merisier blanc	.680	42.5
Merisier rouge	.602	37.6
Noyer dur	.629 à .728	39.4 / 45.5
Noyer noir	.572 à .598	35.8 / 37.4
Noyer tendre	.423	26.5
Orme dur	.768	48.0
Orme gris	.601	37.5
Orme gras	.408	25.5
Orme tendre	.520	32.5
Peuplier	.324	20.3
Pin blanc	.374	23.4
Pin jaune	.500	31.2
Pin rouge	.402	25.1
Plaine	.586	36.6
Pruche	.345	21.5
Sapin	.401	25.0
Saule noir	.431	27.0
Sycomore	.494	30.9
Tilleul	.337	21.0
Tremble	.448	28.0

REMARQUES.

Il est à peine nécessaire de dire que pour plusieurs corps ou substances dont on donne ici le poids d'un pied cube et la pesanteur spécifique, ces poids ne sont que des moyens plus ou moins approximatifs.

En effet, l'on comprend que pour ce qui est des métaux, ces corps, sous le laminoir ou le marteau, peuvent se condenser de manière à ajouter notamment à leur poids sous un même volume.

Il en est ainsi d'autres substances, telles que la terre ordinaire, la neige, la farine, le plâtre, etc. dont le poids variera nécessairement en raison du plus ou moins de compression à laquelle on les aura assujetties.

Le poids du grain varie beaucoup en raison de sa qualité.

Les bois affectent aussi des pesanteurs bien différentes, suivant qu'ils sont plus ou moins secs et suivant que les échantillons qui ont servi à déterminer ces poids sont de gros ou de petit calibre. Ce ce qui explique les pesanteurs comparativement petites, des bois du Canada, qu'on a établies sur des échantillons sec de 15 ans et n'ayant que 7″ × 6″ × 1″, ceux mêmes qui ont été expédiés à Londres lors de l'exposition de 1851. Il suit de ce que l'on vient de dire que suivant que l'on voudra évaluer le poids d'une menuiserie ou d'une charpenterie, l'on se servira des moindres ou des plus grandes pesanteurs qu'affectent les bois à estimer.

N. B. Comme le grain est d'ordinaire coté au minot, il est utile de savoir au besoin que:

1°. Le minot français du Canada est (à une fraction près) de 2339 pouces cubes; or $2329 \div 1728$ (nombre de pouces dans un pied cube) $= 1.353587963$ ou $1\frac{1}{3}$ près; d'où il suit qu'en multipliant un nombre donné de minots français par 1.35 (ect., suivant l'exactitude voulue) on aura le nombre correspondant de pieds cubes anglais

2°. De même, le minot anglais du Canada est de 2150.42 pouces cubes; divisant par 1728, on a 1.24445602 ou $1\frac{1}{4}$ près; d'où, on réduira les minots anglais en pieds cubes anglais en les multipliant par 1.24 etc.

3°. L'opération inverse, c.-à-d. la réduction de pieds cubes anglais en minots français, se fera en multipliant par .7387772552 ou par .74 près, puisque $1728 \div 2339 = .73$ etc-

4°. Et l'on convertira en minots anglais un nombre donné de pieds cubes anglais en multipliant ces derniers par .803563955 ou par .8 près, car $1728 \div 2150.42 = .8$ etc.

5°. Le gallon à vin est de 231 pouces cubes anglais, ce qui permettra de réduire au besoin un nombre donné de gallons d'un liquide quelconque en pieds cubes, ou vice versa.

Voici encore quelques données qui peuvent faciliter la comparaison et traduction des mesures anglaises et françaises.

Mesures linéaires.

1 p. fr.	vaut	1.066	près	pieds anglais.
1 p. fr.	"	1.615	"	chaînons de Gunter.
1 mètre	"	3.078	"	pieds français.
1 mètre	"	3.281	"	" anglais.
1 mètre	"	4.971	"	chaînons de Gunter.
1 chaînon Gunter	vaut	0.66		pieds anglais.
1 arpent (180 p. fr.)	"	191.835	"	anglais.

Mesures de superficie.

1 p. c. fr.	vaut	1.136	près	pieds anglais.
1 p. c. fr.	"	$2.607\frac{1}{2}$	"	chaînons Gunter.
1 mètre c.	"	9.477	"	pieds français.
1 mètre c.	"	10.764	"	" anglais.
1 mètre c.	"	24.711	"	chaînons Gunter.
1 acre (ang.)	vaut	43,560		pieds anglais.

Mesures de superficie.

1 acre (ang.)	"	38.351	pieds français.
1 arp. c. (fr.)	"	32.400	" français.
1 arp. c. (fr.)	"	$36.800\frac{2}{3}$	" anglais.
1 arp. c. (fr.)	"	84.483	" chaînons G.
1 chaînon c. G.	"	0.4356	" anglais.

Mesures cubiques ou de capacité.

1 p. c. fr.	vaut	1.2105	près	pieds anglais.
1 mètre c.	"	29.17385	"	" français.
1 mètre c.	"	35.31505	"	" anglais.
1 mètre c.	"	1.30796	"	" verges.
72 p. c. fr. une toise de maçonnerie.	"	87.15625		pieds cubes anglais

anglais, de divers corps ou substances, en liv. av.

METAUX.

	livres.
Acier	490
Argent	657
Cuivre (rouge)	549
Fer fondu	450
Fer battu	480
Laiton (cuivre jaune)	523
Mercure (vif-argent)	85[illegible]
Or	1200
Platine	13[illegible]0
Plomb	710
Sodium	61
Zinc	450

PIERRES ET TERRES.

Ardoise	172
Argile (glaise)	125
Asphalte	145
Brique sèche	120 à 130
Brique saturée d'eau	130 à 140
Brique posée au mortier	117
Brique posée au ciment	125
Caillou	167
Chaux vive	103
Craie	140 à 166
Ciment et plâtre en poudre	85
Ciment et platre en tuile	120
Dalles à paver	150
Dolomite (calcaire magnésien)	175
Glaise (argile)	125
Granite 163 à 185	166
Gravier	120
Grès	160 à 170
Gypse (sulp. de chaux)	117 à 145
Houille	78 à 86
Houille Anthracite	113
Marbre 166 à 178	170
Pierre ordinaire	157
Pierre réfractaire	187 à 194
Pierre de Montréal Do. de Deschambault Do. de la Pointe-au-Tremble	169 à 170
Pierre du Cap-Rouge	167
Pierre noire de Québec	170
Pierre de l'ange Gardien Pierre du Château-Richer	160
Sable	95
Terre ordinaire	95 à 125
Tourbe	37 à 83
Tuile	135

BOIS.

Acajou, Honduras	35
Acajou, Espagnol	53
Bouleau	40 à 45
Cèdre blanc	26
Chêne	43 à 52
Epinette	30 à 42
Erable	42 à 51
Frêne	35 à 47
Hetre	43 à 49
Liège	15
Merisier	3[illegible] à 45
Noyer noir	37 à 46
Noyer tendre	27 à 35
Orme	35 à 48
Pin	27 à 35

DIVERS.

Arcanson	68
Avoine	24 à 29
Blé	46 a 48
Blé d'Inde	41
Cassonade	53
Café vert	43
Drèche	75
Farine	47
Graine de de lin	42
Gruau	46
Glace	59
Livres reliés	43 à 50
Mélasse	80
Neige nouvelle	5 à 6
Neige compacte	27 à 33
Orge	37 à 39
Orge perlé	53
Pois	48 à 53
Poudre à tirer	58
Riz	53
Savon	67 à 72
Sel	67
Sucre d'érable	83
Suif	59
Thé	15 à 21

LIQUIDES.

Alcool	$49\frac{1}{2}$
Bières	63 à 66
Eau	$62\frac{1}{2}$
Eau de mer	$64\frac{1}{4}$
Huiles	53 à 60
Vins	62 à 65

FLUIDES AERIFORMES.

	onces
Air atmosphérique	1.286
Gaz acide carbonique	1.955
Gaz hydrogène	0.088

TABLES

DES

I. Carrés et racines carrées des nombres de 1 à 1600.

II. Circonférences et aires ou surfaces de cercles de diam. $\frac{1}{64}$ à 150, avançant par $\frac{1}{8}$.

III. Circonférences et aires de cercles de diam. $\frac{1}{10}$ à 100, avançant par $\frac{1}{10}$.

IV. Circonférences et surfaces de cercles de diam. 1 à 50 pieds, avançant par un pouce.

V. Côtés de carrés égaux en surface à un cercle de diamètre 1 à 100, avançant par $\frac{1}{4}$.

VI. Longueurs d'arcs de cercles pour un diamètre = 1 divisé en 1000 parties égales.

VII. Longueurs des arcs de demi-ellipses, pour un grand axe = 1 et divisé en 1000 parties égales.

VIII. Surfaces ou aires des segments d'un cercle pour un diamètre = 1 divisé en 1000 parties égales.

IX. Surfaces ou aires des zones d'un cercle, pour un diamètre 1 divisé en 1000 parties égales.

X. Poids spécifiques des corps, substances de toutes sortes : solides, fluides, liquides, aériformes.

No.	Carré.	Rac. carrée.	No.	Carré.	Rac. carrée.	No.	Carré.	Rac. carrée.
1	1	1.0000000	61	3721	7.8102497	121	14641	11.0000000
2	4	1.4142136	62	3844	7.8740079	122	14884	11.0453610
3	9	1.7320508	63	3969	7.9372539	123	15129	11.0905365
4	16	2.0000000	64	4096	8.0000000	124	15376	11.1355287
5	25	2.2360680	65	4225	8.0622577	125	15625	11.1803399
6	36	2.4494897	66	4356	8.1240384	126	15876	11.2249722
7	49	2.6457513	67	4489	8.1853528	127	16129	11.2694277
8	64	2.8284271	68	4624	8.2462113	128	16384	11.3137085
9	81	3.0000000	69	4761	8.3066239	129	16641	11.3578167
10	100	3.1622777	70	4900	8.3666003	130	16900	11.4017543
11	121	3.3166248	71	5041	8.4261498	131	17161	11.4455231
12	144	3.4641016	72	5184	8.4852814	132	17424	11.4891253
13	169	3.6055513	73	5329	8.5440037	133	17689	11.5325626
14	196	3.7416574	74	5476	8.6023253	134	17956	11.5758369
15	225	3.8229833	75	5625	8.6602540	135	18225	11.6189500
16	256	4.0000000	76	5776	8.7177979	136	18496	11.6619038
17	289	4.1231056	77	5929	8.7749644	137	18769	11.7046999
18	324	4.2426407	78	6084	8.8317609	138	19044	11.7473401
19	361	4.3585989	79	6241	8.8881944	139	19321	11.7898261
20	400	4.4721360	80	6400	8.9442719	140	19600	11.8321596
21	441	4.5825757	81	6561	9.0000000	141	19881	11.8743421
22	484	4.6904158	82	6724	9.0553851	142	20164	11.9163753
23	529	4.7958315	83	6889	9.1104336	143	20449	11.9582607
24	576	4.8989795	84	7056	9.1651514	144	20736	12.0000000
25	625	5.0000000	85	7225	9.2195445	145	21025	12.0415946
26	676	5.0990195	86	7396	9.2736185	146	21316	12.0830460
27	729	5.1961524	87	7569	9.3273791	147	21609	12.1243557
28	784	5.2915026	88	7744	9.3808315	148	21904	12.1655251
29	841	5.3851648	89	7921	9.4339811	149	22201	12.2065556
30	900	5.4772256	90	8100	9.4868330	150	22500	12.2474487
31	961	5.5677644	91	8281	9.5393920	151	22801	12.2882057
32	1024	5.6568542	92	8464	9.5916630	152	23104	12.3288280
33	1089	5.7445626	93	8649	9.6436508	153	23409	12.3693169
34	1156	5.8309519	94	8836	9.6953597	154	23716	12.4096736
35	1225	5.9160798	95	9025	9.7467943	155	24025	12.4498996
36	1296	6.0000000	96	9216	9.7979590	156	24336	12.4899960
37	1369	6.0827625	97	9409	9.8488578	157	24649	12.5299641
38	1444	6.1644140	[illegible]	9604	9.8994949	158	24964	12.5698051
39	1521	6.244998[illegible]	[illegible]	9801	9.9498744	159	25281	12.6095202
40	1600	6.324[illegible]	[illegible]0	10000	10.0000000	160	25600	12.6491106
41	1681	6.40[illegible]	101	10201	10.0498756	161	25921	12.6885775
42	1764	6.48[illegible]	102	10404	10.0995049	162	26244	12.7279221
43	1849	6.5574[illegible]85	103	10609	10.1488916	163	26569	12.7671453
44	1936	6.6332496	104	10816	10.1980390	164	26896	12.8062485
45	2025	6.7082039	105	11025	10.2469508	165	27225	12.8452326
46	2116	6.7823300	106	11236	10.2956301	166	27556	12.8840987
47	2209	6.8556546	107	11449	10.3440804	167	27889	12.9228480
48	2304	6.9282032	108	11664	10.3923048	168	28224	12.9614814
49	2401	7.0000000	109	11881	10.4403065	169	28561	13.0000000
50	2500	7.0710678	110	12100	10.4880885	170	28900	13.0384048
51	2601	7.1414284	111	12321	10.5356538	171	29241	13.0766968
52	2704	7.2111026	112	12544	10.5830052	172	29584	13.1148770
53	2809	7.2801099	113	12769	10.6301458	173	29929	13.1529464
54	2916	7.3484692	114	12996	10.6770783	174	30276	13.1909060
55	3025	7.4161985	115	13225	10.7238053	175	30625	13.2287566
56	3136	7.4833148	116	13456	10.7703296	176	30976	13.2664992
57	3249	7.5498344	117	13689	10.8166538	177	31329	13.3041347
58	3364	7.6157731	118	13924	10.8627805	178	31684	13.3416641
59	3481	7.6811457	119	14161	10.9087121	179	32041	13.3790882
60	3600	7.7459667	120	14400	10.9544512	180	32400	13.4164079

No.	Carré.	Rac. carrée.	No.	Carré.	Rac. carrée.	No.	Carré.	Rac. carrée.
181	32761	13.4536240	241	58081	15.5241747	301	90601	17.3493516
182	33124	13.4907376	242	58564	15.5563492	302	91204	17.3781472
183	33489	13.5277493	243	59049	15.5884573	303	91809	17.4068952
184	33856	13.5646600	244	59536	15.6204994	304	92416	17.4355958
185	34225	13.6014705	245	60025	15.6524758	305	93025	17.4642492
186	34596	13.6381817	246	60516	15.6843871	306	93636	17.4928557
187	34969	13.6747943	247	61009	15.7162336	307	94249	17.5214155
188	35344	13.7113092	248	61504	15.7480157	308	94864	17.5499288
189	35721	13.7477271	249	62001	15.7797338	309	95481	17.5783958
190	36100	13.7840488	250	62500	15.8113883	310	96100	17.6068169
191	36481	13.8202750	251	63001	15.8429795	311	96721	17.6351921
192	36864	13.8564065	252	63504	15.8745079	312	97344	17.6635217
193	37249	13.8924400	253	64009	15.9059737	313	97969	17.6918060
194	37636	13.9283883	254	64516	15.9373775	314	98596	17.7200451
195	38025	13.9642400	255	65025	15.9687194	315	99225	17.7482393
196	38416	14.0000000	256	65536	16.0000000	316	99856	17.7763888
197	38809	14.0356688	257	66049	16.0312195	317	100489	17.8044938
198	39204	14.0712473	258	66564	16.0623784	318	101124	17.8325545
199	39601	14.1067360	259	67081	16.0934769	319	101761	17.8605711
200	40000	14.1421356	269	67600	16.1245155	320	102400	17.8885438
201	40401	14 774469	261	68121	16.1554944	321	103041	17.9164729
202	40804	14.2 26704	262	68644	16.1864141	322	103684	17.9443584
203	41209	14.2478068	263	69169	16.2172747	323	104329	17.9722008
204	41616	14.2828569	264	69696	16.2480768	324	104976	18.0000000
205	42025	14.3178211	265	70225	16.2788206	325	105625	18.0277564
206	42436	14.3527001	266	70756	16.3095064	326	106276	18.0554701
207	42849	14.3874946	267	71289	16.3401346	327	106929	18.0831413
208	43264	14.4222051	268	71824	16.3707055	328	107584	18.1107703
209	43681	14.4568323	269	72361	16.4012195	329	108241	18.1383571
210	44100	14.4913767	270	72900	16.4316767	330	108900	18.1659021
211	44521	14.5258390	271	73441	16.4620776	331	109561	18.1934054
212	44944	14.5602198	272	73984	16.4924225	332	110224	18.2208672
213	45369	14.5945195	273	74529	16.5227116	433	110889	18.2482876
214	45796	14.6287388	274	75076	16.5529454	354	111556	18.2756669
215	46225	14.6628783	275	75625	16.5831240	335	112225	18.3030052
216	46656	14.6969385	276	76176	16.6132477	336	112896	18.3303028
217	47089	14.7309199	277	76729	16.6433170	337	113569	18.3575598
218	47524	14.7648231	278	77284	16.6783320	338	114244	18.3847763
219	47961	14.7986486	279	77841	16.7032931	339	114921	18.4119526
220	48400	14.8323970	280	78400	16.7332005	340	115600	18.4390889
221	48841	14.8660687	281	78961	16.7630546	341	116281	18.4661853
222	49284	14.8996644	282	79524	16.7928556	342	116964	18.4932420
223	49729	14.9331845	283	80089	16.8226038	343	117649	18.5202592
224	50176	14.9666295	284	80656	16.8522995	344	118336	18.5472370
225	50625	15.0000000	385	81225	16.8819430	345	119025	18.5741756
226	51076	15.0332964	286	81796	16.9115345	346	119716	18.6010752
227	51529	15.0665192	287	82369	16.9410743	347	120409	18.6279360
228	51984	15.0996689	288	82944	16.9705627	348	121104	18.6547581
229	52441	15.1327460	289	83521	17.0000000	349	121801	18.6815417
230	52900	15.1657509	290	84100	17.0293864	350	122500	18.7082869
231	53361	15.1986842	291	84681	17.0587221	351	123201	18.7349940
232	53824	15.2315462	292	85264	17.0880075	352	123904	18.7616630
233	54289	15.2643375	293	85849	17.1172428	353	124609	18.7882942
234	54756	15.2970585	294	86436	17.1464282	354	125316	18.8148877
235	55225	15.3297097	295	87025	17.1755640	355	126025	18.8414437
236	55696	15.3622915	296	87616	17.2046505	356	126736	18.8679623
237	56169	15.3948043	297	88209	17.2336879	357	127449	18.8944436
238	56644	15.4272486	298	88804	17.2626765	358	128164	18.9208879
239	57121	15.4596248	299	89401	17.2916165	359	128881	18.9472953
240	57600	15.4919334	300	90000	17.3205081	360	129600	18.9736660

No.	Carré.	Rac. carrée.	No.	Carré.	Rac. carrée.	No.	Carré.	Rac. carrée.
361	130321	19.0000000	421	177241	20.5182845	481	231361	21.9317122
362	131044	19.0262976	422	178084	20.5426386	482	232324	21.9544984
363	131769	19.0525589	423	178929	20.5669638	483	233289	21.9772610
364	132496	19.0787840	424	179776	20.5912603	484	234256	22.0000000
365	133225	19.1049732	425	180625	20.6155281	485	235225	22.0227155
366	133956	19.1311265	426	181476	20.6397674	486	236196	22.0454077
367	134689	19.1572441	427	182329	20.6639783	487	237169	22.0680765
368	135424	19.1833261	428	183184	20.6881609	488	238144	22.0907220
369	136161	19.2093727	429	184041	20.7123152	489	239121	22.1133444
370	136900	19.2353841	430	184900	20.7364414	490	240100	22.1359436
371	137641	19.2613603	431	185761	20.7605395	491	241081	22.1585198
372	138384	19.2873015	432	186624	20.7846097	492	242064	22.1810730
373	139129	19.3132079	433	187489	20.8086520	493	243049	22.2036033
374	139876	19.3390796	434	188356	20.8326667	494	244036	22.2261108
375	140625	19.3649167	435	189225	20.8566536	495	245025	22.2485955
376	141376	19.3907194	436	190096	20.8806130	496	246016	22.2710575
377	142129	19.4164878	437	190969	20.9045450	497	247009	22.2934968
378	142884	19.4422221	438	191844	20.9284495	498	248004	22.3159136
379	143641	19.4679223	439	192721	20.9523268	499	249001	22.3383079
380	144400	19.4935887	440	193600	20.9761770	500	250000	22.3606798
381	145161	19.5192213	441	194481	21.0000000	501	251001	22.3830293
382	145924	19.5448203	442	195364	21.0237960	502	252004	22.4053565
383	146689	19.5703858	443	196249	21.0475652	503	253009	22.4276615
384	147456	19.5[illegible]9	444	197136	21.0713075	504	254016	22.4499443
385	148225	1[illegible]4169	445	198025	21.0950231	505	255025	22.4722051
386	148996	19.6468827	446	198916	21.1187121	506	256036	22.4944438
387	149769	19.6723156	447	199809	21.1423745	507	257049	22.5166605
388	150544	19.6977156	448	200704	21.1660105	508	258064	22.5388553
389	151321	19.7230829	449	201601	21.1896201	509	259081	22.5610283
390	152100	19.7484177	450	202500	21.2132034	510	260100	22.5831796
391	152881	19.7737199	451	203401	21.2367606	511	261121	22.6053091
392	153664	19.7989899	452	204304	21.2602916	512	262144	22.6274170
393	154449	19.8242276	453	205209	21.2837967	513	263169	22.6495033
394	155236	19.8494332	454	206116	21.3072758	514	264196	22.6715681
395	156025	19.8746069	455	207025	21.3307290	515	265225	22.6936114
396	156816	19.8997487	456	207936	21.3541565	516	266256	22.7156334
397	157609	19.9248588	457	208849	21.3775583	517	267289	22.7376340
398	158404	19.9499373	458	209764	21.4009346	518	268324	22.7596134
399	159201	19.9749844	459	210681	21.4242853	519	269361	22.7815715
400	160000	20.0000000	460	211600	21.4476106	520	270400	22.8035085
401	160801	20.0249844	461	212521	21.4709106	521	271441	22.8254244
402	161604	20.0499377	462	213444	21.4941853	522	272484	22.8473193
403	162409	20.0748599	463	214369	21.5174348	523	273529	22.8691933
404	163216	20.0997512	464	215296	21.5406592	524	274576	22.8910463
405	164025	20.1246118	465	216225	21.5638587	525	275625	22.9128775
406	164836	20.1494417	466	217156	21.5870331	526	276676	22.9346899
407	165649	20.1742410	467	218089	21.6101828	527	277729	22.9564806
408	166464	20.1990099	468	219024	21.6333077	528	278784	22.9782506
409	167281	20.2237484	469	219961	21.6564078	529	279841	23.0000000
410	168100	20.2484567	470	220900	21.6794834	530	280900	23.0217289
411	168921	20.2731349	471	221841	21.7025344	531	281961	23.0434372
412	169744	20.2977831	472	222784	21.7255610	532	283024	23.0651252
413	170569	20.3224014	473	223729	21.7485632	533	284089	23.0867928
414	171396	20.3469899	474	224676	21.7715411	534	285156	23.1084400
415	172225	20.3715488	475	225625	21.7944947	535	286225	23.1300670
416	173056	20.3960781	476	226576	21.8174242	536	287296	23.1516738
417	173889	20.4205779	477	227529	21.8403297	537	288369	23.1732605
418	174724	20.4450483	478	228484	21.8632111	538	289444	23.1948270
419	175561	20.4694895	479	229441	21.8860686	539	290521	23.2163735
420	176400	20.4939015	480	230400	21.9089023	540	291600	23.2379001

No.	Carré.	Rac. carrée.	No.	Carré.	Rac. carrée.	No.	Carré.	Rac. carrée.
541	292681	23.2594067	601	361201	24.5153013	661	436921	25.7099203
542	293764	23.2808935	602	362404	24.5356883	662	438244	25.7293607
543	294849	23.3023604	603	363609	24.5560583	663	439569	25.7487864
544	295936	23.3238076	604	364816	24.5764115	664	440896	25.7681975
545	297025	23.3452351	605	366025	24.5967478	665	442225	25.7875939
546	298116	23.3666429	606	367236	24.6170673	666	443556	25.8069758
547	299209	23.3880311	607	368449	24.6373700	667	444889	25.8263431
548	300304	23.4093998	608	369664	24.6576560	668	446224	25.8456960
549	301401	23.4307490	609	370881	24.6779254	669	447561	25.8650343
550	302500	23.4520788	610	372100	24.6981781	670	448900	25.8843582
551	303601	23.4733892	611	373321	24.7184142	671	450241	25.9036677
552	304704	23.4946802	612	374544	24.7386338	672	451584	25.9229628
553	305809	23.5159520	613	375769	24.7588368	673	452929	25.9422435
554	306916	23.5372046	614	376996	24.7790234	674	454276	25.9615100
555	308025	23.5584380	615	378225	24.7991935	675	455625	25.9807621
556	309136	23.5796522	616	379456	24.8193473	676	456976	26.0000000
557	310249	23.6008474	617	380689	24.8394847	677	458329	26.0192237
558	311364	23.6220236	618	381924	24.8596058	678	459684	26.0384331
559	312481	23.6431808	619	383161	24.8797106	679	461041	26.0576284
560	313600	23.6643191	620	384400	24.8997992	680	462400	26.0768096
561	314721	23.6854386	621	385641	24.9198716	681	463761	26.0959767
562	315844	23.7065392	622	386884	24.9399278	682	465124	26.1151297
563	316969	23.7276210	623	388129	24.9599679	683	466489	26.1342687
564	318096	23.7486842	624	389376	24.9799920	684	467856	26.1533937
565	319225	23.7697286	625	390625	25.0000000	685	469225	26.1725047
566	320356	23.7907545	626	391876	25.0199920	686	470596	26.1916017
567	321489	23.8117618	627	393129	25.0399681	687	471969	26.2106848
568	322624	23.8327506	628	394384	25.0599282	688	473344	26.2297541
569	323761	23.8537209	629	395641	25.0798724	689	474721	26.2488095
570	324900	23.8746728	630	396900	25.0998008	690	476100	26.2678511
571	326041	23.8956063	631	398161	25.1197134	691	477481	26.2868789
572	327184	23.9165215	632	399424	25.1396102	692	478864	26.3058929
573	328329	23.9374184	633	400689	25.1594913	693	480249	26.3248932
574	329476	23.9582971	634	401956	25.1793566	694	481636	26.3438797
575	330625	23.9791576	635	403225	25.1992063	695	483025	26.3628527
576	331776	24.0000000	636	404496	25.2190404	696	484416	26.3818119
577	332929	24.0208243	637	405769	25 2388589	697	485809	26.4007576
578	334084	24.0416306	638	407044	25.2586619	698	487204	26.4196896
579	335241	24.0624188	639	408321	25.2784493	699	488601	26.4386081
580	336400	24.0831891	640	409600	25.2982213	700	490000	26.4575131
581	337561	24.1039416	641	410881	25.3179778	701	491401	26.4764046
582	338724	24.1246762	642	412164	25.3377189	702	492804	26.4952826
583	339889	24.1453929	643	413449	25.3574447	703	494209	26.5141472
584	341056	24.1660919	644	414736	25.3771551	704	495616	26.5329983
585	342225	24.1867732	645	416025	25.3968502	705	497025	26.5518361
586	343396	24.2074369	646	417316	25.4165301	706	498436	26.5706605
587	344569	24.2280829	647	418609	25.4361947	707	499849	26.5894716
588	345744	24.2487113	648	419904	25.4558441	708	501264	26.6082694
589	346921	24.2693222	649	421201	25.4754784	709	502681	26.6270539
590	348100	24.2899156	650	422500	25.4950976	710	504100	26.6458252
591	349281	24.3104916	651	423801	25.5147016	711	505521	26.6645833
592	350464	24.3310501	652	425104	25.5342907	712	506944	26.6833281
593	351649	24.3515913	653	426409	25.5538647	713	508369	26.7020598
594	352836	24.3721152	654	427716	25.5734237	714	509796	26.7207784
595	354025	24.3926218	655	429025	25.5929678	715	511225	26.7394839
596	355216	24.4131112	656	430336	25.6124969	716	512656	26.7581763
597	356409	24.4335834	657	431649	25.6320112	717	514089	26.7768557
598	357604	24.4540385	658	432964	25.6515107	718	515524	26.7955220
599	358801	24.4744765	659	434281	25.6709953	719	516961	26.8141754
600	360000	24.4948974	660	435600	25.6904652	720	518400	26.8328157

No.	Carré.	Rac. carrée.	No.	Carré.	Rac. carrée.	No.	Carré.	Rac. carrée.
721	519841	26.8514432	781	609961	27.9463772	841	707281	29.0000000
722	521284	26.8700577	782	611524	27.9642629	842	708964	29.0172363
723	522729	26.8886593	783	613089	27.9821372	843	710649	29.0344623
724	524176	26.9072481	784	614656	28.0000000	844	712336	29.0516781
725	525625	26.9258240	785	616225	28.0178515	845	714025	29.0688837
726	527076	26.9443872	786	617796	28.0356915	846	715716	29.0860791
727	528529	26.9629375	787	619369	28.0535203	847	717409	29.1032644
728	529984	26.9814751	788	620944	28.0713377	848	719104	29.1204396
729	531441	27.0000000	789	622521	28.0891438	849	720801	29.1376046
730	532900	27.0185122	790	624100	28.1069386	850	722500	29.1547595
731	534361	27.0370117	791	625681	28.1247222	851	724201	29.1719043
732	535824	27.0554985	792	627624	28.1424946	852	725904	29.1890390
733	537289	27.0739727	793	628849	28.1602557	853	727609	29.2061637
734	538756	27.0924344	794	630436	28.1780056	854	729316	29.2232784
735	540225	27.1108834	795	632025	28.1957444	855	731025	29.2403830
736	541696	27.1293199	796	633616	28.2134720	856	732736	29.2574777
737	543169	27.1477439	797	635209	28.2311884	857	734449	29.2745623
738	544644	27.1661554	798	636804	28.2488938	858	736164	29.2916370
739	546121	27.1845544	799	638401	28.2665881	859	737881	29.3087018
740	547600	27.2029410	800	640000	28.2842712	860	739600	29.3257566
741	549081	27.2213152	801	641601	28.3019434	861	741321	29.3428015
742	550564	27.2396769	802	643204	28.3196045	862	743044	29.3598365
743	552049	27.2580263	803	644809	28.3372546	863	744769	29.3768616
744	553536	27.2763634	804	646416	28.3548938	864	746496	29.3938769
745	555025	27.2946881	805	648025	28.3725219	865	748225	29.4108823
746	556516	27.31[illegible]06	806	649636	28.3901391	866	749956	29.4278779
747	558009	27.3313007	807	651249	28.4077454	867	751689	29.4448637
748	559504	27.3495887	808	652864	28.4253408	868	753424	29.4618397
749	561001	27.3678644	809	654481	28.4429253	869	755161	29.4788059
750	562500	27.3861279	810	656100	28.4604989	870	756900	29.4957624
751	564001	27,4043792	811	657721	28.4780617	871	758641	29.5127091
752	565504	27.4226184	812	659344	28.4956137	872	760384	29.5296461
753	567009	27.4408455	813	660969	28.5131549	873	762129	29.5465734
754	568516	27.4590604	814	662596	28.5306852	874	763876	29.5634910
755	570025	27.4772633	815	664225	28.5482048	875	765625	29.5803989
756	571536	27.4954542	816	665856	28.5657137	876	767376	29.5972972
757	573049	27.5136330	817	667489	28.5832119	877	769129	26.6141858
758	574564	27.5317998	818	669124	28.6006993	878	770884	29.6310648
759	576081	27.5499546	819	670761	28.6181760	879	772641	29.6479342
760	577600	27.5680975	820	672400	28.6356421	880	774400	29.6647939
761	579121	27.5862284	821	674041	28.6530976	881	776161	29.6816442
762	580644	27.6043475	822	675684	28.6705424	882	777924	29.6984848
763	582169	27.6224546	823	677329	28.6879766	883	779689	29.7153159
764	583696	27.6405499	824	678976	28.7054002	884	781456	29.7321375
765	585225	27.6586334	825	680625	28.7228132	885	783225	29.7489496
766	586756	27.6767050	826	682276	28.7402157	886	784996	29.7657521
767	588289	37.6947648	827	683929	28.7576077	887	786769	29.7825452
768	589824	27.7128129	828	685584	28.7749891	888	788544	29.7993289
769	591361	27.7308492	829	687241	28.7[illegible]601	889	790321	29.8161030
770	592900	27.7488739	830	688900	28.8097206	890	792100	29.8328678
771	594441	27.7668868	831	690561	28.8270706	891	793881	29.8496231
772	595984	27.7848880	832	692224	28.8444102	892	795664	29.8663690
773	597529	27.8028775	833	693889	28.8617394	893	797449	29.8831056
774	599076	27.8208555	834	695556	28.8790582	894	799236	29.8998328
775	600625	27.8388218	835	697225	28.8963666	895	801025	29.9165506
776	602176	27.8567766	836	698896	28.9136646	896	802816	29.9332591
777	603729	27.8747197	837	700569	28.9309523	897	804609	29.9499583
778	605284	27.8926514	838	702244	28.9482297	898	806404	29.9666481
779	606841	27.9105715	839	703921	28.9654967	899	808201	29.9833287
780	608400	27.9284801	840	705600	28.9827535	900	810000	30.0000000

No.	Carré.	Rac. carrée.	No.	Carré.	Rac. carrée.	No.	Carré.	Rac. carrée.
901	811801	30.0166621	961	923521	31.0000000	1021	1042441	31.9530906
902	813604	30.0333148	962	925444	31.0161248	1022	1044484	31.9687347
903	815409	30.0499584	963	927369	31.0322413	1023	1046529	31.9843712
904	817216	30.0665928	964	929296	31.0483494	1024	1048576	32.0000000
905	819025	30.0832179	965	931225	31.0644491	1025	1050625	32.0156212
906	820836	30.0998339	966	933156	31.0805405	1026	1052676	32.0312348
907	822649	30.1164407	967	935089	31.0966236	1027	1054729	32.0468407
908	824464	30.1330383	968	937024	31.1126984	1028	1056784	32.0624391
909	826281	30.1496269	969	938961	31.1287648	1029	1058841	32.0780298
910	828100	30.1662063	970	940900	31.1418230	1030	1060900	32.0936131
911	829921	30.1827765	971	942841	31.1608729	1031	1062961	32.1091877
912	831744	30.1993377	972	944784	31.1769145	1032	1065024	32.1247568
913	833569	30.2158899	973	946729	31.1929479	1033	1067089	32.1403173
914	835396	30.2324329	974	948676	31.2089731	1034	1069156	32.1558704
915	837225	30.2489669	975	950625	31.2249900	1035	1071225	32.1714159
916	839056	30.2654919	976	952576	31.2409987	1036	1073296	32.1869539
917	840889	30.2820079	977	954529	31.2569992	1037	1075369	32.2024844
918	842724	30.2985148	978	956484	31.2729915	1038	1077444	32.2180074
919	844561	30.3150128	979	958441	31.2889757	1039	1079521	32.2335229
920	846400	30.3315018	980	960400	31.3049517	1040	1081600	32.2490310
921	848241	30.3479818	981	962361	31.3209195	1041	1083681	32.2645316
922	850084	30.3644529	982	964324	31.3368792	1042	1085764	32.2800248
923	851929	30.3809151	983	966289	31.3528308	1043	1087849	32.2955105
924	853776	30.3973683	984	968256	31.3687743	1044	1089936	32.3109888
925	855625	30.4138127	985	970225	31.3847097	1045	1092025	32.3264598
926	857476	30.4302481	986	972196	31.4006369	1046	1094116	32.3419233
927	859329	30.4466747	987	974169	31.4165561	1047	1096209	32.3573794
928	861184	30.4630924	988	976144	31.4324673	1048	1098304	32.3728281
929	863041	30.4795013	989	978121	31.4483704	1049	1100401	32.3882695
930	864900	30.4959014	990	980100	31.4642654	1050	1102500	32.4037035
931	866761	30.5122926	991	982081	31.4801525	1051	1104601	32.4191301
932	868624	30.5286750	992	984064	31.4960315	1052	1106704	32.4345495
933	870489	30.5450487	993	986049	31.5119025	1053	1108899	32.4499615
934	872356	30.5614136	994	988036	31.5277655	1054	1110916	32.4653662
935	874225	30.5777697	995	990025	31.5436206	1055	1113025	32.4807635
936	876096	30.5941171	996	992016	31.5594677	1056	1115136	32.4961536
937	877969	30.6104557	997	994009	31.5753068	1057	1117249	32.5115364
938	879844	30.6267857	998	996004	31.5911380	1058	1119364	32.5269119
939	881721	30.6431069	999	1998001	31.6069613	1059	1121481	32.5422802
940	883600	30.6594194	1000	1000000	31.6227766	1060	1123600	32.5576412
941	885481	30.6757233	1001	1000201	31.6385840	1061	1125721	32.5729949
942	887364	30.6920185	1002	1004004	31.6543836	1062	1127844	32.5883415
943	889249	30.7083051	1003	1006009	31.6701752	1063	1129969	32.6036807
944	891136	30.7245830	1004	1008016	31.6859590	1064	1132096	32.6190129
945	893025	30.7408523	1005	1010025	31.7017349	1065	1134225	32.6343377
946	894916	30.7571130	1006	1010036	31.7175030	1066	1136356	32.6496554
947	896808	30.7733651	1007	1014049	31.7332633	1067	1138489	32.6649659
948	898704	30.7896086	1008	1016064	31.7490157	1068	1140624	32.6802693
949	900601	30.8058436	1009	1018081	31.7647603	1069	1142761	32.6955654
950	902500	30.8220700	1010	1020100	31.7804972	1070	1144900	32.7108544
951	904401	30.8382879	1011	1020121	31.7962262	1071	1147041	32·7261363
952	906304	30.8544972	1012	1024144	31.8119474	1072	1149184	32.7414111
953	908209	30.8706981	1013	1026169	31.8276609	1073	1151329	32.7566787
954	910116	30.8868904	1014	1028196	31.8433666	1074	1153476	32.7719392
955	912025	30.9030743	1015	1030225	31.8590646	1075	1155625	32.7871926
956	913936	30.9192477	1016	1032256	31.8747549	1076	1157776	32.8024398
957	915849	30.9354166	1017	1034289	31.8904374	1077	1159929	32.8176782
958	917764	30.9515751	1018	1036324	31.9061123	1078	1162084	32.8329103
959	919681	30.9677251	1019	1038361	31.9217794	1079	1164241	32.8481354
960	921600	30.9838668	1020	1040400	31.9374388	1080	1166400	32.8633535

No.	Carré.	Rac. carrée.	No.	Carré.	Rac. carrée.	No.	Carré.	Rac. carrée.
1081	1168561	32.8785644	1141	1301881	33.7786915	1201	1442401	34.6554469
1082	1170724	32.8937684	1142	1304164	33.7934905	1202	1444804	34.6698716
1083	1172889	32.9089653	1143	1306449	33·8082830	1203	1447209	34.6842904
1084	1175056	32.9241553	1144	1308736	33.8230691	1204	1449616	34.6987031
1085	1177225	32.9393382	1145	1311025	33.8378486	1205	1452025	34.7131099
1086	1179396	32.9545141	1146	1313316	33.8526218	1206	1454436	34.7275107
1087	1181569	32.9696830	1147	1315609	33.8673884	1207	1456849	34.7419055
1088	1183744	32.9848450	1148	1317904	33.8821487	1208	1459264	34.7562944
1089	1185921	33.0000000	1149	1320201	33.8969025	1209	1461681	34.7706773
1090	1188100	33.0151480	1150	1322500	33.9116499	1210	1464100	34.7850543
1091	1190281	33.0302891	1151	1324801	33.9263909	1211	1466521	34.7994253
1092	1192464	33.0454233	1152	1327104	33.9411255	1212	1468944	34.8137904
1093	1194649	33.0605505	1153	1329409	33.9558537	1213	1471369	34.8281495
1094	1196836	33.0756708	1154	1331716	33.9705755	1214	1473796	34.8425028
1095	1199025	33.0907842	1155	1334025	33.9852910	1215	1476225	34.8568501
1096	1201216	33.1058907	1156	1336336	34.0000000	1216	1478656	34.8711915
1097	1203409	33.1209903	1157	1338649	34.0147027	1217	1481089	34.8855271
1098	1205604	33.1360830	1158	1340964	34.0293990	1218	1483524	34.8998567
1099	1207801	33.1511689	1159	1343281	34.0440890	1219	1485961	34.9141805
1100	1210000	33.1662479	1160	1345600	34.0587727	1220	1488400	34.9284984
1101	1212201	33.1813200	1161	1347921	34.0734501	1221	1490841	34.9428984
1102	1214404	33.1963853	1162	1350244	34.0881211	1222	1493284	34.9428104
1103	1216609	33.2114438	1163	1352569	34.1027858	1223	1495729	34.9571166
1104	1218816	33.2264955	1164	1354896	34.1174442	1224	1498176	34.9714169
1105	1221025	33.2415403	1165	1357225	34.1320963	1225	1500625	34.9857114
1106	1223236	33.2565783	1166	1359556	34.1467422	1226	1503076	35.0000000
1107	1225449	33.2716095	1167	1361889	34.1613817	1227	1505529	35.0142828
1108	1227664	33.2866339	1168	1364224	34.1760150	1228	1507984	35.0285598
1109	1229881	33.3016516	1169	1366561	34.1906420	1229	1510441	35.0428309
1110	1232100	33.3166625	1170	1368900	34.2052627	1230	1512900	35.0570963
1111	1234321	33.3316666	1171	1371241	34.2198773	1231	1515361	35.0713558
1112	1236544	33.3466640	1172	1373584	34.2344855	1232	1517824	35.0856096
1113	1238769	33.3616546	1173	1375929	34.2490875	1233	1520289	35.0998575
1114	1240996	33.3766385	1174	1378276	34.2636834	1234	1522756	35.1140997
1115	1243225	33.3916157	1175	1380625	34.2782730	1235	1525225	35.1283361
1116	1245456	33.4065862	1176	1382976	34.2928564	1236	1527696	35.1425568
1117	1247689	33.4215499	1177	1385329	34.3074336	1237	1530169	35.1567917
1118	1249924	33.4365070	1178	1387684	34.3220046	1238	1532644	35.1710108
1119	1252161	33.4514573	1179	1390041	34.3365694	1239	1535121	35.1852242
1120	1254400	33.4664011	1180	1392400	34.3511281	1240	1537600	35.1994318
1121	1256641	33.4813381	1181	1394761	34.3656805	1241	1540081	35.2136337
1122	1258884	33.4962684	1182	1397124	34.3802268	1242	1542564	35.2278299
1123	1261129	33.5111921	1183	1399489	34.3947670	1243	1545049	35.2420204
1124	1263376	33.5261092	1184	1401856	34.4093011	1244	1547536	35.2562051
1125	1265625	33.5410196	1185	1404225	34.4238289	1245	1550025	35.2703842
1126	1267876	33.5559234	1186	1406596	34.4383507	1246	1552516	35.2845575
1127	1270129	33.5708206	1187	1408969	34.4528663	1247	1555009	35.2987252
1128	1272384	33.5857112	1188	1411344	34.4673759	1248	1557509	35.3128872
1129	1274641	33.6005952	1189	1413721	34.4818793	1249	1560001	35.3270435
1130	1276900	33.6154726	1190	1416100	34.4963766	1250	1562500	35.3411941
1131	1279161	33.6303434	1191	1418481	34.5108678	1251	1565001	35.3553391
1132	1281424	33.6452077	1192	1420864	34.5253530	1252	1567504	35.3694784
1133	1283689	33.6600653	1193	1423249	34.5398321	1253	1570009	35.3836120
1134	1285956	33.6749165	1194	1425636	34.5543051	1254	1572516	35.3977400
1135	1288225	33.6897610	1195	1428025	34.5687720	1255	1575025	35.4118624
1136	1290496	33.7045991	1196	1430416	34.5832329	1256	1577536	35.4259792
1137	1292769	33.7194306	1197	1432809	34.5976879	1257	1580049	35.4400903
1138	1295044	33.7340556	1198	1435204	34.6121366	1258	1582564	35.4541958
1139	1297321	33.7490741	1199	1437601	34.6265794	1259	1585081	35.4682957
1140	1299600	33.7638860	1200	1440000	34.6410162	1260	1587600	35.4823900

No.	Carré.	Rac. carrée.	No.	Carré.	Rac. carrée.	No.	Carré.	Rac. carrée.
1261	1590121	35.5105618	1321	1745041	36.3455637	1381	1907161	37.1618084
1262	1592644	35.5246393	1322	1747684	36.3593179	1382	1909924	37.1752606
1263	1595166	35.5387113	1323	1759329	36.3730670	1383	1912689	37.1887079
1264	1597696	35.5527777	1324	1752976	36.3868108	1384	1915456	37.2021505
1265	1600225	35.5668385	1325	1755625	36.4005494	1385	1918225	37.2155881
1266	1602756	35.5808937	1326	1758276	36.4142829	1386	1920996	37.2290209
1267	1605289	35.5949434	1327	1760929	36.4280112	1387	1923769	37.2224489
1268	1607824	35.6089876	1328	1763584	36.4417343	1388	1926544	37.2558720
1269	1610361	35.6230262	1329	1766241	36.4554523	1389	1929321	37.2692903
1270	1612900	35.6370593	1330	1768900	36.4691650	1390	1932100	37.2827037
1271	1615441	35.6510869	1331	1771561	36.4828727	1391	1934881	37.2961124
1272	1617984	35.6651090	1332	1774224	36.4965752	1392	1937664	37.3095162
1273	1620529	35.6791255	1333	1776889	36.5102725	1393	1940449	37.3229152
1274	1623076	35.6931366	1334	1779556	36.5239647	1394	1943236	37.3363094
1275	1625625	35.7071421	1335	1782225	36.5376518	1395	1946025	37.3496988
1276	1628176	35.7211422	1336	1784896	36.5513388	1396	1948816	37.3630834
1277	1630729	35.7351367	1337	1787569	36.5650106	1397	1951609	37.3764632
1278	1633284	35.7491258	1338	1790244	36.5786823	1398	1954404	37.3898382
1279	1635841	35.7631095	1339	1792921	36.5923489	1399	1957201	37.4032084
1280	1638400	35.7770876	1340	1795600	36.6060104	1400	1960000	47.4165738
1281	1640961	35.7910603	1341	1798281	36.6196668	1401	1962801	37.4299345
1282	1643524	35.8050276	1342	1800964	36.6333181	1402	1965604	37.4432904
1283	1646089	35.8189894	1343	1803649	36.6469644	1403	1968409	37.4566416
1284	1648656	35.8329457	1344	1806336	36.6606056	1404	1971216	37.4699880
1285	1651225	35.8468966	1345	1809025	36.6742416	1405	1974025	37.4833296
1286	1653796	35.8608421	1346	1811716	36.6878726	1406	1976836	37.4966665
1287	1656369	35.8747822	1347	1814409	36.7014986	1407	1979649	37.5099987
1288	1658944	35.8887169	1348	1817104	36.7151195	1408	1982464	37.5233261
1289	1661521	35.9026461	1349	1819801	36.7287353	1409	1985281	37.5366487
1290	1664100	35.9165699	1350	1822500	36.7423461	1410	1988100	37.5499667
1291	1666681	35.9304884	1351	1825201	36.7559519	1411	1990921	37.5632799
1292	1669264	33.9444015	1352	1827904	36.7695526	1412	1993744	37.5765885
1293	1671849	35.9583092	1353	1830609	36.7831483	1413	1996569	37.5898922
1294	1674436	35.9722115	1354	1833316	36.7967390	1414	1999396	37.6031913
1295	1677025	35.9861084	1355	1836025	36.8103246	1415	2002225	37.6164857
1296	1679616	36.0000000	1356	1838736	36.8239053	1416	2005056	37.6297754
1297	1682209	36.0138862	1357	1841449	36.8374809	1417	2007889	37.6430604
1298	1684804	36.0277671	1358	1844164	36.8510515	1418	2010724	37.6563407
1299	1687401	36.0416426	1359	1846881	36.8646172	1419	2013561	37.6696164
1300	1690000	36.0555128	1360	1849600	36.8781778	1420	2016400	37.6828874
1301	1692601	36.0693776	1361	1852321	36.8917335	1421	2019241	37.6961536
1302	1695204	36.0832371	1362	1855044	36.9052842	1422	2022084	37.7094153
1303	1697809	36.0970913	1363	1857769	36.9188299	1423	2024929	37.7226722
1304	1700416	36.1109402	1364	1860496	36.9323706	1424	2027776	37.7359245
1305	1703025	36.1247837	1365	1863225	36.9459064	1425	2030625	37.7491722
1306	1705636	36.1386220	1366	1865956	36.9594372	1426	2033476	37.7624152
1307	1708249	36.1524550	1367	1868689	36.9729631	1427	2036329	37.7756535
1308	1710864	36.1662826	1368	1871424	36.9864840	1428	2039184	37.7888873
1309	1713481	36.1801050	1369	1874161	37.0000000	1429	2042041	37.8021163
1310	1716100	36.1939221	1370	1876900	37.0135110	1430	2044900	37.8153408
1311	1718721	36.2077340	1371	1879641	37.0270172	1431	2047761	37.8285606
1312	1721344	36.2215406	1372	1882384	37.0405184	1432	2050624	37.8417759
1313	1723969	36.2353419	1373	1885129	37.0540146	1433	2053489	37.8549864
1314	1726596	36.2491379	1374	1887876	37.0675060	1434	2056356	37.8681924
1315	1729225	36.2626287	1375	1890625	37.0899924	1435	2059225	37.8813938
1316	1731856	36.2767143	1376	1893376	37.0944740	1436	2062096	37.8945906
1317	1734489	36.2904946	1377	1896129	37.1079506	1437	2064969	37.9077828
1318	1737124	36.3042697	1378	1898884	37.1214224	1438	2067844	37.9209704
1319	1739761	36.3180396	1379	1901641	37.1348893	1439	2070721	37.9341535
1320	1742400	36.3318042	1380	1904400	37.1483512	1440	2073600	37.9473319

No.	Carré.	Rac. carrée.	No.	Carré.	Rac. carrée.	No.	Carré.	Rac. crrée.
1441	2076481	37.9605058	1495	2235025	38.6652299	1548	2396304	39.3446311
1442	2079364	37.9736751	1496	2238016	38.6781593	1549	2399401	39.3573373
1443	2082249	37.9868398	1497	2241009	38.6910843	1550	2402500	39.3700394
1444	2085136	38.0000000	1498	2244004	38.7040050	1551	2405601	39.3827373
1445	2088025	38.0131556	1499	2247001	38.7169214	1552	2408704	39.3954312
1446	2090916	38.0263067	1500	2250000	38.7298335	1553	2411809	39.4081210
1447	2093809	38.0394532	1501	2253001	38.7427412	1554	2414916	39.4208067
1448	2096704	38.0525952	1502	2256004	38.7556447	1555	2418025	39.4334883
1449	2099601	38.0657326	1503	2259009	38.7685439	1556	2421136	39.4461658
1450	2102500	38.0788655	1504	2262016	38.7814389	1557	2424249	39.4588393
1451	2105401	38.0919939	1505	2265025	38.7943294	1558	2427364	39.4715087
1452	2108304	38.1051178	1506	2268034	38.8032158	1559	2430481	39.4841740
1453	2111209	38.1182371	1507	2271049	38.8200978	1560	2433600	39.4968353
1454	2114116	38.1313519	1508	2274064	38.8329757	1561	2436721	39.5094925
1455	2117025	38.1444622	1509	2277081	38.8458491	1562	2439844	39.5221457
1456	2119936	38.1575681	1510	2280100	38.8587184	1563	2442969	39.5347948
1457	2122849	38.1706693	1511	2283121	38.8715834	1564	2446096	39.5474399
1458	2125764	38.1837662	1512	2286144	38.8844442	1565	2449225	39.5600809
1459	2128681	38.1968585	1513	2289169	38.8973006	1566	2452356	39.5727179
1460	2131600	38.2099463	1514	2292196	38.9101529	1567	2455489	39.5853508
1461	2134521	38.2230297	1515	2295225	38.9230009	1568	2458624	39.5979797
1462	2137444	38.2361085	1516	2298256	38.9358447	1569	2461761	39.6106046
1463	2140369	38.2491829	1517	2301289	38.9486841	1570	2464900	39.6232255
1464	2143296	38.2622529	1518	2304334	38.9615194	1571	2468041	39.6358424
1465	3146225	38.2753184	1519	2307361	38.9743505	1572	2471184	39.6484552
1466	2149156	38.2883794	1520	2310400	38.9871774	1573	2474319	39.6610640
1467	2152089	38.3014360	1521	2313441	39.0000000	1574	2477475	39.6736688
1468	2155024	38.3144881	1522	2316484	39.0128184	1575	2480625	39.6862696
1469	2157961	38.3275358	1523	2319529	39.0256326	1576	2483776	39.6988665
1470	2160900	38.3405790	1524	2322576	39.0384426	1577	2486929	39.7114593
1471	2163841	38.3536178	1525	2325625	39.0512483	1578	2490084	39.7240481
1472	2166784	38.3666522	1526	2328676	39.0640499	1679	2493241	39.7366329
1473	2169729	38.3796821	1527	2331729	39.0768473	1180	2496400	39.7492138
1474	2172676	38.3927076	1528	2334784	39.0896406	1581	2499561	39.7617907
1475	2175625	38.4057287	1529	2337841	39.1024296	1582	2502724	39.7743636
1476	2178576	38.4187454	1530	2340900	39.1152144	1583	2505889	39.7869325
1477	2181529	38.4317577	1531	2343961	39.1279951	1584	2509056	39.7994976
1478	2184484	38.4447656	1532	2347024	39.1407716	1585	2512225	39.8120585
1479	2187441	38.4577691	1533	2350089	39.1535439	1586	2515396	39.8241155
1480	2190400	38.4707681	1534	2353156	39.1663120	1587	2518569	39.8376646
1481	2193361	38.4837627	1535	2356225	39.1790760	1588	2521744	39.8497177
1482	2196324	38,4967530	1536	2359296	39.1918359	1589	2524921	39.8622628
1483	2199289	38.5097390	1537	2362369	39.2045915	1590	2528100	39.8748040
1484	2202256	38.5227206	1538	2365444	39.2173431	1591	2531281	39.8873413
1485	2205225	38.5356977	1539	2368521	39.2300905	1592	2534464	39.8998747
1486	2208196	38.5486705	1540	2371600	39.2428337	1593	2537649	39.9124041
1487	2211169	38.5616389	1541	2374681	39.2555728	1594	2540836	39.9249295
1488	2214144	38.5746030	1542	2377764	39.2683078	1595	2544025	39.9374511
1489	2217121	38.5875627	1543	2380849	39.2810387	1596	2547216	39.9499687
1490	2220100	38.6005181	1544	2383936	39.2937654	1597	2550409	39.9624824
1491	2223081	38.6134691	1545	2387025	39.3064880	1598	2553604	39.9749922
1492	2226004	38.6264158	1546	2390116	39.3192065	1599	2556801	39.9874980
1493	2229049	38.6393582	1547	2393209	39.3319208	1600	2560000	40.0000000
1494	2232036	38.6522962						

TABLE II. a.

AIRES DE CERCLES, DE $\frac{1}{64}$ A 150.

[*Avançant par un Huitième.*]

Diam.	Aire.
$\frac{1}{64}$	.00019
$\frac{1}{32}$	.00077
$\frac{1}{16}$	.00307
$\frac{1}{8}$	.01227
$\frac{3}{16}$	.02761
$\frac{1}{4}$	.04909
$\frac{5}{16}$	.0767
$\frac{3}{8}$	.11045
$\frac{7}{16}$	.15033
$\frac{1}{2}$	.19635
$\frac{9}{16}$	.2485
$\frac{5}{8}$	.30679
$\frac{11}{16}$	.37122
$\frac{3}{4}$	.44178
$\frac{13}{16}$	.51848
$\frac{7}{8}$	.60132
$\frac{15}{16}$	.69029
1.	.7854
.1/8	.99402
.1/4	1.2271
.3/8	1.4848
.1/2	1.7671
.5/8	2.0739
.3/4	2.4052
.7/8	2.7611
2.	3.1416
.1/8	3.5465
.1/4	3.976
.3/8	4.4302
.1/2	4.9087
.5/8	5.4119
.3/4	5.9395
.7/8	6.4918
3.	7.0686
.1/8	7.6699
.1/4	8.2957
.3/8	8.9462
.1/2	9.6211
.5/8	10.3206
.3/4	11.0446
.7/8	11.7932

Diam.	Aire.	Diam.	Aire.	Diam.	Aire.	Diam.	Aire.
4.	12.5664	10.	78.54	16.	201.062	22.	380.134
.1/8	13.364	.1/8	80.5157	.1/8	204.216	.1/8	384.465
.1/4	14.1862	.1/4	82.5161	.1/4	207.394	.1/4	388.822
.3/8	15.0331	.3/8	84.5409	.3/8	210.597	.3/8	393.203
.1/2	15.9043	.1/2	86.59	.1/2	213.825	.1/2	397.608
.5/8	16.8001	.5/8	88.6643	.5/8	217.073	.5/8	402.038
.3/4	17.7205	.3/4	90.7628	.3/4	220.353	.3/4	406.493
.7/8	18.6655	.7/8	92.8858	.7/8	223.654	.7/8	440.972
5.	19.635	11.	95.0334	17.	226.981	23.	416.477
.1/8	20.629	.1/8	97.2055	.1/8	230.33	.1/8	420.004
.1/4	21.6475	.1/4	99.4022	.1/4	233.705	.1/4	424.557
.3/8	22.6907	.3/8	101.6234	.3/8	237.104	.3/8	429.135
.1/2	23.7583	.1/2	103.8691	.1/2	240.528	.1/2	433.731
.5/8	24.8505	.5/8	106.1394	.5/8	243.977	.5/8	438.363
.3/4	25.9672	.3/4	108.4343	.3/4	247.45	.3/4	443.014
.7/8	27.1085	.7/8	110.7536	.7/8	250.947	.7/8	447.699
6.	28.2744	12.	113.098	18.	254.467	24.	452.39
.1/8	29.4647	.1/8	115.466	.1/8	258.016	.1/8	457.115
.1/4	30.6796	.1/4	117.859	.1/4	261.587	.1/4	461.864
.3/8	31.9192	.3/8	120.276	.3/8	265.182	.3/8	466.638
.1/2	33.1831	.1/2	122.718	.1/2	268.803	.1/2	471.436
.5/8	34.4717	.5/8	125.184	.5/8	272.447	.5/8	476.259
.3/4	35.7847	.3/4	127.676	.3/4	276.117	.3/4	481.106
.7/8	37.1224	.7/8	130.192	.7/8	279.811	.7/8	485.978
7.	38.4846	13.	132.733	19.	283.529	25.	490.875
.1/8	39.8713	.1/8	135.297	.1/8	287.272	.1/8	495.796
.1/4	41,2825	.1/4	137.886	.1/4	291.039	.1/4	500.741
.3/8	42.7184	.3/8	140.5	.3/8	294.831	.3/8	505.711
.1/2	44.1787	.1/2	143.139	.1/2	298.648	.1/2	510.706
.5/8	45.6636	.5/8	145.802	.5/8	302.489	.5/8	515.725
.3/4	47.173	.3/4	148.489	.3/4	306.355	.3/4	520.769
.7/8	48.707	.7/8	151.201	.7/8	310.245	.7/8	525.837
8.	50.2656	14.	153.938	20.	314.16	26.	530.93
.1/8	51.8486	.1/8	156.699	.1/8	318.099	.1/8	536.047
.1/4	53.4562	.1/4	159.485	.1/4	322.063	.1/4	541.189
.3/8	55.0885	.3/8	162.295	.3/8	326.051	.3/8	546.356
.1/2	56.7451	.1/2	165.13	.1/2	330.064	.1/2	551.547
.5/8	58.4264	.5/8	167.989	.5/8	334.101	.5/8	556.762
.3/4	60.1321	.3/4	170.873	.3/4	338.163	.3/4	562.002
.7/8	61.8625	.7/8	173.782	.7/8	342.25	.7/8	567.267
9.	63.6174	15.	176.715	21.	346.361	27.	572.557
.1/8	65.3968	.1/8	179.672	.1/8	350.497	.1/8	577.87
.1/4	67.2007	.1/4	182.654	.1/4	354.657	.1/4	583.208
.3/8	69.0293	.3/8	185.661	.3/8	358.841	.3/8	588.571
.1/2	70.8823	.1/2	188.692	.1/2	363.051	.1/2	593.958
.5/8	72.7599	.5/8	191.748	.5/8	367.284	.5/8	599.376
.3/4	74.662	.3/4	194.828	.3/4	371.543	.3/4	604.807
.7/8	76.5887	.7/8	197.933	.7/8	375.826	.7/8	610.268

TABLE.—(*Continué.*)

Diam.	Aire.	Diam	Aire.	Diam.	Aire.	Diam.	Aire.	Diam.	Aire.
28.	615.754	35.	962.115	42.	1385.44	49.	1885.74	56.	2463.0
.1/8	621 263	.1/8	968.999	.1/8	1393.7	.1/8	1895.37	.1/8	2474.02
.1/4	626 798	.1/4	975.908	.1/4	1401.98	.1/4	1905.03	.1/4	2485.05
.3/8	632.357	.3/8	982.842	.3/8	1410.29	.3/8	1914.7	.3/8	2496.11
.1/2	637.911	.1/2	989.8	.1/2	1418.63	.1/2	1924.42	.1/2	2507.19
.5/8	643.549	.5/8	996.783	.5/8	1426.98	.5/8	1934.15	.5/8	2418.3
.3/4	649.182	.3/4	1003.79	.3/4	1435.36	.3/4	1943.91	.3/4	2529.43
.7/8	654.839	.7/8	1010.822	.7/8	1443.77	.7/8	1953.69	.7/8	2540.54
29.	660.521	36.	1017.878	43.	1452.21	50.	1963.5	57.	2551.76
.1/8	666.227	.1/8	1024.959	.1/8	1460.65	.1/8	1973.33	.1/8	2562.97
.1/4	671.958	.1/4	1032.065	.1/4	1469.13	.1/4	1983.18	.1/4	2574.2
.3/8	677.714	.3/8	1039.195	.3/8	1477.63	.3/8	1993.05	.3/8	2585.45
.1/2	683.494	.1/2	1046.349	.1/2	1486.17	.1/2	2002.97	.1/2	2596.73
.5/8	689.298	.5/8	1053.528	.5/8	1494.72	,5/8	2012.89	.5/8	2608.03
.3/4	695.128	.3/4	1060.732	.3/4	1503.3	.3/4	2022.85	.3/4	2619.36
.7/8	700.981	.7/8	1067.96	.7/8	1511.9	.7/8	2032.82	.7/8	2630.71
30.	706.86	37.	1075.213	44.	1520.53	51.	2042.82	58.	2642.09
.1/8	712.762	.1/8	1082.49	.1/8	1529.18	.1/8	2052.85	.1/8	2653.49
.1/4	718.69	.1/4	1089.792	.1/4	1537.86	.1/4	2062.9	.3/4	2664.91
.3/8	724.641	.3/8	1097.118	.3/8	1546.55	.3/8	2072.98	.3/8	2676.36
.1/2	730.618	.1/2	1104.469	.1/2	1555.28	.1/2	2083.08	.1/2	2687.84
.5/8	736.619	.5/8	1111.844	.5/8	1564.03	.5/8	2093.2	.5/8	2699.33
.3/4	742.644	.3/4	1119.244	.3/4	1572.81	.3/4	2103.35	.3/4	2710.86
.7/8	748.694	.7/8	1126.668	.7/8	1581.61	.7/8	2113.52	.7/8	2722.4
31.	754.769	38.	1134.118	45.	1590.43	52.	2123.72	59.	2733.98
.1/8	760.868	.1/8	1141.591	.1/8	1599.28	.1/8	2133.94	.1/8	2745.57
.1/4	766.992	.1/4	1149.089	.1/4	1608.15	.1/4	2144.19	.1/4	2757.2
.3/8	773.14	.3/8	1156.612	.3/8	1617.04	.3/8	2154.46	.3/8	2768.84
.1/2	779.313	.1/2	1164.159	.1/2	1625.97	.1/2	2164.76	.1/2	2780.51
.5/8	785.51	.5/8	1171.731	.5/8	1634.92	.5/8	2175.08	.5/8	2792.21
.3/4	791.732	.3/4	1179.327	.3/4	1643.89	.3/4	2185.42	.3/4	2803.93
.7/8	797.978	.7/8	1186.948	.7/8	1652.88	.7/8	2195.79	.7/8	2815.67
32.	804.25	39.	1194.593	46.	1661.91	53.	2206.19	60.	2827.44
.1/8	810.545	.1/8	1202.263	.1/8	1670.95	.1/8	2216.61	.1/8	2839.23
.1/4	816.865	.1/4	1209.958	.1/4	1680.01	.1/4	2227.05	.1/4	2851.05
.3/8	823.209	.3/8	1217.677	.3/8	1689.1	.3/8	2237.52	.3/8	2862.89
.1/2	829.578	.1/2	1225.42	.1/2	1698.23	.1/2	2248.01	.1/2	2874.76
.5/8	835.972	.5/8	1233.188	.5/8	1707.37	.5/8	2258.53	.5/8	2886.65
.3/4	842.390	.3/4	1240.981	.3/4	1716.54	.3/4	2269.07	.3/4	2898.57
.7/8	848.833	.7/8	1248.798	.7/8	1725.73	.7/8	2279.64	.7/8	2910.51
33.	855.301	40.	1256.64	47.	1734.95	54.	2290.23	61.	2922.47
.1/8	861.792	.1/8	1264.5	.1/8	1744.18	.1/8	2300.84	.1/8	2934.46
.1/4	868.309	.1/4	1272.39	.1/4	1753.45	.1/4	2311.48	.1/4	2946.48
.3/8	874.85	3/8	1280.31	.3/8	1762.73	.3/8	2322.14	.3/8	2958.52
.1/2	881.415	.1/2	1288.25	.1/2	1772.05	.1/2	2332.83	.1/2	2970.58
.5/8	888.005	.5/8	1296.21	.5/8	1781.39	.5/8	2343.55	.5/8	2982.67
.3/4	894.62	.3/4	1304.2	.3/4	1790.76	.3/4	2354.28	.3/4	2994,78
.7/8	901.259	.7/8	1312.21	.7/8	1800.14	.7/8	2365.05	.7/8	3006.92
34.	907.922	41.	1320.26	48.	1809.56	55.	2375.83	62.	3019.08
.1/8	914.61	.1/8	1328.32	.1/8	1818.99	.1/8	2386.65	.1/8	3031.26
.1/4	921.323	.1/4	1336.4	.1/4	1828.46	.3/4	2397.48	.1/4	3043.47
.3/8	928.06	.3/8	1344.51	.3/8	1837.93	.3/8	2408.34	.3/8	3055.71
.1/2	934.822	.1/2	1352.65	.1/2	1847.45	.1/2	2419.22	.1/2	3067.97
.5/8	941.609	.5/8	1360.81	.5/8	1856.99	.5/8	2430.18	.5/8	3080.25
.7/8	948.419	.3/4	1369.	.3/4	1866.55	.3/4	2441.07	.3/4	3092.56
.3/4	955.255	.7/8	1377.21	.7/8	1876.13	.7/8	2452.03	.7/8	3104.89

TABLE—*(Continué).*

Diam.	Aire.	Diam.	Aire.	Diam.	Aire.	Diam.	Aire.	Diam.	A
63.	3117.25	70.	3848.46	77.	4656.64	84.	5541.78	91.	6503.9
.1/8	3129.63	.1/8	3862.23	.1/8	4671.77	.1/8	5558.29	.1/8	6521.78
.1/4	3142.04	.1/4	3876.	.1/4	4686.92	.1/4	5574.82	.1/4	6539.68
.3/8	3154.47	.3/8	3889.8	.3/8	4702.1	.3/8	5591.37	.3/8	6557.61
.1/2	3166.93	.1/2	3903.63	.1/2	4717.31	.1/2	5607.95	.1/2	6575.56
.5/8	3179.41	.5/8	3917.49	.5/8	4732.54	.5/8	5624.56	.5/8	6593.54
.3/4	3191.91	.3/4	3931.37	.3/4	4747.79	.3/4	5641.18	.3/4	6611.55
.7/8	3204.44	.7/8	3945.27	.7/8	4763.07	.7/8	5657.84	.7/8	6629.57
64.	3217.	71.	3959.2	78.	4778.37	85.	5674.51	92.	6647.63
.1/8	3229.58	.1/8	3973.15	.1/8	4793.7	.1/8	5691.22	.1/8	6665.7
.1/4	3242.18	.1/4	3987.13	.1/4	4809.05	.1/4	5707.94	.1/4	6683.8
.3/8	3254.81	.3/8	4001.13	.3/8	4824.43	.3/8	5724.69	.3/8	6701.93
.1/2	3267.46	.1/2	4015.16	.1/2	4839.83	.1/2	5741.47	.1/2	6720.08
.5/8	3280.18	.5/8	4029.21	.5/8	4855.26	.5/8	5758.27	.5/8	6738.25
.3/4	3292.84	.3/4	4043.29	.3/4	4870.71	.3/4	5775.1	.3/4	6756.45
.7/8	3305.56	.7/8	4057.39	.7/8	4886.18	.7/8	5791.94	.7/8	6774.68
65.	2318.31	72.	4071.51	79.	4901.68	86.	5808.82	93.	6792.92
.1/8	3331.09	.1/8	4085.66	.1/8	4917.21	.1/8	5825.72	.1/8	6811.2
.1/4	3343.89	.1/4	4099.83	.1/4	4932.75	.1/4	5842.64	.1/4	6829.49
.3/8	3356.71	.3/8	4114.04	.3/8	4948.33	.3/8	5859.59	.3/8	6847.82
.1/2	3369.56	.1/2	4128.26	.1/2	4963.92	.1/2	5876.56	.1/2	6866.16
.5/8	3382.43	.5/8	4142.51	.5/8	4979.55	.5/8	5893.55	.5/8	6884.53
.3/4	3395.33	.3/4	4156.78	.3/4	4995.19	.3/4	5910.58	.3/4	6902.93
.7/8	3408.26	.7/8	4171.08	.7/8	5010.87	.7/8	5927.62	.7/8	6921.35
66.	3421.2	73.	4185.4	80.	5026.56	87.	5944.69	94.	6939.79
.1/8	3434.17	.1/8	4199.74	.1/8	5042.28	.1/8	5961.79	.1/8	6958.26
.1/4	3447.17	.1/4	4214.11	.1/4	5058.02	.3/8	5978.9	.1/4	6976.76
.3/8	3460.19	.3/8	4228.51	.3/8	5073.79	.1/4	5996.05	.3/8	6995.28
.1/2	3473.24	.1/2	4242.93	.1/2	5089.59	.1/2	6013.22	.1/2	7013.82
.5/8	3486.3	.5/8	4257.37	.5/8	5105.41	.5/8	6030.41	.5/8	7032.39
.3/4	3499.4	.3/4	4271.84	.3/4	5121.25	.3/4	6047.63	.3/4	7050.98
.7/8	3512.52	.7/8	4286.33	.7/8	5137.12	.7/8	6064.87	.7/8	7069.59
67.	3525.66	74.	4300.85	81.	5153.01	88.	6082.14	95.	7088.24
.1/8	3538.83	.1/8	4315.39	.1/8	5168.93	.1/8	6099.43	.1/8	7106.9
.1/4	3552.02	.1/4	4329.96	.1/4	5184.87	.1/4	6116.74	.1/4	7125.59
.3/8	3565.24	.3/8	4344.55	.3/8	5200.83	.3/8	6134.08	.3/8	7144.31
.1/2	3578.48	.1/2	4359.17	.1/2	5216.82	.1/2	6151.45	.1/2	7163.04
.5/8	3591.74	.5/8	4373.81	.5/8	5232.84	.5/8	6168.84	.5/8	7181.81
.3/4	3605.03	.3/4	4388.47	.3/4	5248.88	.3/4	6186.25	.3/4	7200.6
.7/8	3618.35	.7/8	4403.16	.7/8	5264.94	.7/8	6203.69	.7/8	7219.41
68.	3631.69	75.	4417.87	82.	5281.03	89.	6221.15	96.	7238.25
.1/8	3645.05	.1/8	4432.16	.1/8	5297.14	.1/8	6238.64	.1/8	7257.11
.1/4	3658.44	.1/4	4447.37	.1/4	5313.28	.1/4	6256.15	.1/4	7275.99
.3/8	3671.85	.3/8	4462.16	.3/8	5329.44	.3/8	6273.69	.3/8	7294.91
.1/2	3685.29	.1/2	4476.98	.1/2	5345.63	.1/2	6291.25	.1/2	7313.84
.5/8	3698.76	.5/8	4491.81	.5/8	5361.84	.5/8	6308.84	.5/8	7332.8
.3/4	3712.24	.3/4	4506.67	.3/4	5378.08	.3/4	6326.44	.3/4	7351.79
.7/8	3625.75	.7/8	4521.56	.7/8	5394.34	.7/8	6344.08	.7/8	7370.79
69.	3739.29	76.	4536.47	83.	5410.62	90.	6361.74	97.	7389.83
.1/8	3752.85	.1/8	4551.4	.1/8	5426.93	.1/8	6379.42	.1/8	7408.89
.1/4	3766.43	.1/4	4566.36	.1/4	5443.26	.3/4	6397.13	.1/4	7427.97
.3/8	3780.04	.3/8	4581.35	.3/8	5459.62	.3/8	6414.86	.3/8	7447.08
.1/2	3793.68	.1/2	4596.36	.1/2	5476.01	.1/2	6432.62	.1/2	7466.21
.5/8	3807.34	.5/8	4611.39	.5/8	5492.41	.5/8	6450.4	.5/8	7485.36
.3/4	3821.02	.3/4	4626.45	.3/4	5508.84	.3/4	6468.21	.3/4	7504.55
.7/8	3834.73	.7/8	4641.53	.7/8	5525.3	.7/8	6486.04	.7/8	7523.75

TABLE—*(Continué).*—[*Avançant par un quart et une demie.*]

Diam.	Aire.	Diam.	Aire.	Diam.	Aire.	Diam.	Aire.	Diam.	Aire.
98.	7542.98	105.	8659.03	114.	10207.06	123.	11882.32	139.	15174.71
.1/8	7562.24	.1/4	8700.32	.1/4	10251.88	.1/4	11930.67	.1/2	15284.08
.1/4	7581.51	.1/2	8741.7	.1/2	10296.79	.1/2	11979.2	140.	15393.84
.3/8	7600.82	.3/4	8783.18	.3/4	10341.8	.3/4	12027.66	.1/2	15503.98
.1/2	7620.15	106.	8824.75	115.	10386.91	124.	12076.31	141.	15614.53
.5/8	7639.5	.1/4	8866.43	.1/4	10432.12	.1/4	12125.05	.1/2	15725.47
.3/4	7658.88	.1/2	8908.2	.1/2	10477.43	.1/2	12173.9	142.	15836.8
.7/8	7678.28	.3/4	8950.07	.3/4	10522.84	.3/4	12222.84	.1/2	15948.52
99.	7697.71	107.	8992.04	116.	10568.34	125.	12271.87	143.	16060.64
.1/8	7717.16	.1/4	9034.11	.1/4	10613.94	.1/2	12370.25	.1/2	16173.15
.1/4	7736.63	.1/2	9076.28	.1/2	10659.64	126.	12469.01	144.	16286.05
.3/8	7756.13	.3/4	9118.53	.3/4	10705.44	.1/2	12568.17	.1/2	16399.34
.1/2	7775.66	108.	9160.91	117.	10751.34	127.	12667.72	145.	16513.03
.5/8	7795.2	.1/4	9203.37	.1/4	10797.34	.1/2	12767.66	.1/2	16627.11
.3/4	7814.78	.1/2	9245.92	.1/2	10843.43	128.	12867.99	146.	16741.59
.7/8	7834.38	.3/4	9288.58	.3/4	10889.62	.1/2	12968.71	.1/2	16856.44
100.	7854.	109.	9331.34	118.	10935.9	129.	13069.84	147.	16971.71
.1/4	7993.32	.1/4	9374.19	.1/4	10982.3	.1/2	13171.35	.1/2	17087.36
.1/2	7932.74	.1/2	9417.14	.1/2	11028.78	130.	13273.26	148.	17203.4
.3/4	7972.21	.3/4	9460.19	.3/4	11075.37	.1/2	13375.55	.1/2	17319.83
101.	8011.87	110.	9503.34	119.	11122.06	131.	13478.25	149.	17436.67
.1/4	8051.58	.1/4	9546.69	.1/4	11168.83	.1/2	13581.33	.1/2	17553.89
.1/2	8091.39	.1/2	9589.93	.1/2	11215.71	132.	13684.81	150.	17671.5
.3/4	8131.3	.3/4	9633.37	.3/4	11262.69	.1/2	13788.67	.1/2	17789.51
102.	8171.3	111.	9676.91	120.	11309.76	133.	13992.94		
.1/4	8211.41	.1/4	9720.73	.1/4	11356.93	.1/2	13997.54		
.1/2	8251.61	.1/2	9764.29	.1/2	11404.2	134.	14102.64		
.3/4	8291.91	.3/4	9808.12	.3/4	11451.57	.1/2	14208.07		
103.	8332.31	112.	9852.06	121.	11499.04	135.	14313.91		
.1/4	8372.81	.1/4	9896.09	.1/4	11546.61	.1/2	14420.14		
.1/2	8413.4	.1/2	9940.22	.1/2	11594.27	136.	14526.76		
.3/4	8454.09	.3/4	9984.45	.3/4	11642.03	.1/2	14633.76		
104.	8494.89	113.	10028.77	122.	11689.89	137.	14741.17		
.1/4	8535.78	.1/4	10073.2	.1/4	11737.85	.1/2	14848.96		
.1/2	8576.77	.1/2	10117.72	.1/2	11785.91	138.	14957.16		
.3/4	8617.85	.3/4	10162.34	.3/4	11834.06	.1/2	15065.73		

Pour trouver la surface d'un diamètre plus grand que celui de la table.

Regle.—Divisez la dimension par 2, 3, 4, etc., si cela peut se faire, jusqu'à ce qu'elle soit réduite à un diamètre que vous puissiez trouver dans la table.

Prenez la surface tabulaire pour ce diam., multipliez la par le carré du diviseur, et le produit sera la surface requise.

Exemple.—Quelle est la surface ou aire d'un cercle pour un diamètre 1050 ?

Rep. $1050 \div 7 = 150$; surf. tab. $150 = 17671.5$, laquelle $\times\ 7^2 = 865903.5$, surface requise.

Pour trouver la surface correspondant à un entier et fraction non donnée dans la table.

Regle.—Doublez, triplez ou quadruplez la dimension donnée, jusqu'à ce que la fraction soit augmentée à un nombre entier, ou à l'une de celles dans la table, comme $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{4}$, etc., pourvu que cela puisse se faire. Prenez la surface pour ce diam. ; et si ce diamètre est double de celui pour lequel on demande la surface, prenez en le quart ; si ce diam est triple, prenez en la 9ième partie ; et si le diam. est quadruple, prenez en la 16ième partie, etc., etc.

Exemple. Quelle est la surface d'un cercle dont le diam. est de $2\frac{3}{16}$ pouces ?

Rep. 2. $\frac{3}{16} \times 2 = 4\frac{3}{8}$, dont la surface $= 15.0331$, laquelle $\div\ 4 = 3{,}758$ pouces.

TABLE II. b.

CIRCONFERENCES DE CERCLES, DE 1/64 A 150.

[*Avançant par un Huitième.*]

Diam.	Circon.
1/64	.01909
1/32	.09817
1/16	.19635
1/8	.3927
3/16	.589
1/4	.7854
5/16	.98175
3/8	1.1781
7/16	1.37445
1/2	1.5708
9/16	1.76715
5/8	1.9635
11/16	2.15985
3/4	2.3562
13/16	2.55255
7/8	2.7489
15/16	2.94525
1.	3.1416
.1/8	3.5343
.1/4	3.927
.3/8	4.3197
.1/2	4.7124
.5/8	5.1051
.3/4	5.4978
.7/8	5.8905
2.	6.2832
.1/8	6.6759
.1/4	7.0686
.3/8	7.4613
.1/2	7.854
.5/8	8.2467
.3/4	8.6394
.7/8	9.0321
3.	9.4248
.1/8	9.8175
.1/4	10.2102
.3/8	10.6029
.1/2	10.9956
.5/8	11.3883
.3/4	11.781
.7/8	12.1737

Diam.	Circon.
4.	12.5664
.1/8	12.9591
.1/4	13.3518
.3/8	13.7445
.1/2	14.1372
.5/8	14.5299
.3/4	14.9226
.7/8	15.3153
5.	15.708
.1/8	16.1007
.1/4	16.4934
.3/8	16.8861
.1/2	17.2788
.5/8	17.6715
.3/4	18.0642
.7/8	18.4569
6.	18.8496
.1/8	19.2423
.1/4	19.635
.3/8	20.0277
.1/2	20.4204
.5/8	20.8131
.3/4	21.2058
.7/8	21.5985
7.	21.9912
.1/8	22.3839
.1/4	22.7766
.3/8	23.1693
.1/2	23.562
.5/8	23.9547
.3/4	24.3474
.7/8	24.7401
8.	25.1328
.1/8	25.5255
.1/4	25.9182
.3/8	26.3109
.1/2	26.7036
.5/8	27.0963
.3/4	27.489
.7/8	27.8817
9.	28.2744
.1/8	28.6671
.1/4	29.0598
.3/8	29.4525
.1/2	29.8452
.5/8	30.2379
.3/4	30.6306
.7/8	31.6233

Diam.	Circon.
10.	31.416
.1/8	31.8087
.1/4	32.2014
.3/8	32.5941
.1/2	32.9868
.5/8	33.3795
.3/4	33.7722
.7/8	34.1649
11.	34.5576
.1/8	34.9503
.1/4	35.343
.3/8	35.7353
.1/2	36.1284
.5/8	36.5211
.3/4	36.9138
.7/8	37.3065
12.	37.6992
.1/8	38.0919
.1/4	38.4846
.3/8	38.8773
.1/2	39.27
.5/8	39.6627
.3/4	40.0554
.7/8	40.4481
13.	40.8408
.1/8	41.2335
.1/4	41.6262
.3/8	42.0189
.1/2	42.4116
.5/8	42.8043
.3/4	43.197
.7/8	43.5897
14.	43.9824
.1/8	44.3751
.1/4	44.7678
.3/8	45.1605
.1/2	45.5532
.5/8	45.9459
.3/4	46.3386
.7/8	46.7313
15.	47.124
.1/8	47.5167
.1/4	47.9094
.3/8	48.3021
.1/2	48.6948
.5/8	49.0875
.3/4	49.4802
.7/8	49.8729

Diam.	Circon.
16.	50.2656
.1/8	50.6583
.1/4	51.051
.3/8	51.4437
.1/2	51.8364
.5/8	52.2291
.3/4	52.6218
.7/8	53.0145
17.	53.4072
.1/8	53.7999
.1/4	54.1926
.3/8	54.5853
.1/2	54.978
.5/8	55.3707
.3/4	55.7634
.7/8	56.1561
18.	56.5488
.1/8	56.9415
.1/4	57.3342
.3/8	57.7269
.1/2	58.1196
.5/8	58.5123
.3/4	58.905
.7/8	59.2977
19.	59.6904
.1/8	60.0831
.1/4	60.4758
.3/8	60.8685
.1/2	61.2612
.5/8	61.6539
.3/4	62.0466
.7/8	62.4393
20.	62.832
.1/8	63.2247
.1/4	63.6174
.3/8	94.0101
.1/2	64.4028
.5/8	64.7955
.3/4	65.1882
.7/8	65.5809
21.	65.9736
.1/8	66.3663
.1/4	66.759
.3/8	67.1517
.1/2	67.5444
.5/8	67.9371
.3/4	68.3298
.7/8	68.7225

Diam.	Circon.
22.	69.1152
.1/8	69.5079
.1/4	69.9066
.3/8	70.2933
.1/2	70.686
.5/8	71.0787
.3/4	71.4714
.7/8	71.8641
23.	72.2568
.1/8	72.6495
.1/4	73.0422
.3/8	73.4349
.1/2	73.8276
.5/8	74.2203
.3/4	74.613
.7/8	75.0057
24.	75.3984
.1/8	75.7911
.1/4	76.1838
.3/8	76.5765
.1/2	76.9692
.5/8	77.3619
.3/4	77.7546
.7/8	78.1473
25.	78.54
.1/8	78.9327
.1/4	79.3254
.3/8	79.7181
.1/2	80.1102
.5/8	80.5035
.3/4	80.8962
.7/8	81.2889
26.	81.6816
.1/8	82.0743
.1/4	82.467
.3/8	82.8597
.1/2	83.2524
.5/8	83.6451
.3/4	84.0378
.7/8	84.4305
27.	84.8232
.1/8	85.2159
.1/4	85.6086
.3/8	86.0013
.1/2	86.394
.5/8	86.7867
.3/4	87.1794
.7/8	87.5721

TABLE.—(*Continué.*)

Diam.	Circon.	Diam	Circon.	Diam.	Circon.	Diam.	Circon.	Diam.	Circon.
28.	87.9648	35.	109.956	42.	131.947	49.	153.938	56.	175.93
.1/8	88.3575	.1/8	110.349	.1/8	132.34	.1/8	154.331	.1/8	176.322
.1/4	88.7502	.1/4	110.741	.1/4	132.733	.1/4	154.724	.1/4	176.715
.3/8	89.1429	.3/8	111.134	.3/8	133.125	.3/8	155.117	.3/8	177.108
.1/2	89.5356	.1/2	111.527	.1/2	133.518	.1/2	155.509	.1/2	177.5
.5/8	89.9283	.5/8	111.919	.5/8	133.911	.5/8	155.902	.5/8	177.893
.3/4	90.321	.3/4	112.312	.3/4	134.303	.3/4	156.295	.3/4	178.286
.7/8	90.7137	.7/8	112.705	.7/8	134.696	.7/8	156.687	.7/8	178.679
29.	91.1064	36.	113.098	43.	135.089	50.	157.08	57.	179.071
.1/8	91.4991	.1/8	113.49	.1/8	135.481	.1/8	157.473	.1/8	179.464
.1/4	91.8918	.1/4	113.883	.1/4	135.874	.1/4	157.865	.1/4	179.857
.3/8	92.2845	.3/8	114.276	.3/8	136.267	.3/8	158.258	.3/8	180.249
.1/2	92.6772	.1/2	114.668	.1/2	136.66	.1/2	158.651	.1/2	180.642
.5/8	93.0699	.5/8	115.061	.5/8	137.052	.5/8	159.044	.5/8	181.035
.3/4	93.4626	.3/4	115.454	.3/4	137.445	.3/4	159.436	.3/4	181.427
.7/8	93.8553	.7/8	115.846	.7/8	137.838	.7/8	159.829	.7/8	181.82
30.	94.248	37.	116.239	44.	138.23	51.	160.222	58.	182.213
.1/8	94.6407	.1/8	116.632	.1/8	138.623	.1/8	160.614	.1/8	182.606
.1/4	95.0334	.1/4	117.025	.1/4	139.016	.1/4	161.007	.1/4	182.998
.3/8	95.4261	.3/8	117.417	.3/8	139.408	.3/8	161.4	.3/8	183.391
.1/2	95.8188	.1/2	117.81	.1/2	139.801	.1/2	161.792	.1/2	183.784
.5/8	96.2115	.5/8	118.203	.5/8	140.194	.5/8	162.185	.5/8	184.176
.3/4	96.6042	.3/4	118.595	.3/4	140.587	.3/4	162.578	.3/4	184.569
.7/8	96.9969	.7/8	118.988	.7/8	140.979	.7/8	162.971	.7/8	184.962
31.	97.3896	38.	119.381	45.	141.372	52.	163.363	59.	185.354
.1/8	97.7823	.1/8	119.774	.1/8	141.765	.1/8	163.756	.1/8	185.747
.1/4	98.175	.1/4	120.166	.1/4	142.157	.1/4	164.149	.1/4	186.14
.3/8	98.5677	.3/8	120.559	.3/8	142.55	.3/8	164.541	.3/8	186.533
.1/2	98.9604	.1/2	120.952	.1/2	142.943	.1/2	164.934	.1/2	186.925
.5/8	99.3531	.5/8	121.344	.5/8	143.336	.5/8	165.327	.5/8	187.318
.3/4	99.7458	.3/4	121.737	.3/4	143.728	.3/4	165.719	.3/4	187.711
.7/8	100.1385	.7/8	122.13	.7/8	144.121	.7/8	166.112	.7/8	188.103
32.	100.5312	39.	122.522	46.	144.514	53.	166.505	60.	188.496
.1/8	100.9239	.1/8	122.915	.1/8	144.906	.1/8	166.898	.1/8	188.889
.1/4	101.3166	.1/4	123.308	.1/4	145.299	.1/4	167.29	.1/4	189.281
.3/8	101.7093	.3/8	123.701	.3/8	145.692	.3/8	167.683	.3/8	189.674
.1/2	102.102	.1/2	124.093	.1/2	146.084	.1/2	168.076	.1/2	190.067
.5/8	102.4947	.5/8	124.486	.5/8	146.477	.5/8	168.468	.5/8	190.46
.3/4	102.8874	.3/4	124.879	.3/4	146.87	.3/4	168.861	.3/4	190.852
.7/8	103.2801	.7/8	125.271	.7/8	147.263	.7/8	169.254	.7/8	191.245
33.	103.673	40.	125.664	47.	147.655	54.	169.646	61.	191.638
.1/8	104.066	.1/8	126.057	.1/8	148.048	.1/8	170.039	.1/8	192.03
.1/4	104.458	.1/4	126.449	.1/4	148.441	.1/4	170.432	.1/4	192.423
.3/8	104.851	.3/8	126.842	.3/8	148.833	.3/8	170.825	.3/8	192.816
.1/2	105.244	.1/2	127.235	.1/2	149.226	.1/2	171.217	.1/2	193.208
.5/8	105.636	.5/8	127.627	.5/8	149.619	.5/8	171.61	.5/8	193.601
.3/4	106.029	.3/4	128.02	.3/4	150.011	.3/4	172.003	.3/4	193.994
.7/8	106.422	.7/8	128.413	.7/8	150.404	.7/8	172.396	.7/8	194.387
34.	106.814	41.	128.806	48.	150.797	55.	172.788	62.	194.779
.1/8	107.207	.1/8	129.198	.1/8	151.19	.1/8	173.181	.1/8	195.172
.1/4	107.6	.1/4	129.591	.1/4	151.582	.1/4	173.573	.1/4	195.565
.3/8	107.993	.3/8	129.984	.3/8	151.975	.3/8	173.966	.3/8	195.957
.1/2	108.385	.1/2	130.376	.1/2	152.368	.1/2	174.359	.1/2	196.35
.5/8	108.778	.5/8	130.769	.5/8	152.76	.5/8	174.752	.5/8	196.743
.3/4	109.171	.3/4	131.162	.3/4	153.153	.3/4	175.144	.3/4	197.135
.7/8	109.563	.7/8	131.554	.7/8	153.546	.7/8	175.537	.7/8	197.528

TABLE.—(*Continué.*)

Diam.	Circon.	Diam.	Circon.	Diam.	Circon.	Diam.	Circon.	Diam.	Circon.
63.	197.921	70.	219.912	77.	241.903	84.	263.894	91.	285.886
.1/8	198.314	.1/8	220.305	.1/8	242.296	.1/8	264.287	.1/8	286.278
.1/4	198.706	.1/4	220.697	.1/4	242.689	.1/4	264.68	.1/4	286.671
.3/8	199.099	.3/8	221.09	.3/8	243.081	.3/8	265.073	.3/8	287.064
.1/2	199.492	.1/2	221.483	.1/2	243.474	.1/2	265.465	.1/2	287.456
.5/8	199.884	.5/8	221.876	.5/8	243.867	.5/8	265.858	.5/8	287.849
.3/4	200.277	.3/4	222.268	.3/4	244.259	.3/4	266.251	.3/4	288.242
.7/8	200.67	.7/8	222.661	.7/8	244.652	.7/8	266.643	.7/8	288.634
64.	201.062	71.	223.054	78.	245.045	85.	267.036	92.	289.027
.1/8	201.455	.1/8	223.446	.1/8	245.438	.1/8	267.429	.1/8	289.42
.1/4	201.848	.1/4	223.839	.1/4	245.83	.1/4	267.821	.1/4	289.813
.3/8	202.241	.3/8	224.232	.3/8	246.223	.3/8	268.214	.3/8	290.205
.1/2	202.633	.1/2	224.624	.1/2	246.616	.1/2	268.607	.1/2	290.598
.5/8	203.026	.5/8	225.017	.5/8	247.008	.5/8	268.999	.5/8	290.991
.3/4	203.419	.3/4	225.41	.3/4	247.401	.3/4	269.392	.3/4	291.383
.7/8	203.811	.7/8	225.803	.7/8	247.794	.7/8	269.785	.7/8	291.776
65.	204.204	72.	226.195	79.	248.186	86.	270.178	93.	292.169
.1/8	204.597	.1/8	226.588	.1/8	248.579	.1/8	270.57	.1/8	292.562
.1/4	204.989	.1/4	226.981	.1/4	248.972	.1/4	270.963	.1/4	292.954
.3/8	205.382	.3/8	227.373	.3/8	249.365	.3/8	271.356	.3/8	293.347
.1/2	205.775	.1/2	227.766	.1/2	249.757	.1/2	271.748	.1/2	293.74
.5/8	206.168	.5/8	228.159	.5/8	250.15	.5/8	272.141	.5/8	294.132
.3/4	206.56	.3/4	228.551	.3/4	250.543	.3/4	272.534	.3/4	294.525
.7/8	206.953	.7/8	228.944	.7/8	250.935	.7/8	272.926	.7/8	294.918
66.	207.346	73.	229.337	80.	251.328	87.	273.319	94.	295.31
.1/8	207.738	.1/8	229.73	.1/8	251.721	.1/8	273.712	.1/8	295.703
.1/4	208.131	.1/4	230.122	.1/4	252.113	.1/4	274.105	.1/4	296.096
.3/8	208.524	.3/8	230.515	.3/8	252.506	.3/8	274.497	.3/8	296.489
.1/2	208.916	.1/2	230.908	.1/2	252.899	.1/2	274.89	.1/2	296.881
.5/8	209.309	.5/8	231.3	.5/8	253.292	.5/8	275.283	.5/8	297.274
.3/4	209.702	.3/4	231.693	.3/4	253.684	.3/4	275.675	.3/4	297.667
.7/8	210.095	.7/8	232.086	.7/8	254.077	.7/8	276.068	.7/8	298.059
67.	210.487	74.	232.478	81.	254.47	88.	276.461	95.	298.452
.1/8	210.88	.1/8	232.871	.1/8	254.862	.1/8	276.853	.1/8	298.845
.1/4	211.273	.1/4	233.264	.1/4	255 255	.1/4	277.246	.1/4	299.237
.3/8	211.665	.3/8	233.657	.3/8	255.648	.3/8	277.629	.3/8	299.63
.1/2	212.058	.1/2	234.049	.1/2	256.04	.1/2	278.032	.1/2	300.023
.5/8	212.451	.5/8	234.442	.5/8	256.433	.5/8	278.424	.5/8	300.416
.3/4	212.843	.3/4	234.835	.3/4	256.826	.3/4	278.817	.3/4	300.808
.7/8	213.236	.7/8	235.227	.7/8	257.219	.7/8	279.21	.7/8	301.201
68.	213.629	75.	235.62	82.	257.611	89.	279.602	96.	301.594
.1/8	214.022	.1/8	236.013	.1/8	258.004	.1/8	279.995	.1/8	301.986
.1/4	214.414	.1/4	236.405	.1/4	258.397	.1/4	280.388	.1/4	302.379
.3/8	214.807	.3/8	236.798	.3/8	258.789	.3/8	280.781	.3/8	302.772
.1/2	215.2	.1/2	237.191	.1/2	259.182	.1/2	281.173	.1/2	303.164
.5/8	215.592	.5/8	237.584	.5/8	259.575	.5/8	281.566	.5/8	303.557
.3/4	215.985	.3/4	237.976	.3/4	259.967	.3/4	281.959	.3/4	303.95
.7/8	216.378	.7/8	238.369	.7/8	260.36	.7/8	282.351	.7/8	304.343
69.	216.77	76.	238.762	83.	260.753	90.	282.744	97.	504.735
.1/8	217.163	.1/8	239.154	.1/8	261.146	.1/8	283.137	.1/8	305.128
.1/4	217.556	.1/4	239.547	.1/4	261.538	.1/4	283.529	.1/4	305.521
.3/8	217.948	.3/8	239.94	.3/8	261.931	.3/8	283.922	.3/8	305.913
.1/2	218.341	.1/2	240.332	.1/2	262.324	.1/2	284.315	.1/2	306.306
.5/8	218.734	.5/8	240.725	.5/8	262.716	.5/8	284.708	.5/8	306.699
.3/4	219.127	.3/4	241.118	.3/4	263.109	.3/4	285.1	.3/4	307.091
.7/8	219.519	.7/8	241.511	.7/8	263.502	.7/8	285.493	.7/8	307.434

TABLE—*(Continué).*

Diam.	Circon.	Diam.	Circon.	Diam.	Circon.	Diam.	Circon.	Diam.	Circon.
98.	307.877	105.	329.868	114.	358.142	123.	386.417	139.	436.682
.1/8	308.27	.1/4	330.653	.1/4	358.928	.1/4	387.202	.1/2	438.253
.1/4	308.662	.1/2	331.439	.1/2	359.713	.1/2	387.988	140.	439.824
.3/8	309.055	.3/4	332.224	.3/4	360.499	.3/4	388.773	.1/2	441.395
.1/2	309.448	106.	333.01	115.	361.284	124.	389.558	141.	442.966
.5/8	309.84	.1/4	333.795	.1/4	362.069	.1/4	390.344	.1/2	444.536
.3/4	310.233	.1/2	334.58	.1/2	362.855	.1/2	391.129	142.	446.107
.7/8	310.626	.3/4	335.366	.3/4	363.64	.3/4	391.915	.1/2	447.678
99.	311.018	107.	336.151	116.	364.426	125.	392.7	143.	449.249
.1/8	311.411	.1/4	336.937	.1/4	365.211	.1/2	394.271	.1/2	450.82
.1/4	311.804	.1/2	337.722	.1/2	365.996	126.	395.842	144.	452.39
.3/8	312.196	.3/4	338.507	.3/4	366.782	.1/2	397.412	.1/2	453.961
.1/2	312.589	108.	339.293	117.	367.567	127.	398.983	145.	455.532
.5/8	312.982	.1/4	340.078	.1/4	368.353	.1/2	400.554	.1/2	457.103
.3/4	313.375	.1/2	340.864	.1/2	369.138	128.	402.125	146.	458.674
.7/8	313.767	.3/4	341.649	.3/4	369.923	.1/2	403.696	.1/2	460.244
100.	314.16	109.	342.434	118.	370.709	129.	405.266	147.	461.815
.1/4	314.945	.1/4	343.22	.1/4	371.494	.1/2	406.837	.1/2	463.386
.1/2	315.731	.1/2	344.005	.1/2	372.28	130.	408.408	148.	464.957
.3/4	316.516	.3/4	344.791	.3/4	373.065	.1/2	409.979	.1/2	466.528
101.	317.302	110.	345.576	119.	373.85	131.	411.55	149.	468.098
.1/4	318.087	.1/4	346.361	.1/4	374.636	.1/2	413.12	.1/2	469.669
.1/2	318.872	.1/2	347.147	.1/2	375.421	132.	414.691	150.	471.24
.3/4	319.658	.3/4	347.932	.3/4	376.207	.1/2	416.262	.1/2	472.811
102.	320.443	111.	348.718	120.	376.992	133.	417.833		
.1/4	321.229	.1/4	349.503	.1/4	377.777	.1/2	419.404		
.1/2	322.014	.1/2	350.288	.1/2	378.563	134.	420.974		
.3/4	322.799	.3/4	350.074	.3/4	379.348	.1/2	422.545		
103.	323.585	112.	351.859	121.	380.134	135.	424.116		
.1/4	324.37	.1/4	352.645	.1/4	380.919	.1/2	425.687		
.1/2	325.156	.1/2	353.43	.1/2	381.704	136.	427.258		
.3/4	325.941	.3/4	354.215	.3/4	382.49	.1/2	428.828		
104.	326.726	113.	355.001	122.	383.275	137.	430.399		
.1/4	327.512	.1/4	355.786	.1/4	384.061	.1/2	431.97		
.1/2	328.297	.1/2	356.572	.1/2	384.846	138.	433.541		
.3/4	329.083	.3/4	357.357	.3/4	385.631	.1/2	435 112		

Trouver la circonférence d'un diam. plus grand qu'aucun dans la table précédente.

Regle.—Divisez la dimension par 2, 3, 4, etc., si c'est possible, jusqu'à ce qu'elle soit réduite à un diam. que l'on puisse trouver dans la table.

Prenez la circonférence tabulaire pour ce diam., multipliez la par 2, 3, 4, 5, etc., suivant que vous avez divisé, et le produit donnera la circonférence requise.

Exemple.—Quelle est la circonférence pour un diam. 1050 ?

$1050 \div 7 = 150$; circ. tab., $150 = 471.239$, laquelle $\times\ 7 = 3299.073$, circ. requise.

Trouver la circonférence pour un entier et une fraction non donnée dans la table.

Regle.—Doublez, triplez ou quadruplez la dimension donnée, jusqu'à ce que la fraction soit augmentée à un nombre entier ou à un de ceux qui se trouve dans la table, comme $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{4}$, etc., pourvu que cela puisse se faire.

Prenez la circ. pour ce diam., et s'il est double du diam. dont on requiert la circ., prenez-en la moitié; si la circ. correspond à un diam. triple, prenez-en le tiers; si c'est quadruple, le quart.

Exemple.—On demande la circonférence de 2,21875 pouces ?

$2.21875 \times 2 = 4{\cdot}4375 = 4\frac{7}{16}$, lequel $\times\ 2 = 8\frac{7}{8}$; circ. tab. $= 27.8817$, laquelle $\div\ 4 = 6.9704$ pouces.

Trouver, par la table précédente, la circonférence d'un diam. en pieds et pouces, etc.

Regle.—Réduisez le diam. en pouces ou huitièmes de pouces, suivant le cas, et prenez la circ de mêmenom que donne la table pour ce nombre.

Divisez ce nombre par 8, si le diam. a été réduit en huitièmes, et par 12, si c'est en pouces et le quotient donnera la surface en pieds.

Exemple.—On demande la circonférence d'un cercle de 1 pied $6\frac{3}{8}$ pouces de diam ?

1 pied $6\frac{3}{8}$ pouces $= 18\frac{3}{8}$ pouces $= 147$ huitièmes; circ. de $147 = 461.815$ laquelle $\div\ 8 = 57.727$ pouces; et $\div\ 12 = 4.18$ pieds.

TABLE III.

AIRES ET CIRCONFÉRENCES DE CERCLES, DE $\frac{1}{10}$ A 100.

[*Avançant par un dixième.*]

Diam.	Aire.	Circon.	Diam.	Aire.	Circon.	Diam.	Aire.	Circon.
			5.	19.635	15.708	10.	78.54	31.416
.1	.007854	.31416	.1	20.4282	16.0221	.1	80.1186	31.7301
.2	.031416	.62832	.2	21.2372	16.3363	.2	81.713	32.0443
.3	.070686	.91248	.3	22.0618	16.6504	.3	83.323	32.358
.4	.12566	1.2566	.4	22.9022	16.9646	.4	84.9488	32.6726
.5	.19635	1.5708	.5	23.7583	17.2788	.5	86.5903	32.9868
.6	.28274	1.885	.6	24.6301	17.5929	.6	88.2475	33.3009
.7	.38485	2.1991	.7	25.5176	17.9071	.7	89.9204	33.6151
.8	.50266	2.5133	.8	26.4208	18.2212	.8	91.609	33.9292
.9	.63617	2.8274	.9	27.3397	18.5354	.9	93.3133	34.2434
.1	.7854	3.1416	6.	28.2744	18.8496	11.	95.0334	34.5576
.1	.9503	3.4557	.1	29.2247	19.1637	.1	96.7691	34.8717
.2	1.1309	3.7699	.2	30.1907	19.4779	.2	98.5205	35.1859
.3	1.3273	4.084	.3	31.1725	19.792	.3	100.2877	35.501
.4	1.5393	4.3982	.4	32.1699	20 1062	.4	102.0705	35.8142
.5	1.7671	4.7124	.5	33.1831	20.4204	.5	103.8691	36.1284
.6	2.0106	5.0265	.6	34.212	20.7345	.6	105.6834	36.4425
.7	2 2698	5.3407	.7	35.2566	21.0487	.7	107.5134	36.7567
.8	2.5446	5.6548	.8	36.3168	21.3628	.8	109.359	37.0708
.9	2.8352	5.969	.9	37.3928	21.677	.9	111.2204	37.384
.2	3.1416	6.2832	7.	38.4846	21.9912	12.	113.0976	37.6992
.1	3.4636	6.5973	.1	39.592	22.3053	.1	114.9904	38.0133
.2	3.8013	6.9115	.2	40.7151	22.6195	.2	116.8989	38.3275
.3	4.1547	7.2256	.3	41.8539	22.9336	.3	118.8231	38.6416
.4	4.5239	7.5398	.4	43.0085	23.2478	.4	120.7631	38.9558
.5	4.9087	7.854	.5	44.1787	23.562	.5	122.7187	39.27
.6	5.3093	8.1681	.6	45.3647	23.8761	.6	124.6901	39.5841
.7	5.7255	8.4823	.7	46.5663	24.1903	.7	126.6771	39.8983
.8	6.1575	8.7964	.8	47.7837	24.5044	8	128.6799	40.2124
.9	6.6052	9.1106	.9	49.0168	24.8186	.9	130.6984	40.5266
.3	7.0686	9.4248	8.	50.2656	25.1328	13.	132.7326	40.8408
.1	7.5476	9.7389	.1	51.53	25.4469	.1	134.7824	41.1549
.2	8.0424	10.0531	.2	52.8102	25.7611	.2	136.848	41.4691
.3	8.553	10.3672	.3	54.1062	26.0752	.3	138.9294	41.7832
.4	9.0792	10.6814	.4	55.4178	26.3894	.4	141.0264	42.0974
.5	9.6211	10.9956	.5	56.7451	26.7036	.5	143.1391	42.4116
.6	10.1787	11.3097	.6	58.0881	27.0177	.6	145.2675	42.7257
.7	10.7521	11.6239	.7	59.4469	27.3319	.7	147.4117	43.0399
.8	11.3411	11.938	.8	60.8213	27.646	.8	149.5715	43.354
.9	11.9459	12.2522	.9	62.2115	27.9602	.9	151.7471	43.6682
.4	12.5664	12.5664	9.	63.6174	28.2744	14.	153.9384	43.9824
.1	13.2025	12.8805	.1	65.0389	28.5885	.1	156.1453	44.2965
.2	13.8544	13.1947	.2	66.4762	28.9027	.2	158.368	44.6107
.3	14.522	13.5088	.3	67.9292	29.2168	.3	160.6064	44.9248
.4	15.2053	13.823	.4	69.3979	29.531	.4	162.8605	45.239
.5	15.9043	14.1372	.5	70.8823	29.8452	.5	165.1303	45.5532
.6	16.619	14.4513	.6	72.3824	30.1593	.6	167.4158	45.8673
.7	17.3494	14.7655	.7	73.3982	30.4735	.7	169.717	46.1815
.8	18.0956	15.0796	.8	75.4298	30.7876	.8	172.034	46.4956
.9	18.8574	15.3938	.9	76.97[illegible]	31.1018	.9	174.3666	46.8098

TABLE.—(*Continué.*)

Diam.	Aire.	Circon.	Diam.	Aire.	Circon.	Diam.	Aire.	Circon.
15.	176.715	47.124	.6	333.2923	64.7161	.2	539.1299	82.3099
.1	179.079	47.4381	.7	336.536	65.0311	.3	543.2533	82.624
.2	181.4588	47.7523	.8	339.7954	65.3452	.4	547.3923	82.9382
.3	183.8512	48.0664	.9	343.0705	65.6594	.5	571.5471	83.2524
.4	186.2654	48.3806	21.	346.3614	65.9736	.6	555.7176	83.5665
.5	188.6923	48.6948	.1	349.6679	66.2877	.7	559.9038	83.8807
.6	191.1349	49.0089	.2	352.9901	66.6019	.8	564.1056	84.1948
.7	193.5932	49.3231	.3	356.3281	66.916	.9	568.3232	84.509
.8	196.0672	49.6372	.4	359.6817	67.2302	27.	572.5566	84.8232
.9	198.5569	49.9514	.5	363.0511	67.5444	.1	576.8056	85.1373
16.	201.0624	50.2656	.6	366.4362	67.8585	.2	581.0703	85.4515
.1	203.5835	50.5797	.7	369.837	68.1727	.3	585.3503	85.7656
.2	206.1203	50.8939	.8	373.2534	68.4868	.4	589.6169	86.0798
.3	208.6729	51.208	.9	376.6856	68.801	.5	593.9587	86.394
.4	211.2411	51.5224	22.	380.1336	69.1152	.6	598.2863	86.7081
.5	213.8251	51.8361	.1	383.5972	69.4293	.7	602.6295	87.0223
.6	216.4248	52.1505	.2	387.0765	69.7435	.8	606.9885	87.3364
.7	219.0102	52.4647	.3	390.5751	70.0576	.9	611.3632	87.6506
.8	221.6712	52.7788	.4	391.0823	70.3718	28.	615.7536	87.9648
.9	224.318	53.093	.5	397.6087	70.686	.1	620.1596	88.2789
17.	226.9806	53.4072	.6	401.1509	71.0001	.2	624.5814	88.5931
.1	229.6588	53.7213	.7	404.7087	71.3143	.3	629.019	88.9072
.2	232.3527	54.0355	.8	408.2823	71.6284	.4	633.4722	89.2214
.3	235.0623	54.3496	.9	411.8716	71.9426	.5	637.9411	89.5356
.4	237.7877	54.6038	23.	415.4766	72.2568	.6	642.4257	89.8497
.5	240.5287	54.978	.1	419.0972	72.5709	.7	646.9261	90.1639
.6	243.2855	55.2921	.2	422.7336	72.8851	.8	651.4421	90.478
.7	246.0579	55.6063	.3	426.3858	73.1992	.9	655.9739	90.7922
.8	248.8461	55.9204	.4	430.0536	73.5134	29.	660.5214	91.1064
.9	251.65	56.2346	.5	433.7371	73.8276	.1	665.0845	91.4205
18.	254.4696	56.5188	.6	437.4363	74.1417	.2	669.6634	91.7347
.1	257.3048	56.8629	.7	441.1511	74.4559	.3	674.258	92.0488
.2	260.1558	57.1771	.8	444.8819	74.768	.4	678.8683	92.363
.3	263.0226	57.4912	.9	448.6283	75.0882	.5	683.4943	92.3772
.4	265.905	57.8054	24.	452.3904	75.3984	.6	688.136	92.9913
.5	268.8031	58.1196	.1	456.1681	75.7125	.7	692.7934	93.3055
.6	271.7169	58.4337	.2	459.9616	76.0267	.8	697.4666	93.6196
.7	274.6465	58.7479	.3	463.7708	76.3408	.9	702.1554	93.9338
.8	277.5917	59.062	.4	467.5957	76.6523	30.	706.86	94.248
.9	280.5527	59.3762	.5	471.4363	76.9692	.1	711.5802	94.5621
19.	283.5294	59.6904	.6	475.2926	77.2833	.2	716.3162	94.8763
.1	286.5217	60.0045	.7	479.1646	77.5975	.3	721.0678	95.1904
.2	289.5298	60.3187	.8	483.0524	77.9116	.4	725.8352	95.5046
.3	292.5536	60.6328	.9	486.9558	78.2258	.5	730.6183	95.8188
.4	295.5931	60.947	25.	490.875	78.54	.6	735.4171	96.1329
.5	298.6483	61.2612	.1	494.8098	78.8541	.7	740.2316	96.4471
.6	301.7192	61.5753	.2	498.7604	78.1683	.8	745.0618	96.7612
.7	301.806	61.8895	.3	502.7266	79.4824	.9	749.9077	97.0754
.8	307.9082	62.2036	.4	506.7086	79.7966	31.	754.7694	97.3896
.9	311.0252	62.5178	.5	510.7063	80.1108	.1	759.6467	97.7037
20.	314.16	62.832	.6	514.7196	80.4248	.2	764.5397	98.0179
.1	317.3094	63.1461	.7	518.7488	80.7391	.3	769.4485	98.332
.2	320.4746	63.4603	.8	522.7936	81.0532	.4	774.3729	98.6452
.3	323.6554	63.7744	.9	526.8541	81.3674	.5	779.3131	98.9604
.4	326.852	64.0886	26.	530.9304	81.6816	.6	781.2689	99.2745
.5	330.0643	64.4028	.1	555.0223	81.9976	.7	789.2406	99.5887

TABLE.—*(Continuée.)*

Diam.	Aire.	Circon.	Diam.	Aire.	Circon.	Diam.	Aire.	Circon.
.8	794.2278	99.9028	.4	1098.5862	117.4958	43.	1452.2046	135.0888
.9	799.2308	100.217	.5	1104.4687	117.81	1.	1458.9668	135.4029
32.	804.2496	100.5312	.6	1110.3671	118.1241	.2	1465.7448	135.7171
.1	809.284	100.8453	.7	1116.2811	118.4383	.3	1472.5385	136.0332
.2	814.3341	101.1595	.8	1122.2109	118.7524	.4	1479.348	136.3454
.3	819.3999	101.4736	.9	1128.1564	119.0666	.5	1486.1731	136.6596
.4	824.4815	101.7478	38.	1134.1176	119.3808	.6	1493.0139	136.9737
.5	829.5787	102.102	.1	1140.0946	119.6949	.7	1499.8705	137.2879
.6	834.6917	102.4161	.2	1146.087	120.0091	.8	1506.7427	137.602
.7	839.8203	102.7303	.3	1152.0954	120.3232	.9	1513.6287	137.9162
.8	844.9647	103.0444	.4	1158.1194	120.6374	44.	1520.5344	138.2304
.9	850.1248	103.3586	.5	1164.1591	120.9516	.1	1527.4537	138.5445
33.	855.3006	103.6728	.6	1170.2145	121.2657	.2	1534.3888	138.8587
.1	860.192	103.9869	.7	1176.2857	121.5799	.3	1541.3396	139.1728
.2	865.6992	104.3011	.8	1182.3725	121.894	.4	1548.3061	139.487
.3	870.9222	104.6151	.9	1188.4651	122.2082	.5	1555.2883	139.8012
.4	876.1608	104.9294	39.	1194.5434	122.5224	.6	1562.2862	140.1153
.5	881.4151	105.2436	.1	1200.7273	122.8365	.7	1569.2998	140.4295
.6	886.6851	105.5577	.2	1206.877	123.1507	.8	1576.3292	140.7436
.7	891.9709	105.8719	.3	1213.0424	123.4648	.9	1583.3742	141.0578
.8	897.2723	106.186	.4	1219.2243	123.779	45.	1590.435	141.372
.9	902.5895	106.5002	.5	1225.4203	124.0932	.1	1597.5114	141.6861
34.	907.9224	106.8144	.6	1231.6328	124.4073	.2	1604.6036	142.0003
.1	913.2709	107.1285	.7	1237.861	124.7215	.3	1611.7114	142.3144
.2	918.6352	107.4272	.8	1244.121	125.0356	.4	1613.835	142.6286
.3	924.0115	107.7568	.9	1250.3646	125.3498	.5	1625.9743	142.9428
.4	929.4109	108.071	40.	1256.64	125.664	.6	1633.1293	143.2569
.5	934.8223	108.3852	.1	1262.931	125.9781	.7	1640.302	143.5711
.6	940.2494	108.6993	.2	1269.2388	126.2923	.8	1647.4846	143.8852
.7	945.6922	109.0352	.3	1275.5602	126.6064	.9	1654.6885	144.1994
.8	951.1508	109.3076	.4	1281.8984	126.9206	46.	1661.9064	144.5136
.9	956.625	109.6418	.5	1288.2523	127.2348	.1	1669.1399	144.8277
35.	962.115	109.956	.6	1294.6219	127.5489	.2	1676.3891	145.1419
.1	967.6206	110.2701	.7	1301.0071	127.8631	.3	1683.6541	145.456
.2	973.142	110.5843	.8	1307.4082	128.1772	.4	1690.9347	145.7702
.3	978.679	110.8984	.9	1313.8249	128.4914	.5	1698.2311	146.0844
.4	984.2318	111.2126	41.	1320.2574	128.8056	.6	1705.5432	146.3985
.5	989.8003	111.5268	.1	1326.7055	129.1197	.7	1712.871	146.7127
.6	995.3845	111.8409	.2	1333.1693	129.4323	.8	1720.2144	147.0268
.7	1000.9843	112.1551	.3	1339.6489	129.748	.9	1727.5736	147.341
.8	1006.6	112.4692	.4	1346.1441	130.0622	47.	1734.9486	147.6552
.9	1012.2313	112.7834	.5	1352.6551	130.3764	.1	1742.3392	147.9693
36.	1017.8784	113.0976	.6	1359.1818	130.6905	.2	1749.7455	148.2835
.1	1023.5411	113.4117	.7	1365.7242	131.0047	.3	1757.1675	148.5976
.2	1029.2195	113.7259	.8	1372.2822	131.3188	.4	1764.6045	148.9118
.3	1034.9131	114.04	.9	1378.856	131.632	.5	1772.0587	149.226
.4	1040.6235	114.3542	42.	1385.4456	131.9472	.6	1779.5279	149.5361
.5	1046.3491	114.6684	.1	1392.0508	132.2613	.7	1787.0127	149.8543
.6	1052.0904	114.9825	.2	1398.6717	132.5755	.8	1794.5133	150.1684
.7	1057.8474	115.2967	.3	1405.3083	132.8896	.9	1802.0296	150.4826
.8	1063.62	115.6108	.4	1411.9607	133.2038	48.	1809.5616	150.7968
.9	1069.4084	115.925	.5	1418.6287	133.518	.1	1817.1092	151.1109
37.	1075.2126	116.2392	.6	1425.3125	133.8321	.2	1824.6726	151.4251
.1	1081.0324	116.5533	.7	1432.0119	134.1463	.3	1832.2518	151.7392
.2	1086.8679	116.8675	.8	1438.7271	134.4604	.4	1839.8466	152.0534
.3	1092.7191	117.1816	.9	1445.458	134.7746	.5	1847.4576	152.3676

TABLE—*(Continuée).*

Diam.	Aire.	Circon.	Diam.	Aire.	Circon.	Diam.	Aire.	Circon.
.6	1855.0833	152.6817	.2	2307.2224	170.2747	.8	2808.6218	187.8676
.7	1862.7253	152.9959	.3	2315.744	170.5883	.9	2818.023	188.1818
.8	1870.3829	153.31	.4	2324.2813	170.903	60.	2827.44	188.496
.9	1878.0563	153.6242	.5	2332.8343	171.2172	.1	2836.8726	188.8101
49.	1885.7454	153.9384	.6	2341.403	171.5343	.2	2846.321	189.1243
.1	1893.4501	154.2525	.7	2349.9874	171.8455	.3	2855.785	189.4384
.2	1901.1706	154.5667	.8	2358.5876	172.1596	.4	2865.2648	189.7526
.3	1908.9068	154.8808	.9	2367.2034	172.4738	.5	2874.7603	190.0668
.4	1916.6587	155.195	55.	2375.835	172.788	.6	2884.2615	190.3809
.5	1924.4263	155.5092	.1	2384.4822	173.1021	.7	2893.7984	190.6951
.6	1932.2096	155.8233	.2	2393.1452	173.4163	.8	2903.341	191.0092
.7	1940.0086	156.1375	.3	2401.8238	173.7304	.9	2912.8993	191.3234
.8	1947.8234	156.4516	.4	2410.5182	174.0446	61.	2922.4734	191.6376
.9	1955.6538	156.7558	.5	2419.2283	174.3588	.1	2932.0631	191.9517
50.	1963.5	157.08	.6	2427.9541	174.6729	.2	2941.6685	192.2659
.1	1971.3618	157.3941	.7	2436.6956	174.9771	.3	2951.2897	192.58
.2	1979.2394	157.7083	.8	2445.4528	175.3092	.4	2960.9265	193.8942
.3	1987.1326	158.0224	.9	2454.2257	175.6154	.5	2970.5791	193.2084
.4	1995.0416	158.3366	56.	2463.0144	175.9296	.6	2980.2474	193.5225
.5	2902.9663	158.6508	.1	2471.8187	176.2437	.7	2989.9314	193.8367
.6	2010.9067	158.9649	.2	2480.6387	176.5579	.8	2999.63	194.1508
.7	2018.8628	159.2791	.3	2489.4745	176.872	.9	3009.3464	194.465
.8	2026.8346	159.5932	.4	2498.3259	177.1862	62.	3019.0776	194.7792
.9	2034.877	159.9074	.5	2507.1931	177.5004	.1	3028.8244	195.0933
51.	2042.8254	160.2216	.6	2516.076	177.8145	.2	3038.5869	195.4075
.1	2050.8443	160.5357	.7	2524.9736	178.1287	.3	3048.3651	195.7216
.2	2058.8784	160.8499	.8	2533.8888	178.4428	.4	3058.1591	196.0358
.3	2066.9293	161.164	.9	2542.8188	178.757	.5	3067.9687	196.35
.4	2074.9953	161.4782	57.	2551.7646	179.0712	.6	3077.7941	196.6641
.5	2083.0771	161.7924	.1	2560.726	179.3853	.7	3087.6341	196.9783
.6	2091.1746	162.1065	.2	2569.7031	179.6995	.8	3097.4919	197.2924
.7	2099.2878	162.4207	.3	2578.6959	180.0136	.9	3107.3644	197.6066
.8	2107.4166	162.7348	.4	2587.7045	180.3278	63.	3117.2526	197.9208
.9	2115.5612	163.049	.5	2596.7287	180.642	.1	3127.1564	198.2349
52.	2123.7216	163.3632	.6	2605.7687	180.9561	.2	3137.0758	198.5491
.1	2131.8976	163.6773	.7	2614.8243	181.2803	.3	3147.0114	198.8632
.2	2140.0893	163.9935	.8	2623.8957	181.5841	.4	3156.9664	199.1774
.3	2148.2967	164.3056	.9	2632.9828	181.8986	.5	3166.9291	199.4916
.4	2156.5199	164.6198	58.	2642.0856	182.2128	.6	3176.9115	199.8057
.5	2164.7587	164.934	.1	2651.2046	182.5269	.7	3186.9097	200.1199
.6	2173.0133	165.2481	.2	2660.3382	182.8411	.8	3196.9235	200.434
.7	2181.2835	165.5623	.3	2669.4882	183.1552	.9	3206.9531	200.7482
.8	2189.5695	165.8764	.4	2678.6538	183.4694	64.	3216.9984	201.0624
.9	2197.8712	166.1906	.5	2687.8351	183.7836	.1	3227.0593	201.3765
53.	2206.1886	166.5048	.6	2697.0321	184.0977	.2	3237.136	201.6907
.1	2214.5216	166.8189	.7	2706.2449	184.4119	.3	3247.2284	202.0048
.2	2222.8704	167.1331	.8	2715.4733	184.726	.4	3257.3365	202.319
.3	2231.235	167.4472	.9	2724.7175	185.0402	.5	3267.4603	202.6332
.4	2239.6152	167.7614	59.	2733.9774	185.3544	.6	3277.5998	202.9473
.5	2248.0111	168.0756	.1	2743.2529	185.6685	.7	3287.755	203.2615
.6	2256.4227	168.3897	.2	2752.5442	185.9827	.8	3297.926	203.5756
.7	2264.8701	168.7049	.3	2761.8512	186.2696	.9	3308.1126	203.8898
.8	2273.2931	169.018	.4	2771.1739	186.611	65.	3318.315	204.204
.9	2281.7519	169.3322	.5	2780.5123	186.9252	.1	3328.534	204.5181
54.	2290.2264	169.6464	.6	2789.8664	187.2393	.2	3338.7668	204.8323
.1	2298.7165	169.9605	.7	2799.2362	187.5535	.3	3319.0162	205.1464

TABLE.—*(Continuée.)*

Diam.	Aire.	Circon.	Diam.	Aire.	Circon.	Diam.	Aire.	Circon.
.4	3359.2814	205.4606	71.	3959.2014	223.0536	.6	4608.3816	240.6465
.5	3369.5623	205.7748	.1	3970.3619	223.3677	.7	4620.4218	240.9607
.6	3379.8589	206.0889	.2	3981.5381	223.6819	.8	4632.4776	241.2748
.7	3390.1712	206.4031	.3	3992.7301	223.996	.9	4644.5492	241.5987
.8	3400.4992	206.7172	.4	4003.9373	224.3102	77.	4656.6366	241.9032
.9	3410.8429	207.0314	.5	4015.1611	224.6244	.1	4668.7396	242.2173
66.	3421.2024	207.3456	.6	4026.4002	224.9385	.2	4680.8583	242.5315
.1	3431.5775	207.6597	.7	4037.655	225.2527	.3	4692.9927	242.8456
.2	3441.9633	207.9739	.8	4048.9254	225.5668	.4	4705.1429	243.1598
.3	3452.3749	208.288	.9	4060.2116	225.881	.5	4717.3087	243.474
.4	3462.7971	208.6022	72.	4071.5136	226.1952	.6	4729.4903	243.7881
.5	3473.2351	208.9164	.1	4082.8332	226.5093	.7	4741.6875	244.1023
.6	3483.6888	209.2305	.2	4094.1645	226.8235	.8	4753.9605	244.4164
.7	3494.164	209.5446	.3	4105.5125	227.1376	.9	4766.1292	244.7306
.8	3504.6432	209.8588	.4	4116.8793	227.4518	78.	4778.3736	245.0448
.9	3515.143	210.173	.5	4128.2587	227.766	.1	4790.6336	245.3589
67.	3525.6606	210.4872	.6	4139.6524	228.0801	.2	4802.9094	245.6731
.1	3536.1928	210.8013	.7	4151.0667	228.3943	.3	4815.201	245.9872
.2	3546.7404	211.1155	.8	4162.4943	228.7084	.4	4827.5082	246.3014
.3	3557.3043	211.4296	.9	4173.9376	229.0226	.5	4839.8311	246.6156
.4	3567.8837	211.7438	73.	4185.3966	229.3368	.6	4852.1697	246.9297
.5	3578.4787	212.058	.1	4196.8712	229.6509	.7	4864.5241	247.2439
.6	3589.0895	212.3721	.2	4208.3614	229.9651	.8	4876.8973	247.548
.7	3599.7159	212.6863	.3	4219.8678	230.2792	.9	4889.2799	247.8722
.8	3610.3581	213.0004	.4	4231.3896	230.5934	79.	4901.6814	248.1864
.9	3621.016	213.3146	.5	4242.9271	230.9076	.1	4914.0985	248.5005
68.	3631.6896	213.6288	.6	4254.4803	231.2217	.2	4926.5314	248.8147
.1	3642.3788	213.9429	.7	4266.0493	231.5359	.3	4938.982	249.1288
.2	3653.0838	214.2571	.8	4277.6339	231.85	.4	4951.4443	249.443
.3	3663.804	214.5712	.9	4289.2343	232.1642	.5	4963.9243	249.7572
.4	3674.541	214.8454	74.	4300.8504	232.4784	.6	4976.484	250.0713
.5	3685.2931	215.1996	.1	4312.4821	232.7925	.7	4988.9314	250.3855
.6	3696.006	215.5137	.2	4324.1296	233.1067	.8	5001.4586	250.6996
.7	3706.8445	215.8279	.3	4335.7928	233.4208	.9	5014.0014	251.0138
.8	3717.6437	216.142	.4	4347.4717	234.735	80.	5026.56	251.3280
.9	3728.4587	216.4562	.5	4359.1663	234.0492	.1	5039.1342	251.6421
69.	3739.2894	216.7704	.6	4370.8766	234.3633	.2	5051.7242	251.9563
.1	3750.1357	217.0845	.7	4382.6026	234.6775	.3	5064.3258	252.2704
.2	3760.9978	217.3987	.8	4394.3448	234.9916	.4	5076.9[illegible]	252.5846
.3	3771.8756	217.7128	.9	4406.1018	235.3058	.5	5089.5883	252.8988
.4	3782.7691	218.027	75.	4417.875	235.62	.6	5102.2411	253.21[illegible]
.5	3793.6783	218.3412	.1	4429.6638	235.9341	.7	5114.9096	253.5271
..6	3804.6032	218.6553	.2	4441.4684	236.2483	.8	5127.5938	253.8412
.7	3815.5438	218.9695	.3	4453.2886	236.5624	.9	5140.2937	254.1554
.8	3826.5002	219.2836	.4	4465.1246	236.8766	81.	5153.0094	254.4696
.9	3847.4722	219.5978	.5	4476.9763	237.1908	.1	5165.7407	254.7837
70.	3848.46	219.912	.6	4488.8437	237.5049	.2	5178.4877	255.0979
.1	3859.4952	220.2261	.7	4500.7268	237.8191	.3	5191.2505	255.412
.2	3870.4826	220.5103	.8	4512.6256	238.1332	.4	5204.0285	255.7262
.3	3881.5174	220.8544	.9	4524.5401	238.4474	.5	5216.8231	256.0404
.4	3892.568	221.1686	76.	4536.4704	238.7616	.6	5229.633	256.3545
.5	3903.6343	221.4828	.1	4548.4163	239.0757	.7	5242.4586	256.6687
.6	3914.7163	221.7969	.2	4560.3787	239.3899	.8	5255.2998	256.9828
.7	3925.814	222.1111	.3	4572.3553	239.704	.8	5268.1568	257.297
.8	3936.9274	222.4252	.4	4584.3583	240.0182	82.	5281.0296	257.6112
.9	3948.0565	222.7394	.5	4596.3571	240.3324	.1	5293.918	257.9253

TABLE.—*(Continuée.)*

Diam	Aire.	Circon.	Diam.	Aire.	Circon.	Diam.	Aire.	Circon.
.2	5306.8221	258.2395	.8	6054.5149	275.8324	.4	6851.4840	293.4254
.3	5319.7439	258.5536	.9	6068.3224	275.1466	.5	6866.1631	293.7396
.4	5332.6775	258.8646	88.	6082.1376	276.4608	.6	6880.8579	294.0537
.5	5345.6287	259.182	.1	6095.9681	276.7749	.7	6895.5685	294.3679
.6	5358.5957	259.4961	.2	6109.815	277.0891	.8	6910.2947	294.682
.7	5371.5983	259.8103	.3	6123.6774	277.4032	.9	6925.0367	294.9962
.8	5384.5762	260.1244	.4	6137.5554	277.7174	94.	6939.7944	295.3104
.9	5397.5908	260.4386	.5	6151.4491	278.0316	.1	6954.5677	295.6245
83.	5410.6206	260.7528	.6	6165.3585	278.3457	.2	6969.3568	295.9387
.1	5423.666	261.0669	.7	6179.2837	278.6599	.3	6984.1614	296.2436
.2	5436.7272	261.3811	.8	6193.2245	278.975	.4	6998.9821	296.567
.3	5449.8042	261.6952	.9	6207.1811	279.2882	.5	7013.8183	296.8812
.4	5462.896[illegible]	262.0094	89.	6221.1534	279.6024	.6	7028.6702	297.1953
.5	5476.00[illegible]	262.3236	.1	6235.1413	279.9165	.7	7043.5025	297.5095
.6	5489.1291	262.6376	.2	6249.145	280.2307	.8	7058.418	297.8236
.7	5502.2689	262.9519	.3	6263.1644	280.5448	.9	7073.3202	298.1378
.8	5515.4243	263.264	.4	6277.1995	280.859	95.	7088.235	298.452
.9	5528.5958	263.5802	.5	6291.2035	281.1732	.1	7103.1654	298.7661
84.	5541.7824	263.8944	.6	6305.3168	281.4873	.2	7118.1116	299.0723
.1	5554.9847	264.2085	.7	6319.399	281.8825	.3	7133.0734	299.3944
.2	5568.2032	264.5227	.8	6333.497	282.1156	.4	7148.051	299.7086
.3	5581.4372	264.8368	.9	6347.6813	282.4298	.5	7163.0443	300.0228
.4	5594.6869	265.151	90.	6361.74	282.744	.6	7178.0533	300.3369
.5	5607.9523	265.4652	.1	6375.885	283.0581	.7	7193.078	300.6511
.6	5621.2334	265.7793	.2	6390.0458	283.3723	.8	7208.1184	300.9652
.7	5634.5682	266.0935	.3	6404.2222	283.6864	.9	7223.1745	301.2794
.8	5647.8428	266.4076	.4	6418.4144	284.0006	96.	7238.2464	301.5936
.9	5661.171	266.7218	.5	6432.6223	284.3148	.1	7253.3339	301.9077
85.	5674.515	267.036	.6	6446.8474	384.6289	.2	7268.4371	302.2219
.1	5687.8746	267.3501	.7	6461.0852	284.9431	.3	7283.5561	302.536
.2	5701.25	267.6643	.8	6475.3402	285.2572	.4	7298.6907	302.8502
.3	5714.641	267.9784	.9	6489.6109	285.5714	.5	7313.8411	303.1644
.4	5728.0478	268.2926	91.	6503.8674	285.8856	.6	7329.0072	303.4785
.5	5741.4703	268.6068	.1	6518.1995	286.1997	.7	7344.189	303.7927
.6	5754.9085	268.9209	.2	6532.5173	286.5139	.8	7359.3864	304.1068
.7	5768.3624	269.2351	.3	6546.8909	286.829	.9	7374.5996	304.421
.8	5781.832	269.5492	.4	6561.2081	287.1422	97.	7389.8286	304.7352
.9	5795.3173	269.8634	.5	6575.5651	287.4564	.1	7405.0732	305.0493
86.	5808.8184	270.1776	.6	6589.9458	287.7705	.2	7420.3335	305.3635
.1	5822.3351	270.4917	.7	6604.3222	288.0847	.3	7435.6095	305.6776
.2	5835.8675	270.8059	.8	6618.7542	288.3988	.4	7450.9013	305.9918
.3	5849.4157	271.12	.9	6633.182	288.713	.5	7466.2087	306.306
.4	5862.9795	271.4342	92.	6647.6356	289.0272	.6	7481.5319	306.6201
.5	5876.5591	271.7484	.1	6662.0848	289.3413	.7	7496.8707	306.9363
.6	5890.1541	272.0665	.2	6676.5597	289.6555	.8	7512.2253	307.2484
.7	5903.7654	272.3767	.3	6691.0161	289.9696	.9	7527.5956	307.5626
.8	5917.392	272.6908	.4	6705.5567	290.2838	98.	7542.9816	307.8768
.9	5931.0344	273.005	.5	6720.0787	290.598	.1	7558.3832	308.1909
87.	5944.6926	273.3192	.6	6734.6165	290.9121	.2	7573.8006	308.5051
.1	5958.3644	273.6333	.7	6749.1699	291.2263	.3	7589.2338	308.8192
.2	5972.0559	273.9875	.8	6763.7391	291.5404	.4	7604.6826	309.1334
.3	5985.7691	274.2616	.9	6778.324	291.8546	.5	7620.1471	309.4476
.4	5999.4821	274.5758	93.	6792.9246	292.1688	.6	7635.6273	309.7617
.5	6913.2187	274.89	.1	6807.5408	292.4829	.7	7651.1933	310.0759
.6	6026.9711	275.2041	.2	6822.173	292.7971	.8	7666.9349	310.396
.7	6040.7391	275.5183	.3	6836.8206	293.1112	.9	7682.1623	310.7042

TABLE.—*(Continuée.)*

Diam.	Aire.	Circon.	Diam.	Aire.	Circon.	Diam.	Aire.	Circon.
99.	7697.7054	311.0184	.4	7760.0347	312.275	.8	7822.6154	313.5116
.1	7713.2641	311.3325	.5	7775.6563	312.5892	.9	7838.2998	313.8458
.2	7728.8336	311.6467	.6	7791.2936	312.9033	100.	7854.	314.16
.3	7744.4288	311.9608	.7	7806.9466	313.2175			

Pour trouver l'aire ou la Circonférence d'un Diamètre plus grand qu'aucun dans la Table précédente.

Voir les règles, pages 15 et 18 des tables.

Ou si le diamètre excède 100 et qu'il soit moindre que 1001.

Prenez la surface ou la circonférence comme pour un nombre entier; alors, pour la surface, renvoyez le point décimal deux chiffres à la droite; et, pour la circonférence, renvoyez le point décimal, un chiffre à la droite.

Exemple.—La surface pour 96.7 est 3744.189; de là, pour 967, elle est 734418.9, et la circonférence de 96.7 est 303.7927, et pour 967, elle est 3037.927.

TABLE IV.

AIRES ET CIRCONFÉRENCES DE CERCLES.

DE 1 À 50 PIEDS.

[*Avançant par* 1 *pouce.*]

Diam.	Aire.	Circon.		Diam.	Aire.	Circon.		Diam.	Aire.	Circon.	
	Pieds.	Pieds.	Pcs.		Pieds.	Pieds.	Pcs.		Pieds.	Pieds.	Pcs.
1 *pd*	.7854	3	1 5/8	3 *pd*	7.0686	9	5	5 *pd*	19.635	15	8 1/8
1	.9217	3	4 5/8	1	7.4666	9	8 1/4	1	20.2947	15	11 5/8
2	1.069	3	8	2	7.8757	9	11 3/8	2	20.9656	16	2 3/4
3	1.2271	3	11	3	8.2957	10	2 1/2	3	21.6475	16	5 3/4
4	1.3962	4	2 1/8	4	8.7265	10	5 5/8	4	22.34	16	9
5	1.5761	4	5 3/8	5	.683	10	8 3/4	5	23.0437	17	1/8
6	1.7671	4	8 1/2	6	9.6211	10	11 7/8	6	23.7583	17	3 1/4
7	1.9689	4	11 5/8	7	10.0846	11	3	7	24.4835	17	6 3/8
8	2.1816	5	2 3/4	8	10.5591	11	6 1/8	8	25.2199	17	9 5/8
9	2.4052	5	5 7/8	9	11.0446	11	9 3/8	9	25.9672	18	3/4
10	2.6398	5	9	10	11.5409	12	1/2	10	26.7251	18	3 7/8
11	2.8852	6	2 1/4	11	12.0481	12	3 5/8	11	27.4943	18	7 1/8
2 *pd*	3.1416	6	3 3/8	4 *pd*	12.5664	12	6 3/4	6 *pd*	28.2744	18	10 1/8
1	3.4087	6	6 1/2	1	13.0952	12	9 7/8	1	29.0649	19	1 1/4
2	3.6869	6	9 5/8	2	13.6353	13	1	2	29.8668	19	4 3/8
3	3.976	7	3/4	3	14.1862	13	4 1/8	3	30.6796	19	7 1/2
4	4.276	7	3 7/8	4	14.7479	13	7 1/4	4	31.5029	19	10 5/8
5	4.5869	7	7	5	15.3206	13	10 1/2	5	32.3376	20	1 7/8
6	4.9087	7	10 /8	6	15.9043	14	1 5/8	6	33.1831	20	4 7/8
7	5.2413	8	1 /2	7	16.4986	14	4 5/8	7	34.0391	20	8 1/8
8	5.585	8	4	8	17.1041	14	7 7/8	8	34.9065	20	11 1/2
9	5.9395	8	7 5/8	9	17.7205	14	11	9	35.7847	21	2 3/8
10	6.3049	8	10 3/4	10	18.3476	15	2 1/8	10	36.6735	21	5 1/2
11	6.6813	9	1 7/8	11	18.9858	15	5 1/4	11	37.5736	21	8 3/4

TABLE.—(*Continuée.*)

Diam.	Aire. Pieds.	Circon. Pieds. Pes.	Diam.	Aire. Pieds.	Circon. Pieds. Pes.	Diam.	Aire. Pieds.	Circon. Pieds. Pes.
7 *pd*	38.4846	21 11⅞	7	105.3794	36 4½	2	205.2726	50 9⅝
1	39.406	22 3	8	106.9033	36 7¾	3	207.3946	51 ½
2	40.3388	22 6⅛	9	108.4342	36 10⅞	4	209.5264	51 3¾
3	41.2825	22 9¼	10	109.9772	37 2¾	5	211.6703	51 6½
4	42.2367	23 ⅜	11	111.5319	37 5¼	6	213.8251	51 10
5	43.2022	23 2⅛	12 *pd*	113.0976	37 8¾	7	215.9896	52 1⅛
6	44.1787	23 6¾	1	114.6732	37 11½	8	218.1662	52 4¼
7	45.1656	23 9⅞	2	116.2607	38 2⅝	9	220.3537	52 7⅜
8	46.1638	24 1⅛	3	117.859	38 5¾	10	222.551	52 10½
9	47.173	24 4⅛	4	119.4674	38 8⅞	11	224.7603	53 1⅝
10	48.1926	24 7¼	5	121.0876	39	17 *pd*	226.9806	53 4⅞
11	49.2236	24 10⅜	6	122.7187	39 3¼	1	229.2105	53 8
8 *pd*	50.2656	25 1½	7	124.3598	39 6⅜	2	231.4525	53 11⅛
1	51.3178	25 4⅝	8	126.0127	39 9½	3	233.7055	54 2⅛
2	52.3816	25 7⅞	9	127.6765	40 ⅝	4	235.9682	54 5⅜
3	53.4562	25 11	10	129.3504	40 3¾	5	238.243	54 8½
4	54.5412	26 2⅛	11	131.036	40 6⅞	6	240.5287	54 11⅝
5	55.6377	26 5¼	13 *pd*	132.7326	40 10	7	242.8241	55 2⅞
6	56.7451	26 8⅜	1	134.4391	41 1⅛	8	245.1316	55 6
7	57.8628	26 11½	2	136.1574	41 4⅜	9	247.45	55 9⅛
8	58.992	27 2¾	3	137.8867	41 7½	10	249.7781	56 ¼
9	60.1321	27 5¾	4	139.626	41 10⅝	11	252.1184	56 3½
10	61.2826	27 9	5	141.3771	42 1⅝	18 *pd*	254.4696	56 6½
11	62.4415	28 ⅛	6	143.1391	42 4⅞	1	256.8303	56 9⅝
9 *pd*	63.6174	28 3¼	7	144.9111	42 8	2	259.2033	57 ⅞
1	64.8006	28 6⅜	8	146.6949	42 11⅛	3	261.5872	57 4
2	65.9951	28 9½	9	148.4896	43 2¼	4	263.9807	57 7⅛
3	67.2007	29 ⅝	10	150.2943	43 5½	5	266.3864	57 10¼
4	68.4166	29 3¾	11	152.1109	43 8⅝	6	268.8031	58 1⅜
5	69.644	29 7	14 *pd*	153.9384	43 11¾	7	271.2293	58 4½
6	70.8823	29 10⅛	1	155.7758	44 2⅞	8	273.6678	58 7⅝
7	72.1309	30 1¼	2	157.625	44 6	9	276.1171	58 10¾
8	73.391	30 4⅜	3	159.4852	44 9⅛	10	278.5761	58 2
9	74.662	30 7½	4	161.3553	44 ¼	11	281.0472	59 5⅛
10	75.9433	30 11⅝	5	163.2373	45 3½	19 *pd*	283.5294	59 8¼
11	77.2362	31 1¾	6	165.1303	45 6⅝	1	286.021	59 11½
10 *pd*	78.54	31 5	7	167.0331	45 9¾	2	288.5249	60 2½
1	79.854	31 8⅛	8	168.9479	46 ⅞	3	291.0397	60 5⅝
2	81.1795	31 11¼	9	170.8735	46 4	4	293.5641	60 8¾
3	82.516	32 2⅜	10	172.8091	46 7⅛	5	296.1107	60 11⅞
4	83.8627	32 5½	11	174.7565	46 11¼	6	298.6483	60 3⅛
5	85.2211	32 8⅝	15 *pd*	176.715	47 1½	7	301.2054	61 6¼
6	86.5903	32 11¾	1	178.6832	47 4⅝	8	303.7747	61 9½
7	87.9697	33 2⅞	2	180.6634	47 7¾	9	306.355	61 ½
8	89.3608	33 6⅛	3	182.6545	47 10⅞	10	308.9448	61 3⅝
9	90.7627	33 9¼	4	184.6555	48 2½	11	311.5469	62 6¾
10	92.1749	34 ⅜	5	186.6684	48 5⅛	20 *pd*	314.16	62 9⅞
11	93.5986	34 3½	6	188.6923	48 8¼	1	316.7824	62 1⅛
11 *pd*	95.0334	34 6⅝	7	190.726	48 11⅜	2	319.4173	63 4¼
1	96.4783	34 9¾	8	192.7716	49 2⅝	3	322.063	63 7⅜
2	97.9347	35 ⅞	9	194.8282	49 5¾	4	324.7182	63 11½
3	99.4021	35 4⅛	10	196.8946	49 8⅞	5	327.3858	63 1⅝
4	100.8797	35 7¼	11	198.973	50	6	330.0643	64 4¾
5	102.3689	35 10⅝	16 *pd*	201.0624	50 3⅛	7	332.7522	64 7⅞
6	103.8691	36 1½	1	203.1615	50 6¼	8	335.4525	64 11½

TABLE.—*(Continuée.)*

Diam.	Aire.	Circon.	Diam.	Aire.	Circon.	Diam.	Aire.	Circon
	Pieds.	Pieds. Pcs.		Pieds.	Pieds. Pcs.		Pieds.	Pieds. Pcs.
9	338.1637	65 2¼	4	504.051	79 7⅛	11	702.9377	93 11⅞
10	340.8844	65 5⅜	5	507.3732	79 11⅛	30 *pd*	706.86	94 2⅞
11	343.6174	65 8¼	6	510.7063	80 1¼	1	710.7909	94 6
21 *pd*	346.3614	65 11⅝	7	514.0484	80 4⅜	2	714.735	94 9¼
1	349.1147	66 2¾	8	517.4034	80 7⅝	3	718.69	95 ⅜
2	351.8804	66 5⅞	9	520.7692	80 10¾	4	722.6537	95 3½
3	354.6571	66 9	10	524.1441	81 1⅞	5	726.6305	95 6⅝
4	357.4432	66 ⅛	11	527.5318	81 5	6	730.6183	95 9¾
5	360.2417	67 3⅜	26 *pd*	530.9304	81 8⅛	7	734.6147	96 ⅞
6	363.0511	67 6½	1	534.3379	81 11¼	8	738.6242	96 4
7	365.8698	67 9⅝	2	537.7583	82 2⅜	9	742.6447	96 7¼
8	368.7011	68 ¾	3	541.1896	82 5¼	10	746.6738	96 10⅜
9	371.5432	68 3⅞	4	544.6299	82 8⅝	11	750.7161	97 1½
10	374.3947	68 7	5	548.083	82 11⅞	31 *pd*	754.7694	97 4⅝
11	377.2587	68 10¼	6	551.5471	83 3	1	758.8311	97 7¾
22 *pd*	380.1336	69 1⅜	7	555.0201	83 6⅛	2	762.9062	97 10⅞
1	383.0177	69 4½	8	558.5059	83 9¼	3	766.9921	98 2
2	385.9144	69 7⅝	9	562.0027	84 ⅜	4	771.0866	98 5⅛
3	388.822	69 10¾	10	565.5084	84 3½	5	775.1914	98 8⅜
4	391.7389	70 1⅞	11	569.027	84 6⅝	6	779.3131	98 11½
5	394.6683	70 5	27 *pd*	572.5566	84 9⅞	7	783.4403	99 2⅝
6	397.6087	70 8¼	1	576.0949	85 1	8	787.5808	99 5¾
7	400.5582	70 11⅛	2	579.6463	85 4¼	9	791.7322	99 8⅞
8	403.5204	71 2½	3	583.2085	85 8⅛	10	795.8922	100
6	406.4935	71 5⅝	4	586.7796	85 11⅜	11	800.0654	100 3⅛
10	409.4759	71 8¾	5	590.3637	86 1½	32 *pd*	804.2496	100 6⅜
11	412.4707	71 11⅞	6	593.9587	86 4⅝	1	808.4422	100 9½
23 *pd*	415.4766	72 3	7	597.5625	86 7⅞	2	812.6481	101 ⅝
1	418.4915	72 6⅛	8	601.1793	86 11	3	816.865	101 3¾
2	421.5192	72 9⅜	9	604.807	87 2⅛	4	821.0904	101 6⅞
3	424.5577	73 ½	10	608.4436	87 5¼	5	825.3291	101 10
4	427.6055	73 3⅝	11	612.0931	87 8¾	6	829.5787	102 1⅛
5	430.6658	73 6¾	28 *pd*	615.7536	87 11½	7	833.8368	102 4⅜
6	433.7371	73 9⅞	1	619.4228	88 2⅝	8	838.1082	102 7½
7	436.8175	74 1	2	623.105	88 5¾	9	842.3095	102 10⅝
8	439.9106	74 4⅛	3	626.7982	88 9	10	846.6813	103 1¾
9	443.0146	74 7¼	4	630.5002	89 ⅛	11	850.9855	103 4⅞
10	446.1278	74 10⅝	5	634.2152	89 3¼	33 *pd*	855.3006	103 8
11	449.2536	75 1⅝	6	637.9411	89 6⅜	1	859.624	103 11⅛
24 *pd*	452.3904	75 4¾	7	641.6758	89 9½	2	863.9609	104 2¼
1	455.5362	75 7⅞	8	645.4235	90 ⅝	3	868.3087	104 5⅜
2	458.6948	75 11	9	649.1821	90 3¾	4	872.6649	104 8⅝
3	461.8642	76 2⅛	10	652.9495	90 6⅞	5	877.0346	104 11¾
4	465.0428	76 5¼	11	656.73	90 11⅛	6	881.4151	105 2⅞
5	468.2341	76 8½	29 *pd*	660.5214	91 1¼	7	885.804	105 6
6	471.4363	76 11⅝	1	664.3214	91 4⅜	8	890.2064	105 9⅛
7	474.6476	77 2¾	2	668.1346	91 7½	9	894.6196	106 ¼
8	477.8716	77 5⅞	3	671.9587	91 10⅝	10	899.0413	106 3⅜
9	481.1065	77 9	4	675.7915	92 1¾	11	903.4763	106 6⅝
10	484.3506	78 ⅛	5	679.6375	92 4⅞	34 *pd*	907.9224	106 9¾
11	487.6073	78 3¼	6	683.4943	92 8⅛	1	912.3767	107 0⅞
25 *pd*	490.875	78 6½	7	687.3598	92 11⅛	2	916.8445	107 4
1	494.1516	78 9½	8	691.2385	93 2⅜	3	921.3232	107 7⅛
2	497.4411	79 ¾	9	695.128	93 5½	4	925.8103	107 10¼
3	500.7415	79 3⅞	10	699.0263	93 8⅝	5	930.3108	108 1⅜

TABLE—*(Continuée).*

Diam.	Aire.	Circon.	Diam.	Aire.	Circon.	Diam.	Aire.	Circon.
	Pieds.	Pieds. Pcs.		Pieds.	Pieds. Pcs.		Pieds.	Pieds. Pcs.
6	934.8223	108 4⅝	1	1199.7195	122 9½	8	1497.5821	137 2⅛
7	939.3421	108 7¾	2	1204.8214	123 ½	9	1503.3046	137 5¼
8	943.8753	108 10⅞	3	1209.9577	123 3⅝	10	1509.0348	137 8⅜
9	948.4195	109 2	4	1215.099	123 6¾	11	1514.7791	137 11⅝
10	952.972	109 5⅛	5	1220.2542	123 9⅞	44 *pd*	1520.5344	138 2¾
11	957.538	109 8¼	6	1225.4203	124 1⅛	1	1526.2971	138 5⅞
35 *pd*	962.115	109 11⅜	7	1230.5943	124 4¼	2	1532.0742	138 9
1	966.7701	110 2⅝	8	1235.7822	124 7⅜	3	1537.8622	139 ⅛
2	971.2989	110 5¾	9	1240.981	124 10½	4	1543.6578	139 3¼
3	975.9085	110 8⅞	10	1246.1878	125 1⅝	5	1549.4776	139 6⅜
4	980.5264	111	11	1251.4084	125 4¾	6	1555.2883	139 9⅝
5	985.1579	111 3⅛	40 *pd*	1256.64	125 7⅞	7	1561.1165	140 ¾
6	989.8003	111 6¼	1	1261.8794	125 11	8	1566.9591	140 3⅞
7	994.4509	111 9⅜	2	1267.1327	126 2¼	9	1572.8125	140 7½
8	999.1151	112 ½	3	1272.397	126 5⅜	10	1578.6735	141 10⅛
9	1003.7902	112 3¾	4	1277.6692	126 8½	11	1584.5488	141 1¼
10	1008.4736	112 6⅞	5	1282.9553	126 11⅝	45 *pd*	1590.435	141 4⅜
11	1013.1705	112 10	6	1288.2523	127 2¾	1	1596.3286	141 7½
36 *pd*	1017.8784	113 1⅛	7	1293.5572	127 5⅞	2	1602.2366	141 10¾
1	1022.5944	113 4¼	8	1298.876	127 9	3	1608.1555	142 1⅞
2	1027.324	113 7⅜	9	1304.2057	128 ¼	4	1614.0819	142 5
3	1032.0646	113 10⅝	10	1305.5433	128 3⅜	5	1620.0226	142 8⅛
4	1036.8134	114 1¾	11	1314.8949	128 6½	6	1625.9743	142 11¼
5	1041.5758	114 4⅞	41 *pd*	1320.2574	128 9⅝	7	1631.9334	143 2⅜
6	1046.3491	114 8	1	1325.6276	129 ¾	8	1637.9068	143 5½
7	1051.1306	114 11⅛	2	1331.0119	129 3⅞	9	1643.8912	143 8¾
8	1055.9257	115 2¼	3	1336.4071	129 7	10	1649.8831	143 11⅞
9	1060.7317	115 5⅜	4	1341.8101	129 10⅛	11	1655.8892	144 3
10	1065.5459	115 9¼	5	1347.2271	130 1⅜	46 *pd*	1661.9064	144 6⅛
11	1070.3738	115 11⅝	6	1352.6551	130 4½	1	1667.9308	144 9¼
37 *pd*	1075.2126	116 2⅞	7	1358.0908	130 7⅝	2	1673.9698	145 ⅜
1	1080.0594	116 6	8	1363.5406	130 10¾	3	1680.0196	145 3½
2	1084.9201	116 9⅛	9	1369.0012	131 1⅞	4	1686.0769	145 6⅝
3	1089.7915	117 ¼	10	1374.4697	131 5	5	1692.1485	145 9⅞
4	1094.6711	117 3½	11	1379.9521	131 8⅛	6	1698.2311	146 1⅛
5	1099.5644	117 6½	42 *pd*	1385.4456	131 11⅜	7	1704.321	146 4⅛
6	1104.4687	117 9⅝	1	1390.2467	132 2½	8	1710.4254	146 7¼
7	1109.381	118 ¾	2	1396.4619	132 5⅝	9	1716.5407	146 10⅜
8	1114.3071	118 4	3	1401.988	132 8¾	10	1722.6634	147 1½
9	1119.244	118 7⅛	4	1407.5219	132 11⅞	11	1728.8005	147 4⅝
10	1124.1891	118 10¼	5	1413.0698	133 3	47 *pd*	1734.9486	147 7¾
11	1129.1478	119 1⅜	6	1418.6287	133 6⅛	1	1741.1039	147 11
38 *pd*	1134.1176	119 4½	7	1424.1952	133 9¼	2	1747.2738	148 2⅛
1	1139.0953	119 7⅝	8	1429.7759	134 ½	3	1753.4545	148 5¼
2	1144.0868	119 10¾	9	1435.3675	134 3⅝	4	1759.6426	148 8⅜
3	1149.0892	120 2	10	1440.9668	134 6¾	5	1765.8452	148 11½
4	1154.0997	120 5⅛	11	1446.5802	134 9⅞	6	1772.0587	149 2⅝
5	1159.1239	120 8⅜	43 *pd*	1452.2046	135 1	7	1778.2795	149 5⅞
6	1164.1591	120 11⅜	1	1457.8365	135 4⅛	8	1784.5148	149 8⅞
7	1169.2023	121 2½	2	1463.4827	135 7¼	9	1790.761	150 ⅛
8	1174.2592	121 5⅝	3	1469.1397	135 10½	10	1797.0145	150 3¼
9	1179.3271	121 8¾	4	1474.8044	136 1⅝	11	1803.2826	150 6⅜
10	1184.403	121 11⅞	5	1480.4833	136 4¾	48 *pd*	1809.5616	150 9½
11	1189.4927	122 3⅛	6	1486.1731	136 7⅞	1	1815.8477	151 ⅝
39 *pd*	1194.5934	122 6¼	7	1491.8705	136 11	2	1822.1485	151 3¾

TABLE.—*(Continuée.)*

Diam.	Aire.	Circon.		Diam.	Aire.	Circon.		Diam.	Aire.	Circon.	
	Pieds.	Pieds.	Pcs.		Pieds.	Pieds.	Pcs.		Pieds.	Pieds.	Pcs.
3	1828.4602	151	6⅞	11	1879.3355	153	8⅛	7	1930.9188	155	9¼
4	1834.7791	151	10⅛	49 *pd*	1885.7454	153	11¼	8	1937.3159	156	⅛
5	1841.1727	152	1¼	1	1892.1724	154	2⅜	9	1943.914	156	3½
6	1847.4571	152	4⅜	2	1898.5041	154	5½	10	1950.4392	156	6⅝
7	1853.8087	152	7½	3	1905.0367	154	8⅝	11	1956.9691	156	9¾
8	1860.175	152	10⅝	4	1911.4965	154	11⅞	50 *pd*	1963.5	157	⅞
9	1866.5521	153	1¾	5	1917.9609	155	2⅞				
10	1872.9365	153	3⅞	6	1924.4263	155	6				

TABLE V.

TABLE DES COTÉS D'UN CARRÉ ÉGAL EN SURFACE A UN CERCLE D'UN DIAMÈTRE QUELCONQUE.

DEPUIS 1 JUSQU'À 100.

Diam.	Côté du c r	Diam.	Côté du cr	Diam.	Côté du cr.	Diam.	Côté du cr.	Diam.	Côté du cr.
1.	.8862	8.	7.0898	15.	13.2934	22.	19.497	29.	25.7006
.¼	1.1078	.¼	7.3114	.¼	13.515	.½	19.7185	.¼	25.9221
.½	1.3293	.½	7.5329	.½	13.7365	.½	19.9401	.½	26.1437
.¾	1.5509	.¾	7.7545	.¾	13.9581	.¾	20.1617	.¾	26.3653
2.	1.7724	9.	7.976	16.	14.1796	23.	20.3832	30.	26.5868
.¼	1.994	.¼	8.1976	.¼	14.4012	.¼	20.6048	.¼	26.8084
.½	2.2156	.½	8.4192	.½	14.6227	.½	20.8263	.½	27.0299
.¾	2.4371	.¾	8.6407	.¾	14.8443	.¾	21.0479	.¾	27.2515
3.	2.6587	10.	8.8623	17.	15.0659	24.	21.2694	31.	27.473
.¼	2.8802	.¼	9.0838	.¼	15.2874	.¼	21.491	.¼	27.6946
.½	3.1018	.½	9.3054	.½	15.509	.½	21.7126	.½	27.9161
.¾	3.3233	.¾	9.5269	.¾	15.7305	.¾	21.9341	.¾	28.1377
4.	3.5449	11.	9.7485	18.	15.9521	25.	22.1557	32.	28.3593
.¼	3.7665	.¼	9.97	.¼	16.1736	.¼	22.3772	.¼	28.5808
.½	3.988	.½	10.1916	.½	16.3952	.½	22.5988	.½	28.8024
.¾	4.2096	.¾	10.4132	.¾	16.6168	.¾	22.8203	.¾	29.0239
5.	4.4311	12.	10.6347	19.	16.8383	26.	23.0419	33.	29.2455
.¼	4.6527	.¼	10.8563	.¼	17.0599	.¼	23.2634	.¼	29.467
.½	4.8742	.½	11.0778	.½	17.2814	.½	23.485	.½	29.6886
.¾	5.0958	.¾	11.2994	.¾	17.503	.¾	23.7066	.¾	29.9102
6.	5.3174	13.	11.5209	20.	17.7245	27.	23.9281	34.	30.1317
.¼	5.5389	.¼	11.7425	.¼	17.9461	.¼	24.1497	.¼	30.3533
.½	5.7605	.½	11.9641	.½	18.1677	.½	24.3712	.½	30.5748
.¾	5.982	.¾	12.1856	.¾	18.3892	.¾	24.5928	.¾	30.7964
7.	6.2036	14.	12.4072	21.	18.6108	28.	24.8144	35.	31.0179
.¼	6.4251	.¼	12.6287	.¼	18.8323	.¼	25.0359	.¼	31.2395
.½	6.6467	.½	12.8503	.½	19.0539	.½	25.2575	.½	31.4611
.¾	6.8683	.¾	13.0718	.¾	19.2754	.¾	25.459	.¾	31.6826

TABLE—*(Continuée).*

Diam.	Côté du cr.	Diam.	Côté du cr.	Diam.	Côté du cr.	Diam.	Côté du cr.	Diam.	Côté du cr.
36.	31.9042	49.	43.4251	62.	54.9461	75.	66.467	88.	77.988
.¼	32.1257	.¼	43.6467	.¼	55.1676	.¼	66.6886	.¼	78.2095
.½	32.3473	.½	43.8682	.½	55.3892	.½	66.9104	.½	78.4316
.¾	32.5688	.¾	44.0898	.¾	55.6107	.¾	67.1317	.¾	78.6526
37.	32.7904	50.	44.3113	63.	55.8323	76.	67.3532	89.	78.8742
.¼	33.0112	.¼	44.5329	.¼	56.0538	.¼	67.5748	.¼	79.0957
.½	33.2335	.½	44.7545	.½	56.2754	.½	67.7964	.½	79.3173
.¾	33.4551	.¾	44.976	.¾	56.497	.¾	68.0179	.¾	79.5389
38.	33.6766	51.	45.1976	64.	56.7185	77.	68.2395	90.	79.7604
.¼	33.8982	.¼	45.4191	.¼	56.9401	.¼	68.461	.¼	79.982
.½	34.1197	.½	45.6407	.½	57.1616	.½	68.6826	.½	80.2035
.¾	34.3413	.¾	45.8622	.¾	57.3832	.¾	68.9041	.¾	80.4251
39.	34.5628	52.	46.0838	65.	57.6047	78.	69.1257	91.	80.6467
.¼	34.7884	.¼	46.3054	.¼	57.8263	.¼	69.3473	.¼	80.8682
.½	35.006	.½	46.5269	.½	58.0479	.½	69.5688	.½	81.0898
.¾	35.2275	.¾	46.7485	.¾	58.2694	.¾	69.7904	.¾	81.3113
40.	35.4491	53.	46.97	66.	58.491	79.	70.0119	92.	81.5329
.¼	35.6706	.¼	47.1916	.¼	58.7125	.¼	70.2335	.¼	81.7544
.½	35.8922	.½	47.4131	.½	58.9341	.½	70.455	.½	81.976
.¾	36.1137	.¾	47.6347	.¾	59.1556	.¾	70.6766	.¾	82.1975
41.	36.3353	54.	47.8562	67.	59.3772	80.	70.8981	93.	82.4191
.¼	36.5569	.¼	48.0778	.¼	59.5988	.¼	71.1197	.¼	82.6407
.½	36.7784	.½	48.2994	.½	59.8203	.½	71.3413	.½	82.8622
.¾	37.	.¾	48.5209	.¾	60.0419	.¾	71.5628	.¾	83.0838
42.	37.2215	55.	48.7425	68.	60.2634	81.	71.7844	94.	83.3053
.¼	37.4431	.¼	48.964	.¼	60.485	.¼	72.0059	.¼	83.5269
.½	37.6646	.½	49.1856	.½	60.7065	.½	72.2275	.½	83.7484
.¾	37.8862	.¾	49.4071	.¾	60.9281	.¾	72.4491	.¾	83.970
43.	38.1078	56.	49.6287	69.	61.1497	82.	72.6706	95.	84.1916
.¼	38.3293	.¼	49.8503	.¼	61.3712	.¼	72.8921	.¼	84.4131
.½	38.5509	.½	50.0718	.½	61.5928	.½	73.1137	.½	84.6347
.¾	38.7724	.¾	50.2934	.¾	61.8143	.¾	73.3353	.¾	84.8562
44.	38.994	57.	50.5149	70.	62.0359	83.	73.5568	96.	85.0778
.¼	39.2155	.¼	50.7365	.¼	62.2574	.¼	73.7784	.¼	85.2993
.½	39.4371	.½	50.958	.½	62.479	.½	73.9999	.½	85.5209
.¾	39.6587	.¾	51.1796	.¾	62.7006	.¾	74.2215	.¾	85.7425
45.	39.8802	58.	51.4012	71.	62.9221	84.	74.4431	97.	85.9646
.¼	40.1018	.¼	51.6227	.¼	63.1437	.¼	74.6647	.¼	86.185
.½	40.3233	.½	51.8443	.½	63.3652	.½	74.8862	.½	86 4071
.¾	40.5449	.¾	52.0658	.¾	63.5868	.¾	75.1077	.¾	86.6289
46.	40.7664	59.	52.2874	72.	63.8083	85.	75.3293	98.	86.8502
.¼	40.988	.¼	52.5089	.¼	64.0299	.¼	75.5508	.¼	87.0718
.½	41.2096	.½	52.7305	.½	64.2514	.½	75.7724	.½	87.2933
.¾	41.4311	.¾	52.9521	.¾	64.4730	.¾	75.9934	.¾	87.5449
47.	41.6527	60.	53.1736	73.	64.6946	86.	76.2155	99.	87.7364
.¼	41.8742	.¼	53.3952	.¼	64.9161	.¼	76.4371	.¼	87.958
.½	42.0958	.½	53.6167	.½	65.1377	.½	76.6586	.½	88.1796
.¾	42.3173	.¾	53.8383	.¾	65.3592	.¾	76.8802	.¾	88.4011
48.	42.5839	61.	54.0598	74.	65.5808	87.	77.1017	100.	88.6227
.¼	42.7604	.¼	54.2814	.¼	65.8023	.¼	77.3233	.¼	88.8442
.½	42.982	.½	54.503	.½	66.0239	.½	77.5449	.½	89.0658
.¾	43.2036	.¾	54.7245	.¾	66.2455	.¾	77.7664	.¾	89.2874

TABLE VI.

TABLE DES LONGUEURS D'ARCS DE CERCLES.

Le Diamètre du cercle étant 1 et divisé en 1000 parties égales.

Haut.	Long.	Haut.	Long.	Haut.	Long.	Haut.	Long.	Haut.	Long.
.1	1.02645	.148	1.05743	.196	1.09949	.244	1.15186	.292	1.21381
.101	1.02698	.149	1.05819	.197	1.10048	.245	1.15308	.293	1.2152
.102	1.02752	.15	1.05896	.198	1.10147	.246	1.15429	.294	1.21658
.103	1.02806	.151	1.05973	.199	1.10247	.247	1.15549	.295	1.21794
.104	1.0286	.152	1.06051	.2	1.10348	.248	1.1567	.296	1.21926
.105	1.02914	.153	1.0613	.201	1.10447	.249	1.15791	.297	1.22061
.106	1.0297	.154	1.06209	.202	1.10548	.25	1.15912	.298	1.22203
.107	1.03026	.155	1.06288	.203	1.1065	.251	1.16033	.299	1.22347
.108	1.03082	.156	1.06368	.204	1.10752	.252	1.16157	.3	1.22495
.109	1.03139	.157	1.06449	.205	1.10855	.253	1.16279	.301	1.22635
.110	1.03196	.158	1.0653	.206	1.10958	.254	1.16402	.302	1.22776
.111	1.03254	.159	1.06611	.207	1.11062	.255	1.16526	.303	1.22918
.112	1.03312	.16	1.06693	.208	1.11165	.256	1.16649	.304	1.23061
.113	1.03371	.161	1.06775	.209	1.11269	.257	1.16774	.305	1.23205
.114	1.0343	.162	1.06858	.21	1.11374	.258	1.16899	.306	1.23349
.115	1.0349	.163	1.06941	.211	1.11479	.259	1.17024	.307	1.23494
.116	1.03551	.164	1.07025	.212	1.11584	.26	1.1715	.308	1.23636
.117	1.03611	.165	1.07109	.213	1.11692	.261	1.17275	.309	1.2378
.118	1.03672	.166	1.07194	.214	1.11796	.262	1.17401	.31	1.23921
.119	1.03734	.167	1.07279	.215	1.11904	.263	1.17527	.311	1.2407
.12	1.03797	.168	1.07365	.216	1.12011	.264	1.17655	.312	1.24216
.121	1.0386	.169	1.07451	.217	1.12118	.265	1.17784	.313	1.2436
.122	1.03923	.17	1.07537	.218	1.12225	.266	1.17912	.314	1.24506
.123	1.03987	.171	1.07624	.219	1.12334	.267	1.1804	.315	1.24654
.124	1.04051	.172	1.07711	.22	1.12445	.268	1.18162	.316	1.24801
.125	1.04116	.173	1.07799	.221	1.12556	.269	1.18294	.317	1.24946
.126	1.04181	.174	1.07888	.222	1.12663	.27	1.18428	.318	1.25095
.127	1.04247	.175	1.07977	.223	1.12774	.271	1.18557	.319	1.25243
.128	1.04313	.176	1.08066	.224	1.12885	.272	1.18688	.32	1.25391
.129	1.0438	.177	1.08156	.225	1.12997	.273	1.18819	.321	1.25539
.13	1.04447	.178	1.08246	.226	1.13108	.274	1.18969	.322	1.25686
.131	1.04515	.179	1.08337	.227	1.13219	.275	1.19082	.323	1.25836
.132	1.04584	.18	1.08428	.228	1.13331	.276	1.19214	.324	1.25987
.133	1.04652	.181	1.08519	.229	1.13444	.277	1.19345	.325	1.26137
.134	1.04722	.182	1.08611	.23	1.13557	.278	1.19477	.326	1.26286
.135	1.04792	.183	1.08704	.231	1.13671	.279	1.1961	.327	1.26437
.136	1.04862	.184	1.08797	.232	1.13786	.28	1.19743	.328	1.26588
.137	1.04932	.185	1.0889	.233	1.13903	.281	1.19887	.329	1.2674
.138	1.05003	.186	1.08984	.234	1.1402	.282	1.20011	.33	1.26892
.139	1.05075	.187	1.09079	.235	1.14136	.283	1.20146	.331	1.27044
.14	1.05147	.188	1.09174	.236	1.14247	.284	1.20282	.332	1.27196
.141	1.0522	.189	1.09269	.237	1.14363	.285	1.20419	.333	1.27349
.142	1.05293	.19	1.09365	.238	1.1448	.286	1.20558	.334	1.27502
.143	1.05367	.191	1.09461	.239	1.14597	.287	1.20696	.335	1·27656
.144	1.05441	.192	1.09557	.24	1.14714	.288	1.20828	.336	1.2781
.145	1.05516	.193	1.09654	.241	1.14831	.889	1.20967	.337	1.27964
.146	1.05591	.194	1.09752	.242	1.14949	.29	1.21202	.338	1.28118
.147	1.05667	.195	1.0985	.243	1.15067	.291	1.21239	.339	1.28273

TABLE.—(*Continuée.*)

Haut.	Long.	Haut.	Long.	Haut.	Long.	Haut.	Long.	Haut.	Long.
.34	1.28428	.373	1.3373	.406	1.39372	.439	1.45327	.472	1.51571
.341	1.28583	.374	1.33896	.407	1.39548	.44	1.45512	.473	1.51764
.342	1.28739	.375	1.34063	.408	1.39724	.441	1.45697	.474	1.51958
.343	1.28895	.376	1.34229	.409	1.399	.442	1.45883	.475	1.52152
.344	1.29052	.377	1.34396	.41	1.40077	.443	1.46069	.476	1.52346
.345	1.29209	.378	1.34563	.411	1.40254	.444	1.46255	.477	1.52541
.346	1.29366	.379	1.34731	.412	1.40432	.445	1.46441	.478	1.52736
.347	1.29523	.38	1.34899	.413	1.406	.446	1.46628	.479	1.52931
.348	1.29681	.381	1.35068	.414	1.40788	.447	1.46815	.48	1.53126
.349	1.29839	.382	1.35237	.415	1.40966	.448	1.47002	.481	1.53322
.35	1.29997	.383	1.35406	.416	1.41145	.449	1.47189	.482	1.53518
.351	1.30156	.384	1.35575	.417	1.41324	.45	1.47377	.483	1.53714
.352	1.30315	.385	1.35744	.418	1.41503	.451	1.47565	.484	1.5391
.353	1.30474	.386	1.35914	.419	1.41682	.452	1.47753	.485	1.54106
.354	1.30634	.387	1.36084	.42	1.41861	.453	1.47942	.486	1.54302
.355	1.30794	.388	1.36254	.421	1.42041	.454	1.48131	.487	1.54499
.356	1.30954	.389	1.36425	.422	1.42222	.455	1.4832	.488	1.54696
.357	1.31115	.39	1.36596	.423	1.42402	.456	1.48509	.489	1.54893
.358	1.31276	.391	1.36767	.424	1.42583	.457	1.48699	.49	1.5509
.359	1.31437	.392	1.36939	.425	1.42764	.458	1.48889	.491	1.55288
.36	1.31599	.393	1.37111	.426	1.42942	.459	1.49079	.492	1.55486
.361	1.31761	.394	1.37283	.427	1.43127	.46	1.49269	.493	1.55685
.362	1.31923	.395	1.37455	.428	1.43309	.461	1.4946	.494	1.55854
.363	1.32086	.396	1.37628	.429	1.43491	.462	1.49651	.495	1.56083
.364	1.32249	.397	1.37801	.43	1.43673	.463	1.49842	.496	1.56282
.365	1.32413	.398	1.37974	.431	1.43856	.464	1.50033	.497	1.56481
.366	1.32577	.399	1.38148	.432	1.44039	.465	1.50224	.498	1.5668
.367	1.32741	.4	1.38322	.433	1.44222	.466	1.50416	.499	1.56879
.368	1.32905	.401	1.38496	.434	1.44405	.467	1.50608	.5	1.57079
.369	1.33069	.402	1.38671	.435	1.44589	.468	1.508		
.37	1.33234	.403	1.38846	.436	1.44773	.469	1.50992		
.371	1.33399	.404	1.39021	.437	1.44957	.47	1.51185		
.372	1.33564	.405	1.39196	.438	1.45142	.471	1.51378		

Pour trouver la longueur d'un arc de cercle par la table précédente.

Regle.—Divisez la hauteur par la base, trouver le quotient, dans la colonne des hauteurs, et prenez la longueur de cette hauteur dans la colonne suivante à droite. Multipliez la longueur ainsi obtenue par la base de l'arc, et le produit donnera la longueur de l'arc.

Exemple.—Quelle est la longueur d'un arc de cercle, dont la base ou corde est de 100 pieds et la hauteur 25 pieds ?
25 ÷ 100 = .25 ; et .25 par la table = 1.15912, longueur de la base, laquelle étant multipliée par 100 = 115.912 pieds.

N. B.—Lorsque dans la division d'une hauteur par la base, le quotient donne un reste après la troisième décimale et que l'on demande beaucoup d'exactitude.

Prenez la longueur pour les trois premiers chiffres ; soustrayez-la de la longueur suivante ; multipliez le reste par le reste fractionnaire, ajoutez le produit à la première longueur, et la somme sera la longueur pour le quotient total.

Exemple.—Quelle est la longueur d'un arc de cercle, dont la base est 35 pieds et la hauteur ou sinus-verse 8 pieds ?
8 ÷ 35 = .2285714 ; la longueur tabulaire pour .228 = 1.13331, et pour .229 = 1.13444 ; la différence entre ces longueurs est .00113. Alors .5714 × .00113 = .000645682.

De là .228 = 1.13331
et .0005714 = .000645682
1,133955682, la somme par laquelle il faut multiplier la base de l'arc ; et 1.133955682 × 35 = 39.68845 pieds.

TABLE VII.

TABLE DES LONGUEURS DES ARCS DE DEMI-ELLIPSES.

Le grand axe étant 1 et divisé en 1000 parties égales.

Haut.	Long.	Haut.	Long.	Haut.	Long.	Haut.	Long.	Haut.	Long.
.1	1.04162	.148	1.09119	.196	1.14531	.244	1.2038	.292	1.26601
.101	1.04262	.149	1.09228	.197	1.14646	.245	1.20506	.293	1.26734
.102	1.04362	.15	1.0933	.198	1.14762	.246	1.20632	.294	1.26867
.103	1.04462	.151	1.0944[illegible]	.199	1.14888	.247	1.20758	.295	1.27
.104	1.04562	.152	1.09558	.2	1.15014	.248	1.20884	.296	1.27133
.105	1.04662	.153	1.09669	.201	1.15131	.249	1.2101	.297	1.27267
.106	1.04762	.154	1.0978	.202	1.15248	.25	1.21136	.298	1.27401
.107	1.04862	.155	1.09891	.203	1.15366	.251	1.21263	.299	1.27535
.108	1.04962	.156	1.10002	.204	1.15484	.252	1.2139	.3	1.27669
.109	1.05063	.157	1:10113	.205	1.15602	.253	1.21517	.301	1.27803
.11	1.05164	.158	1.10224	.206	1.1572	.254	1.21644	.302	1.27937
.111	1.052[illegible]5	.159	1.10335	.207	1.15838	.255	1.21772	.303	1.28071
.112	1.05366	.16	1.10447	.208	1.15957	256	1.2[illegible]	.304	1.28205
.113	1.05467	.161	1.1056	.209	1.16076	.257	1.22028	.305	1.28339
.114	1.05568	.162	1.10672	.21	1.16196	.258	1.22156	.306	1.28474
.115	1.05669	.163	1.10784	.211	1.16316	.259	1.22284	.307	1.28609
.116	1.0577	.164	1.10896	.212	1.16436	.26	1.22412	.308	1.28744
.117	1.05872	.165	1.11008	.213	1.16557	.261	1.22541	.309	1.28879
.118	1.05974	.166	1.1112	.214	1.16678	.262	1.2267	.31	1.29014
.119	1.06076	.167	1.11232	.215	1.16799	.263	1.22799	.311	1.29149
.12	1.06178	.168	1.11344	.216	1.1692	.264	1.22928	.312	1.29285
.121	1.0628	.169	1.11456	.217	1.17041	.265	1.23057	.313	1.29421
.122	1.06382	.17	1.11569	.218	1.17163	.266	1.23186	.314	1.29557
.123	1.06484	.171	1.11682	.219	1.17285	.267	1.23315	.315	1.29603
.124	1.06586	.172	1.11795	.22	1.17407	.268	1.23445	.316	1.29829
.125	1.06689	.173	1.11908	.221	1.17529	.269	1.23575	.317	1.29965
.126	1.06792	.174	1.12021	.222	1.17651	.27	1.23705	.318	1.30102
.127	1.06895	.175	1.12134	.223	1.17774	.271	1.23835	.319	1.30239
.128	1.06998	.176	1.12247	.224	1.17897	.272	1.23966	.32	1.30376
.129	1.07001	.177	1.1236	.225	1.1802	.273	1.24097	.321	1.30513
.13	1.07204	.178	1.12473	.226	1.18143	.274	1.24228	.322	1.3065
.131	1.07308	.179	1.12586	.227	1.18266	.275	1.24359	.323	1.30787
.132	1.07412	.18	1.12699	.228	1.1839	.276	1.2448	.324	1.30924
.133	1.07516	.181	1.12813	.229	1.18514	.277	1.24612	.325	1.31061
.134	1.07621	.182	1.12927	.23	1.18638	.278	1.24744	.326	1.31198
.135	1.07726	.183	1.13041	.231	1.18762	.279	1.24876	.327	1.31335
.136	1.07831	.184	1.13155	.232	1.18886	.28	1.2501	.328	1.31472
.137	1.07937	.185	1.13269	.233	1.1901	.281	1.25142	.329	1.3161
.138	1.08043	.186	1.13383	.234	1.19134	.282	1.25274	.33	1.31748
.139	1.08149	.187	1.13497	.235	1.19258	.283	1.25406	.331	1.31886
.14	1.08255	.188	1.13611	.236	1.19382	.284	1.25538	.332	1.32024
.141	1.08362	.189	1.13726	.237	1.19506	.285	1.2567	.333	1.32162
.142	1.08469	.19	1.13841	.238	1.1963	.286	1.25803	.334	1.323
.143	1.08576	.191	1.13956	.23[illegible]	1.19755	.287	1.25936	.335	1.32438
.144	1.08684	.192	1.14071	.24	1.1988	.288	1.26069	.336	1.32576
.145	1.08792	.193	1.14186	.241	1.20005	.289	1.26202	.337	1.32715
.146	1.08901	.194	1.14301	.242	1.2013	.29	1.26335	.338	1.32854
.147	1.0901	.195	1.14416	.243	1.2[illegible]255	.291	1.26468	.339	1.32993

TABLE.—*(Continuée.)*

Haut.	Long.	Haut.	Long.	Haut.	Long.	Haut.	Long.	Haut.	Long.
.34	1.33132	.396	1.41211	.452	1.49618	.508	1.58319	.564	1.67087
.341	1.33272	.397	1.41357	.453	1.49771	.509	1.58474	.565	1.67245
.342	1.33412	.398	1.41504	.454	1.49924	.51	1.58629	.566	1.67403
.343	1.33552	.399	1.41651	.455	1.50077	.511	1.58784	.567	1.67561
.344	1.33692	.4	1.41798	.456	1.5023	.512	1.5894	.568	1.67719
.345	1.33833	.401	1.41945	.457	1.50383	.513	1.59096	.569	1.67877
.346	1.33974	.402	1.42092	.458	1.50536	.514	1.59252	.57	1.68036
.347	1.34115	.403	1.42239	.459	1.50689	.515	1.59408	.571	1.68195
.348	1.34256	.404	1.42386	.46	1.50842	.516	1.59564	.572	1.68354
.349	1.34397	.405	1.42533	.461	1.50996	.517	1.5972	.573	1.68513
.35	1.34539	.406	1.42681	.462	1.5115	.518	1.59876	.574	1.68672
.351	1.34681	.407	1.42829	.463	1.51304	.519	1.60032	.575	1.68831
.352	1.34823	.408	1.42977	.464	1.51458	.52	1.60188	.576	1.6899
.353	1.34965	.409	1.43125	.465	1.51612	.521	1.60344	.577	1.69149
.354	1.35108	.41	1.43273	.466	1.51766	.522	1.605	.578	1.69308
.355	1.35251	.411	1.43421	.467	1.5192	.523	1.60656	.579	1.69467
.356	1.35394	.412	1.43569	.468	1.52074	.524	1.60812	.58	1.69626
.357	1.35537	.413	1.43718	.469	1.52229	.525	1.60968	.581	1.69785
.358	1.3568	.414	1.43867	.47	1.52384	.526	1.61124	.582	1.69945
.359	1 35823	.415	1.44016	.471	1.52539	.527	1.6128	.583	1.70105
.36	1.35967	.416	1.44165	.472	1.52691	.528	1.61436	.584	1.70264
.361	1.36111	.417	1.44314	.473	1.52849	.529	1.61592	.585	1.70424
.362	1.36255	.418	1.44463	.474	1.53004	.53	1.61748	.586	1.70584
.363	1.36399	.419	1.44613	.475	1.53159	.531	1.61904	.587	1.70745
.364	1.36543	.42	1.44763	.476	1.53314	.532	1.6206	.588	1.70905
.365	1.36688	.421	1.44913	.477	1.53469	.533	1.62216	.589	1.71065
.366	1.36833	.422	1.45064	.478	1.53625	.534	1.62372	.59	1.71225
.367	1.36978	.423	1.45214	.479	1.53781	.535	1.62528	.591	1.71286
.368	1.37123	.424	1.45364	.48	1.53937	.536	1.62684	.592	1.71546
.369	1.37268	.425	1.45515	.481	1.54093	.537	1.6284	.593	1.71707
.37	1.37414	.426	1.45665	.482	1.54249	.538	1.62996	.594	1.71868
.371	1.37662	.427	1.45815	.483	1.54405	.539	1.63152	.595	1.72029
.372	1.37708	.428	1.45966	.484	1.54561	.54	1.63309	.596	1.7219
.373	1.37854	.429	1.46167	.485	1.54718	.541	1.63465	.597	1.7235
.374	1.38	.43	1.46268	.486	1.54875	.542	1.63623	.598	1.72511
.375	1.38146	.431	1.46419	.487	1.55032	.543	1.6378	.599	1.72672
.376	1.38292	.432	1.4657	.488	1.55189	.544	1.63937	.6	1.72833
.377	1.38439	.433	1.46721	.489	1.55346	.545	1.64094	.601	1.72994
.378	1.38585	.434	1.46872	.49	1.55503	.546	1.64251	.602	1.73155
.379	1.38732	.435	1.47023	.491	1.5566	.547	1.64408	.603	1.73316
.38	1.38879	.436	1.47174	.492	1.55817	.548	1.64565	.604	1.73477
.381	1.39024	.437	1.47326	.493	1.55974	.549	1.64722	.665	1.73638
.382	1.39169	.438	1.47478	.494	1.56131	.55	1.64879	.606	1.73799
.383	1.39314	.439	1.4763	.495	1.56289	.551	1.65036	.607	1.7396
.384	1.39459	.44	1.47782	.496	1.56447	.552	1.65193	.608	1.74121
.385	1.39605	.441	1.47934	.497	1.56605	.553	1.6535	.609	1.74283
.386	1.39751	.442	1.48086	.498	1.56763	.554	1.65507	.61	1.74444
.387	1.39897	.443	1.48238	.499	1.56921	.555	1.65665	.611	1.74605
.388	1.40043	.444	1.48391	.5	1.57089	.556	1.65823	.612	1.74767
.389	1.40189	.445	1.48544	.501	1.57234	.557	1.65981	.613	1.74929
.39	1.40335	.446	1.48697	.502	1.57389	.558	1.66139	.614	1.75091
.391	1.40481	.447	1.4885	.503	1.57544	.559	1.66297	.615	1.75252
.392	1.40627	.448	1.49003	.504	1.57699	.56	1.66455	.616	1.75414
.393	1.40773	.449	1.49157	.505	1.57854	.561	1.66613	.617	1.75576
.394	1.40919	.45	1.49311	.506	1.58009	.562	1.66771	.618	1.75738
.395	1.41065	.451	1.49465	.507	1.58164	.563	1.66929	.619	1.759

TABLE.—*(Continuée.)*

Haut.	Long.	Haut.	Long.	Haut.	Long.	Haut.	Long.	Haut.	Long.
.62	1.76062	.676	1.85215	.732	1.94552	.788	2.04117	.844	2.13976
.621	1.76224	.677	1.85379	.733	1.94721	.789	2.0429	.845	2.14155
.622	1.76386	.678	1.85544	.734	1.9489	.79	2.04462	.846	2.14334
.623	1.76548	.679	1.85709	.735	1.95059	.791	2.04635	.847	2.14513
.624	1.7671	.68	1.85874	.736	1.95228	.792	2.04809	.848	2.14692
.625	1.76872	.681	1.86039	.737	1.95397	.793	2.04983	.849	2.14871
.626	1.77034	.682	1.36205	.738	1.95566	.794	2.05157	.85	.2.1505
.627	1.77197	.683	1.8637	.739	1.95735	.795	2.05331	.851	2.15229
.628	1.77359	.684	1.86535	.74	1.95994	.796	2.05505	.852	2.15409
.629	1.77521	.685	1.867	.741	1.96074	.797	2.05679	.853	2.15589
.63	1.77684	.686	1.86866	.742	1.96244	.798	2.05853	.854	2.1577
.631	1.77847	.687	1.87031	.743	1.96414	.799	2.06027	.855	2.1595
.632	1.78009	.688	1.87196	.744	1.96583	.8	2.06202	.856	2.1613
.633	1.78172	.689	1.87362	.745	1.96753	.801	2.06377	.857	2.16309
.634	1.78335	.69	1.87527	.746	1.96923	.802	2.06552	.858	2.16489
.635	1.78498	.691	1.87693	.747	1.97093	.803	2.06727	.859	2.16668
.636	1.7866	.692	1.87859	.748	1.97262	.804	2.06901	.86	2.16848
.637	1.78823	.693	1.88024	.749	1.97432	.805	2.07076	.861	2.17028
.638	1.78986	.694	1.8819	.75	1.97602	.806	2.07251	.862	2.17209
.639	1.79149	.695	1.88356	.751	1.97772	.807	2.07427	.863	2.17389
.64	1.79312	.696	1.88522	.752	1.97943	.808	2.07602	.864	2.1757
.641	1.79475	.697	1.88688	.753	1.98113	.809	2.07777	.865	2.17751
.642	1.79638	.698	1.88854	.754	1.98283	.81	2.07953	.866	2.17932
.643	1.79801	.699	1.8902	.755	1.98453	.811	2.08128	.867	2.18113
.644	1.79964	.7	1.89186	.756	1.98623	.812	2.08304	.868	2.18294
.645	1.80127	.701	1.89352	.757	1.98794	.813	2.0848	.869	2.18475
.646	1.8029	.702	1.89519	.758	1.98964	.814	2.08656	.87	2.18656
.647	1.80454	.703	1.89685	.759	1.99134	.815	2.08832	.871	2.18837
.648	1.80617	.704	1.89851	.76	1.99305	.816	2.09008	.872	2.19018
.649	1.8078	.705	1.90017	.761	1.99476	.817	2.09198	.873	2.192
.65	1.80943	.706	1.90184	.762	1.99647	.818	2.0936	.874	2.19382
.651	1.81107	.707	1.9035	.763	1.99818	.819	2.09536	.875	2.19564
.652	1.81271	.708	1.90517	.764	1.99989	.82	2.09712	.876	2.19746
.653	1.81435	.709	1.90684	.765	2.0016	.821	2.09888	.877	2.19928
.654	1.81599	.71	1.90852	.766	2.00331	.822	2.10065	.878	2.2011
.655	1.81763	.711	1.91019	.767	2.00502	.823	2.10242	.879	2.20292
.656	1.81928	.712	1.91187	.768	2.00673	.824	2.10419	.88	2.20474
.657	1.82091	.713	1.91355	.769	2.00844	.825	2.10596	.881	2.20656
.658	1.82255	.714	1.91523	.77	2.01016	.826	2.10773	.882	2.20839
.659	1.82419	.715	1.91691	.771	2.01187	.827	2.1095	.883	2.21022
.66	1.82583	.716	1.91859	.772	2.01359	.828	2.11127	.884	2.21205
.661	1.82747	.717	1.92027	.773	2.01531	.829	2.11304	.885	2.21388
.662	1.82911	.718	1.92195	.774	2.01702	.83	2.11481	.886	2.21571
.663	1.83075	.719	1.92363	.775	2.01874	.831	2.11659	.887	2.21754
.664	1.8324	.72	1.92531	.776	2.02045	.832	2.11837	.888	2.21937
.665	1.83404	.721	1.927	.777	2.02217	.833	2.12015	.889	2.2212
.666	1.83568	.722	1.92868	.778	2.02389	.834	2.12193	.89	2.22303
.667	1.83733	.723	1.93036	.779	2.02561	.835	2.12371	.891	2.22486
.668	1.83897	.724	1.93204	.78	2.02733	.836	2.12549	.892	2.2267
.669	1.84061	.725	1.93373	.781	2.02907	.837	2.12727	.893	2.22854
.67	1.84226	.726	1.93541	.782	2.0308[illegible]	.838	2.12905	.894	2.23038
.671	1.84391	.727	1.9371	.783	2.03252	.839	2.13083	.895	2.23222
.672	1.84556	.728	1.93878	.784	2.03425	.84	2.13261	.896	2.23406
.673	1.8472	.729	1.94046	.785	2.03598	.841	2.13439	.897	2.2359
.674	1.84885	.73	1.94215	.786	2.03771	.842	2.13618	.898	2.23774
.675	1.8505	.731	1.94383	.787	2.03944	.843	2.13797	.899	2.23958

TABLE.—(*Continuée.*)

Haut.	Long.	Haut.	Long.	Haut.	Long.	Haut.	Long.	Haut.	Long.
.9	2.24142	.921	2.27987	.942	2.31852	.963	2.3581	.984	2.39823
.901	2.24325	.922	2.2817	.943	2.32038	.964	2.36	.985	2.40016
.902	2.24508	.923	2.28354	.944	2.32224	.965	2.36191	.986	2.40208
.903	2.24691	.924	2.28537	.945	2.32411	.966	2.36381	.987	2.404
.904	2.24874	.925	2.2872	.946	2.32598	.967	2.36571	.988	2.40592
.905	2.25057	.926	2.28903	.947	2.32785	.968	2.36762	.989	2.40784
.906	2.2524	.927	2.29086	.948	2.32972	.969	2.36952	.99	2.40976
.907	2.25423	.928	2.2927	.949	2.3316	.97	2.37143	.991	2.41169
.908	2.25606	.929	2.29453	.95	2.33348	.971	2.37334	.992	2.41362
.909	2.25789	.93	2.29636	.951	2.33537	.972	2.37525	.993	2.41556
.91	2.25972	.931	2.2982	.952	2.33726	.973	2.37716	.994	2.41749
.911	2.26155	.932	2.30004	.953	2.33915	.974	2.37908	.995	2.41943
.912	2.26338	.933	2.30188	.954	2.34104	.975	2.381	.996	2.42136
.913	2.26521	.934	2.30373	.955	2.34293	.976	2.38291	.997	2.42329
.914	2.26704	.935	2.30557	.956	2.34483	.977	2.38482	.998	2.42522
.915	2.26888	.936	2.30741	.957	2.34673	.978	2.38673	.999	2.42715
.916	2.27071	.937	2.30926	.958	2.34862	.979	2.38864	1.	2.42908
.917	2.27254	.938	2.31111	.959	2.35051	.98	2.39055		
.918	2.27437	.939	2.31295	.96	2.35241	.981	2.39247		
.919	2.2762	.94	2.31479	.961	2.35431	.982	2.39439		
.92	2.27803	.941	2.31666	.962	2.35621	.983	2.39631		

Pour trouver la longueur d'un arc, demi-ellipse sur le grand axe par la table précédente.

Regle—Divisez la hauteur par la base, trouvez le quotient dans la colonne des hauteurs, et prenez dans la colonne voisine à droite, la longueur correspondant à telle hauteur. Multipliez la longueur ainsi obtenue par la base de l'arc, et le produit sera la longueur de l'arc.

Exemple.—Quelle est la longueur de l'arc d'une demi-ellipse, la base étant 70, et la hauteur 30.10 pieds?

$30.10 \div 70 = .43$; et .43 par la table $= 1.46268$,

Alors $1.46268 \times 70 = 102.3876$ pieds.

Quand la courbe n'est pas celle d'une demi-ellipse sur le grand ou le petit axe, la hauteur étant moitié du grand axe.

Regle.—Divisez la moitié de la base par le double de la hauteur, procédez alors comme dans l'exemple précédent; multipliez la longueur tabulaire par deux fois la hauteur, et le produit sera la longueur requise.

Exemple.—Quelle est la longueur de l'arc d'une demi-ellipse dont la hauteur est 35 et la base 60 pieds?

$60 \div 2 = 30$, et $\overline{30 \div 35 \times 2} = .428$, dont la longueur tabulaire est 1.15966.

Alors $1.45966 \times \overline{35} \times 2 = 102.1762$ pieds.

N. B.—Si dans la division d'une hauteur par la base, il y a un reste, procédez de la manière indiquée pour les longueurs d'arcs de cercles, page 32.

TABLE VIII.

TABLE DES SURFACES DES SEGMENTS D'UN CERCLE.

Le Diamètre du cercle étant 1, *et divisé en* 1000 *parties égales.*

Sinus-verse.	Surf. Seg.	Sinus-verse.	Surf. Seg.	Sinus-verse.	Surf. Seg.	Sinus-verse.	Surf. Seg.	Sinus-verse.	Surf. Seg.
.001	.00004	.048	.01382	.095	.0379	.142	.06822	.189	.10312
.002	.00012	.049	.01425	.096	.03849	.143	.06892	.19	.1039
.003	.00022	.05	.01468	.097	.03908	.144	.06962	.191	.10468
.004	.00034	.051	.01512	.098	.03968	.145	.07033	.192	.10547
.005	.00047	.052	.01556	.099	.04027	.146	.07103	.193	.10626
.006	.00062	.053	.01601	.1	.04087	.147	.07174	.194	.10705
.007	.00078	.054	.01646	.101	.04148	.148	.07245	.195	.10784
.008	.00095	.055	.01691	.102	.04208	.149	.07316	.196	.10864
.009	.00113	.056	.01737	.103	.04269	.15	.07387	.197	.10943
.01	.00133	.057	.01783	.104	.0431	.151	.07459	.198	.11023
.011	.00153	.058	.0183	.105	.04391	.152	.07531	.199	.11102
.012	.00175	.059	.01877	.106	.04452	.153	.07603	.2	.11182
.013	.00197	.06	.01924	.107	.04514	.154	.07675	.201	.11262
.014	.0022	.061	.01972	.108	.04575	.155	.07747	.202	.11343
.015	.00244	.062	.0202	.109	.04638	.156	.0782	.203	.11423
.016	.00268	.063	.02068	.11	.047	.157	.07892	.204	.11503
.017	.00294	.064	.02117	.111	.04763	.158	.07965	.205	.11584
.018	.0032	.065	.02165	.112	.04826	.159	.08038	.206	.11665
.019	.00347	.066	.02215	.113	.04889	.16	.08111	.207	.11746
.02	.00375	.067	.02265	.114	.04953	.161	.08185	.208	.11827
.021	.00403	.068	.02315	.115	.05016	.162	.08258	.209	.11908
.022	.00432	.069	.02336	.116	.0508	.163	.08332	.21	.1199
.023	.00462	.07	.02417	.117	.05145	.164	.08406	.211	.12071
.024	.00492	.071	.02468	.118	.05209	.165	.0848	.212	.12153
.025	.00523	.072	.02519	.119	.05274	.166	.08554	.213	.12235
.026	.00555	.073	.02571	.12	.05338	.167	.08629	.214	.12317
.027	.00587	.074	.02624	.121	.05404	.168	.08704	.215	.12399
.028	.00619	.075	.02676	.122	.05469	.169	.08779	.216	.12481
.029	.00653	.076	.02729	.123	.05534	.17	.08853	.217	.12563
.03	.00686	.077	.02782	.124	.056	.171	.08929	.218	.12646
.031	.00721	.078	.02835	.125	.05666	.172	.09004	.219	.12728
.032	.00756	.079	.02889	.126	.05733	.173	.0908	.22	.12811
.033	.00791	.08	.02943	.127	.05799	.174	.09155	.221	.12894
.034	.00827	.081	.02997	.128	.05866	.175	.09231	.222	.12977
.035	.00864	.082	.03052	.129	.05933	.176	.09307	.223	.1306
.036	.00901	.083	.03107	.13	.06	.177	.09384	.224	.13144
.037	.00938	.084	.03162	.131	.06067	.178	.0946	.225	.13227
.038	.00976	.085	.03218	.132	.06135	.179	.09537	.226	.13311
.039	.01015	.086	.03274	.133	.06203	.18	.09613	.227	.13394
.04	.01054	.087	.0333	.134	.06271	.181	.0969	.228	.13478
.041	.01093	.088	.03387	.135	.06339	.182	.09767	.229	.13562
.042	.01133	.089	.03444	.136	.06407	.183	.09845	.23	.13646
.043	.01173	.09	.03501	.137	.06476	.184	.09922	.231	.13731
.044	.01214	.091	.03558	.138	.06545	.185	.1	.232	.13815
.045	.01255	.092	.03616	.139	.06614	.186	.10077	.233	.139
.046	.01297	.093	.03674	.14	.06683	.187	.10155	.234	.13984
.047	.01339	.094	.03732	.141	.06753	.188	.10233	.235	.14069

TABLE.—*(Continuée.)*

Sinus-verse.	Surf. Seg.	Sinus-verse.	Surf. Seg.	Sinus-verse.	Surf. Seg.	Sinus-verse.	Surf. Seg.	Sinus-verse.	Surf. Seg.
.236	.14154	.289	.18814	.342	.23737	.395	.28848	.448	.34079
.237	.14239	.29	.18905	.343	.23832	.396	.28945	.449	.34179
.238	.14324	.291	.18995	.344	.23927	.397	.29043	.45	.34278
.239	.14409	.292	.19086	.345	.24022	.398	.29141	.451	.34378
.24	.14494	.293	.19177	.346	.24117	.399	.29239	.452	.34477
.241	.1458	.294	.19268	.347	.24212	.4	.29337	.453	.34557
.242	.14665	.295	.1936	.348	.24307	.401	.29435	.454	.34676
.243	.14751	.296	.19451	.349	.24403	.402	.29533	.455	.34776
.244	.14837	.297	.19542	35	.24498	.403	.29631	.456	.34875
.245	.14923	.298	.19634	.351	.24593	.404	.29729	.457	.34975
.246	.15009	.299	.19725	.352	.24689	.405	.29827	.458	.35075
.247	.15095	.3	.19817	.353	.24784	.406	.29925	.459	.35174
.248	.15182	.301	.19908	.354	.2488	.407	.30024	.46	.35274
.249	.15268	.302	.2	.355	.24976	.408	.30122	.461	.35374
.25	.15355	.303	.20092	.356	.25071	.409	.3022	.462	.35471
.251	.15441	.304	.20184	.357	.25167	.41	.30319	.463	.35573
.252	.15528	.305	.20276	.358	.25263	.411	.30417	.464	.35673
.253	.15615	.306	.20368	.359	.25359	.412	.30515	.465	.35773
.254	.15702	.307	.2046	.36	.25455	.413	.30614	.466	.35872
.255	.15789	.308	.20553	.361	.25551	.414	.30712	.467	.35972
.256	.15876	.309	.20645	.362	.25647	.415	.30811	.468	.36072
.257	.15964	.31	.20738	.363	.25743	.416	.30909	.469	.36172
.258	.16051	.311	.2083	.364	.25839	.417	.31008	.47	.36272
.259	.16139	.312	.20923	.365	.25936	.418	.31107	.471	.36371
.26	.16226	.313	.21015	.366	.26032	.419	.31205	.472	.36471
.261	.16314	.314	.21108	.367	.26128	.42	.31304	.473	.36571
.262	.16402	.315	.21201	.368	.26225	.421	.31403	.474	.36671
.263	.1649	.316	.21294	.369	.26321	.422	.31502	.475	.36771
.264	.16578	.317	.21387	.37	.26418	.423	.316	.476	.36871
.265	.16666	.318	.2148	.371	.26514	.424	.31699	.477	.36971
.266	.16755	.319	.21573	.372	.26611	.425	.31798	.478	.37071
.267	.16844	.32	.21667	.373	.26708	.426	.31897	.479	.3717
.268	.16931	.321	.2176	.374	.26804	.427	.31996	.48	.3727
.269	.1702	.322	.21853	.375	.26901	.428	.32095	.481	.3737
.27	.17109	.323	.21947	.376	.26998	.429	.32194	.482	.3747
.271	.17197	.324	.2204	.377	.27095	.43	.32293	.483	.3757
.272	.17287	.325	.22134	.378	.27192	.431	.32391	.484	.3767
.273	.17376	.326	.22228	.379	.27289	.432	.3249	.485	.3777
.274	.17465	.327	.22321	.38	.273	.433	.3259	.486	.3787
.275	.17554	.328	.22415	.381	.27485	.434	.32689	.487	.3797
.276	.17643	.329	.22509	.382	.27580	.435	.32788	.488	.3807
.277	.17733	.33	.22603	.383	.27677	.436	.32887	.489	.3817
.278	.17822	.331	.22697	.384	.27775	.437	.32987	.49	.3827
.279	.17912	.332	.22791	.385	.27872	.438	.33086	.491	.3837
.28	.18002	.333	.22886	.386	.27969	.439	.33185	.492	.3847
.281	.18092	.334	.2298	.387	.28067	.44	.33284	.493	.3857
.282	.18182	.335	.23074	.388	.28164	.441	.33384	.494	.3867
.283	.18272	.336	.23169	.389	.28262	.442	.33483	.495	.3877
.284	.18361	.337	.23263	.39	.28359	.443	.33582	.496	.3887
.285	.18452	.338	.23358	.391	.28457	.444	.33682	.497	.3897
.286	.18542	.339	.23453	.392	.28554	.445	.33781	.498	.3907
.287	.18633	.34	.23547	.393	.28652	.446	.3388	.499	.3917
.288	.18723	.341	.23642	.394	.2875	.447	.3398	.5	.3927

Pour trouver la surface d'un segment de cercle par la table précédente.

Règle.—Divisez la hauteur ou sinus-verse par le diam. du cercle ; trouvez le quotient dans la colonne des sinus-verses. Prenez la surface qui lui correspond dans la colonne suivante, multipliez la par le carré du diam, et vous aurez la surface voulue.

Exemple.—Quelle est la surface d'un segment dont la hauteur est 10, et le diamètre du cercle 50 pieds ?

$10 \div 50 = .2$, et 2, par la table, $= .11182$; alors $.11182 \times 50^2 = 279.55$ pieds.

N. B.—Si, dans la division d'une hauteur par la base ou diam., le quotient a un reste après la troisième place de décimales, et que l'on exige une grande exactitude,

Prenez la surface pour les 3 premiers chiffres, soustrayez la de la surface suivante, multipliez le reste par la dite fraction, et ajoutez le produit à la première surface ; la somme sera la surface pour le quotient total.

Ex. 2.—Quelle est la surface du segment d'un cercle, dont le diamètre est 10 pieds, et la hauteur 1.575 pieds ?

$1.575 \div 10 = .1575$; la surface tabulaire pour $.157 = .07892$, et pour $.158 = .07965$, la différence entre lesquelles est .00073.

Alors $.5 \times .00073 = .000365$.

De là
$$\begin{aligned} .157 &= .07892 \\ .0005 &= .000365 \\ &\overline{.079285} \end{aligned}$$
la somme par laquelle il faut multiplier le carré du diam. du cercle ; et $.079285 \times 10^2 = 7.9285$ pieds.

TABLE IX.

TABLE DES SURFACES DES ZONES D'UN CERCLE.

Le Diamètre du cercle supposé = 1 et divisé en 1000 parties égales.

Haut.	Surf.	Haut.	Surf.	Haut.	Surf.	Haut.	Surf.	Haut.	Surf.
.001	.001	.029	.02898	.057	.05688	.085	.08459	.113	.11203
.002	.002	.03	.02998	.058	.05787	.086	.08557	.114	.113
.003	.003	.031	.03093	.059	.05886	.087	.08656	.115	.11398
.004	.004	.032	.03198	.06	.05986	.088	.08754	.116	.11495
.005	.005	.033	.03298	.061	.06085	.089	.08853	.117	.11592
.006	.006	.034	.03397	.062	.06184	.09	.08951	.118	.1169
.007	.007	.035	.03497	.063	.06283	.091	.0905	.119	.11787
.008	.008	.036	.03597	.064	.06382	.092	.09148	.12	.11884
.009	.009	.037	.03697	.065	.06482	.093	.09246	.121	.11981
.01	.01	.038	.03796	.066	.0658	.094	.09344	.122	.12078
.011	.011	.039	.03896	.067	.0668	.095	.09443	.123	.12175
.012	.012	.04	.03996	.068	.0678	.096	.0954	.124	.12272
.013	.013	.041	.04095	.069	.06878	.097	.09639	.125	.12369
.014	.014	.042	.04195	.07	.06977	.098	.09737	.126	.12469
.015	.015	.043	.04295	.071	.07076	.099	.09835	.127	.12562
.016	.016	.044	.04394	.072	.07175	.1	.09933	.128	.12659
.017	.017	.045	.04494	.073	.07274	.101	.10031	.129	.12755
.018	.018	.046	.04593	.074	.07373	.102	.10129	.13	.12852
.019	.019	.047	.04693	.075	.07472	.103	.10227	.131	.12949
.02	.02	.048	.04793	.076	.0755	.104	.10325	.132	.13015
.021	.021	.049	.04892	.077	.07669	.105	.10422	.133	.13141
.022	.022	.05	.04992	.078	.07768	.106	.1052	.134	.13238
.023	.023	.051	.05091	.079	.07867	.107	.10618	.135	.13334
.024	.024	.052	.0519	.08	.07966	.108	.10715	.136	.1343
.025	.025	.053	.0529	.081	.08064	.109	.10813	.137	.13527
.026	.02599	.054	.05389	.082	.08163	.11	.10911	.138	.13623
.027	.02699	.055	.05489	.083	.08262	.111	.11008	.139	.13719
.028	.02799	.056	.05588	.084	.0836	.112	.11106	.14	.13815

TABLE.—(*Continuée.*)

Haut.	Surf.	Haut.	Surf.	Haut.	Surf.	Haut.	Surf.	Haut.	Surf.
.141	.13911	.197	.19178	.253	.24175	.309	.28801	.365	.32931
.142	.14007	.198	.1927	.254	.24261	.31	.2888	.366	.32999
.143	.14103	.199	.19361	.255	.24347	.311	.28958	.367	.33067
.144	.14198	.2	.19453	.256	.24433	.312	.29036	.368	.33135
.145	.14294	.201	.19545	.257	.24519	.313	.29115	.369	.33203
.146	.1439	.202	.19636	.258	.24604	.314	.29192	.37	.3327
.147	.14485	.203	.19728	.259	.2469	.315	.2927	.371	.33337
.148	.14581	.204	.19819	.26	.24775	.316	.29348	.372	.33404
.149	.14677	.205	.1991	.261	.24861	.317	.29125	.373	.33471
.15	.14772	.206	.20001	.262	.24946	.318	.29502	.374	.33537
.151	.14867	.207	.20092	.263	.25021	.319	.2958	.375	.33604
.152	.14962	.208	.20183	.264	.25116	.32	.29656	.376	.3367
.153	.15058	.209	.20274	.265	.25201	.321	.29733	.377	.33735
.154	.15153	.21	.20365	.266	.25285	.322	.2981	.378	.33801
.155	.15248	.211	.20156	.267	.2537	.323	.29886	.379	.33866
.156	.15343	.212	.20546	.268	.25455	.324	.29962	.38	.33931
.157	.15438	.213	.20637	.269	.25539	.325	.30039	.381	.33996
.158	.15533	.214	.20727	.27	.25623	.326	.30114	.382	.34061
.159	.15628	.215	.20818	.271	.25707	.327	.3019	.383	.34125
.16	.15723	.216	.20908	.272	.25791	.328	.30266	.384	.3419
.161	.15817	.217	.20998	.273	.25875	.329	.30341	.385	.34253
.162	.15912	.218	.21088	.274	.25959	.33	.30416	.386	.34317
.163	.16006	.219	.21178	.275	.26043	.331	.30491	.387	.3438
.164	.16101	.22	.21268	.276	.26126	.332	.30566	.388	.34444
.165	.16195	.221	.21358	.277	.26209	.333	.30641	.389	.34507
.166	.1629	.222	.21447	.278	.26293	.334	.30715	.39	.34569
.167	.16384	.223	.21537	.279	.26376	.335	.3079	.391	.34632
.168	.16478	.224	.21626	.28	.26459	.336	.30864	.392	.34694
.169	.16572	.225	.21716	.281	.26541	.337	.30938	.393	.34756
.17	.16667	.226	.21805	.282	.26624	.338	.31012	.394	.34818
.171	.16761	.227	.21894	.283	.26706	.339	.31085	.395	.34879
.172	.16855	.228	.21983	.284	.26789	.34	.31159	.396	.3494
.173	.16948	.229	.22072	.285	.26871	.341	.31232	.397	.35001
.174	.17042	.23	.22161	.286	.26953	.342	.31305	.398	.35062
.175	.17136	.231	.2225	.287	.27035	.343	.31378	.399	.35122
.176	.1723	.232	.22335	.288	.27117	.344	.3145	.4	.35182
.177	.17323	.233	.22427	.289	.27199	.345	.31523	.401	.35242
.178	.17417	.234	.22515	.29	.2728	.346	.31595	.402	.35302
.179	.1751	.235	.22604	.291	.27362	.347	.31667	.403	.35361
.18	.17603	.236	.22692	.292	.27443	.348	.31739	.404	.3542
.181	.17697	.237	.2278	.293	.27524	.349	.31811	.405	.35479
.182	.1779	.238	.22868	.294	.27605	.35	.31882	.406	.35538
.183	.17883	.239	.22956	.295	.27686	.351	.31954	.407	.35596
.184	.17976	.24	.23044	.296	.27766	.352	.32025	.408	.35654
.185	.18069	.241	.23131	.297	.27847	.353	.32096	.409	.35711
.186	.18162	.242	.23219	.298	.27927	.354	.32167	.41	.35769
.187	.18254	.243	.23306	.299	.28007	.355	.32237	.411	.35826
.188	.18347	.244	.23394	.3	.28088	.356	.32307	.412	.35883
.189	.1844	.245	.23481	.301	.28167	.357	.32377	.413	.35939
.19	.18532	.246	.23568	.302	.28247	.358	.32447	.414	.35995
.191	.18625	.247	.23655	.303	.28327	.359	.32517	.415	.36051
.192	.18717	.248	.23742	.304	.28406	.36	.32587	.416	.36107
.193	.18809	.249	.23829	.305	.28486	.361	.32656	.417	.36162
.194	.18902	.25	.23915	.306	.28565	.362	.32725	.418	.36217
.195	.18994	.251	.24002	.307	.28644	.363	.32794	.419	.36272
.196	.19086	.252	.24089	.308	.28723	.364	.32862	.42	.36326

TABLE.—*(Continuée.)*

Haut.	Surf.	Haut.	Surf.	Haut.	Surf.	Haut.	Surf.	Haut.	Surf.
.421	.3638	.437	.37202	.453	.37931	.469	.38549	.485	.39026
.422	.36434	.438	.3725	.454	.37973	.47	.38583	.486	.3905
.423	.36488	.439	.37298	.455	.38014	.471	.38617	.487	.39073
.424	.36541	.44	.37346	.456	.38056	.472	.3865	.488	.39095
.425	.36594	.441	.37393	.457	.38096	.473	.38683	.489	.39117
.426	.36646	.442	.3744	.458	.38137	.474	.38715	.49	.39137
.427	.36698	.443	.37487	.459	.38177	.475	.38747	.491	.39156
.428	.3675	.444	.37533	.46	.38216	.476	.38778	.492	.39175
.429	.36802	.445	.37579	.461	.38255	.477	.38808	.493	.35192
.43	.36853	.446	.37624	.462	.38294	.478	.38838	.494	.39208
.431	.36904	.447	.37669	.463	.38332	.479	.38867	.495	.39223
.432	.36954	.448	.37714	.464	.38369	.48	.38895	.496	.39236
.433	.37005	.449	.37758	.465	.38406	.481	.38923	.497	.39248
.434	.37054	.45	.37802	.466	.38443	.482	.3895	.498	.39258
.435	.37104	.451	.37845	.467	.38479	.483	.38976	.499	.39266
.436	.37153	.452	.37888	.468	.38514	.484	.39001	.5	.3927

Cette table n'est calculée que pour des zones dont la plus longue corde est le diamètre.

Pour trouver la surface d'une zone par la table précédente.

Regle 1.—*Quand la zone est moindre qu'un demi-cercle,* Divisez la hauteur par le diamètre, et trouvez le quotient dans la colonne des hauteurs. Prenez la surface qui correspond à ce quotient dans la colonne suivante à droite, et multipliez cette surf. par le carré de la plus longue des deux cordes, c'est-à-dire par le diam. du cercle dont la zone fait partie; le produit sera la surface de la zone proposée.

Exemple.—Quelle est la surface d'une zone dont le diamètre est 50, et la hauteur 15 ?

$15 \div 50 = .3$; et 3, par la table, donne .28088.

De là, $.28088 \times 50^2 = 702.2 =$ la surface demandée.

Regle 2.—*Quand la zone est plus grande qu'un demi-cercle,* Prenez la hauteur de chaque côté du diam. du cercle, et trouvez par la Regle I, leurs surfaces respectives; ajoutez ensemble les surfaces de ces deux parties composantes, et la somme sera la surface de la zone.

Exemple.—L'on demande la surface d'une zone, le diam. du cercle étant 50, et les hauteurs de la zone de chaque côté du diam. 20 et 15 respectivement.

$20 \div 50 = .4$; .4, par la table, $= .35182$; et $.35182 \times 50^2 = 879.55$.

$15 \div 50 = .3$; .3, par la table, $= .28088$; et $.28088 \times 50^2 = 702.2$.

De là $879.55 + 702.2 = 1581.75$ la surface voulue.

Regle 3.—*Quand la zone est latérale, ou que sa plus grande corde est moindre que le diam. du cercle dont la zone fait partie,* Calculez séparément par la Regle I, la surface des deux zones dont la zone donnée est la différence, soustrayez l'une de l'autre, et le reste sera la surface voulue.

N. B.—Lorsque dans la division de la hauteur par la corde ou diam., le quotient a un reste après la troisième place de décimales, et que l'on désire une grande exactitude,

Prenez la surface pour les trois premiers chiffres, soustrayez la de la surf. suivante, multipliez le reste par la dite fraction, et ajoutez le produit à la première surf., la somme sera la surface pour le quotient total.

Exemple —Quelle est la surf. d'une zone de cercle, la plus grande corde étant 100 pieds et la hauteur 14 pieds 3 pouces ?

14 pieds 3 pouces $= 14.25$ pieds et $14.25 \div 100 = .1425$; la surf. tabulaire pour $.142 = .14007$, et pour $.143 = .14103$, la différence entre lesquelles est .00096.

Alors $.142 = .14007$

$.0005 = .00048$

$\overline{.14055}$, la somme par laquelle il faut multiplier le carré de la plus grande corde, ou diam.; et $.14055 \times 100^2 = 1405.5$ pieds.