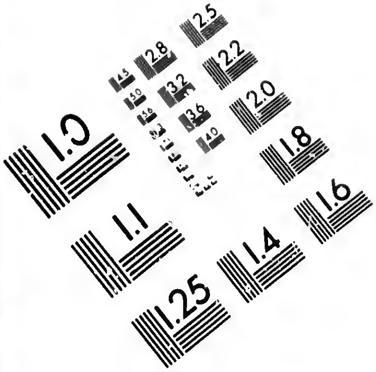


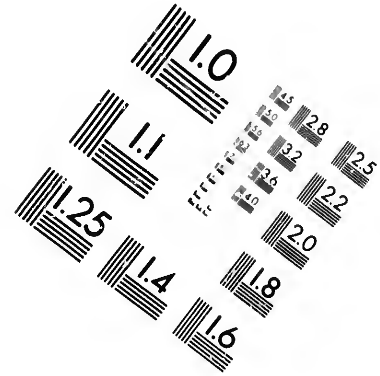
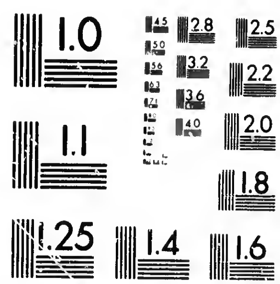
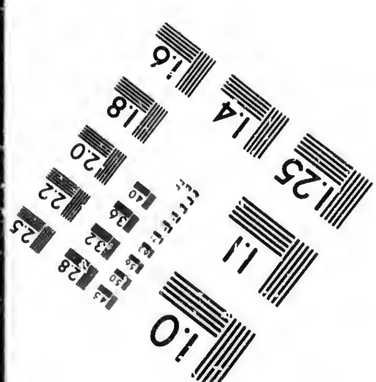
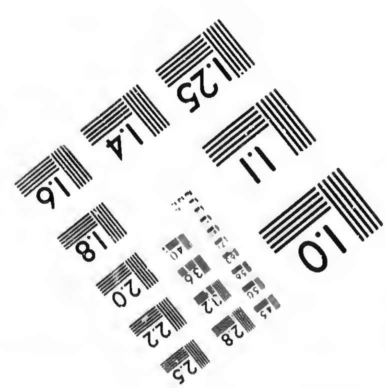


IMAGE EVALUATION
TEST TARGET (MT-3)







Technical Notes / Notes techniques

The Institute has attempted to obtain the best original copy available for filming. Physical features of this copy which may alter any of the images in the reproduction are checked below.

L'Institut a microfilmé le meilleur exemplaire qu'il lui a été possible de se procurer. Certains défauts susceptibles de nuire à la qualité de la reproduction sont notés ci-dessous.

- [x] Coloured covers/ Couvertures de couleur
- [ ] Coloured maps/ Cartes géographiques en couleur
- [ ] Pages discoloured, stained or foxed/ Pages décolorées, tachetées ou piquées
- [ ] Tight binding (may cause shadows or distortion along interior margin)/ Reliure serré (peut causer de l'ombre ou de la distortion le long de la marge intérieure)
- [ ] Additional comments/ Commentaires supplémentaires
- [ ] Coloured pages/ Pages de couleur
- [ ] Coloured plates/ Planches en couleur
- [x] Show through/ Transparence
- [ ] Pages damaged/ Pages endommagées

Bibliographic Notes / Notes bibliographiques

- [ ] Only edition available/ Seule édition disponible
- [ ] Bound with other material/ Relié avec d'autres documents
- [ ] Cover title missing/ Le titre de couverture manque
- [ ] Plates missing/ Des planches manquent
- [ ] Additional comments/ Commentaires supplémentaires
- [ ] Pagination incorrect/ Erreurs de pagination
- [ ] Pages missing/ Des pages manquent
- [ ] Maps missing/ Des cartes géographiques manquent

The images appearing here are the best quality possible considering the condition and legibility of the original copy and in keeping with the filming contract specifications.

The last recorded frame on each microfiche shall contain the symbol → (meaning "CONTINUED"), or the symbol ▽ (meaning "END"), whichever applies.

The original copy was borrowed from, and filmed with, the kind consent of the following institution:

National Library of Canada

Maps or plates too large to be entirely included in one exposure are filmed beginning in the upper left hand corner, left to right and top to bottom, as many frames as required. The following diagrams illustrate the method:

Les images suivantes ont été reproduites avec le plus grand soin, compte tenu de la condition et de la netteté de l'exemplaire filmé, et en conformité avec les conditions du contrat de filmage.

Un des symboles suivants apparaîtra sur la dernière image de chaque microfiche, selon le cas: le symbole → signifie "A SUIVRE", le symbole ▽ signifie "FIN".

L'exemplaire filmé fut reproduit grâce à la générosité de l'établissement prêteur suivant :

Bibliothèque nationale du Canada

Les cartes ou les planches trop grandes pour être reproduites en un seul cliché sont filmées à partir de l'angle supérieure gauche, de gauche à droite et de haut en bas, en prenant le nombre d'images nécessaire. Le diagramme suivant illustre la méthode :

1	2	3

1
2
3

1	2	3
4	5	6

CALCUL

DES INTERETS SIMPLES, DE L'ESCOMPTE, DES INTERETS COMPOSES ET DES ANNUITES

Par le Moyen de Formules Algebriques

ET A L'AIDE DES LOGARITHMES.

PAR

F. X. BURQUE, Ptre.

Professeur de Mathématiques, au Séminaire de St. Hyacinthe.

ST. HYACINTHE :

DES PRESSES A POUVOIR DU "COURRIER."

1878.

CALCUL

DES INTERETS SIMPLES, DE L'ESCOMPTE, DES INTERETS COMPOSES ET DES ANNUITES

Par le Moyen de Formules Algebriques

ET A L'AIDE DES LOGARITHMES.

PAR

F. X, BURQUE, Ptre.

Professeur de Mathématiques, au Séminaire de St. Hyacinthe.

ST. HYACINTHE :

DES PRESSES A POUVOIR DU "COURRIER."

1878.

CALCUL

DES INTÉRÊTS SIMPLES, DE L'ESCOMPTE ET DES INTÉRÊTS COMPOSÉS.

I.—*Intérêts Simples.*—En appelant r l'intérêt de l'unité, il est évident qu'un capital c, au bout d'un temps n, donne un intérêt $a = cnr$, et un montant $m = c + cnr$. Si l'on isole respectivement c, n, r, dans ces deux équations, l'on aura huit formules différentes. On en obtiendra encore quatre, en égalant les deux formules du capital déjà obtenues. Or, il n'y a que vingt cas possibles avec les cinq quantités c, a, m, n, r ; et encore, deux de ces cas sont indéterminés, et six plus que déterminés. Les douze cas utiles répondent aux douze formules trouvées plus haut : on pourra donc, avec ces 12 formules, faire le tableau complet des Intérêts simples ; lequel tableau servira aussi pour toutes les questions d'Escompte en dehors, puisque cet escompte n'est rien autre chose que l'Intérêt simple.

II.—*Escompte en dedans.*—Dans cette manière d'escompter, on retranche l'escompte non pas du capital, mais de la somme du capital et de ses intérêts simples, pour le temps n, au taux r. On a donc $1 + nr : 1 :: c : v$; et $1 + nr : nr :: c : e$, (e signifie escompte et v valeur présente.) De ces deux proportions, on tire les deux équations : $v = \frac{c}{1+nr}$, et $e = \frac{cnr}{1+nr}$, lesquelles étant traitées comme ci-dessus, donneront les douze formules utiles de l'Escompte en dedans, et fourniront encore le tableau complet de cette question.

III.—*Intérêts Composés.*—On obtient le montant d'un capital c, au bout d'un an, par la proportion $1 : 1 + r : : c : m$, qui donne $m = c\ (1 + r)$; le montant au bout de deux ans, par la proportion $1 : 1 + r : : c\ (1 + r) : m$, qui donne $m = c\ (1 + r)^2$; et ainsi de suite. On voit par là que le montant composé, pour n d'années, s'obtient par la formule $m = c\ (1 + r)^n$ et l'intérêt composé par celle-ci : $a = c\,(1 + r)^n - c$. Or, ces deux formules, traitées par les régles ordinaires de l'Algèbre, donnent le tableau complet des Intérêts composés.

FORMULES

Pour le Calcul des Intérêts Simples et de l'Escompte en dehors.

Etant donnés			Trouver	No.	Formules.
c	m	n		1	$a = m - c$
c	m	r		2	$a = m - c$
m	n	r	a	3	$a = \frac{mnr}{1 + nr}$
c	n	r		4	$a = cnr$
m	a	n		5	$c = m - a$
m	a	r		6	$c = m - a$
m	n	r	c	7	$c = \frac{m}{1 + nr}$
a	n	r		8	$c = \frac{a}{nr}$
c	a	n		9	$m = c + a$
c	a	r		10	$m = c + a$
c	n	r	m	11	$m = c + cnr$
a	n	r		12	$m = \frac{a(1 + nr)}{nr}$
m	c	a		13	Cas indéterminé.
m	c	r	n	14	$n = \frac{m - c}{cr}$
m	a	r		15	$n = \frac{a}{(m - a)r}$
c	a	r		16	$n = \frac{a}{cr}$
m	c	a		17	Cas indéterminé.
m	c	n		18	$r = \frac{m - c}{cn}$
m	a	n	r	19	$r = \frac{a}{(m - a)n}$
c	a	n		20	$r = \frac{a}{cn}$

FORMULES

Pour le Calcul de l'Escompte en dedans.

Etant donnés			Trouver	No.	Formules.
c	v	n		1	$e = c - v$
c	v	r		2	$e = c - v$
c	n	r	e	3	$e = \frac{cnr}{1 + nr}$
v	n	r		4	$e = vnr$
c	e	n		5	$v = c - e$
c	e	r		6	$v = c - e$
c	n	r	v	7	$v = \frac{c}{1 + nr}$
e	n	r		8	$v = \frac{e}{nr}$
v	e	n		9	$c = v + e$
v	e	r		10	$c = v + e$
v	n	r	c	11	$c = v + vrn$
e	n	r		12	$c = e + \frac{e}{nr}$
c	v	e		13	Cas indéterminé.
c	e	r	n	14	$n = \frac{e}{(c - e)\ r}$
c	v	r		15	$n = \frac{c - v}{vr}$
e	v	r		16	$n = \frac{e}{vr}$
c	v	e		17	Cas indéterminé.
c	e	n	r	18	$r = \frac{e}{(c - e)\ n}$
c	v	n		19	$r = \frac{c - v}{vn}$
e	v	n		20	$r = \frac{e}{vn}$

FORMULES

Pour le Calcul des Intérêts Composés.

Etant donnés	Trouv.	No.	Formules.
c m n		1	$a = m - c$
c m r	a	2	$a = m - c$
m n r		3	$La = Lm + L[(1 + r)^n - 1] - L(1 + r)_n$
c n r		4	$La = Lc + L[(1 + r)^n - 1]$
m a n		5	$c = m - a$
m a r	c	6	$c = m - a$
a n r		7	$Lc = La - L[(1 + r)^n - 1]$
m n r		8	$Lc = Lm - L(1 + r)^n$
c a n		9	$m = c + a$
c a r	m	10	$m = c + a$
c n r		11	$Lm = Lc + L(1 + r)^n$
a n r		12	$Lm = La + L(1 + r)^n - L[(1 + r)^n - 1]$
c m a		13	Cas indéterminé.
c m r	n	14	$n = (Lm - Lc) \div L(1 + r)$
c a r		15	$n = L(\frac{a}{c} + 1) \div L(1 + r)$
m a r		16	$n = [Lm - L(m - a)] \div L(1 + r)$
c m a		17	Cas indéterminé.
c m n	r	18	$L(1 + r) = (Lm - Lc) \div n$
c a n		19	$L(1 + r) = L(\frac{a}{c} + 1) \div n$
m a n		20	$L(1 + r) = [Lm - L(m - a)] \div n$

N.B.—*L* signifie logarithme. Ainsi *La* signifie logarithme de *a*.

CALCUL DES ANNUITÉS.

Il y a trois sortes d'annuités. 1o. L'annuité est payable *fin l'an*, la première porte intérêt pendant $n - 1$ d'années, et la dernière ne porte pas intérêt ; 2o. L'annuité est payable au commencement de l'année, la première porte intérêt pendant $n - 1$ d'années comme ci-dessus, et la dernière ne porte pas intérêt ; 3o. L'annuité est payable au commencement de l'année, la première porte intérêt pendant n d'années, et la dernière pendant un an. Les deux premiers modes d'annuités s'emploient d'ordinaire pour l'extinction ou l'amortissement d'une dette : le créancier peut exiger que le premier versement soit fait tout de suite après le contrat, ou seulement au bout d'un an ; l'autre mode est relatif aux versements sous forme de placements, tels que ceux qui se font dans les banques d'Epargnes, les sociétés de construction, les assurances, les compagnies industrielles ou manufacturières, etc., etc.

On trouve les formules par l'analyse qui suit.

I.—Annuités ordinaires payables *fin l'an.* Le débiteur jouit pendant n d'années, du capital emprunté ; et le créancier reçoit en retour une annuité qui lui porte intérêt pendant $n - 1$ d'années, une autre qui lui porte intérêt pendant $n - 2$; et ainsi de suite, jusqu'à la dernière. Or, au bout du temps n, ils sont quittes tous deux. Il faut donc que le montant du capital égale alors le montant de l'annuité. Le montant du capital se trouve par la formule déjà connue $m = c \times (1 + r)^n$. Pour trouver le montant de l'annuité, on remarquera que toutes les annuités payées forment la progression géométrique : $\div a \times (1 + r)^{n-1}$: $a \times (1 + r)^{n-2}$: $a \times (1 + r)^{n-3}$............$a (1 + r)^0 = a$; dont l'exposant est $1 + r$. Or la somme de cette progression est le montant de l'annuité. On a donc :

$$m = \frac{a \times (1+r)^n - a}{r} = \frac{a \times [\,(1+r)^n - 1]}{r}.$$

Ces deux équations, combinées ensemble, fournissent le premier tableau des formules pour les annuités.

II.—Annuités ordinaires payables d'avance. Le débiteur finissant de s'acquitter au commencement de la $n$ième année, le capital dont il jouit, ne donne un montant que pour $n - 1$ d'années. Donc $m = c \times (1+r)^{n-1}$. Quant à la formule du montant de l'annuité, elle est la même que celle du cas précédent, puisque la première annuité porte encore intérêt pendant $n - 1$ d'années, et que la dernière ne porte pas intérêt. Ainsi $m = \frac{a \times [\,(1+r)^n - 1]}{r}$. Et ces deux formules donnent le reste.

III.—Annuités sous forme de placements. Ici, la première annuité porte intérêt pendant n d'années, et la dernière pendant un an. *L*a progression est donc celle-ci : $\div a \times (1+r)^n : a \times (1+r)^{n-1} : a \times (1+r)^{n-2}$ ....$a \times (1+r)$. Et le montant de l'annuité :

$$m = \frac{a \times [\,(1+r)^{n+1} - (1+r)\,]}{r}$$

Un capital correspondant, ou la valeur présente de l'annuité, pour produire un montant égal à celui de l'annuité, devra donc rester à intérêts composés pendant n d'années, comme dans le premier cas. Ainsi le montant du capital $m = c \times (1+r)^n$. Le reste comme ci-dessus.

Il sera facile de s'apercevoir que plusieurs des formules de cette troisième espèce d'annuités sont identiques avec celles de la deuxième et de la première espèce, de même que quelques-unes de la deuxième sont identiques avec les formules correspondantes de la première.

FORMULES

Pour les Annuités Ordinaires Payables " Fin l'An."

Etant donnés	Trouv.	No.	Formules.
c n r		1	$La = Lc + Lr + L(1+r)^n - L[(1+r)^n - 1]$
m n r	a	2	$La = Lm + Lr - L[(1+r)^n - 1]$
c m r		3	$La = Lm + Lc + Lr - L(m-c)$
c m n		4	$La = Lm + Lc + L\left[\left(\frac{m}{c}\right)^{\frac{1}{n}} - 1\right] - L(m-c)$
a n r		5	$Lc = La + L[(1+r)^n - 1] - Lr - L(1+r)^n$
a m r	c	6	$Lc = La + Lm - L(a + mr)$
m n r		7	$Lc = Lm - L(1+r)^n$
a m n		8	$Lc = Lm - L(1+r)^n$
a c r		9	$Lm = La + Lc - L(a - cr)$
a n r	m	10	$Lm = La + L[(1+r)^n - 1] - Lr$
c n r		11	$Lm = Lc + L(1+r)^n$
a c n		12	$Lm = Lc + L(1+r)^n$
a c r		13	$n = [La - L(a - cr)] \div L(1+r)$
a m r		14	$n = [L(a + mr) - La] \div L(1+r)$
c m r	n	15	$n = (Lm - Lc) \div L(1+r)$
a m c		16	$n = (Lm - Lc) \div L\left(\frac{a(m-c)}{mc} + 1\right)$
a m c		17	$Lr = La + L(m-c) - Lm - Lc$
m n c		18	$L(1+r) = (Lm - Lc) \div n$
a m n	r	19	$r = -\frac{6}{n+1} + \sqrt{\frac{6}{n+1} \times \left(\frac{6}{n+1} + 2\left[\left(\frac{m}{an}\right)^{\frac{2}{n-1}} - 1\right]\right)}$
a c n		20	$r = \frac{6}{n-1} - \sqrt{\frac{6}{n-1} \times \left(\frac{6}{n-1} - 2\left[\left(\frac{an}{c}\right)^{\frac{2}{n+1}} - 1\right]\right)}$

N. B.—Pour la solution de 8e et du 12e cas, on cherchera d'abord la valeur de *r* par la 19e ou la 20 formule, selon le cas.

FORMULES

POUR LES ANNUITÉS ORDINAIRES PAYABLES D'AVANCE.

Etant donnés	Trouv.	No.	Formules.
c n r		1	$La = Lc + Lr + L(1+r)^{n-1} - L[(1+r)^n - 1]$
m n r		2	$La = Lm + Lr - L[(1+r)^n - 1]$
c m r	a	3	$La = Lm + Lc + Lr - L[m(1+r) - c]$
c m n		4	$La = Lm + Lc + L\left[\left(\frac{m}{c}\right)^{\frac{1}{n-1}} - 1\right] - L\left[m\left(\frac{m}{c}\right)^{\frac{1}{n-1}} - c\right]$
a n r		5	$Lc = La + L[(1+r)^n - 1] - Lr - L(1+r)^{n-1}$
a m r	c	6	$Lc = Lm + L[a(1+r)] - L(a+mr)$
m n r		7	$Lc = Lm - L(1+r)^{n-1}$
a m n		8	$Lc = Lm - L(1+r)^{n-1}$
a c r		9	$Lm = La + Lc - L[a(1+r) - cr]$
a n r	m	10	$Lm = La + L[(1+r)^n - 1] - Lr$
c n r		11	$Lm = Lc + L(1+r)^{n-1}$
a c n		12	$Lm = Lc + L(1+r)^{n-1}$
a c r		13	$n = 1 + [La - L(a(1+r) - cr)] \div L(1+r)$
a m r	n	14	$n = [L(a+mr) - La] \div L(1+r)$
c m r		15	$n = 1 + (Lm - Lc) \div L(1+r)$
a m c		16	$n = 1 + (Lm - Lc) \div L\left(\frac{a(m-c)}{m(c-a)} + 1\right)$
a m c		17	$Lr = La + L(m-c) - Lm - L(c-a)$
m n c		18	$L(1+r) = (Lm - Lc) \div (n-1)$
a m n	r	19	$r = -\frac{6}{n+1} + \sqrt{\frac{6}{n+1} \times \left(\frac{6}{n+1} + 2\left[\left(\frac{m}{an}\right)^{\frac{2}{n-1}} - 1\right]\right)}$
a c n		20	$r = \frac{6}{n-2} - \sqrt{\frac{6}{n-2} \times \left(\frac{6}{n-2} - 2\left[\left(\frac{an}{c}\right)^{\frac{2}{n-1}} - 1\right]\right)}$

N. B.—Pour la solution du 8e et du 12e cas, on cherchera d'abord la valeur de *r* par la 19e ou la 20e formule, selon le cas.

FORMULES

Pour les Annuités sous forme de Placements.

Etant donnés	Trouv.	No.	Formules.
c n r		1	$La = Lc + Lr + L(1+r)^{n-1} - L[(1+r)^n - 1]$
m n r	a	2	$La = Lm + Lr - L[(1+r)^{n+1} - (1+r)]$
c m r		3	$La = Lm + Lc + Lr - L(m-c) - L(1+r)$
c m n		4	$La = Lm + Lc + L\left[\left(\frac{m}{c}\right)^{\frac{1}{n}} - 1\right] - L(m-c) - L\left(\frac{m}{c}\right)^{\frac{1}{n}}$
a n r		5	$Lc = La + L[(1+r)^n - 1] - Lr - L(1+r)^{n-1}$
a m r	c	6	$Lc = Lm - L\left(\frac{mr}{a(1+r)} + 1\right)$
m n r		7	$Lc = Lm - L(1+r)^n$
a m n		8	$Lc = Lm - L(1+r)^n$
a c r		9	$Lm = La + Lc - L\left(a - \frac{cr}{1+r}\right)$
a n r	m	10	$Lm = La + L[(1+r)^{n+1} - (1+r)] - Lr$
c n r		11	$Lm = Lc + L(1+r)^n$
a c n		12	$Lm = Lc + L(1+r)^n$
a c r		13	$n = 1 + [La - L(a(1+r) - cr)] \div L(1+r)$
a m r	n	14	$n = -1 + L\left(\frac{mr}{a} + (1+r)\right) \div L(1+r)$
c m r		15	$n = (Lm - Lc) \div L(1+r)$
a m c		16	$n = (Lm - Lc) \div L\left(\frac{a(m-c)}{m(c-a)+ca} + 1\right)$
a m c		17	$Lr = La + L(m-c) - L[m(c-a) + ca]$
m n c		18	$L(1+r) = (Lm - Lc) \div n$
a m n	r	19	$r = -\frac{6}{n} + \sqrt{\frac{6}{n} \times \left(\frac{6}{n} + 2\left[\left(\frac{m+1}{an}\right)^{\frac{2}{n+1}} - 1\right]\right)}$
a c n		20	$r = \frac{6}{n-2} - \sqrt{\frac{6}{n-2} \times \left(\frac{6}{n-2} - 2\left[\left(\frac{an}{c}\right)^{\frac{2}{n-1}} - 1\right]\right)}$

N. B.—Pour la solution du 8e et du 12e cas, on cherchera d'abord la valeur de *r* par la 19e ou la 20e formule, selon le cas.

De quelques Complications possibles dans le Calcul des Intérêts Composés et des Annuités.

N. B.—Les principes de solution, pour les divers problêmes qui suivent, étant les mêmes que ceux exposés plus haut, au calcul des Intérêts composés et des annuités, les démonstrations seront omises, pour plus de concision, et les formules générales, seules, seront données.

I.

Il est possible qu'une annuité a, courant pendant un temps n, au taux r, on demande quel est le capital qui, pendant un temps $t+n$, et au même taux r, produirait un montant égal à celui de l'annuité a ; ou généralement, il est possible que l'on demande une quelconque de ces cinq choses : a, c, n, t, r, lorsque les quatre autres seront données.

Si les annuités sont payables *fin l'an*, l'on se servira des formules qui suivent.

Etant donnés.	Trouv.	Formules.
a n r t	c	$Lc = La + L[(1+r)^n - 1] - Lr - L(1+r)^{t+n}$
c n r t	a	$La = Lc + Lr + L(1+r)^{t+n} - L[(1+r)^n - 1]$
a c n r	t	$t = \dfrac{La + L[(1+r)^n - 1] - L(1+r)^n - Lr - Lc}{L(1+r)}$
a c r t	n	$n = \dfrac{L\left(1 - \dfrac{cr \times (1+r)^t}{a}\right)}{-L(1+r)}$
a c t n	r	$r = \dfrac{6(2t+n+1)}{nn-1} - \sqrt{\dfrac{6(2t+n+1)}{nn-1} \times \left(\dfrac{6(2t+n+1)}{nn-1} - 2\left[\left(\dfrac{an}{c}\right)^{\frac{2}{2t+n+1}} - 1\right]\right.}$

Mais si les annuités sont payables d'avance ou sont sous forme de placements, on emploiera les formules suivantes, qui sont tout-à-fait identiques pour les deux cas.

Etant donnés.	Trouv.	Formules.
a n r t	c	$Lc = La + L[(1+r)^n - 1] - Lr - L(1+r)^{t+n-1}$
c n r t	a	$La = Lc + Lr + L(1+r)^{t+n-1} - L[(1+r)^n - 1]$
a c n r	t	$t = 1 + \frac{La + L[(1+r)^n - 1] - L(1+r)^n - Lr - Lc}{L(1+r)}$
a c r t	n	$n = \frac{L\left(1 - \frac{cr \times (1+r)^{t-1}}{a}\right)}{-L(1+r)}$
a c t n	r	$r = \frac{6(2t+n)}{nn-1} - \sqrt{\frac{6(2t+n)}{nn-1} \times \left(\frac{6(2t+n)}{nn-1} - 2\left[\left(\frac{an}{c}\right)^{\frac{2}{2t+n-1}} - 1\right]\right)}$

II.

Il peut se faire que l'on demande pendant combien d'années *n*, un capital *c* devrait rester à Intérêts composés, au taux *r*, pour que le montant qui en résulterait au bout du temps *n* donnât l'intérêt annuel *a*.

La première des trois formules qui suivent, donne la solution de ce problême ; la seconde fait connaître *c*, et la troisième *a*, lorsque les autres quantités sont connues.

Etant donnés	Trouver	Formules.
c a r	n	$n = \frac{La - Lr - Lc}{L(1+r)}$
a n r	c	$Lc = La - Lr - L(1+r)^n$
c n r	a	$La = Lc + Lr + L(1+r)^n$

N.B.—La valeur de *r* se trouvera par supposition, au moyen de l'une quelconque des trois formules qui précèdent. On supposera à *r* sa valeur probable, et on tâchera d'obtenir une des quantités connues. On fera une seconde supposition, puis une troisième, s'il y a besoin, jusqu'à ce que l'on tombe exactement sur la quantité cherchée. La valeur supposée de *r* sera alors sa valeur réelle. Cette méthode est un peu laborieuse ; mais elle réussit ; et elle est encore moins pénible d'ailleurs, que le calcul de séries (méthode dite *de Newton*) auquel il faut avoir recours, pour résoudre directement ces sortes de cas.

III.

Si un débiteur, devant payer les sommes B, C, D, E etc., respectivement aux termes *b*, *c*, *d*, *e*, etc., voulait s'acquitter du tout en un seul payement *p*, $= B + C + D + E$ etc., et demandait au bout de quel temps *n*, il doit faire cet unique payement ; il faudrait d'abord calculer la valeur présente de tous les payements successifs à faire, par la formule $Lc = Lm - L(1+r)^n$; on en prendrait la somme, c'est-à-dire :

$$\frac{B}{(1+r)^b} + \frac{C}{(1+r)^c} + \frac{D}{(1+r)^d} + \frac{E}{(1+r)^e} \text{ etc., etc.}$$

(Appelons cette somme : S) ; après quoi, l'on trouverait le temps *n* par la formule suivante : $n = \frac{Lp - LS}{L(1+r)}$

Si au lieu de faire un payement *p* égal à $B + C + D + E$ etc., le débiteur voulait faire un payement *p* plus grand ou plus petit que $B + C + D + E$, etc., mais toujours plus grand que S,—car autrement le problême serait absurde ;—on n'aurait évidemment rien à changer à la formule.

Mais si, au lieu de demander le temps où il doit faire tel payement déterminé, le débiteur demandait au contraire l'unique somme *p* à payer, pour s'acquitter du tout, au bout du temps *n* ; alors on emploierait cette formule : $Lp = L(1 + r)^n + LS$.

IV.

Une rente annuelle a doit être payée pendant un nombre d'années n ; et l'on veut s'en acquitter par un unique payement. Si le payement est égal au produit de n par a ; on trouvera le temps t, après lequel devra se faire ce payement, par la formule :

$$\text{I.} \qquad t = \frac{Ln + Lr + L(1+r)^n - L[(1+r)^n - 1]}{L(1+r)}$$

Si le payement p est plus grand ou plus petit que na (mais toujours plus grand que la valeur présente de na, car autrement le problème serait encore absurde) ; on trouvera t par la formule :

$$\text{II.} \qquad t = \frac{Lp + Lr + L(1+r)^n - La - L[(1+r)^n - 1]}{L(1+r)}$$

Si au lieu de demander t en donnant p ; le débiteur demandait p en donnant t, alors on emploierait cette formule :

$$\text{III.} \quad Lp = L(1+r)^t + La + L[(1+r)^n - 1] - L(1+r)^n - Lr$$

Les formules qui précèdent sont relatives à une annuité payable *fin l'an* ; si l'annuité était payable d'avance ou sous forme de placement, on se servirait des trois formules suivantes, parfaitement identiques pour les deux cas.

$$\text{I.} \qquad t = \frac{Ln + Lr + L(1+r)^{n-1} - L[(1+r)^n - 1]}{L(1+r)}$$

$$\text{II.} \qquad t = \frac{Lp + Lr + L(1+r)^{n-1} - La - L[(1+r)^n - 1]}{L(1+r)}$$

$$\text{III.} \quad Lp = L(1+r)^t + La + L[(1+r)^n - 1] - Lr - L(1+r)^{n-1}$$

V.

Soit c, un capital entre les mains d'un débiteur ; le débiteur paye annuellement une somme a, plus grande ou plus petite que cr (l'intérêt annuel de c) ; par là, il diminue ou il augmente sa dette ; et après n d'années il se trouve redevable du montant m.

Les formules suivantes font connaître respectivement m, c, a, n, lorsque les quatre autres de ces cinq choses m, c, a, n, r, sont données.

I.—Si les annuités sont payables *fin l'an.*

Etant donnés	Trouv.	Formules.
c a n r	m	$m = c \times (1+r)^n - \frac{a \times [(1+r)^n - 1]}{r}$
m a n r	c	$Lc = L(mr + a \times [(1+r)^n - 1]) - Lr - L(1+r)^n$
m c n r	a	$La = L[c \times (1+r)^n - m] + Lr - L[(1+r)^n - 1]$
m c a r	n	$n = \frac{L(mr - a) - L(cr - a)}{L(1+r)}$

II.—Si les annuités sont payables d'avance.

Etant donnés	Trouv.	Formules.
c a n r	m	$m = c \times (1+r)^{n-1} - \frac{a \times [(1+r)^n - 1]}{r}$
m a n r	c	$Lc = L(mr + a \times [(1+r)^n - 1]) - Lr - L(1+r)^{n-1}$
m c n r	a	$La = L[c \times (1+r)^{n-1} - m] + Lr - L[(1+r)^n - 1]$
m c a r	n	$n = 1 + \frac{L(mr - a) - L[cr - a(1+r)]}{L(1+r)}$

III.—Si les annuités sont sous forme de placements.

Etant donnés	Trouv.	Formules.
c a n r	m	$m = c \times (1 + r)^n - \frac{a \times [(1+r)^{n+1} - (1+r)]}{r}$
m a n r	c	$Lc = L(mr + a \times [(1+r)^{n+1} - (1+r)]) - Lr - L(1+r)^n$
m c n r	a	$La = L[c \times (1+r)^n - m] + Lr - L[(1+r)^{n+1} - (1+r)]$
m c a r	n	$n = \frac{L[mr - a(1+r)] - L[cr - a(1+r)]}{L(1+r)}$

N.B.—On trouvera *r*, dans les trois cas, par supposition, comme ci-dessus.

Si la somme *a*, au lieu d'être payée annuellement par le débiteur, était au contraire, prêtée au même débiteur par le créancier ; alors, on n'aurait, dans les formules précédentes, qu'à changer le signe de *a*. On mettrait + à la place de —, et — à la place de +. La dette augmenterait alors rapidement.

VI.

Trouver un capital qui s'est monté à *M* dans un temps *N*, et à *m*, dans un temps *n*.

Formule : $Lc = \frac{NLm - nLM}{N - n}$

Trouver le montant *M*, d'un capital *C*, dans un temps *N*, lorsqu'on sait qu'un autre capital *c*, a donné un montant *m*, dans un temps *n*.

Formule : $LM = \frac{NLm - NLc + nLC}{n}$

Trouver le montant *M* d'un capital *C*, dans un temps *N*, lorsqu'on sait qune le même capital a donné un montant *m*, dans un temps *n*.

Formule : $LM = \frac{NLm - NLc + nLC}{n}$

Trouver au bout de quel temps *N*, un capital *C* deviendra *M*, lorsqu'on sait qu'un autre capital *c* est devenu *m*, au bout d'un temps *n*.

Formule : $\mathrm{N} = \dfrac{\mathrm{nLM} - \mathrm{nLC}}{\mathrm{Lm} - \mathrm{Lc}}$

Trouver au bout de quel temps *N*, un capital *C* deviendra *M*, lorsqu'on sait que le même capital est devenu *m*, au bout d'un temps *n*.

Fotmule : $\mathrm{N} = \dfrac{\mathrm{nLM} - \mathrm{nLc}}{\mathrm{Lm} - \mathrm{Lc}}$

VII.

Soit *c* un capital ou un bien fonds, dont le revenu annuel est *a*, au taux *r*. On trouve respectivement *c*, *a*, *r*, par les trois formules :

$$\mathrm{Lc} = \mathrm{La} - \mathrm{Lr}$$
$$\mathrm{La} = \mathrm{Lc} + \mathrm{Lr}$$
$$\mathrm{Lr} = \mathrm{La} - \mathrm{Lc}$$

Trouver le nombre d'années au bout desquelles la somme des intérêts simples devient égale à *c*.

Formule : $\mathrm{Ln} = \mathrm{Lc} - \mathrm{La}$; ou plus simplement, $\mathrm{n} = \dfrac{1}{\mathrm{r}}$

On trouvera *a* et *c* par les formules :

$$\mathrm{La} = \mathrm{Lc} - \mathrm{Ln} \quad \text{et} \quad \mathrm{Lc} = \mathrm{La} + \mathrm{Ln}$$

VIII.

Déterminer ce que devient *r*, lorsque les versements se font plusieurs fois dans l'année, par exemple tous les mois, ou toutes les semaines, ou tous les jours, etc.

Ordinairement on se contente de diviser *r* par le nombre de payements à faire dans une année ; mais cette méthode est très fausse, puisque le créancier au bout d'une année se trouve avoir reçu en outre de *r* les intérêts des intérêts divers qui lui ont été payés.

On obtiendra la véritable valeur de *r* pour une portion quelconque de l'année, une valeur telle que ni le créancier, ni le débiteur ne souffrira, par la formule :

$$L(1 + r') = \frac{L(1+r)}{n'}$$

Nous appelons r' la valeur de r pour une portion quelconque de l'année, et n' le nombre de payements par an.

Etant donnés r' et r, on connaîtra n' par la formule :

$$n' = \frac{L(1+r)}{L(1+r')}$$

Etant donnés n' et r', on connaîtra r par la formule : $L(1 + r) = L(1 + r')^{n'}$

IX.

Si un débiteur, devant payer une annuité, pendant un temps n, voulait, après avoir payé cette annuité pendant un temps n', moindre que n, se libérer de toute sa dette, par un unique payement, on trouverait facilement la somme à payer, en cherchant par la formule 5e du 1er ou du 2e tableau des annuités, selon le cas, la valeur présente de la dite annuité pour le temps $n - n'$, ou, en d'autres termes, le capital qui, pendant le temps $n - n'$, produirait le même montant que l'annuité.

Si le débiteur au lieu de se libérer complétement, donnait une somme supérieure à l'annuité, mais encore au-dessous du reste de la dette, alors il faudrait que le créancier accordât au débiteur une diminution proportionnelle, ou sur l'annuité à payer,—le nombre des années restant le même,—ou sur le nombre des payements à faire,—la valeur de l'annuité restant la même. —On trouverait, comme ci-dessus, la valeur présente de l'annuité encore due, on en retrancherait la somme payée, et le reste se résoudrait facilement par les formules propres.

Si un débiteur devant payer une annuité pendant un temps n, la payait fidèlement pendant un temps

n', moindre que n, et discontinuait ensuite de la payer pendant un temps n'', l'état de sa dette, au bout du temps n'' serait le montant de l'annuité pour le temps compris entre n' et n'', en supposant $n' + n'' = n$. Si les deux temps n' et n'' étaient inférieurs à n, on y ajouterait la valeur présente des annuités non encore échues ; mais si ces deux temps étaient supérieurs à n, il faudrait y ajouter les intérêts composés pour le nombre d'années, au-delà du temps n. Le débiteur pourrait alors s'acquitter en payant immédiatement toute la somme due, ou en augmentant l'annuité à payer jusqu'à l'expiration du temps n, ou en payant pendant un temps plus ou moins long, soit la même annuité, soit une annuité quelconque plus forte.

X.

Dans les calculs relatifs aux assurances sur la vie, on a souvent besoin de connaître le nombre probable d'années qu'une personne a encore à vivre, ou la probabilité qu'il y a pour elle d'atteindre tel âge. On se servira, pour cela, de la table suivante, dite *table de mortalité*, où l'on voit, d'année en année, le nombre des survivants sur 1286 naissances, jusqu'à l'âge de 95 ans. Etant donné un âge quelconque, on prendra la moitié du nombre des survivants qui correspond à cet âge, on regardera ensuite vis-à-vis quel âge se trouve cette moitié : la différence entre les deux âges sera le nombre d'années probable qu'il reste encore à vivre. La probabilité qu'il y a pour une personne de tel âge d'atteindre tel autre âge, se trouve en divisant l'un par l'autre, les nombres de survivants, correspondants à ces deux âges.

La table suivante est celle de Deparcieux, la plus communément employée.

Ages.	Vivants.	Ages.	Vivants.	Ages.	Vivants.	Ages.	Vivants.	Ages.	Vivants.	Ages.	Vivants.
0	1286	16	842	32	718	48	599	64	409	80	118
1	1071	17	835	33	710	49	590	65	395	81	101
2	1006	18	828	34	702	50	581	66	380	82	85
3	970	19	821	35	694	51	571	67	364	83	71
4	947	20	814	36	686	52	560	68	347	84	59
5	930	21	806	37	678	53	549	69	329	85	48
6	917	22	798	38	671	54	538	70	310	86	38
7	906	23	790	39	664	55	526	71	291	87	29
8	896	24	782	40	657	56	514	72	271	88	22
9	887	25	774	41	650	57	502	73	251	89	16
10	879	26	766	42	643	58	489	74	231	90	11
11	872	27	758	43	636	59	476	75	211	91	7
12	866	28	750	44	629	60	463	76	192	92	4
13	860	29	742	45	622	61	450	77	173	93	2
14	854	30	734	46	615	62	437	78	154	94	1
15	848	31	726	47	607	63	423	79	136	95	0