The copy filmed here has been reproduced thanks to the generosity of:

National Library of Canada

The images appearing here are the best quality possible considering the condition and legibility of the original copy and in keeping with the filming contract specifications.

Original copies in printed paper covers are filmed beginning with the front cover and ending on the last page with a printed or illustrated impression, or the back cover when appropriate. All other original copies are filmed beginning on the first page with a printed or illustrated impression, and ending on the last page with a printed or illustrated impression.

The last recorded frame on each microfiche shall contain the symbol —► (meaning "CONTINUED"), or the symbol ▼ (meaning "END"), whichever applies.

Maps, plates, charts, etc., may be filmed at different reduction ratios. Those too large to be entirely included in one exposure are filmed beginning in the upper left hand corner, left to right and top to bottom, as many frames as required. The following diagrams illustrate the method:

L'exemplaire filmé fut reproduit grâce à la générosité de:

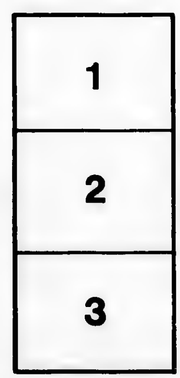
Bibliothèque nationale du Canada

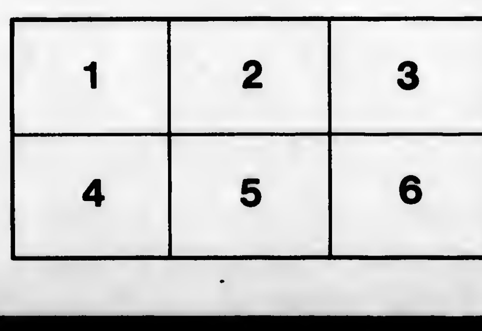
Les images suivantes ont été reproduites avec le plus grand soin, compte tenu de la condition et de la netteté de l'exemplaire filmé, et en conformité avec les conditions du contrat de filmage.

Les exemplaires originaux dont la couverture en papier est imprimée sont filmés en commençant par le premier plat et en terminant soit par la dernière page qui comporte une empreinte d'impression ou d'illustration, soit par le second plat, selon le cas. Tous les autres exemplaires originaux sont filmés en commençant par la première page qui comporte une empreinte d'impression ou d'illustration et en terminant par la dernière page qui comporte une telle empreinte.

Un des symboles suivants apparaîtra sur la dernière image de chaque microfiche, selon le cas: le symbole —► signifie "A SUIVRE", le symbole ▼ signifie "FIN".

Les cartes, planches, tableaux, etc., peuvent être filmés à des taux de réduction différents. Lorsque le document est trop grand pour être reproduit en un seul cliché, il est filmé à partir de l'angle supérieur gauche, de gauche à droite, et de haut en bas, en prenant le nombre d'images nécessaire. Les diagrammes suivants illustrent la méthode.





AB

A

ACADÉ

E X

Sur la Sc
du Com

J. B. R

NOUVELLE

ARITHMÉTIQUE

ANALYTIQUE ET SYNTHÉTIQUE

DES

ACADÉMIES, DES ÉCOLES MODÈLES ET COMMERCIALES,

D'APRÈS LE SYSTÈME DÉCIMAL,

CONTENANT PLUS DE DEUX MILLE

EXERCICES ET PROBLÈMES,

Sur la Science et l'application des Nombres ; sur les Opérations du Commerce ; et le change ; sur les puissances et les racines des Nombres ; les applications Géométriques, etc., etc., etc.

Montréal
J. B. ROLLAND, IMPRIMEUR, LIBRAIRE, EDITEUR.

1858.

PRÉFACE.

L'Arithmétique que nous publions aujourd'hui quoique destinée principalement pour les écoles supérieures, peut néanmoins être employée avec avantage dans les écoles élémentaires ; car les *règles* étant toutes en caractères italiques, les instituteurs qui sont dans l'habitude d'enseigner l'arithmétique d'après les *règles*, sans démonstration ou raisonnement ; pourront le faire facilement en employant celles qui sont données dans cet ouvrage. Mais comme nous ne sommes pas de ceux qui croient, qu'il suffit pour l'enseignement de l'arithmétique, que les élèves opèrent comme des *machines à calcul ;* nous pensons, que s'il est bon de cultiver la mémoire des jeunes élèves ; il faut surtout développer leur intelligence, et leur apprendre de bonne heure à faire usage de leur jugement, en les habituant à se rendre raison de ce qu'ils font, en démontrant leurs opérations de calcul. C'est pour atteindre ce but, qu'on a pris grand soin de rendre les *définitions* et les *règles*, *claires*, *concises*, *exactes* et faciles à comprendre.

On s'est fait un point capital de ne pas devancer un principe, et jamais on a fait usage d'un principe pour l'explication d'un autre, avant qu'il ait été lui-même *expliqué* ou *démontré*.

Les principes sont arrangés dans un ordre *consécutif*, et la *dépendance* de chacun de ceux qui le précèdent, est indiquée par des numéros de *rappel*. Traitée de cette manière, la science de l'arithmétique, présente une série de principes et de propositions semblables en parfaite harmonie et logiques ; et son étude ne peut pas manquer d'exercer la plus heureuse influence, en développant et fortifiant la puissance du raisonnement de l'élève.

Les règles sont *démontrées* avec soin, et les raisons de chaque opération pleinement expliquées. Les exercices et les problèmes sont nombreux et variés ; rappelant chaque principe et en faisant parfaitement comprendre l'application.

Dans l'arrangement des matières, l'ordre naturel de la science à été scrupuleusement suivi. Ainsi après les quatre premières opérations sur les nombres entiers, on a placé les fractions ordinaires, parcequ'elles viennent de la division, étant en effet des divisions *indiquées*, ou *inexécutées;* et puis, parceque dans les opérations des nombres composés on est souvent obligé de s'en servir, à moins que le problème n'ait été préparé à l'avance pour les éviter.

Pour la même raison on a placé les tables des poids et des mesures après les nombres décimaux. Pour la composition de ces tables, on a consulté les meilleurs ouvrages des auteurs modernes, pour ne donner que des indications exactes et authentiques. (1) Un petit abrégé, du système français des poids et mesures, devait naturellement trouver place dans un arithmétique écrite en français.

Dans la seconde partie, qui est l'application et le développement des principes établis dans la première, on s'est efforcé de faire prévaloir les avantages de la méthode du *raisonnement* et de *l'analyse*, que nous appelons volontiers, avec un mathématicien distingué des Etats-Unis, la méthode du SENS COMMUN. S'il nous était permis de donner un conseil aux instituteurs, nous leur recommenderions de ne pas éteindre dans leurs élèves le céleste flambeau de l'intelligence, en surchargeant leur mémoire d'une foule de règles dont ils ne voient pas la raison, et qui émoussent en eux la faculté du raisonnement et de l'observation. (2) Exiger d'un élève qu'il *comprenne une règle* avant qu'il soit familiarisé avec les principes sur lesquels elle est basée, c'est le forcer de *construire un édifice*, avant de lui permettre d'en poser les *fondements.*

MONTRÉAL, Août, 1858.

---

(1) Depuis que les premières feuilles de cet ouvrage sont imprimées; nous avons entendu dire que le gouvernement provincial du Canada a fait frapper une monnaie en argent et en cuivre, d'après le système décimal.

(2.) Voir les Nos. 599, 600, 601, page 399.

EXPLICATION DES SIGNES EMPLOYÉS DANS CET OUVRAGE.

Le signe + veut dire *plus* et indique l'addition.

" " — " " *moins* et indique la soustraction.

Ce même signe — placé entre deux nombres l'un sur l'autre ($\frac{15}{5}$) indique que le nombre supérieur doit être divisé par le nombre inférieur.

Le signe × veut dire *multiplier par*, et indique la multiplication.

" " : " " *diviser par*, et indique la division.

Ce même signe : dans les proportion se lit *est à*.

Le signe : : signifie *comme*.

" " = " *est égal à* ou *égale*.

" " $\sqrt{\ }$ " *racine carrée.*

ERRATA.

Page	14	ligne	30	au lieu de	troisième		lisez	quatrième.
"	18	"	28	"	"	premiers	"	seconds.
"	18	"	30	"	"	seconds	"	premiers.
"	48	"	24	"	"	663	"	653.
"	56	"	15 et 16	"	"	tuyeaux	"	tuyaux.
"	57	"	19	"	"	Une pépinièriste	"	Un pépinièriste.
"	80	"	29	"	"	85750	"	5750.
"	160	"	24	"	"	24½	"	24⅓ cents.
"	174	"	1	"	"	tables divers	"	tables diverses.
"	180	"	38	"	"	665	"	675.
"	184	"	10	lisez ou mesures de capacité en mesures de liquide.				
"	185	"	18	au lieu de		10°266	lisez	10°26′.
"	200	"	14	"	"	$\frac{3707\times72}{2\times2202}$	"	$\frac{37067\times72}{2\times2202}$.
"	233	"	16	"	"	8149991	"	8499915.
"	270	"	5	"	"	basse	"	base
"	300	"	7	"	"	gas	"	gaz.
"	312	"	20	lisez ne change pas tant qu'on n'altère pas, etc.				
"	327	"	38	au lieu de		contant	lisez	comptant.
"	344	"	5	"	"	division	"	diviseur.
"	360	1er colonne lisez $1\dot{2}\dot{8}1$.		2me colonne lisez $5\dot{4}\dot{9}\dot{2}\dot{9}$.				
"	376	ligne	25	au lieu de		La geométrie qui;	"	La géométrie enseigne.
"	384	"	8	"	"	motié	lisez	moitié.
"	387	"	36	"	"	papé	"	payé.

TABLE.

PAGE.

NOUVELLE
ARITHMÉTIQUE
DES
ÉCOLES MODÈLES ET COMMERCIALES.

PREMIÈRE PARTIE,
THÉORIE ET PRATIQUE DU CALCUL.

CHAPITRE PREMIER.
NOMBRES ENTIERS.

---

§I. NUMÉRATION.

1. DÉFINITIONS PRÉLIMINAIRES.

1. On appelle *quantité tout ce qui est susceptible d'augmentation et de diminution :* ainsi il n'est aucun objet qui, considéré sous ce point de vue, ne puisse être rangé parmi les quantités.

2. Nous ne pouvons nous former une idée de la grandeur d'une quantité qu'en *la mesurant*, c'est-à-dire *qu'en la comparant à une autre quantité de même espèce.* Que l'on me présente, en effet, une pièce d'étoffe roulée sur elle-même, il est certain que je n'ai nulle idée de sa longueur; mais si je prends une longueur quelconque, une verge par exemple, et que je la porte sur l'étoffe autant de fois qu'elle pourra y être contenue, j'acquerrai une idée exacte de la longueur de cette étoffe.

3. Cette quantité arbitraire à laquelle je puis comparer toutes les quantités de la même espèce se nomme *Unité:* on dit donc que *l'unité est une quantité que l'on prend arbitrairement pour servir de commune mesure dans la comparaison des quantités de même espèce.*

4. L'idée de nombre est une des premières idées que l'enfant acquiert par les sens et surtout par celui de la vue. Il est impossible en effet, quand on considère des objets quelconques, de ne pas remarquer s'ils sont seuls ou non. De là l'idée d'unité ou de pluralité, qui est véritablement l'idée première du nombre.

5. *On appelle* NOMBRE *la collection de plusieurs unités, c'est-à-dire de plusieurs quantités de même espèce et égales entre elles.*

6. Le mot d'unité désigne un seul des objets que l'on considère.

7. Les objets de même espèce sont exprimés par le même nom ou par les mêmes mots ; exemple : des hommes, des maisons, des animaux, etc., etc.

8. On forme les nombres de la manière la plus simple par l'addition successive de l'unité ainsi qu'il suit :

En parlant de *un* qui représente l'unité, on dit :

Un et *un* font *deux ;*

Deux et *un* font *trois ;*

Trois et *un* font *quatre ;*

Et ainsi de suite pour les nombre, *cinq*, *six*, *sept*, *huit*, *neuf*, *dix*, *etc.*, la suite des nombres est infinie ; car, quelque grand que l'on suppose un nombre, en lui ajoutant *un*, on formera un nombre encore plus grand.

9. Lorsqu'en énonçant un nombre on désigne l'espèce des unités qu'il renferme, on l'appelle *nombre con-*

cret. On dit que le nombre est *abstrait* dans le cas contraire : ainsi vingt hommes, cinquante maisons ; sont des nombres *concrets*, et douze est un nombre *abstrait ;* car lorsque j'entends prononcer ce mot *douze* par exemple, il réveille en moi l'idée de *douze* choses égales et de même espèce ; mais j'ignore quelles sont ces choses : ce nombre est donc *abstrait.*

10. Ces dénominations, que l'usage a consacré, ne sont pas tout-à-fait exactes, ou du moins elles ont besoin, d'une explication pour être bien comprises. Les mots *trois*, *cinq*, ou les signes par lesquels on peut les représenter, ne sont que des *noms abstraits*, que des *représentations abstraites* de nombre. Dans *trois hommes*, *cinq maisons*, les mots *trois*, *cinq*, sont de véritables adjectifs numéraux, qui servent à ajouter une idée de réunion, à l'idée des objets que l'on considère.

11. Les nombres sont dits *entiers* quand on considère des unités entières, des objets entiers ; exemple, *six oranges, huit jours.*

12. Les nombres sont dits *fractionnaires*, ou simplement *fractions* quand on considère que des parties égales de l'unité dont il s'agit ; exemple : *une moitié de pomme, trois quarts d'heure.*

13. Les nombres sont dits *complexes* quand ils sont composés de nombres entiers de l'unité et des subdivisions de cette unité ; exemple : trois ans, sept mois, dix jours.

14. L'arithmétique est la science (1) des nombres. Elle fait connaître leurs propriétés, et nous donne la raison des procédés qu'on emploie pour les combiner entre eux.

15. Elle se divise en deux parties ; la *numération et* le calcul.

---

(1) Une science est une suite de faits enchaînés les uns aux autres, et qu'on découvre successivement, à l'aide de l'observation et du raisonnement.

16. ***La numération est la partie de l'arithmétique qui enseigne à former, à énoncer et à représenter les nombres.***

17. *Enoncer* un nombre, c'est l'exprimer par la parole, c'est-à-dire lui donner le nom qu'il lui convient.

On forme les noms de nombre, d'après certaines conventions particulières qui sont l'objet de la *numération parlée.*

18 *Représenter* un nombre, c'est l'exprimer par l'écriture au moyen de signes et de conventions particulières qui sont l'objet de la numération écrite.

Il y a donc deux sortes de numérations : la numération parlée et la numération écrite :

QUESTIONNAIRE.

Qu'appelle-t-on quantité ? (1)

Comment pouvons-nous nous former une idée de la grandeur d'une quantité ? (2)

Qu'est-ce que l'unité ? (3)

Qu'est-ce qu'un nombre ? (5)

Que signifie le mot unité ? (6)

Qu'entend-on par objets de même espèce ? (7)

Qu'est-ce que l'on entend par un nombre abstrait ? (9)

Par un nombre concret ? (9)

Qu'est-ce qu'un nombre entier ? (11)

Qu'est-ce qu'un nombre fractionnaire ou une fraction ? (12)

Qu'est-ce qu'un nombre complexe ? (13)

Qu'est-ce que l'arithmétique ? (14)

Comment divise-t-on l'arithmétique ? (15)

Qu'est-ce que la numération ? (16)

De quelle manière forme-t-on les nombres ? (18)

Qu'entend-on par énoncer un nombre ? (17)

Combien y a-t-il de sortes de numérations ? (18)

2. NUMÉRATION PARLÉE.

19. *La numération parlée est l'art* (1) *d'énoncer tous les nombres possibles à l'aide d'un nombre limité de mots, c'est-à-dire d'un nombre de mots moindre que celui des nombres eux-mêmes.*

---

(1) Ce mot art veut dire ici *méthode, manière;* il aura la même signification dans les définitions relatives à la numération écrite.

20. On entend par *Système* de numération parlée, *l'ensemble des conventions*, que l'on a faites pour former les noms de nombre.

21. Voici en quoi consiste ce système :

Après avoir donné un nom particulier aux dix premiers nombres ; un, deux, trois, quatre, cinq, six, sept, huit, neuf, dix, on est convenu de regarder le nombre, dix comme une nouvelle unité d'un article supérieur, qu'on appelle dizaine, et de compter par dizaine comme on a compté par unités simples.

Ainsi la dizaine est l'unité du second ordre, qui vaut dix unités simples.

Une dizaine et une dizaine forment deux dizaines qu'on nomme vingt.

Deux dizaines et une dizaine forment trois dizaines ou trente.

Trois dizaines et une dizaine forment quatre dizaines ou quarante.

Quatre dizaines et une dizaine forment cinq dizaines ou cinquante.

Cinq dizaines et une dizaine forment six dizaines ou soixante.

Six dizaines et une dizaine forment sept dizaines ou soixante-dix.

Sept dizaines et une dizaine forment huit dizaines ou quatre-vingts.

Huit dizaines et une dizaine forment neuf dizaines ou quatre-vingt-dix.

Neuf dizaines et une dizaine forment dix dizaines ou cent.

22. En plaçant successivement entre dix et vingt, vingt et trente, trente et quarante, etc., les noms des neuf premiers nombres, on a formé les noms de tous les nombres, depuis dix jusqu'à quatre-vingt dix-neuf, ainsi qu'il suit :

Dix-un que l'usage a remplacé par onze ;

Dix-deux ou douze.
Dix-trois ou treize.
Dix-quatre ou quatorze.
Dix-cinq ou quinze.
Dix-six ou seize.
Dix-sept.
Dix-huit.
Dix-neuf.

Vingt, vingt-un, vingt-deux,... trente, trente-un, trente-deux,... quarante, quarante-un, quarante-deux,... cinquante, cinquante-un, cinquante-deux,... soixante, soixante-un, soixante-deux... soixante-dix, soixante-onze, soixante-douze,... quatre-vingt-un, quatre-vingt-deux,... quatre-vingt-dix, quatre-vingt-onze, quatre-vingt-douze,... quatre-vingt-dix-huit, quatre-vingt-dix-neuf.

23. En ajoutant un au nombre quatre-vingt-dix-neuf, c'est-à-dire à neuf dizaines et neuf unités, ajoutant un unité, on obtient neuf dizaines et une dizaine ou dix dizaines, dont on forme une nouvelle unité du troisième ordre appelée *centaine* ou *cent*, et l'on compte par centaines comme on a compté par dizaines et par unités simples en disant cent, deux cents, trois cents, cinq cents, neuf cents.

24. En plaçant successivement entre cent et deux cents, deux cents et trois cents, etc.,.. les noms des quatre-vingt-dix-neuf nombres précédents, on forme les noms de tous les nombres, depuis un jusqu'à neuf cent quatre-vingt-dix-neuf.

25. Neuf cent quatre-vingt-dix-neuf, augmentés de un donnent le nombre mille, qui se compose, comme on voit, de dix centaines, et qui est l'unité du troisième ordre; dix mille forment la dizaine de mille, unité du cinquième ordre; dix dizaines de mille forment la centaine de mille, unité du sixième ordre.

En plaçant successivement devant mille, et entre deux nombres consécutifs de mille les noms de tous les nombres, inférieurs à mille, on forme les noms de tous les nombres, depuis un jusqu'à neuf cent quatre-vingt-dix-neuf mille neuf cent quatre-vingt dix-neuf.

26. On considère les mille comme formant une classe supérieure d'unités qui a ses unités, ses dizaines, ses centaines, comme les unités simples. Ainsi les unités simples formant la première classe d'unités, les mille forment la seconde classe.

27. De la même manière mille mille forment une unité de la troisième classe, qu'on nomme *million* et qui a aussi ses unités, ses dizaines, et ses centaines.

Mille millions forment le billion, unité de la quatrième classe. Mille billions forment le trillion, unité de la cinquième classe. Et ainsi de suite.

28. En résumé, le Système de la numération parlée est fondée sur cette double convention que dix unités d'un même ordre forment une unité d'un ordre supérieur, et que la réunion de trois ordres d'unités forme une unité d'une classe supérieure qu'on appelle, pour cette raison, *classe* ternaire.

Ce système a reçu le nom de *décimal*, parce que le nombre dix en est la base.

29. Presque tous les peuples de la terre ont adopté le système décimal, probablement parce que les hommes ont commencé à compter sur leurs doigts. Peut-être même la division de chaque doigt en trois phalanges, a-t-elle donné l'idée des trois ordres, unités, dizaines, centaines, qui composent chaque classe. Quoiqu'il en soit, on peut s'aider de ce moyen pour retenir les noms et la succession des unités des diverses ordres, et des diverses classes qui sont résumés dans le tableau suivant :

5me classe.	4me classe.	3me classe, millions.			2me classe, mille.			1re classe Unités simples.		
Trillions.	Billions.	Centaines de millions, 9me ordre.	Dizaines de millions, 8me ordre.	Unités de million, 7me ordre.	Centaines de mille, 6me ordre.	Dizaines de mille, 5me ordre.	Unités de mille, 4me ordre.	Centaines. 3me ordre.	Dizaines. 2me ordre.	Unités simples, 1er ordre.

30. On peut remarquer qu'une unité d'un ordre quelconque vaut dix, cent, mille... unités d'un ordre inférieur selon que celle-ci est à un, deux, ou trois... rangs après celle-là. Ainsi, l'unité de mille vaut cent dizaines qui sont au second rang après elles ; la centaine de mille est mille fois plus grande que la centaine, qui est au troisième rang après elle, et ainsi des autres.

31. L'utilité du système de numération, tel que celui qui vient d'être exposé, consiste en ce que la nomenclature des nombres, c'est-à-dire la liste des noms de nombre, quoique tous différents entre eux, se réduit à la combinaison d'un petit nombre de mots faciles à retenir, et de plus, par suite de la formation de chaque unité de dix en dix, il est facile de se faire une idée de la grandeur des nombres, ce qui eût été impossible si on leur avait donné des noms pris au hasard, et sans aucune relation mutuelle.

32. La numération parlée convient aux trois espèces de nombres, entiers, fractionnaires ou complexes, c'est-à-dire qu'on se sert des mêmes noms de nombre, soit que l'on considère des objets entiers, soit que l'on considère des parties égales qu'on aurait faites de ces objets.

Il n'en est pas de même de la numération écrite, comme on le verra dans les chapitres suivants.

QUESTIONNAIRE.

Qu'est-ce que la numération parlée ? (19).

Qu'entend-on par système de numération ? (20).

En quoi consiste le système de la numération adoptée ? (21).

Qu'est-ce qui a donné l'idée de ce système ? (29).

Comment a-t-on formé tous les noms de nombre depuis un jusqu'à cent ? (23).

Depuis un jusqu'à mille ? (24).

Depuis un jusqu'à un million ? (25).

Qu'est-ce qu'un ordre d'unités ? (28).

Qu'est-ce qu'une classe d'unités ? (28).

Qu'elle est l'utilité d'un système de numération et en particulier du système décimal ? (31).

Qu'elle est la base du système de numération ? (28).

Quel nom porte ce système ? (28).

La nomenclature des nombres, c'est-à-dire les noms de nombre, sert-elle pour toutes les espèces de nombres ? (32).

EXERCICES.

1. Quelle est l'unité du premier ordre ? du second ordre ? du troisième ordre ?

2. De quel ordre d'unités sont les mille ? les centaines de mille ?

3. Combien d'ordres d'unités chaque classe renferme-t-elle ?

4. Quelles sont les unités de la première classe ? de la seconde classe ? de la troisième classe ?

5. De quelle classe sont les millions ? les trillions ?

6. Dites de quel ordre et de quelle classe sont les dizaines ? les centaines de mille ?

7. Nommez l'unité du premier ordre de la première classe ?

8. Nommez l'unité du troisième ordre de la seconde classe ?

9. Nommez l'unité du second ordre de la troisième classe ?

10. Quelle différence faites-vous entre les mots unités, tout seul, et unités simples ?

11. Les noms de nombre sont-ils infinis comme les nombres eux-mêmes ? Pourquoi ?

12. Combien de mots sont nécessaires pour compter depuis un jusqu'à cent ? depuis un jusqu'à mille ? depuis un jusqu'à un

million? depuis un jusqu'aux billions? depuis un jusqu'aux trillions?

13. Pour compter un grand nombre de crayons, on a commencé par en faire des paquets de dix, et il en est resté quatre; de ces premiers paquets on a fait encore des paquets de dix, et il en est resté cinq; de ces nouveaux paquets on en a encore fait sept paquets de dix, et il en est resté huit. Quel est le nombre des crayons?

3. NUMÉRATION ÉCRITE.

33. La difficulté d'embrasser d'un seul coup d'œil l'expression d'un nombre un peu considérable, et par suite celle plus grande encore de combiner plusieurs nombres ensemble, a fait sentir la nécessité de *représenter les nombres plus simplement que par l'écriture en toutes lettres.* On a donc observé que l'on a formé les noms des nombres, en combinant les noms des neuf premiers avec ceux des unités de différents ordres: Unité, dizaine, centaine, mille, million, etc. Cette remarque a fait naître l'idée de représenter les neuf premiers nombres respectivement par les caractères ou chiffres. D'où la *Numération écrite est l'art de représenter tous les nombres possibles à l'aide d'un nombre limité de signes qu'on appelle chiffres.*

Ces chiffres sont au nombre de dix, savoir

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0,

Un, deux, trois, quatre, cinq, six, sept, huit, neuf, zéro,

Les mots, un, deux, trois, etc. représentent les noms de nombre; les chiffres 1, 2, 3, etc. représentent les nombres eux-mêmes; les premiers ne sont compris que par les peuples qui parlent, ou qui comprennent le français, les seconds sont compris de tous les peuples qui ont adopté ces signes que l'on attribue aux Arabes, et que l'on appelle pour cela chiffres arabes.

34. On a éludé la difficulté, qu'il y aurait eu à donner un signe différent à chaque nombre, en remarquant que chaque unité est décuple de la précédente, ce qui a fait naître l'heureuse idée d'attribuer à chaque chiffres deux valeurs; l'une que l'on appelle *Valeur absolue*, en vertu de laquelle un chiffre représente une certaine collection d'unités d'un ordre quelconque; l'autre que l'on appelle *valeur de position*, qui consiste en ce qu'un chiffre placé à la gauche d'une autre représente des unités dix fois plus grandes que celles indiquées par cet autre.

35. Le système de numération écrite repose sur les deux conventions suivantes;

1°. Tout chiffre placé à la gauche d'un autre représente des unités d'un ordre immédiatement supérieur; 2°. le chiffre 0 sert à remplacer les unités des divers ordres qui manquent dans le nombre.

Ainsi pour représenter le nombre quarante-huit qui se compose de huit unités et de quatre dizaines, on écrit 48.

Le nombre sept cent trente-six s'écrit 736.

Le nombre huit mille quatre cent cinquante-quatre, s'écrit 8454.

Six cent trente quatre mille neuf cent trente-un, s'écrit 634931.

Le nombre quarante qui contient quatre dizaines sans unités simples, s'écrit 40.

Le nombre trois cent cinq, qui ne contient pas de dizaines, 305.

Le nombre quatre mille, 4000.

Soixante dix mille quarante, 70040.

Quatre cent deux mille huit, 402008.

Cinq millions sept cent mille deux cent, 5700200.

On voit donc qu'au moyen de dix chiffres et de la convention établie on peut représenter tous les nombres imaginables.

36. Il faut remarquer que le rang des chiffres à partir du chiffre des unités simples est le même que l'ordre d'unités qu'ils représentent; ainsi les dizaines sont au deuxième rang, les centaines au troisième, les dizaines de mille au cinquième etc. etc.

37. Règle. *Pour énoncer un nombre écrit en chiffres, on partage le nombre en tranches de trois chiffres chacune, en allant de droite à gauche, et prononçant le nom de la classe d'unités de chaque tranche, unités, mille, millions, etc.* La dernière tranche à gauche pourrait avoir qu'un ou deux chiffres. *Puis reprenant par la gauche, on énonce successivement chaque tranche comme si elle était seule, en y ajoutant le nom de la classe d'unités qui lui correspond.*

Démonstration. En effet, soit le nombre 15758649, les trois premiers chiffres à droite, d'après la convention établie, représente en allant de droite vers la gauche les unités, les dizaines, les centaines, d'unités simples ; les trois suivants représentent les unités, les dizaines et les centaines de mille ; le septième et le huitième représentent les unités et les dizaines de millions ; On dira donc quinze millions sept cent cinquante huit mille six cent quarante-neuf.

Cette règle sert à abréger l'énoncé des nombres ; ainsi dans l'exemple précédent, on aurait dû énoncer neuf unités, quatre dizaines, six centaines, huit mille, cinq dizaines de mille etc. etc.

38. Remarque. Si quelqu'une des tranches était composée de zéros, ou s'il y avait un ou deux zéros à la gauche de la tranche, on ne tiendrait aucun compte de ces zéros dans l'énoncé du nombre, c'est-à-dire que dans le premier cas on passerait sous silence la classe d'unités représentée par les trois zéros, et dans le deuxième cas, les unités qui manqueraient dans la classe.

En effet 038 et 006, par exemple, sont la même chose que 38 et 6.

Ainsi le nombre 8,000,060,009 s'énonce huit billions soixante mille neuf.

39. Règle. *Pour déterminer le nombre d'unités d'un ordre quelconque renfermé dans un nombre entier donné, on met un point après le chiffre des unités de l'ordre indiqué, et on énonce le nombre résultant à gauche.*

Ainsi le nombre 893,207, renferme 89320 dizaines, 8932 centaines, 893 mille, 89 dizaines de mille, et 8 centaines de mille.

Car tout est semblable, soit par rapport au chiffre des unités simp'es, soit par rapport au chiffre des unités de l'ordre indiqué.

40. Lorsqu'un nombre est écrit en toutes lettres, il est facile de le traduire en chiffres; mais lorsqu'il est seulement dicté ou énoncé, il faut une assez longue habitude pour l'écrire sans commettre d'erreur; on y parviendra en se conformant à la règle suivante.

41. RÈGLE. *Pour écrire en chiffre un nombre énoncé, on écrit successivement, en allant de gauche à droite, les nombres de diverses classes d'unités, tels qu'ils sont énoncés, en ayant soin de remplacer par trois zéros les classes d'unités qui manquent, et par des zéros les unités des divers ordres qui viendraient à manquer dans chaque classe.*

Ainsi, trois-mille-deux-cent-quarante-sept, s'écrit 3,247.

Quarante-mille-deux-cent, 40,200.

Cent-deux-mille-cent-un, 102,101.

Trois-millions-cinquante, 3,000,050.

Quatre-cent-million-trois-mille, 400,003,000.

Vingt-billions-cinquante-mille-huit 20,000,050,008..

42. RÈGLE. *Pour écrire en chiffres un nombre quelconque d'unités d'un ordre donné, on écrit le nombre tel qu'il est énoncé en le faisant suivre d'autant de zéros qu'il est nécessaire pour que le dernier chiffre du nombre soit au rang qui convient aux unités de l'ordre proposé.*

Ainsi pour écrire en chiffres quarante trois dizaines, on écrira d'abord 43; mais comme le chiffre des dizaines doit être au deuxième rang on écrira un zéro, après le 3, et on aura 430; Quatre-cent-six-centaines, s'écrit 40,600.

Huit-cent-vingt-mille, s'écrit 820,000.

QUESTIONNAIRE.

Qu'est-ce que la numération écrite ? (33)

Qu'est-ce que les chiffres? (33)

Combien y a-t-il de chiffres ? (33)

En quoi consiste le système de la numération écrite ? (35)

Quelle différence y a-t-il entre l'écriture des nombres en lettres ordinaires ou en chiffres ? (33)

Qu'elle est la règle pour énoncer un nombre écrit en chiffres? (37)

Que fait-on s'il y a des zéros ? (38)

Qu'est-ce qui a conduit à partager le nombre en tranches de trois chiffres, en allant de droite à gauche ? (37)

N'aurait-on pas dû partager le nombre de gauche à droite ? (37)

Comment peut-on déterminer le nombre d'unités d'un ordre quelconque renfermé dans un nombre écrit en chiffres ? (39)

Quelle est la règle pour écrire en chiffres un nombre sous la dictée ? (40)

Pour écrire un nombre d'unités d'un ordre quelconque ? (42)

EXERCICES. II.

Ecrire les nombres suivants, d'abord en les voyant écrits en toutes lettres, ensuite en les entendant énoncer :

14. Trois, cinq, sept, huit, neuf, douze, quinze, dix-huit, vingt-un, vingt-trois.

15. Vingt-huit, trente-six, trente-neuf, quarante, quarante-cinq cinquante, cinquante-six.

16. Cinquante-huit, soixante-deux, soixante-quatre, soixante-sept, soixante-dix.

17. Soixante-dix-huit, quatre-vingt, quatre-vingt quatre, quatre-vingt dix, quatre-vingt-douze.

18. Quatre-vingt-quinze, cent, cent-un, cent-huit, cent-douze.

19. Cent-quatre-vingt-quatorze, cent-quatre-vingt-six, deux-cents, deux-cent-sept.

20. Six-cent-quarante-huit, six-cent-cinquante-cinq, sept-cent-huit, sept-cent-dix-sept.

21. Deux-mille-cinq, quatre-mille-quatre, six-mille-quatre-cent-six, huit-mille sept.

22. Dix-mille-sept, vingt-quatre-mille-dix-neuf, trente-mille-quatre-cent-six, mille-huit.

23. Soixante-quinze-mille-six-cent-quatre-vingt-quatorze, trois-cent-mille-vingt-sept.

24. Cinq-cent-quatre-mille-deux-cent-cinq, neuf-cent-vingt-mille-huit-cent-quatre-vingt-quinze.

25. Sept-cent-vingt-et-un-mille-quatre-vingt-dix-huit, deux millions neuf.

26. Quatre-millions-quatre-mille-deux-cent-sept, cinq-millions-deux-cent-quatorze-mille-huit.

27. Deux-cent-millions-trois-cent-mille-sept-cent-quinze.

28. Quatre-billions ou milliards-soixante-quinze-millions-neuf-cent-mille-trois-cent-quarante-six.

29. Six-billions-deux-cent-quatre-millions-cinquante-quatre-mille-quatre.

30. Trois-cent-cinq-billions-cinquante-quatre-millions-cent-quarante-deux-mille-quatre-vingt-six.

31. Nommez l'unité du troisième rang, du cinquième, du septième, du huitième.

Enoncer les nombres suivants :

32. 6, 7, 9, 8, 12, 14, 15, 16, 18, 19, 20, 22, 25, 29, 30, 33.

33. 38, 40, 45, 47, 52, 56, 59, 75, 78, 88, 86, 94, 98, 101, 108.

34. 117, 118, 121, 124, 127, 130, 131, 132, 136, 138, 140, 144, 146.

35. 201, 208, 209, 211, 214, 215, 236, 240, 280, 292, 295, 212.

36. 341, 344, 318, 387, 392, 396, 397, 398, 309, 400, 401, 009.

37. 0008, 8000, 5736, 5948, 5007, 5099, 10429, 10037, 13540.

38. 28379, 40,320, 82307, 110349, 137008, 248047, 3745038.

39. 7890004, 18046097, 1864780, 88678796, 8547213045.

40. 12340078, 246007809, 34083276400.

41. Ecrivez les nombres suivants :

Trent-quatre *centaines*, cent-vingt-huit *dizaines* de mille, cinquante *deux millions*, six cents *centaines de mille*, huit-mille deux cent *millions*, quatre-cent-vingt-trois *centaines de millions*.

§ II. CALCUL DES NOMBRES ENTIERS.

I. DÉFINITIONS PRÉLIMINAIRES.

43. Le calcul est la partie de l'arithmétique qui enseigne à faire, sur les nombres, certaines opérations dans le but de former d'autres nombres plus promptement que par la numération.

44. Le calcul renferme un assez grand nombre d'opérations, parmi lesquelles il y en a quatre qu'on appelle *fondamentales*, parce qu'elles sont la base de toutes les autres, et que toutes les autres s'y ramènent; ce sont *l'addition, la soustraction, la multiplication et la division.*

45. Dans chacune de ces opérations on doit considérer :

1. La définition, qui fait connaître le but qu'on se propose ;

2. La règle, qui indique le moyen le plus simple et le plus prompt pour arriver au but proposé ;

3. L'exemple, qui n'est que l'application de la règle.

4. La démonstration, qui prouve que la règle est parfaitement conforme à la définition ;

5. L'usage, qui indique dans quels cas, l'opération doit être employée ;

6. La preuve, qui consiste dans une seconde opération que l'on fait pour s'assurer qu'on ne s'est pas trompé dans la première. Il est évident que la preuve ne doit pas être plus difficile que l'opération elle-même.

46. Le calcul est différent suivant la nature des nombres sur lesquels on opère.

Celui des nombres entiers se présente le premier comme étant le plus simple.

Le calcul des nombres fractionnaires et complexes, se raméne à celui des nombres entiers, ainsi qu'on le verra dans les chapitres suivants.

47. Un *problème* de calcul est l'énoncé d'une question dans laquelle il s'agit de trouver un, ou plusieurs nombres inconnus en opérant sur des nombres donnés.

48. *Résoudre un problème*, c'est déterminer le nombre ou les nombres inconnus au moyen des nombres connus.

49. La *solution* est la suite des raisonnements et des opérations que l'on fait pour arriver au résultat demandé.

On donne aussi quelquefois ce nom au résultat lui-même.

50. On appelle *théorème* une proposition dont la vérité n'est pas évidente par elle-même, et qui, par conséquent, a besoin d'être démontrée.

Lorsque la proposition est importante par ses applications, elle prend le nom de principe.

51. Une proposition évidente par elle-même s'appelle *axiome.* Exemple *le tout est plus grand que la partie ;* deux choses égales à une troisième sont égales entre elles, etc., etc.

QUESTIONNAIRE.

Qu'est-ce que le calcul ? (43)

Quel est le but du calcul ? (43)

Combien y a-t-il d'opération fondamentales ? (44)

Pourquoi les nomme-t-on ainsi ? (44)

Quels sont les noms de cès quatre opérations ? (44)

Qu'est-ce que la définition d'une opération ? (45)

Qu'est-ce qu'une règle de calcul ? (45)

Quel est le but de la démonstration ? (45)

Qu'entend-on par preuve d'une opération ? (45)

Qu'est-ce qu'un problème de calcul ? (47)

Qu'est-ce que résoudre un problème ? (48)

Qu'est-ce que la solution d'un problème ? (49)

Qu'entend-on par théorème ? (50)

Qu'est-ce qu'un axiome ? (51)

2. ADDITION.

1. DÉFINITIONS ET RÈGLES DE L'ADDITION.

52. L'ADDITION *est une opération qui a pour but de réunir plusieurs nombres en un seul, que l'on appelle* SOMME *ou* TOTAL.

On indique cette opération par le signe + qu'on énonce *plus*, et qu'on place entre les deux nombres à additionner.

53. La somme de deux nombres devant contenir toutes les unités, il est évident que, pour les additionner, il faut ajouter successivement à l'un d'eux toutes les unités qui sont contenues dans l'autre. Veut-on, par exemple, ajouter *quatre* à *cinq*, on dira, en comptant sur ses doigts jusqu'à ce que l'on soit arrivé au quatrième : cinq plus un, six ; plus un, sept ; plus un, huit ; plus un, neuf ; de sorte que cinq et quatre font neuf. Il serait facile d'étendre ce procédé à l'addition de tant de nombres qu'on voudrait. Mais on a dû chercher une méthode plus simple. Voici la règle générale que l'on suit.

54. Règle. *Pour additionner plusieurs nombres, écrivez ces nombres les uns au-dessous des autres, de manière que les unités de même ordre soient dans une même colonne ; soulignez le dernier nombre, pour le séparer du résultat, que vous écrivez au-dessous ; additionnez successivement, en commençant par la droite, les nombres contenus dans chaque colonne ; si la somme ne surpasse pas neuf, on l'écrira telle qu'on l'a trouvée ; si elle contient des dizaines, vous écrirez seulement les unités, et vous retiendrez les dizaines pour les ajouter à la colonne suivante, sur laquelle il faudra opérer comme sur la précédente ; et ainsi de suite jusqu'à la dernière colonne, au-dessous de laquelle vous écrirez la somme trouvée.*

55. Exemple. Soit à additionner les nombres, 345, 449, 746, j'écris les trois nombres proposés en colonne verticale de manière que les unités soient sous les unités, les dizaines sous les dizaines, etc., etc., puis, je tire une ligne horizontale au-dessous du dernier, ainsi qu'on le voit dans le tableau suivant :

$$
\begin{array}{r}
345 \\
449 \\
746 \\
\hline
1540
\end{array}
\quad \textit{Somme} \text{ ou } \textit{total.}
$$

Ensuite commençant par la première colonne à droite, je dis 5 et 9 font 14 et 6 font 20, c'est-à-dire deux dizaines juste, j'écris 0 au-dessous de la colonne des unités et je retiens deux dizaines pour les porter à la colonne suivante des dizaines.

2 de retenus et 4 font 6 et 4 font 10 et 4 font 14, j'écris 4 sous la colonne des dizaines et je retiens 1.

1 de retenu et 3 font 4 et 4 font 8 et 7 font 15 que j'écris.

La somme est donc 1540.

56. Démonstration ; la règle est parfaitement conforme à la définition. En effet, la somme renfermant toutes les unités simples, toutes les dizaines, toutes les centaines des nombres proposés contiendra évidemment toutes les unités simples de ces mêmes nombres.

On voit par là que l'opération se compose d'autant d'additions partielles qu'il y a de colonnes ; mais ces additions partielles sont très-simples, puisqu'il ne s'agit que d'additionner des nombres d'un seul chiffre, et on obtient ainsi le résultat beaucoup plus promptement que si, au premier nombre, on ajoutait une à une toutes les unités du deuxième, et, à cette somme, toutes les unités du troisième.

57. On écrit les nombres en colonne, afin que l'œil puisse embrasser facilement tous les chiffres des unités d'un même ordre.

58. Enfin on commence par la droite, afin de pouvoir reporter facilement à la colonne suivante à gauche des unités, d'un ordre supérieur provenant de l'addition de la colonne précédente.

On voit en effet qu'on serait exposé, si l'on commençait par la gauche, à changer à chaque colonne le résultat qu'on aurait écrit avant d'avoir additionné les chiffres de la colonne suivante à droite.

Au surplus, si le résultat de chaque colonne n'excédait pas 9, il serait indifférent de commencer par la droite ou par la gauche, ou même par une colonne quelconque.

2. USAGE DE L'ADDITION.

59. L'addition s'emploie dans tous les cas où il s'agit d'obtenir le total de plusieurs nombres donnés de même espèce, la réunion de plusieurs nombres pour en faire un tout;.... quand il s'agit d'augmenter un nombre, d'un ou de plusieurs nombres donnés.

60. Il est évident, d'après la définition même du nombre, qu'on ne peut additionner entre eux des nombres d'espèces différentes, à moins qu'on ne puisse leur donner un nom qui convienne à tous, ainsi 3 pêchiers, 5 poiriers, 4 pommiers, font en tout 12 arbres.

3. PREUVE DE L'ADDITION.

61. Règle. *Pour faire la preuve de l'addition, on refait la même opération, mais en ayant soin d'additionner les chiffres allant de bas en haut de chaque colonne.*

62. Autre Règle. *On peut encore séparer un ou plusieurs des nombres proposés, et faire la somme de tous les nombres restants, puis additionner avec cette somme la somme des nombres mis à part.*

63. Quel que soit le procédé que l'on adopte, si le résultat de l'opération qui sert de preuve est le même que le résultat de la première opération, il est *probable* qu'il n'y a pas d'erreur.

Dans le cas contraire, il faut recommencer l'opération.

La preuve ne donne pas la certitude, mais seulement la probabilité qu'on ne s'est pas trompé dans la première opération. On pourrait, en effet, avoir commis dans chaque opération des erreurs qui se compensassent.

64. Problème. Le lundi on a reçu dans une ville 3628 voyageurs; le mardi, 2965; le mercredi, 3475; le jeudi, 2876; le vendredi, 1984; le samedi, 3257; le dimanche, 4239 ; combien a-t-on reçu de personnes en tout pendant la semaine ?

Solution. Il est évident qu'il s'agit de réunir les sept nombres proposés en un seul.

Addition.			*Preuve.*
3628	Nombres mis à part,	3628	Nombres restants, 3475
2965		2965	2876
3475		——	1984
2876		6593	3257
1984			4239
3257			——
4239	Somme des nombres restants,..		15831
——	Somme des nombres mis à part,		6593
Somme 22424 voyageurs.			——
	Somme égale,..............		22424.

Il a donc été reçu en tout 22424 personnes dans la ville pendant la semaine.

65. On peut remarquer qu'on a opéré sur les nombres proposés comme s'ils étaient des nombres abstraits, mais au total on a rétabli le nom de l'unité dont il s'agit.

QUESTIONNAIRE.

Qu'est-ce que l'addition des nombres entiers ? (52)

Comment s'appelle le résultat de cette opération ? (52)

Comment se fait l'addition de plusieurs nombres d'un seul chiffre ? (53)

Quelle est la règle de l'addition des nombres entiers ? (54)

Pourquoi écrit-on les nombres en colonne de manière que les unités de même ordre se correspondent ? (57)

Pourquoi commence-t-on l'opération par la droite ? (58)

Qu'arriverait-il si on commençait l'opération par la gauche ? (58)

Dans quel cas serait-il indifférent de commencer par la première colonne venue ? (58)

Quel est l'usage de cette opération ? (59)

Pourquoi ne peut-on additionner entre eux que des nombres de même espèce ? (60)

Comment se fait la preuve de l'addition ? (61, 62)

La preuve d'une opération donne-t-elle la certitude qu'on ne s'est pas trompé dans cette opération ? (63)

EXERCICES.

42. 5+8, 1+2+3+4+5, 2+3+7+9+8, 4+5+3+0+7.

43. 12+14+25+38, 48+75+124+8, 132+6+175+88+349.

44. 34+75+28+49+50+63+76+127+648+72+128+39.

75. 342+549+604+725+948, 1475+2148+4937+6940.

45. 67984 + 70428 + 145329 + 483493 + 747495 + 1743298 + 2937165.

46. 439+649+625+975+849+924 + 743 + 528 + 174+307 + 648+297.

47. 3546+2704+8543+4837+6929+7214+8024+7006+3947 +9484+9768+8796.

48. Ecrivez en chiffres, pour les additionner les nombres: trente-huit+ soixante-quinze + cent-soixante + quarante-neuf + deux-cent-six+quatre-cent-quatre-vingt-sept?

49. Faites la somme des nombres: cinq-cent-trois+six-cent-vingt + neuf-cent-quarante-sept + trois-cent-seize + huit-cent-trente-neuf+cinq-cent-quarante-huit?

50. Quelle est la somme de: trois-cent-cinq+quatre-cent-vingt-huit + cinq-cent-dix + mille-dix-sept + huit-cent-treize + neuf-cent-soixante-quinze + neuf-cent-vingt-neuf + trois-mille-sept+deux-mille-quatre-cent-dix.

51. Ecrivez, pour en faire la somme, les nombres; trois-mille-cinq-cent-douze+quatre-mille-soixante-quinze +deux-mille-neuf cent-vingt-cinq+trois-mille-quatre-vingt-neuf +sept-mille-cent-dix-sept+huit-mille-six-cent-vingt-huit.

52. Quelle est la somme des nombres: cent-vingt-huit+neuf-cent-dix-neuf + trois-mille-quarante + mille-quatre-cent-vingt-sept+quarante-huit+cent-trente-cinq + quatre-mille-vingt-trois +deux-mille-neuf-cent-cinquante-quatre+cinq-mille-dix-huit?

53. Faites l'addition suivante: trois-mille-deux-cent-quinze+ quatre-mille-neuf-cent-vingt-sept +quatre-cent-cinq+trois-mille quarante-sept + cinq-mille-vingt-neuf+ six-mille-deux-cent-soixante-huit + neuf-mille-quatre-cent-trois + huit-mille-sept-cent-quarante-six?

54. Additionnez les nombres: trente-mille-sept-cent-cinq+ quarante-deux-mille-trois-cent-cinquante-six + vingt-sept-mille-cent-trente-deux + soixante-quatorze-mille-deux-cent-vingt-huit +quatre-vingt-cinq-mille-neuf-cent-trente-sept.

55. Ecrivez: cent-quarante-trois-mille-trois-cent-sept+deux-

cent-quatre-vingt-deux-mille-vingt-cinq + trois-cent-cinquante-deux-mille-neuf-cent-quarante-huit+quatre-cent-neuf-mille-cent soixante-quinze + huit-cent-cinquante-mille-deux-cent-trente-sept, et faites la somme de tous ces nombres?

56. Trouvez la somme des nombres: deux-millions-trente-mille-sept+cinq-millions-sept-cent-quinze-mille-cent-vingt-neuf + huit-millions-neuf-cent-mille-quarante-cinq + neuf-millions-sept-cent-trois-mille-quatre-cent-dix-huit+six-millions-sept-cent trois-mille-quatre-cent-quatre-vingt-trois?

57. Quelle est la somme totale des nombres : cinquante-quatre-millions-dix-huit-mille-deux-cent-vingt-huit + trente-neuf-millions-quatre-cent-sept-mille-trois-cent-quarante-sept + soixante-quatre-millions-cinq-cent-mille-neuf-cent-cinquante-six+soixante-dix-neuf-millions-huit-cent-sept-mille-sept-cent-trente- quatre + quatre-vingt-quinze-millions-trois-cent-vingt-mille-cinquante-sept+quatre-vingt-trois-millions-dix-sept-mille-cent-douze.

PROBLÈMES SUR L'ADDITION DES NOMBRES ENTIERS.

58. Un individu doit à son tailleur $225 ; à son bottier $61 ; à son chapelier $34 ; à son épicier $171 ; à son boucher $99 ; à son boulanger $31 ; à son propriétaire $741. Combien doit-il en tout ?

59. Il s'est vendu dans un marché 184 bœufs, 204 vaches, 75 chevaux, 870 moutons, 356 porcs. Combien s'est-il vendu d'animaux ?

60. Une personne devait une certaine somme ; elle rembourse une fois $634, une autre fois $218 ; elle redoit encore $118. Combien devait-elle en tout ?

61. On a acheté une maison $1560 ; en la revendant on a gagné $229. Combien l'a-t-on revendue ?

82. L'Europe a 279,000,000 ; l'Asie 560,000,000 ; L'Afrique 100,000,000 ; L'Amérique 60,000,000 ; L'Océanie 30,000,000. Qu'elle est la population de la terre ?

63. Un homme a laissé à sa mort $10845, à son frère ; $3740 à chacun de ses trois neveux ; $2800 à chacune de ses deux nièces ; $12000 aux hôpitaux ; et $24500 à sa femme. Combien a-t-il laissé en tout ?

64. Le déluge est arrivé 3308 ans avant Jésus-Christ. Combien il y a-t-il d'années?

65. Combien d'années se sont écoulées depuis la prise de la ville de Troie qui eut lieu 1280 ans avant Jésus-Christ,

66. Romulus a fondé Rome 753 avant Jèsus-Christ. Combien y a-t-il d'années?

67. Selon Bossuet le monde fut créé 4004 ans, et selon d'autres chronologistes 4963 avant Jésus-Christ. Depuis combien d'années le monde est-il créé selon chacune de ces chronologies.

68. Un homme est né en 1744; en quelle année a-t-il eu 36 ans?

69. Un individu est né en 1806; il est mort à 29 ans; en quelle année est-il mort?

70. Louis XIV est monté sur le trône en 1643, et règna 72 ans; en quelle année est-il mort?

71. La comète de 1811 fait sa révolution en trois-mille-trois-cents ans; en quelle année reparaîtra-t-elle?

72. La bataille de Marathon fut livré 490 ans avant Jésus-Christ; combien y a-t-il d'années?

73. Le partage de l'empire romain en empire d'Orient et en empire d'Occident eut lieu en 395 après Jésus-Christ; combien d'années après la fondation de Rome qui eut lieu en 753 ans avant Jésus-Christ.

74. L'empire d'Occident fut détruit par Odoacre en 476 aprés Jésus-Christ; combien d'années après la fondation de Rome?

75. 3 ouvriers travaillent à un fossé; le premier fait 24 toises d'ouvrage; le deuxième quinze toises de plus que le premier; le troisième autant que les 2 premiers ensemble; il reste encore 35 toises pour finir le fossé.

On demande:

1. Quelle est la longueur totale du fossé?
2. Combien les 3 ouvriers ont fait d'ouvrage ensemble?
3. Combien chaque ouvrier a fait d'ouvrage?

76. Une certaine somme a été partagée entre 3 personnes ainsi qu'il suit; la première a reçu $60; la deuxième $28 de plus que la première; la troisiéme $30 de plus que la deuxième. Quelle somme chaque personne a-t-elle reçue et quelle était la somme à partager?

77. Une école est divisée en quatre classes: la petite classe, contient 149 élèves, la troisième 94, la seconde 81, et la grand' classe 64, combien y a-t-il d'élèves dans cette école?

78. La monarchie française que les historiens font remonter à l'année 420, compte un grand nombre de rois appartenant à trois grandes familles ou races, savoir; 1°. La race des Mérovingiens

qui compte 22 rois, et qui a occupé le trône pendant 331 ans : 2°. La race des Carlovingiens, qui compte 13 rois, et qui a régné 236 ans ; 3°. enfin la race des Capétiens, qui compte jusqu'à la mort de Louis XVI, 33 rois qui ont régné 806. Combien y a-t-il eu de rois en France jusqu'à la mort de Louis XVI, et combien de temps, jusqu'à cette époque, la monarchie française avait-elle existé ?

SOUSTRACTION.

1. DÉFINITIONS ET RÈGLES DE LA SOUSTRACTION.

66. *La soustraction est une opération qui a pour but, étant donnés deux nombres, de former un troisième nombre en retranchant du plus grand des deux nombres donnés autant d'unités qu'il y en a dans le plus petit.*

Le résultat de cette opération s'appelle, *reste*, *excès* ou *différence.*

On indique cette opération par le signe — qu'on énonce *moins*, et qu'on place entre les deux nombres à soustraire.

67. Règle. *Pour soustraire un nombre d'un seul chiffre d'un autre nombre, on retranche du plus grand successivement une à une toutes les unités du plus petit.*

Ainsi, pour soustraire 4 de 9, je dis: 9—1=8, 8—1=7, 7—1=6, 6—1=5, ou ce qui revient au même, je compte à partir du plus grand nombre les quatre nombres inférieurs successifs de la suite naturelle : 8, 7, 6, 5. Le dernier nombre est le résultat demandé.

J'ai donc pour le reste cherché : 9—4=5 ; dans la pratique on dit : 4 ôté de 9 il reste 5.

De même pour soustraire 8 de 15, je dis en redescendant la suite des nombres : 14, 13, 12, 11, 10, 9, 8, 7, et le 8e nombre énoncé, 7 est le reste demandé, 15—8=7. Dans la pratique on dit : 8 ôté de 15 il reste 7.

68. Règle générale. *Pour soustraire un nombre d'un autre, on écrit le plus petit nombre au-dessous du plus* *grand, en ayant soin que les unités du même ordre soient dans une même colonne verticale, unités sous les unités, dizaines sous les dizaines, etc., etc., et l'on souligne le tout pour le séparer du résultat que l'on écrit au-dessous.*

Ensuite, commençant par la première colonne à droite, on retranche le chiffre inférieur du chiffre supérieur correspondant, et l'on écrit, le résultat au-dessous de la colonne ; on opère successivement de la même manière sur chaque colonne, jusqu'à la dernière colonne à gauche.

Si le chiffre inférieur est plus petit que le chiffre supérieur correspondant, la soustraction ne présente aucune difficulté.

Si le chiffre inférieur est égal au chiffre supérieur correspondant, on écrit 0 *au-dessous de la colonne.*

Si le chiffre inférieur est plus grand que le chiffre supérieur correspondant, on augmente le chiffre supérieur de dix unités de son ordre ; mais quand on passe à la colonne suivante à gauche, on augmente le chiffre inférieur d'une unité avant de le soustraire du chiffre supérieur qui lui correspond.

On doit répéter cette opération autant de fois qu'il est nécessaire.

69. Exemple. Soit à retrancher 685 de 836, j'écris le plus grand nombre, 836, et au-dessous les plus petit, 685, de manière que les unités du même ordre soient dans la même colonne verticale et je souligne le tout, ainsi qu'on le voit dans le tableau suivant :

$$\begin{array}{r} 836 \\ 685 \\ \hline 151 \end{array}$$

Puis commençant par la droite, je dis : 5 ôté de 6 il reste 1 que j'écris au-dessous de la ligne à la même colonne.

Ensuite 8 ôté de 3, l'opération ne peut se faire ; j'augmente 3 de 10 unités de son ordre, ce qui donne 13 dizaines ; alors 8 ôté de 13, il reste 5 que j'écris pareillement au-dessous. Maintenant, au lieu de dire 6 ôté de 8, j'augmente 6 de 1, ce qui me donne 7, et je dis 7 ôté de 8 il reste 1. Le reste est 151.

70. Démonstration. Le procédé indiqué par la règle est conforme à la définition, puisque j'ai retranché du plus grand nombre autant d'unités des divers ordres qu'il y en a dans le plus petit ; ce qui revient évidemment à retrancher du plus grand nombre autant d'unités simples qu'il y en a dans le plus petit.

J'ai fait autant de soustractions partielles qu'il y avait d'ordres d'unités dans le plus grand nombre ; mais chacune de ces soustractions est facile, puisqu'il, ne s'agit que de retrancher un nombre d'un seul chiffre d'un autre qui n'a que deux chiffres, et est égal au plus à 19. De plus j'ai obtenu le résultat beaucoup plus promptement que si j'avais retranché une à une toutes les unités du plus petit.

L'artifice au moyen duquel j'ai rendu la soustraction possible dans la deuxième colonne, n'altère pas le résultat ; car en augmentant le chiffre supérieur 3 de 10, j'ai ajouté réellement 10 dizaines à ce chiffre, et par conséquent au nombre supérieur ; mais ensuite, quand j'ai augmenté le chiffre inférieur suivant 6 de 1 qui vaut 10, unités de l'ordre précédent, pour le retrancher du chiffre supérieur correspondant ; j'ai, en effet, retranché, du nombre supérieur les 10 dizaines que je lui avais ajoutées.

71. On commence la soustraction par la droite, précisément à cause de cette modification qu'on doit faire subir, aux deux nombres pour rendre les soustractions partielles possibles; car, si tous les chiffres du plus petit nombre, étaient plus petits que les chiffres supérieurs correspondants, ou égaux tout au plus, il serait indifférent de commencer par la droite ou même par une colonne quelconque

72. On remarquera qu'on ne peut augmenter le chiffre supérieur de moins de 10 unités de son ordre, pour rendre la soustraction partielle possible ; car autrement, on ne pourrait pas établir la compensation nécessaire. Au reste, l'addition de 10 rendra toujours la soustraction possible, puisque le chiffre inférieur étant au plus égal à 9, et, avec la compensation, devenant tout au plus 10, la soustraction partielle pourra toujours se faire, même quand le chiffre supérieur serait 0.

On ne peut pas augmenter le chiffre supérieur de 20, et à plus forte raison de 30, 40, etc., parce que le reste de la soustraction partielle serait exprimé par plus d'un chiffre.

2o. USAGE DE LA SOUSTRACTION.

73. La soustraction s'emploie lorsqu'on veut faire connaître la différence entre deux nombres, l'excès d'un nombre sur un autre ; diminuer une nombre donné d'un autre nombre donné ; connaissant la somme de deux parties et une des parties déterminer l'autre partie, etc... car il est évident que la question, dans chacun des cas, revient à retrancher du plus grand des deux nombres autant d'unités qu'il y en a dans le plus petit.

74. THÉORÈME. *La différence entre deux nombres ne change pas si l'on augmente ou si l'on diminue l'un et l'autre d'un même nombre.*

Ce principe, dont on a vu l'application dans l'exemple précédant Nos. 69 et 70, peut être démontré d'une manière générale.

Soient, en effet les nombres 3 et 8, dont la différence $8-3=5$. Si j'ajoute 7 aux deux membres, j'aurai 10 à retrancher de 15 ; ce qui donne encore pour reste 5 ; et en effet, je retranche du grand nombre les 7 unités que je lui avais d'abord ajoutées.

De même : $23-14=9$. Si je diminue de 6 les deux nombres, j'aurai 17—8 qui donnera encore 9. En effet si j'augmentais de 6 les deux nombres 17 et 8 je retrouverais 23 et 14 qui donneraient le même reste, d'après ce qui précède.

REMARQUE.—Lorsqu'on a plusieurs nombres dont les uns doivent être additionnés et les autres soustraits, on fait, d'une part, la somme de tous les nombres à additionner, de l'autre la somme de tous les nombres à soustraire, et l'on soustrait ensuite la petite somme de la plus grande.

Cela arrive fréquemment dans le commerce où l'on doit tenir un compte exact des recettes et des dépenses.

PREUVE DE LA SOUSTRACTION.

75. RÈGLE. *La preuve de la soustraction se fait en additionnant le petit nombre avec le reste ; la somme doit être égale au plus grand nombre.*

DÉMONSTRATION. En effet, le reste exprimant combien le plus grand nombre a d'unités de plus que le plus petit, si l'on ajoute ce reste au plus petit nombre, on doit retrouver le plus grand.

76. AUTRE RÈGLE. *La preuve de la soustraction peut encore se faire par une soustraction ; si du plus grand nombre on retranche le reste, on doit retrouver le plus petit nombre.*

DÉMONSTRATION. En effet, on peut considérer le plus grand nombre comme la somme du plus petit et du reste, si donc on en retranche une des parties, c'est-à-dire le reste, on doit retrouver l'autre partie, c'est-à-dire le plus petit.

PROBLÈME. Une société de capitalistes pouvait dis poser d'une somme de $435209, elle en a dépensé $253475 ; combien lui reste-t-il ?

SOLUTION. Il faut évidemment soustraire $253475, de $435209.

Soustraction.	preuve par l'addition.	preuve par la soustraction.
435209	253475	435209
253475	181734	181734
181734	435209	253475

Il reste donc à la société $181734.

78. On a opéré sur les nombres comme sur des nombres abstraits, mais au résultat, on a rétabli le nom de l'unité qui est le dollar.

QUESTIONNAIRE.

Qu'est-ce que la soustraction? (66)

Comment s'appelle le résultat de la soustraction? (66)

Comment indique-t-on une soustraction? (66)

Comment fait-on pour soustraire d'un nombre un autre nombre d'un seul chiffre? (67)

Quelle est la règle générale de la soustraction des nombres entiers? (68)

Pourquoi commence-t-on l'opération par la droite? (71)

Ne pourrait-on pas commencer par la gauche? (71)

Pourquoi augmente-t-on le chiffre supérieur de 10 unités et non de 2, 3, 4...., du nombre d'unités nécessaire pour rendre la soustraction possible? (72)

Pourquoi n'augmente-t-on pas le chiffre supérieur de moins de 10, ou de plus ; comme 20 ?(72)

Quel est l'emploi de la soustraction? (73)

Démontrer que la différence des deux nombres ne change pas quand on les augmente ou qu'on les diminue tous les deux d'un même nombre? (74)

Comment se fait la preuve de la soustraction? (75 et 76)

EXERCICES.

Effectuer les soustractions suivantes :

79. 8—5, 9—3, 7—4, 8—2.

80. 13—4, 17—9, 14—8, 16—8, 18—9, 15—8, 12—5.

81. 28—17, 39—25, 76—35, 89—28, 99—29, 97—43.

82. De 435 ôter 214

83. 549 —— 327

84. 672 —— 541

85. 947 —— 828

86.	2947	——	564
87.	3536	——	2297
88.	14748	——	13942
89.	54832	——	29648
90.	70409	——	69395
91.	90095	——	72566
92.	345046	——	243965

93. De	7345890	retrancher	4549976
94.	21009040	————	19699789
95.	50040000	————	26707854
96.	61201201	————	35967847
97.	52004027	————	51942589
98.	162090405	————	161748795

99. De	6980000400	soustraire	5994007564
100.	10000000491	————	9999493791
101.	30080040973	————	29985976758
102.	60000040000	————	59999398727
103	75943209650	————	75942395489
104.	90000000000	————	37432562964

PROBLÈMES SUR LA SOUSTRACTION DES NOMBRES ENTIERS.

105. Une personne devait à une autre $600; elle paie à compte $223; combien doit-elle encore?

106. Les recettes d'un marchant ont été de $8744 dans un an; ses dépenses se sont montées à $9000; quel est son déficit?

107. Une personne hérite de $20000 à charge par elle de payer sur la succession $19945 de dettes du défunt; combien lui reste-t-il?

108. Des marchandises coûtent $2617; on les revend $3000; combien gagne-t-on?

109. Des marchandises sont vendues $2540 sur lesquelles on gagne $650; combien coûtaient-elles?

110. Une personne doit $3740; n'ayant pas assez pour payer cette somme elle emprunte $2568? combien a-t-elle?

111. Le Chimboraço en Amérique, que l'on a cru longtemps être la plus haute montagne du globe, à 19590 pieds d'élévation. On a reconnu depuis que le Dawalaghiri dans le Thibet, en Asie,

en a 23463. De combien cette dernière montagne est-elle plus élevée que le Chimboraço?

112. L'Amérique fut découverte en 1492; combien y a-t-il d'années?

113. L'imprimerie fut inventée en 1440; combien y a-t-il d'années?

114. Une personne est née en 1789; quel âge a-t-elle eu en 1857?

115. Si une personne vivait encore 27 ans elle aurait 100 ans; quel âge a-t-elle?

116. Napoléon est mort en 1821 à l'âge de 52 ans; en quelle année est-il né?

117. Bossuet fixe la naissance de Jésus-Christ à l'an du monde 4004, et d'autres chronologistes à l'an 4963. Quelle différence y a-t-il entre ces deux chronologistes?

118. Henri IV est né en 1553; il est monté sur le trône en 1589, et il est mort en 1610. Quel âge avait-il à son avènement au trône; à quel âge est-il mort; depuis combien d'années est-il mort?

119. Mêmes questions sur Louis XIII; né en 1601; avènement en 1610; mort en 1643?

120. Mêmes questions sur Louis XIV; né en 1638; avènement en 1643; mort en 1715?

121. Mêmes questions sur Louis XV; né en 1710; avènement en 1715; mort en 1774?

122. Mêmes questions sur Louis XVI; né en 1754; avènement en 1774; mort en 1793?

123. Une personne fait un commerce depuis 6 ans; la première année elle a perdu $254; la deuxième elle a gagné $568; la troisième elle a gagné $2784; la quatrième elle a perdu $3700; la cinquième elle a gagné $3275 et la sixième elle a perdu $5000. Combien a-t-elle en définitive gagné ou perdu?

124. Je dois à quelqu'un $5000 en principal, plus $258 pour intérêts. Je lui ai remboursé par à comptes $570, $1500 et $2829. Combien lui dois-je encore?

125. J'ai trois créanciers; je dois à l'un $2500, au second $840 et au troisième $754. D'un autre côté j'ai deux débiteurs dont l'un me doit $1800 et l'autre $2544. J'ai de plus en caisse $3768. Mes fonds rentrés et mes dettes payées, que me reste-t-il?

126. Une personne devait une certaine somme. Elle a payé à compte $284, $570, $210 et $345. Pour solde finale elle a donné un billet de $1000 sur lequel on lui a rendu $454. Quelle somme devait-elle ?

127. Quelqu'un doit à un marchand $5824 ; il prend encore chez lui pour $3588 de marchandises et il lui donne en paiement $6500. Combien lui doit-il encore ?

128. Un détachement de 120 hommes a perdu dans une escarmouche la moitié de ses soldats, dont 40 furent tués et 20 faits prisonniers. Les ennemis ont perdu 25 hommes tués et 30 prisonniers ; ils sont maintenant cent hommes en comptant les prisonniers qu'ils ont faits. Combien étaient-ils au commencement du combat ?

129. Une personne emprunte en différentes fois les sommes suivantes : $356, $699 et $1000. Elle rembourse en différentes fois $200, $255 et $384. Elle emprunte de nouveau $1620. Combien doit-elle encore ?

130. Un voyageur doit faire un voyage de 285 lieues. Le premier jour il a fait 24 lieues ; le deuxième 26 ; le troisième 31 ; le quatrième 29 ; le cinquième 33 ; il apprend alors qu'il doit aller 64 lieues plus loin. Combien de lieues a-t-il faites, et combien lui en reste-t-il encore à faire ?

131. Quel est l'excès de 17369 sur 8947 ?

132. Quelle est la différence entre 2629 et 1846 ?

133. Quel nombre faut-il ajouter à 738 paur faire 947 ?

134. La première croisade eut lieu sous Philippe 1er, en [illegible] et la septième et dernière sous Louis IX, dit Saint Louis, en 1270 ; combien d'années ont duré les croisades ?

135. Une armée de 36450 hommes a perdu, en une seule campagne, 12475 hommes ; combien en reste-t-il ?

136. Quel est le nombre plus petit que 76954 de 32549 ?

137. Un pépiniériste qui avait 485 pommiers, 349 poiriers, 287 pruniers, 176 cerisiers et 425 pêchers, a vendu 35 arbres de la première espèce, 69 de la deuxième, 78 de la troisième, 84 de la quatrième et 128 de la cinquième : combien lui reste-t-il d'arbres de chaque espèce et en tout ?

4. MULTIPLICATION.

1. DÉFINITIONS ET RÈGLES DE LA MULTIPLICATION.

79. La multiplication est une opération qui a pour but de composer un nombre nommé PRODUIT, avec un nombre nommé MULTIPLICANDE, comme un autre nombre appelé MULTIPLICATEUR est composé avec l'unité : de sorte que si le multiplicateur contient 2, 3, 4 fois l'unité, le produit devra contenir 2, 3, 4 fois le multiplicande ; et si le multiplicateur n'est que la moitié, le quart, ou le dixième de l'unité, le produit sera la moitié, le quart, ou la dixième partie du multiplicande.

Le multiplicande et le multiplicateur s'appellent les deux *facteurs* du produit.

On indique cette opération par le signe $\times$ qu'on énonce *multiplié par*, et qu'on place entre les deux nombres devant le multiplicateur.

80. Lorsque le multiplicateur est un nombre entier, on peut définir la multiplication de la manière suivante :

La multiplication des nombres entiers revient à prendre ou à répéter le multiplicande autant de fois qu'il y a d'unités dans le multiplicateur.

En effet, le multiplicateur étant formé d'un certain nombre d'unités, le produit sera formé d'autant de fois le multiplicande.

81. RÈGLE. *Pour multiplier un nombre d'un seul chiffre par un autre d'un seul chiffre, on additionne autant de nombres égaux au premier qu'il y a d'unités dans le second.*

Ainsi multiplier 8 par 5, j'additionne cinq nombres égaux à 8, et le résultat $8+8+8+8+8=40$ est donc le produit demandé, j'ai donc $8\times5=40$, dans la pratique, on dit 5 fois 8 font 40.

82. C'est ainsi qu'on a formé les produits deux-à-deux de tous les nombres d'un seul chiffre renfermé dans le tableau suivant qu'on appelle table de multiplication.

TABLE DE MULTIPLICATION. (1)

SENS HORIZONTAL

SENS VERTICAL.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30
3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33	36	39	42	45
4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	44	48	52	56	60
5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75
6	12	18	24	30	36	42	48	54	60	66	72	78	84	90
7	14	21	28	35	42	49	56	63	70	77	84	91	98	105
8	16	24	32	40	48	56	64	72	80	88	96	104	112	120
9	18	27	36	45	54	63	72	81	90	99	108	117	126	135
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150
11	22	33	44	55	66	77	88	99	110	121	132	143	154	165
12	24	36	48	60	72	84	96	108	120	132	144	156	168	180
13	26	39	52	65	78	91	104	117	130	143	156	169	182	195
14	28	42	56	70	84	98	112	126	140	154	168	182	196	210
15	30	45	60	75	90	105	120	135	150	165	180	195	210	225

Pour former cette table, on écrit les 15 premiers chiffres ou nombres 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, sur la ligne horizontale ; on ajoute chacun de ces nombres à lui-même ce qui donne la seconde ligne horizontale, composée par conséquent des produits de chacun des quinze premiers nombres par 2.

(1) Appelée aussi de Pythagore d'un célèbre Philosophe et mathématicien de ce nom qui habitait l'Italie Méridionale sous Tarquin-le-Superbe, vers l'an 540 avant J. C. Il était de Samos capitale de l'île de ce nom dans la mer Egée.

En ajoutant chacun des nombres de la deuxième ligne horizontale avec son correspondant de la première on forme la troisième ligne, composée des produits des 15 premiers nombres par 3.

On continue ainsi en y ajoutant chacun des nombres de la dernière ligne horizontale formée avec le nombre correspondant de la première.

Ainsi les nombres quelconque d'une ligne horizontale sont les produits des premiers nombres par le nombre qui commence cette ligne.

83. D'après cela, si l'on veut trouver le produit de 7 par 6, par exemple; on prend le multiplicande 7 dans la première ligne horizontale, le multiplicateur 6 dans la première colonne verticale à gauche; on suit la colonne verticale commençant par 7, la ligne horizontale commençant par 6, et le nombre 42, sur lequel les deux directions se réunissent, est le produit cherché.

Comme il est de toute importance, que les élèves connaissent bien la table de multiplication, on devra les exercer à la former eux-mêmes, et on les interrogera fréquemment pour s'assurer qu'ils la possèdent parfaitement.

84. Règle. *Pour multiplier un nombre d'autant de chiffres qu'on voudra par un nombre d'un seul chiffre, on multiplie successivement, en commençant par la droite chacun des chiffres du multiplicande par le chiffre du multiplicateur.*

Si le produit d'un des chiffres du multiplicande par le multiplicateur, n'excède pas 9, on écrit le produit tel qu'on le trouve; s'il excède 9, on n'écrit que les unités et on reporte les dixaines au produit suivant.

Exemple soit 5039 à multiplier par 7. J'écris le multiplicande 5039 et au-dessous le multiplicateur 7, puis je souligne le tout pour le sépares du résultat.

$$\begin{array}{r} 5039 \\ 7 \\ \hline 35273 \end{array}$$

Ensuite commençant par la droite, je dis : 7 fois 9 unités font 63 unités, j'écris 3 et je retiens 6 dizaines pour les reporter au produit suivant en disant :

7 fois 3 dizaines font 21 dizaines et 6 de retenue font 27 ; j'écris 7 et je retiens 2.

7 fois 0 font 0 et 2 de retenue font 2 que j'écris.

7 fois 5 font 35 que j'écris.

Le produit demandé est donc 35273.

85. Démonstration. La règle est parfaitement conforme à la définition. Car, puisqu'il s'agit d'additionner 7 nombres égaux à 5039, si j'écris ces nombres en colonne, d'après la règle de l'addition j'aurai le tableau suivant :

$$\begin{array}{r} 5039 \\ 5039 \\ 5039 \\ 5039 \\ 5039 \\ 5039 \\ 5039 \\ \hline 35273 \end{array}$$

Mais, au lieu de dire, 9 et 9 font 18 ; et 9 font 27 ; et 9 font 36 ; et 9 font 45 ; et 9 font 54 ; et 9 font 63, j'ai dit tout d'un coup : 7 fois 9 font 63 et ainsi des autres colonnes.

On commence l'opération par la droite précisément comme dans l'addition pour la même raison.

86. Règle générale. *Pour multiplier un nombre entier quelconque par un nombre exprimé par* 1 *suivi d'autant de zéros que l'on voudra, il suffit d'écrire à la droite du multiplicande autant de zéros qu'il y en a après* 1.

En effet, 1 unité multipliée par 10, 100, 1000 donne 10 unités ou une dizaine, 100 unités ou une centaine, 1000 unités ou 1 mille ; donc 37 par exemple, multiplié par 100 donnera 37 centaines ou 3700.

87. Règle générale. *Pour multiplier un nombre entier quelconque par un autre, on écrit d'abord le multiplicande et au-dessous le multiplicateur, comme pour les additionner ; puis l'on souligne le tout par un trait horizontal.*

Ensuite, commençant par la droite, on multiplie le multiplicande par le premier chiffre à droite du multiplicateur, et l'on écrit le produit partiel au-dessous de la ligne horizontale (ayant soin d'écrire le premier chiffre à droite au-dessous du chiffre par lequel on a multiplié).

On multiplie de même tout le multiplicande par le second chiffre du multiplicateur, et l'on écrit le second produit partiel au-dessous du premier avançant le premier chiffre d'un rang vers la gauche.

On continue ainsi jusqu'à ce qu'on ait épuisé tous les chiffres du multiplicateur, en ayant soin d'avancer chaque produit partiel d'un rang vers la gauche par rapport au produit partiel qui précède.

Cela fait on souligne tous les produits partiels et l'on en fait l'addition.

Le résultat qu'on trouve est le produit des deux nombres proposés.

88. Exemple. Soit proposé de multiplier 589 par 365, j'écris le multiplicande 589 et au-dessous le multiplicateur 365, comme pour l'addition, puis je souligne le tout, ainsi qu'on le voit dans le tableau suivant :

$$\begin{array}{r} 589 \\ 365 \\ \hline 2945 \\ 3534 \\ 1767 \\ \hline 214985 \end{array}$$

Ensuite commençant par la droite, je dis : 5 fois 9 font 45, j'écris 5 sous le chiffre 5 multiplicateur et je retiens 4 ; 5 fois 8 font 40 ; et 4 font 44, j'écris 4 et je retiens 4 ; 5 fois 5 font 25 ; et 4 font 29 que j'écris.

Passant aux deuxième chiffre du multiplicateur, je dis ; 6 fois 9 font 54, j'écris 4 sous le second chiffre 4 du produit partiel précédant, avançant ainsi d'un rang vers la gauche le produit partiel que je forme, et je retiens 5 ; continuant, 6 fois 8 font 48 et 5 de retenue font 53 ; j'écris 3 et je retiens 5 ; 6 fois 5 font 30 et 5 font 35, que j'écris.

Enfin passant au troisième chiffre, je dis : 3 fois 9 font 27, j'écris le chiffre 7 sous le chiffre 3 du produit partiel précédant, et je retiens 2 ; 3 fois 8 font 24, et 2 font 26 ; j'écris 6 et je retiens 2 ; 3 fois 5 font 15 et 2 de retenue font 17, que j'écris.

Je souligne les trois produits partiels, je les additionne et je trouve 214985 qui est le produit demandé.

89. Démonstration. En effet, multiplier, 589 par 365, c'est prendre 365 fois le nombre 589, ou ce qui revient au même, prendre 589 d'abord 5 fois, puis 60 fois, puis enfin 300 fois, et faire la somme de ces trois produits partiels.

J'ai d'abord pris 5 fois le multiplicande, d'après la règle No. 85 ce qui donne 2945.

Ensuite, je remarque que, pour prendre 589 60 fois ou 6 fois 10 fois, on peut le prendre d'abord 10 fois, ce qui se fait sur le champ en écrivant par la pensée 0 à la droite du multiplicande, ce qui donne 5890 ; et ensuite prendre ce résultat 6 fois. Or en multipliant par 6, je dirai : 6 fois 0 font 0 que je devrais écrire sous le 5 du produit partiel précédent ; mais, comme je dois faire l'addition, je puis omettre le 0 et n'écrire que le produit des chiffres suivants.

De même, pour prendre 300 fois ou 3 fois 100 fois 589 je le prends 100 fois, ce qui donne 58900, et je multiplie ce résultat par 3 ; mais les deux zéros ne changeraient rien à la somme des trois produits partiels : je puis donc les omettre et passer tout de suite au troisième chiffre.

90. Si on opérait de gauche à droite, les produits partiels seraient avancés d'un rang vers la droite l'une par rapport à l'autre.

Cette disposition serait même préférable en vue de la division.

91. Il ne faut pas se tromper sur la valeur des produits partiels qu'on obtient par l'application de la règle. Ainsi, par exemple, 3534 ne représente que 6 fois le multiplicande tandis que c'est 35340 qui représente 60 fois ce nombre.

Si l'on faisait la somme des trois produits partiels, tels qu'ils devraient être écrits, si les zéros à droite du deuxième et du troisième produit partiel, n'étaient pas sous-entendus, on obtiendrait $5+6+3=14$ fois le multiplicande, au lieu de 365 fois, comme le donne le vrai résultat.

92. On peut remarquer qu'il suffirait de changer l'ordre et la disposition des produits partiels si l'on voulait avoir le produit de 389 par tous les nombres qu'on peut obtenir en changeant l'ordre des chiffres du multiplicateur, tels que 356, 536, 663, 563.

93. PREMIER SUPPLÉMENT A LA RÈGLE GÉNÉRALE. *S'il y a dans le multiplicateur des zéros placés entre d'autres chiffres significatifs, on ne tient pas compte de ces zéros dans la multiplication, et l'on passe au chiffre significatif suivant, en observant d'avancer le produit partiel correspondant d'autant de rangs plus un, vers la gauche, qu'il y a de zéros intermédiaires.*

On appelle chiffre significatifs tous les chiffres excepté le zéro. Cette dénomination n'est pas tout à fait exacte, car zèro a aussi sa signification, et même très-importante dans la représentation des nombres par les chiffres.

Application. Soit à multiplier 9407 par 3005.

$$\begin{array}{r} 9407 \\ 3005 \\ \hline 47035 \\ 2822100 \\ \hline 28268035. \end{array}$$

Je multiplie d'abord le multiplicande par 5, ce qui donne 47035 ; puis passant tout de suite au chiffre 3, je dis : 3 fois 7 font 21 ; j'écris 1 sous le chiffre 7 en l'avançant de deux rangs plus un, c'est-à-dire trois rangs vers la gauche.

94. Démonstration. En effet, après avoir pris 3 fois le multiplicande, il restait à le prendre 3000 fois, ce qui se fait en écrivant par la pensée trois zéros, à la droite du multiplicande ; puis multipliant le résultat 9407000 par 3, ce qui donnera un nombre terminé par trois zéros. En effet omettant ces trois zéros, on devra placer le chiffre suivant à gauche au quatrième rang, c'est-à-dire qu'on avancera le premier chiffre du produit de trois rangs vers la gauche, et enfin d'autant de rangs plus un qu'il y a de zéros.

Au surplus, on évitera toute erreur à ce sujet si l'on prend soin d'écrire le premier chiffre de chaque produit partiel sous le chiffre par lequel on multiplie.

95. Deuxième supplément a la règle générale. *Lorque le multiplicande ou le multiplicateur, ou même tous les deux, sont terminés par des zéros ; on multiplie les deux nombres sans tenir compte des zéros ; mais quand on*

a obtenu le produit, on écrit à sa droite autant de zéros qu'il y en a à la fin du multiplicande et du multiplicateur.

Exemple, soit	45000
à multiplier par	7300
	135
	315
	328500000.

Je multiplie comme s'il n'y avait que 45 à multiplier par 73, ce qui donne 3285, et à la droite de ce produit j'écris 5 zéros, trois pour le multiplicande et deux pour le multiplicateur.

Démonstration. En effet, pour multiplier 45000 par 7300, je multiplie d'abord par 100, ce qui donne 4500000 résultat qu'il faut prendre 73 fois ; or dans l'addition de 73 nombres égaux à 4500000, les 5 zéros qui terminent ce nombre se retrouveront nécessairement dans la somme.

96. On commence l'opération par la droite pour suivre le même ordre que dans les opérations précédentes, car on peut, sans inconvénient, intervertir l'ordre des multiplications partielles, c'est-à-dire commencer à multiplier par le premier chiffre à gauche et même n'importe quel chiffre du multiplicateur, en ayant soin de placer le premier chiffre de droite de chaque produit partiel au rang du chiffre par lequel on multiplie. Exemple.

957	957	957
342	342	342
1914	2871	3828
3828	3828	2871
2871	1914	1914
327294	327294	327294

On pourrait aussi commencer la multiplication par le premier chiffre à gauche et même par n'importe quel chiffre du multiplicande ; mais l'opération ainsi faite serait plus longue, parce que, par la nature même du procédé, les retenues ne pouvant pas reporter on serait obligé de faire une addition pour chaque produit partiel. Exemple.

876	876	876	
58	8	5	
7008	64	35	
4380	56	40	7008
	48	30	4380
50808			
	7008	4380	50808

2°. Usage de la Multiplication

97. Parmi les questions très-nombreuses où la multiplication doit être employée, il faut remarquer les suivantes.

1°. Rendre un nombre quelconque un nombre de fois plus grand.

On devrait dire plus exactement ; un nombre de fois donné aussi grand.

2°. Connaissant le prix d'un seul objet, calculer le prix d'un nombre donné d'objets.

3°. Sachant combien d'objets on peut acheter pour 1 dollar—déterminer le nombre d'objets qu'on peut avoir pour une somme donnée.

Par exemple, si l'on sait qu'un objet coûte $25, pour avoir le prix de 348 objets de même espèce, il faudrait multiplier $25 par 348, car le prix demandé se composera évidemment de 348 fois $25.

Si pour $1 on a 38 objets, pour 59 dollars on aura 59 fois 38 de ces objets, et par conséquent il faudra multiplier 38 par 59.

Le raisonnement fait donc toujours connaître quel est celui des deux nombres donnés qui doit être pris pour multiplicande.

98. Remarque essentielle. *Dans toute multiplication, le multiplicateur est toujours un nombre abstrait, et le produit est toujours de la même espèce que le multiplicande;* cela est évident de soi-même; ainsi la multiplication, dans les cas précédents, n'étant qu'une addition abrégée, si l'on écrivait en colonne autant de nombres égaux aux multiplicande qu'il est indiqué par le multiplicateur, ce dernier nombre ne paraîtrait pas dans le calcul.

99. Théorème. *Le produit de deux nombres* (considérés comme abstraits) *ne change pas quand on intervertit l'ordre des deux facteurs ;* c'est-à-dire quand on prend le premier pour multiplicande et le second pour multiplicateur, ou réciproquement le second pour multiplicande et le premier pour multiplicateur.

Démonstration. Je dis que le produit de 7 par 9, par exemple, est égal au produit de 9 par 7, et, pour me servir des signes convenus, que $7\times9=9\times7$.

En effet, décomposant 7 en ses unités, j'aurai,

$$1+1+1+1+1+1+1$$

qu'il s'agit de répéter 9 fois; or chaque unité prise 9 fois donnera 9 unités: j'aurai donc autant de fois 9 unités c'est-à-dire.

$$9+9+9+9+9+9+9$$

ou 9 unités répétées 7 fois, et enfin 9×7.

Donc $7\times9=9\times7$, ce qu'il fallait démontrer.

Un raisonnement parfaitement semblable pouvant s'appliquer à deux nombres quelconques, quelque grands qu'on les prenne, le théorème est démontré et peut être établi en principe.

3°. PREUVE DE LA MULTIPLICATION.

100. Règle. *La preuve de la multiplication se fait par la multiplication des mêmes nombres, mais en renversant l'ordre des facteurs, c'est-à-dire en prenant le multiplicande pour le multiplicateur et réciproquement.*

Démonstration. En effet, le produit de deux facteurs ne change pas quand on intervertit l'ordre des deux facteurs.

101. Problème. On a vendu 348 balles de marchandise à $67 la balle. Combien a-t-on retiré de cette vente ?

Solution. Puisqu'une balle a été vendue $67 on a retiré 348 fois $67, il faut donc multiplier 67 par 348.

Multiplication	Preuve
67	348
348	67
536	2436
268	2088
201	
23316	23316

La vente a rapporté 23316 dollars.

102. On a opéré comme sur des nombres abstraits mais au résultat, on a rétabli le nom de l'unité.

QUESTIONNAIRE.

Qu'est-ce que la multiplication ? (79)

Qu'est-ce que le multiplicande ? (79)

Qu'est-ce qne le multiplicateur ? (79)

Comment s'appelle le résultat de cette opération ? (79)

Qu'est-ce qu'on entend par facteurs d'un produit ? (79)

Comment indique-t-on la multiplication ? (79)

Qu'entend-on par multiplier un nombre quelconque par un nombre entier ? (80)

Qu'est-ce que la table de multiplication ? (82)

Comment se sert-on de cette table ? (83)

Dites la règle de la multiplication des nombres entiers par un nombre d'un seul chiffre ? (84)

Comment multiplie-t-on un nombre entier par 10, 100, 1000, etc ? (86)

Quelle est la règle de la multiplication des nombres ? (86)

Pourquoi commence-t-on l'opération par la droite ? (96)

Est-il indifférent de commencer par un chiffre quelconque du multiplicateur ? (96)

Qu'arriverait-il si l'on procédait de gauche à droite ? (90 et 96)

Comment fait-on lorsqu'il y a dans le multiplicateur des zéros placés entre d'autres chiffres significatifs ? (93)

Comment abrège-t-on la multiplication lorsque le multiplicande et le multiplicateur sont terminés par des zéros ? (95)

Quels sont les principaux usages de la multiplication ? (97)

Comment connaît-on le multiplicande dans un problème qui conduit à la multiplication ? (97)

Faites voir que dans toute multiplication le multiplicateur est toujours un nombre abstrait ? (98)

Démontrez que le produit de deux nombres ne change pas quand on intervertit l'ordre des facteurs ? (99)

Comment se fait la preuve de la multiplication ? (100)

EXERCICES.

138. Effectuer les multiplications suivantes : 7643×5, 49387×6, 376809×8, 123456789×9.

139.	13×12.	143×72.	1785×437.	32956×4508.
140.	17×15.	174×95.	1488×265.	534096×42009.
141.	19×16.	324×48.	3458×465.	3900805×40009.
142.	18×15.	437×53.	4759×376.	76548×12345.
143.	36×24.	567×65.	5738×860.	489000×5700.
144.	37×25.	629×78.	7846×978.	605000×30090.
145.	63×29.	763×87.	89540×435.	85409000×358097.
146.	75×47.	458×327.	8764×2598.	58993900×876950.
147.	83×37.	659×438.	94307×3098.	34590000×275000.
148.	98×45.	765×628.	64398×3643.	123456789×123456789

PROBLÈMES SUR LA MULTIPLICATION DES NOMBRES ENTIERS.

149. Combien y a-t-il d'heures dans un an?

150. La terre a 360 degrés de circonférence et chaque degré est de 25 lieues; combien la terre a-t-elle de lieues de circonférence?

151. Combien y a-t-il de jours dans 1000 ans?

152. Une feuille, d'impression in-12 a 24 pages; combien un livre composé de 19 feuilles a-t-il de pages?

153. Une rame de papier contient 20 mains; combien y a-t-il de mains dans 572 rames?

154. Une personne met toutes les semaines $15 à la caisse d'épargne; combien cela lui fait-il dans un an? (1 an a 52 semaines.)

155. Combien y a-t-il de minutes dans un jour de 24 heures?

156. Si une pièce de vin contient 213 pintes, combien y en aura-t-il dans 136 pièces semblables?

157. Si une pièce d'étoffe contient 136 verges, combien en contiendront 264 pièces?

158. Combien peut-il tenir de personnes dans une salle qui contient 25 rangs de banquettes, si sur chaque rang on peut placer 30 personnes?

159. Combien une personne âgée de 84 ans a-t-elle vécu de jours?

160. Combien s'est-il écoulé de jours depuis la naissance de J. C. jusqu'au 31 Décembre, 1857? (sans tenir compte des années bissextiles.)

161. Si un ouvrier fait 12 verges d'ouvrage en un jour, combien en fera-t-il en 1 an travaillant tous les jours?

162. Combien y a-t-il de plumes dans 234 paquets, chaque paquet contenant 25 plumes?

163. Combien y a-t-il de plumes métalliques dans 200 boîtes contenant chacune une grosse ou 144 plumes?

164. Un ouvrier gagne $7 par semaine; combien gagnera-t-il en 7 ans? (l'an a 52 semaines.)

165. Combien coûteront 240 pièces d'étoffe contenant chacune 44 verges, à $7 la verge?

166. Combien 30 ouvriers feront-ils de pieds d'ouvrage en un an, si chaque ouvrier en fait 18 pieds par jour?

167. Combien y a-t-il de minutes dans un an?

168. Combien y a-t-il de secondes dans un an?

169. Combien y a-t-il de seconde dans 1857 ans?

170. Combien une personne âgée de 47 ans a-t-elle vécu de minutes?

171. Combien y a-t-il de feuilles de papier dans 500 rames? (1 rame a 20 mains et 1 main 24 feuilles.)

172. Combien y a-t-il de secondes dans la circonférence d'un cercle? (1 cercle a 360 degrés, 1 degré 60 minutes et 1 minute 60 secondes.)

173. Combien 1 volume de 30 feuilles in-8°· contient-il de lettres, si chaque page contient 45 lignes et chaque ligne 58 lettres? (la feuille in-8°· a 16 pages.)

174. Dans un incendie on a formé une chaîne de 300 personnes; on passe à chacune 4 seaux d'eau par minute, combien a-t-on passé de seaux pendant 2 heures qu'a duré l'incendie?

175. Une pompe fait monter de l'eau par 4 tuyeaux; chaque tuyeau alimente 10 fontaines; chaque fontaine donne 2 galons d'eau par minute; combien toutes ces fontaines donneront-elles de galons d'eau dans 24 heures?

176. Combien l'aiguille des secondes fait-elle de fois le tour du cadran en un an? (elle fait 1 tour par minute.)

177. Une famille se compose de 8 personnes; chacune travaille 14 heures par jour et fabrique 30 objets par heure; combien en feront-elles en 305 jours?

178. Un magasin renferme 554 boîtes contenant chacune 1 grosse ou 12 douzaines d'objets à $3 la pièce; quelle est la valeur des marchandises?

179. Un damier a 24 cases; si l'on met un grain de blé sur la première case, 2 sur la seconde, 4 sur la troisième, 8 sur la quatrième et ainsi de suite en doublant jusqu'à la dernière, combien y aura-t-il de grains sur la 24me case?

180. On a acheté 25 verges de drap à $4 la verge; 31 verges à $5 la verge; 44 verges à $6 la verge. Pour combien a-t-on acheté?

181. Un fabricant a vendu 25 pièces d'étoffe de chacune 55 verges à $2 la verge; 36 pièces de 49 verges à $4; 29 pièces de 42 verges à $5. Pour combien a-t-il vendu?

182. Un ouvrier gagne $5 par semaine et travaille 44 semaines

dans l'année, il dépense $3 par semaine pendant les 52 semaines de l'année, que lui reste-t-il à la fin de l'année?

183. Un employé à une place de $1000; il dépense $2 par jour; combien aura-t-il économisé en 10 ans?

184. Un marchand achète 547 verges d'étoffe pour $1456; il les revend à raison de $5 la verge; combien a-t-il gagné sur le marché?

185. On vend $7847, 2181 verges de drap qui coûte $4 la verge; a-t-on gagné ou perdu, et combien?

186. On a acheté 84 cordes de bois à $4; on les revend à raison de $6 la corde; combien a-t-on vendu la totalité et combien a-t-on gagné?

187. On a vendu 28 quintaux de sucre à $10 le quintal; sur quoi on gagne $3 par quintal, combien a-t-on payé et vendu le tout, et combien a-t-on gagné en tout?

188. Quel est le nombre 28 fois plus grand que 47?

189. Dans une classe il y a 17 bancs dont chacun reçoit 12 élèves. Combien d'élèves dans la classe?

190. Une pépiniériste, afin de compter plus facilement les arbres de sa pépinière, les a disposés en rangées de 320 arbres; il y a 79 de ces rangées. Combien y a-t-il d'arbres en tout?

191. Une maison a 45 croisées, chacune de 6 carreaux. Combien de carreaux?

192. La roue d'un moulin fait 125 tours en une minute. Combien en fait-elle en 35 minutes?

193. Un ouvrier fait 15 pieds d'ouvrage par jour. Combien feraient-ils si ils étaient 34 ouvriers qui travailleraient pendant toute la semaine, non compris le dimanche?

194. On veut additionner 458 nombres égaux à 3769. Quelle sera la somme?

195. On a payé $145 pour une partie d'un bâtiment. Combien payera-t-on pour 18 parties?

196. Combien coûtent 127 parties d'un bâtiment à $475 la partie; et si on les revend à $15 de plus par partie, combien gagnera-t-on?

197. En supposant qu'un livre de 450 pages ait 36 lignes par page et 24 lettres par ligne, combien y a-t-il de lettres dans le livre?

§5. DIVISION.

1°. DÉFINITIONS ET RÈGLES DE LA DIVISION.

103. *La division est une opération qui a pour but, étant donnés deux nombres dont l'un est considéré comme un produit de deux facteurs, et l'autre comme un des deux facteurs de former l'autre facteur.*

Celui des deux nombres que l'on considère comme un produit prend le nom de *dividende* et l'autre le nom de *diviseur.*

Le résultat de cette opération s'appelle *quotient.*

On indique cette opération par le signe: qu'on énonce *divisé par* et qu'on place entre les deux nombres devant le diviseur.

104. *La division des nombres entiers revient à partager le dividende en autant de parties égales qu'il y a d'unités dans le diviseur.*

Démonstration. En effet, le dividende étant considéré comme un produit dont le diviseur est un des facteurs et le quotient l'autre facteur, et le produit des deux nombres restant le même quand on intervertit l'ordre des deux facteurs, (N°. 99) on peut regarder le dividende comme le produit du quotient par le diviseur, alors le dividende se compose d'autant de fois le quotient qu'il y a d'unités dans le diviseur, et par conséquent le quotient est une partie du dividende exprimée par le nombre d'unités du diviseur.

Division dans laquelle le diviseur n'a qu'un chiffre.

105. On divise facilement un nombre entier d'autant de chiffres qu'on voudra par un nombre d'un seul chiffre, lorsqu'on sait diviser un nombre d'un seul chiffre ou tout au plus de deux chiffres, ce qui n'offre aucune difficulté, si l'on sait la table de multiplication.

Au surplus on pourrait s'aider de cette table ainsi qu'il suit. **Je suppose qu'il s'agisse de diviser 42 par 7 :** je cherche le diviseur 7 dans la première colonne verticale à gauche ; puis, en suivant la ligne horizontale, je trouve le dividende 42 ; alors remontant la ligne verticale dont 42 fait partie je trouve 6, quotient demandé.

106. Si le dividende donné ne se trouve pas dans la table voici comme on agit :

Soit à diviser 59 par 8. Je cherche le diviseur 8 dans la premiére colonne verticale à gauche : puis en suivant la ligne horizontale, je trouve 56 et 64, qui comprennent le dividende proposé 59. En m'arrêtant au multiple inférieur 56, je remonte la colonne verticale, en tête de laquelle je trouve 7, quotient cherché.

Dans ce dernier cas, il n'y a pas de nombre entier qui multiplié par 8, donne le produit 59 ; le quotient cherché est entre 7 et 8, et par conséquent le quotient 7 n'est exact qu'à moins d'une unité près.

107. Voici maintenant comment on divise un nombre entier quelconque par un nombre d'un seul chiffre.

Soit proposé diviser 894 par 6.

Diviser 894 par 6, c'est chercher un nombre qui multiplié par 6 reproduise 894. Le dividende 894 est donc égal à 6 fois le quotient cherché, et par conséquent le quotient est la sixième partie du dividende. La question revient donc à partager 894 en 6 parties égales.

$$
\begin{array}{r|l}
894 & 6 \\
\cline{2-2}
6 & 149 \\
\cline{1-1}
294 & \\
24 & \\
\cline{1-1}
54 & \\
54 & \\
\cline{1-1}
0 &
\end{array}
$$

Pour fixer les idées, je suppose que j'aie 894 dollars à partager également entre 6 personnes. Au lieu de leur distribuer cette somme, un dollar après l'autre, ce serait beaucoup trop long, je commence par leur partager les centaines de dollars; chacune d'elle aura une centaine et j'aurai ainsi partagé 6 centaines de dollars.

Il restera deux centaines de dollars qui valent 20 dizaines de dollars et 9 qu'en contient la somme, font 29 dizaines de dollars, que je partagerai de la même manière. Chaque personne recevra 4 dizaines, et j'aurai distribué en tout 24 dizaines, il en restera donc encore 5 à partager.

Mais ces cinq dizaines de dollars, font 50 dollars et 4 que la somme en contient font 54 dollars, qu'il restera encore à partager. Chaque personne en recevra 9, et il ne restera plus rien de la somme à partager.

En tout chaque personne recevra donc 149 dollars.

108. Pour abréger l'opération, on peut se dispenser d'écrire au-dessous du dividende partiel sur lequel on opère, le produit du diviseur par le chiffre obtenu, au quotient, en faisant immédiatement la soustraction.

Ainsi dans l'exemple qui précède, je dis :

$$\begin{array}{r|l} 894 & 6 \\ \cline{2-2} 29 & 149 \\ 34 & \end{array}$$

8 divisé par 6 donne 1; j'écris 1 au quotient; puis 1 fois 6, 6, et tout de suite, 6 ôté de 8, il reste 2. A la droite du reste j'abaisse le chiffre suivant du dividende.

29 divisé par 6 donne 4; j'écris 4 au quotient; puis 4 fois 6 font 24; ôté de 29, il reste 5. A droite du reste, j'abaisse le chiffre suivant du dividende.

54 divisé par 6 donne 9; j'écris 9 au quotient; puis 9 fois 6 font 54; ôté de 54 il reste 0.

109. Enfin, on abrége encore l'opération.

$$\begin{array}{r|l} 894 & \underline{6} \\ 149 & \end{array}$$

en disant le sixième de 8 est 1 pour 6 et il reste 2, j'écris 1 au-dessous de 8 et je convertis les 2 unités de reste en 20 unités de l'ordre suivant 20 et 9 que le dividende en contient font 29. Continuant la division, je dis de même ; le sixième de 29 est 4 pour 24 et il reste 5 ; j'écris 4 à la droite de 1, et convertissant de même les 5 unités de reste en unités de l'ordre suivant, le sixième de 54 est 9 exactement.

De cette manière le dividende et le diviseur sont disposés selon la règle ; mais le quotient se trouve écrit au-dessous du dividende.

110. Quand le diviseur est 2, 3, 4 on dit qu'on prend la moitié, le tiers, le quart. Quand le diviseur est un autre chiffre, 5, 6, 7, 8, 9, on dit qu'on prend, le cinquième, le sixième, le septième, le huitième, le neuvième.

DIVISION DANS LAQUELLE LE DIVISEUR A PLUS D'UN CHIFFRE.

111. Règle Générale. *Pour diviser deux nombres entiers quelconques l'un par l'autre, on écrit le diviseur à la droite du dividende dont on le sépare par un trait vertical, et l'on souligne le diviseur par un trait horizontal, pour le séparer du quotient qu'on écrit au-dessous.*

Cela fait, on sépare par un point, sur la gauche du dividende autant de chiffres qu'il y en a dans la diviseur ou un de plus, si le nombre résultant est plus petit que le diviseur ; ce qui donne le premier dividende partiel.

On divise ce premier dividende partiel par le diviseur. (Le quotient s'obtient en divisant le premier ou les deux premiers chiffres du dividende partiel par le premier chiffre du diviseur.) On ne prend que le premier chiffre, lorsque le dividende partiel a le même nombre de chiffres que le diviseur, les deux premiers s'il y a un chiffre de plus.

On écrit le chiffre obtenu à la place indiquée pour le quotient ; on multiplie le diviseur par ce chiffre, et l'on soustrait le produit du dividende partiel.

A droite du reste, on écrit le chiffre suivant du dividende, ce qui donne un second dividende partiel, sur lequel on opère comme sur le premier.

On continue ainsi l'opération jusqu'à ce qu'on ait abaissé successivement tous les chiffres du dividende en ayant soin à chaque division partiel, d'écrire le quotient à la droite du dernier chiffre obtenu.

La suite de tous ces chiffres est précisément le quotient cherché.

112. Le chiffre écrit au quotient est trop fort, si le produit du diviseur par ce chiffre est plus grand que le dividende partiel sur lequel on opère. Dans ce cas, on le diminuera d'une unité jusqu'à ce que la soustraction puisse se faire.

Le chiffre du quotient est trop petit ou trop faible, si le reste de la soustraction est plus grand que le diviseur ou égal au diviseur.

Le chiffre du quotient ne devrait jamais être trop faible, si l'on opérait ainsi qu'il a été dit précédemment. Cependant la crainte d'écrire un chiffre trop fort au quotient fait écrire quelquefois un chiffre trop faible.

113. S'il arrive qu'après avoir abaissé le chiffre suivant du dividende à droite du reste, on obtienne un dividende moindre que le diviseur, on écrit 0 au quotient, on abaisse le chiffre suivant du dividende, et l'on continue la division avec ce nouveau dividende partiel.

114. Exemple et démonstration. Soit à diviser 33856 par 64. J'écris le dividende 33856, et à sa droite et sur la même ligne le diviseur 64 ; je les sépare par un trait vertical et tire une ligne horizontale au-dessous du diviseur pour le séparer du quotient que j'écris en dessous.

$$\begin{array}{r|l} 33856 & \underline{\ 64\ } \\ \underline{320} & 529 \\ 185 & \\ \underline{128} & \\ 576 & \\ \underline{576} & \\ 00 & \end{array}$$

avec simplification.

$$\begin{array}{r|l} 33856 & \underline{\ 64\ } \\ 185 & 529 \\ 576 & \\ 0 & \end{array}$$

Il s'agit de trouver un nombre qui multiplié par le diviseur 64 reproduise le dividende 33856. Le dividende est donc formé de 64 nombres égaux au quotient et par conséquent ce quotient est la 64me partie du dividende. La question revient donc à partager 33856 en 64 parties égales.

Or le dividende ne contient ni assez de dizaines de mille ni même assez de mille pour que je puisse les partager en 64 parties égales. Mais je pourrais partager 338 centaines en 64 parties égales; car cela revient à partager également 338 objets entre 64 personnes. Afin de faire ce partage, j'observe que pour que chaque personne reçût un seul objet, il suffirait de 64 objets à partager; pour que chacune en reçût 2, 3.... il faudrait qu'il y en eût 2 fois 3 fois autant.

Je trouverai donc par des essais successifs combien chaque personne pourra recevoir d'objets, en multipliant 64 par 1, 2, 3.... jusqu'à ce que je trouve un produit tout au plus égal à 338. Or j'abrégerai ce tâtonnement en cherchant quel nombre qui, multipliant le premier chiffre, 6, à gauche du diviseur donne pour produit le nombre 33, c'est-à-dire en divisant les deux premiers chiffres 33 du dividende partiel par le premier chiffre du diviseur. Je dirai donc le 6me de 33 est 5; j'écris 5 au quotient; puis multipliant tout le diviseur 64 par ce chiffre j'obtiens pour produit 320 que je porte sous le dividende partiel 338, et je fais la soustraction qui donne 18 pour le reste.

" Cette manière de parler est plus abrégée et surtout plus
" conforme à la définition adoptée ci-dessus que la manière
" suivante consacrée par l'usage ; en 33 combien de fois 6?

Je conclus de là que chaque personne aura reçu 5 objets et que j'aurai distribué en tout 320 objets dont il restera encore 18.

En revenant à la véritable question, je puis affirmer que le quotient cherché contiendra 5 centaines.

Les 18 centaines qui restent valent 180 dizaines, et 5 que le dividende en contient font 185 dizaines qu'il s'agit pareillement de partager en 64 parties égales.

On voit que cela revient à abaisser à droite du reste 18 le chiffre suivant, 5 du dividende total.

Opérant sur ce second dividende partiel, je dis: le 6me de 18 est de 3; mais avant d'écrire ce chiffre au quotient, j'observe qu'en multipliant 4 par 3 j'aurai un de retenue, et ensuite 3 fois 6 feraient 18 et 1 de retenue 19. Le chiffre 3 est donc trop fort, je le diminue d'une unité et j'écris que 2 au quotient, à droite du chiffre déjà obtenu.

Je multiplie le diviseur par 2, ce qui donne 128 et je le soustrais du dividende partiel, ce qui donne 57 pour reste.

Le quotient contiendra donc 2 fois les dizaines. Or les 57 dizaines qui restent valent 570 unités et 6 qu'en renferme le dividende font 576. unités qu'il faut encore partager en 64 parties égales.

Cela revient à abaisser encore le chiffre suivant du dividende à la droite du reste.

Opérant enfin sur ce troisième dividende partiel comme sur les précédents, je dis : le 6me de 57 est 9 que j'écris à la droite du chiffre obtenu au quotient; je multiplie le diviseur par 9, et je porte le produit 576 sous le dividende partiel pour le soustraire.

Le reste 0 indique qu'il ne reste plus rien à partager et que le partage s'est fait exactement. Le quotient cherché est donc 529.

115. On peut abréger la division en retranchant du dividende partiel sur lequel on opère le produit du diviseur pour le chiffre obtenu au quotient, à mesure qu'on forme ce produit.

Ainsi dans la pratique on opère et l'on raisonne ainsi qu'il suit :

Je sépare sur la gauche du dividende les trois premiers chiffres ce qui donne le premier dividende partiel 338.

Puis je dis : le 6me de 33 est 5 que j'écris au quotient. Je multiplie tout le diviseur par 5 et je soustraits en même temps le produit du dividende partiel, en disant 5 fois 4, 20 ôté de 28, il reste 8 que j'écris au-dessous du dividende et je retiens 2 ; puis 5 fois 6 font 30, à quoi j'ajoute 2, puisque j'ai ajouté 20 unités de l'ordre précédent au dividende partiel, et je dis 30 et 2 de retenue font 32 ; ôté de 33 il reste 1.

A la droite du reste 18 j'abaisse le chiffre suivant du dividende, ce qui donne pour deuxième dividende partiel 185, sur lequel j'opère comme sur le premier en disant : le 6me de 18 est 3, qui serait trop fort : j'écris 2 au quotient ; puis multipliant le diviseur par 2 et effectuant la soustraction du produit en même temps : 2 fois 4, 8, ôté de 15, il reste 7, j'écris 7 et je retiens 1 : 2 fois 6, 12, et 1 de retenue 13 ; ôté de 18, il reste 5.

A la droite du reste 57 j'abaisse le chiffre suivant du dividende, ce qui donne pour troisième dividende partiel 576, sur lequel j'opère comme sur les précédents.

Le 6me de 57 est 9 que j'écris au quotient, puis 9 fois 4, 36 ; ôté de 36 il reste 0, je retiens 3 ; 9 fois 6, font 54 et 3 de retenue font 57, ôté de 57 il reste 0 ; le quotient cherché est 529.

Observation sur la règle générale de la division.

116. La division abrégée qui consiste à prendre seulement le premier ou les deux premiers chiffres du dividende partiel, et le premier chiffre du diviseur, ne peut donner un chiffre trop faible au quotient.

En effet le cas le plus désavantageux serait celui où le diviseur étant composé d'un chiffre suivi de zéros, tel que 6000, le dividende partiel serait 47999, par exemple. Or la division de 47 par 6, d'après la règle générale, donnerait le chiffre le plus fort possible 7 ; car si on l'augmentait de 1, 6×8 donnerait 48 plus fort que 47.

117. Quand le diviseur est un nombre considérable, il est important de reconnaître, avant d'écrire le chiffre au quotient, si ce chiffre ne sera pas trop fort, afin de n'être pas exposé à recommencer l'opération.

Si par exemple, on avait pour dividende partiel 57978 et pour diviseur 6789, on dirait la 6me partie de 57 est 9, mais avant de l'écrire au quotient, on vérifie de la maniére suivante si ce chiffre convient ; en multipliant par la pensée le second chiffre 7 par 9 on aurait 68 et par conséquent 6 de retenue ; puis multipliant le premier chiffre par 9 on obtiendra 54 et 6 de retenue 60 ; par conséquent le produit du diviseur par 9 serait plus grand que le dividende partiel ; 9 est donc trop fort, et l'on écrit seulement 8 au quotient.

Dans certains cas, il ne suffirait pas de multiplier mentalement le diviseur à partir du deuxième chiffre ; il faudrait reprendre la multiplication à partir du troisième, du quatrième, ou même d'un chiffre plus avancé.

Le moyen suivant abrégera les tâtonnements. Il consiste à diviser mentalement le dividende partiel par le chiffre qu'on vérifie. Si le quotient qu'on obtient est plus petit que le diviseur, le chiffre est trop fort. Ainsi dans l'exemple précédent, on diviserait le dividende partiel par 9, en disant : le 9me de 57 est de 6 pour 54 et il reste 3 : le 9me de 39 est de 4 ; mais il y a 7 au dividende ; sans aller plus loin, on peut conclure que le chiffre 9 est trop fort.

La raison de ce qui précède est facile à comprendre ; en effet, le produit du diviseur par le chiffre du quotient devant être égal, tout au plus au dividende, si l'on prend un chiffre trop fort, le quotient obtenu en divisant le dividende partiel par ce chiffre devra être plus petit que le diviseur.

118. Le nombre des chiffres du quotient est toujours égal au nombre plus un des chiffres qui reste sur la droite du dividende, après qu'on a séparé le premier dividende partiel. Pour le prouver, il suffit de faire voir que chaque division partielle ne peut donner qu'un seul chiffre au quotient.

En effet, la première division partielle ne peut donner évidemment qu'un seul chiffre, si la partie séparée à la gauche du dividende a le même nombre de chiffres que le diviseur. Si elle a un chiffre de plus, comme la partie à gauche, sous le dernier chiffre, est un nombre plus petit que le diviseur, le dividende partiel contient moins de dizaines qu'il n'y a d'unités au diviseur, et par conséquent moindre que 10 fois le diviseur. Le quotient partiel sera donc moindre que 10.

Quant aux divisions partielles suivantes il est facile de voir que, quelque soit le reste de la division précédente après qu'on aura abaissé à sa droite le chiffre suivant du dividende, on aura toujours un dividende partiel moindre que

10 fois le diviseur. En effet, le reste de la division d'un nombre par un diviseur quelconque est tout au plus égal à ce diviseur diminué de un. Si par exemple, le diviseur était 357, le reste de la division pourrait être tout au plus 356. Or, lorsqu'on abaissera à la droite de ce nombre le chiffre suivant du dividende, on obtiendra un dividende partiel composé de 356 dizaines, plus un certain nombre d'unités moindre que 10 et par conséquent moindre que 357 dizaines ou ce qui est la même chose, 10 fois 357.

119. On peut se demander pourquoi, lorsque l'addition, la soustraction et la multiplication se font en commençant par la droite, la division seule se fait en commençant par la gauche. Il est évident que puisqu'il s'agit de partager le dividende en autant de parties égales qu'il y a d'unités au diviseur, ce partage sera plus promptement fait, si l'on commence par les plus hautes espèces d'unités du dividende, et de plus, si le partage d'une des espèces d'unités ne peut se faire exactement, on convertit facilement le reste en unités de l'ordre inférieur. Il y a donc utilité à commencer par la gauche, et le plus souvent il y a nécessité ; car si l'on voulait faire l'opération en commençant par la droite, ce qui est possible à la rigueur, on serait presque toujours ramené à opérer dans le sens indiqué par la règle générale.

Reprenant l'exemple précédent, après avoir disposé l'opération ainsi qu'il est dit dans la règle générale.

33856	64
56	0
856	0
3024	13
30016	47
0	469
	529

Je pourrais dire en commençant par la droite : 6 divisé par 64 donne pour quotient 0, que j'écris au quotient, et il reste 6 ;

à la gauche du reste, j'abaisse le chiffre suivant 5 du dividende. 56 divisé par 64 donne encore 0, que j'écris au quotient au-dessous du 0 précédent et il reste 56 ; à la gauche du reste j'abaisse le chiffre suivant 8 du dividende, et je divise 856 par 64, ce qui ramène forcément à la régle générale, et j'obtiens pour quotient 13, que j'écris au-dessous du précédent, et pour reste 024 ; à la gauche j'abaisse encore le chiffre suivant 3 ce qui donne 3024 que je divise par 64 et pour reste 0016 ; à la gauche de ce reste j'abaisse enfin le dernier chiffre du dividende et en divisant 30016 par 64, j'obtiens pour quotient 469 et pour reste 0.

Maintenant, il n'y a plus qu'à additionner tous ces quotients partiels pour obtenir le quotient véritable 529.

On pourra comparer avec l'opération prescrite par la règle générale.

Au surplus, si l'on avait à diviser 24608 par 2, 30696 par 3, et dans d'autres exemples que l'on pourrait aisément trouver, il serait indifférent de commencer l'opération par où l'on voudrait.

2°. Usage de la division.

120. La division s'emploie dans un très-grands nombres de questions parmi lesquelles on doit remarquer les suivantes :

1°. Partager un nombre entier en un nombre donné de parties égales.

2°. Chercher combien de fois un nombre entier contient un autre nombre entier plus petit.

3°. Rendre un nombre donné autant de fois plus petit qu'il est indiqué par un nombre entier.

4°. Connaissant le prix de plusieurs objets, calculer le prix d'un seul.

5°. Connaissant le prix de plusieurs objets et le prix d'un seul, déterminer le nombre d'objets.

Dans toutes ces questions, en effet, le raisonnement ramène à la définition générale et fait connaître quel est le nombre qui doit être pris pour dividende.

Pour la deuxième question, par exemple, on raisonnera ainsi : Si je connaissais combien de fois le plus petit nombre est contenu dans le plus grand, en multipliant le plus petit nombre par le nombre de fois trouvé, je devrais reproduire le plus grand nombre.

Pour la quatrième : si je connaissais le prix d'un seul objet, en le multipliant par le nombre d'objets, je devrais retrouver le prix total.

Par conséquent, c'est toujours chercher un nombre qui, multiplié par un des deux nombres donnés, reproduise l'autre.

121.—Remarque. Dans toute division si l'on augmente le dividende sans toucher au diviseur, le quotient de la nouvelle division devient plus grand.

En effet le nombre à partager étant plus grand, chacune des parties exprimées par le quotient sera plus grande.

Si, au contraire, on augmente le diviseur sans toucher au dividende, le quotient devient plus petit.

En effet le nombre des parties que l'on doit faire devenant plus grand, chacune des parties deviendra plus petite.

122. Si donc on rend le dividende 2 fois, 3 fois, etc., plus grand sans toucher au diviseur, le quotient deviendra 2 fois 3 fois, etc., plus grand.

Si l'on rend le diviseur 2 fois 3 fois plus grand sans toucher au dividende le quotient sera 2 fois, 3 fois plus petit.

123. Le contraire aurait lieu si l'on diminuait le dividende sans toucher au diviseur, ou le diviseur sans toucher au dividende ; dans le premier cas le quotient devient plus petit, et dans le second il augmente.

124. Il suit de là que si le dividende devient 2 fois, 3 fois etc., plus petit sans que le diviseur soit changé, le quotidien deviendra 2 fois 3 fois, etc. plus petit.

Si, au contraire, le diviseur devient 2 fois, 3 fois, etc... plus petit sans que le dividende soit changé, le quotient deviendra 2 fois, 3 fois, etc. plus grand.

125. Théorème.—*Le quotient de deux nombres ne change pas, si l'on multiplie ou si l'on divise à la fois le dividende et le diviseur par le même nombre.*

Démonstration. Soit à diviser, par exemple 182 par 26. Quelque soit le quotient de ces deux nombres, si je multiplie le dividende 182 par un nombre quelconque, 9, par exemple, sans toucher au diviseur, le nouveau dividende 1638 étant 9 fois plus grand, le quotient de cette seconde division sera 9 fois plus grand.

Maintenant, si au lieu de diviser 1638 par 26, je prend pour diviseur un nombre 9 fois plus grand que 26, c'est-à-dire si je le multiplie par 9 sans toucher au dividende ce qui donne 234, le quotient de cette troisième division sera 9 fois plus petit que celui de la seconde.

Par conséquent, le quotient de 1636 par 234 devant être 9 fois plus petit qu'un nombre 9 fois plus grand que le quotient de 182 par 26 sera précisément égal à ce dernier quotient ; ce qu'il fallait démontrer.

On résonnerait d'une manière analogue, dans le cas où l'on diviserait le dividende et le diviseur par un même nombre.

126. Ce principe fournit le moyen de simplifier la division dans le cas où le dividende et le diviseur sont tous deux terminés par des zéros.

Règle. *Lorsque le dividende et le diviseur sont terminés par des zéros, on supprime sur la droite de chacun d'eux le même nombre de zéros, autant que dans celui qui en a le moins, et l'on procède à l'opération sur les deux nombres résultants.*

Exemple et démonstration. Soit à diviser 48000 par 1600.

480	par 16
00	30

Je supprime deux zéros dans les deux nombres et je divise 480 par 16 ce qui donne 30 pour quotient.

En effet, en supprimant dans le dividende et le diviseur 2 zéros, je divise à la fois les deux nombres par 100 ; par conséquent, d'après le principe précédent le quotient ne sera pas changé.

127. Lorsque la division donne un reste, ce reste indique qu'il n'est pas possible de partager exactement le dividende en autant de parties égales qu'il y a d'unités dans le diviseur. On dit alors que le diviseur ne divise pas exactement le dividende, ou que le diviseur n'est pas un diviseur exact du dividende.

Il n'y a donc pas dans ce cas, de nombre entier qui, multiplié par le diviseur, reproduise le dividende. Le quotient obtenu diffère du véritable quotient cherché de moins d'une unité, on dit qu'il est exact à moins d'une unité près.

Soit par exemple, 348 à diviser par 7

$$\begin{array}{r|l} 348 & 7 \\ \cline{2-2} 68 & 49 \\ 5 & \end{array}$$

L'opération donne au quotient 49 et pour reste 5. La division ne se fait pas exactement. Le quotient véritable, c'est-à-dire le nombre qui, multiplié par 7, donne pour produit 348, est compris entre 49 et 50, et par conséquent 49 est le quotient à moins d'une unité près.

Si l'on retranchait 5 de 348, on obtiendrait 343 qui serait divisible exactement par 7, et le quotient exact serait 49.

De même en divisant 39419 par 579, on obtient pour quotient à moins d'une unité près 68 et pour reste 47.

Le quotient 68 n'est donc pas non plus complet ; on verra bientôt comment on doit compléter le quotient.

3°. PREUVE DE LA DIVISON.

128. RÈGLE. *La preuve dela division se fait en multipliant le diviseur par le quotient ou réciproquement le quotient par le diviseur.*

Si la division n'a point de reste, le produit doit être égal au dividende.

S'il y a un reste, il faut qu'en ajoutant le reste au produit du quotient et du diviseur, la somme soit égale au dividende.

129. Autre Règle.—*On peut faire aussi la preuve par une nouvelle division dans laquelle on prendra pour dividende le quotient ;* Le nouveau quotient doit être précisément l'ancien diviseur, et le reste sera le même si la première division en a donné un plus petit que le quotient.

Problème. Un épicier a payer 29495 dollars pour 347 tonneaux de sucre. A combien lui revient le tonneau ?

Solution. Si je connaissais ce que coûte un tonneau, en multipliant ce nombre de dollars par 347, je devrais retrouver au produit \$29495. 29495 est donc un produit et 347 un des facteurs; je prends donc pour dividende 29495 et pour diviseur 347.

Division.	Preuve par la multiplication.	Preuve par la division.
29495 | 347	85	29495 | 85
1785 | 85	347	399 | 347
000	———	595
	595	00
	340	
	255	
	———	
	29495	

le tonneau revient à \$85.

On a opéré comme sur des nombres abstraits, mais au résultat, on a rétabli le nom de l'unité.

QUESTIONNAIRE.

Qu'est-ce que la division ? (103).

Qu'est-ce que le dividende ? (103).

Le diviseur ? Le quotient, (103).

Comment indique-t-on la division ? (103).

Comment peut-on définir la division lorsque le diviseur est un nombre entier ? (104).

Comment peut-on se servir de la table de multiplication pour diviser un nombre d'un, de deux, ou de trois chiffres au-dessous de 225, par un nombre d'un seul chiffre ? (105).

Comment se fait la division des nombres entiers ? (107).

Comment reconnait-on qu'un chiffre placé au quotient est trop fort ? (112)

Comment reconnaît-on qu'il est trop faible ? (112)

Si l'on opérait comme l'indique la règle générale, devrait-on écrire un chiffre trop faible au quotient ? (112)

Comment peut-on vérifier si le chiffre qu'on veut écrire au quotient ne sera pas trop fort ? (117)

Comment peut-on savoir d'avance combien il y aura de chiffres au quotient ? (113)

Pour quelle raison la division se fait-elle en commençant par la gauche quand toutes les autres opérations procèdent de la droite à la gauche ? (119)

Dans quel cas faut-il employer la division ? (120)

Comment reconnait-on lequel des deux nombres donnés doit être le dividende ? (120)

Démontrer que le quotient devient autant de fois plus grand ou plus petit, selon que l'on a pris un dividende plus grand ou plus petit avec le même diviseur ? (122, 124)

Démontrer que le quotient devient autant de fois plus petit ou plus grand selon que l'on a pris un diviseur plus grand ou plus petit avec le même dividende ? (122, 124)

Demontrer que le quotient ne change pas quand on multiplie ou qu'on divise à la fois le dividende et le diviseur par un même nombre ? (125)

Comment abrège-t-on la division dans le cas où le dévidende et le diviseur sont tous deux terminés par des zéros ? (126)

Lorsque la division donne un reste qu'est-ce que cela signifie ? (127)

Comment se fait la preuve de la division ? (128, 129)

EXERCICES.

Effectuer les divisions suivantes :

198. 24 : 3 ; 55 : 5 ; 84 : 7 ;

199. 152 : 4 ; 168 : 7 ; 280 : 8 ; 2160 : 9 ; 6364 : 7 ; 182 : 13 :

200. 187 : 17 ; 595 : 35 ; 777 : 37 ; 986 : 29 ;

201.	Diviser	1365	par	13	214.	Diviser	12079	par	257
202.	"	1387	"	19	215.	"	24523	"	179
203.	"	2310	"	35	216.	"	28797	"	2069
204.	"	2590	"	37	217.	"	51377	"	83
205.	"	2599	"	23	218.	"	97297	"	653
206.	"	3706	"	109	219.	"	995210	"	4327
207.	"	4189	"	59	220.	"	1018090	"	1669
208.	"	4553	"	157	221.	"	5024242	"	63598
209.	"	5798	"	223	222.	"	134217750	"	357914
210.	"	6586	"	89	223.	"	3960894304	"	7985674
211.	"	6924	"	577	424.	"	7546476546	"	985437
212.	"	6940	"	347	225.	"	134820108882	"	35497659
213.	"	10319	"	607					

PROBLÈMES SUR LA DIVISION.

226. Six enfants ont mis en commun les noix qu'ils avaient pour les partager également entre eux. Le premier en avait 5, le deuxième 6, le troisième 7, le quatrième 8, le cinquième 10, et le sixième et dernier 12 ; à cet arrangement, combien gagne celui qui en avait le moins et combien perd celui qui en avait le plus ?

227. Le nombre 72841 est le produit de deux nombres, dont l'un est 23, quel est l'autre nombre ?

228. Quel est le nombre qui, multiplié par 271, a donné pour produit 61517 ?

229. Combien de fois pourrait-on soustraire 128 de 6400 ?

230. Combien de fois le nombre 450 est-il contenu dans 360000?

231. On a distribué $858 à un certain nombre de personnes, de manière que chacune d'elles a reçu $3. Combien y avait-il de personnes ?

232. Il y a dans une plantation 1296 arbres disposés en 16 rangées égales. Combien d'arbres par rangée ?

233. En 24 heures une roue a fait 14400 tours. Combien cette roue fait-elle de tours par heure ?

234. Quel est le nombre 25 fois plus petit que 3575 ?

235. On a payé $18792 pour 324 caisses de marchandises; quel est le prix de chaque caisse ?

236. Un ouvrage in-8° contient 1280 pages; combien cela fait-il de feuilles d'impression ? [1 feuille in-8° fait 16 pages.]

237. 8754 jours font combien d'années ?

238. 276480 minutes font combien d'heures ?

239. Une succession de $68400 a été partagée également entre 8 héritiers ; quelle est la part de chacun ?

240 Un héritier a reçu $10950 sur une succession de $54750. Quelle partie a-t-il reçue ?

241. La terre parcourt autour du soleil 206144880 lieues par an ; combien cela fait-il de lieues par jour ?

242. Par quel nombre faut-il diviser 17982 pour avoir 54 ?

243. Quel est le nombre qui, multiplié par 55 donne 20075 ?

244. Le quotient de 157716 est 674 ; quel est le diviseur ?

245. Si un facteur est 812 et le produit 51968, quel est l'autre facteur ?

246. Quel est le nombre qui, multiplié par 341, donne 443641 ?

247. 21 caisses de harengs en contiennent 10841, combien y en a-t-il dans chaque caisse ?

248. On lève la somme de $4824 dans 12 comtés; chaque comté est composé de six paroisses; combien lève-t-on dans chaque paroisse ?

249. Un volume in-4° contient 3393400 lettres, chaque page contient 4465 lettres ; quel nombre de pages y a-t-il dans le volume ?

PROBLÈMES DE RÉCAPITULATION SUR LES QUATRE OPÉRATIONS DES NOMBRES ENTIERS.

250. Une école était divisée en trois classes contenant: la petite, 135 élèves ; la moyenne, 87, la grande 65 ; il en est rentré 12 à la petite, 9 à la moyenne, et il en est sorti 7 de la grande. Combien y a-t-il d'élèves dans l'école et dans chaque classe ?

251. On a partagé $360 entre trois personnes, de manière que la première a eu $130 ; la deuxième, $20 de moins que la première. Quelle a été la part de la troisième ?

252. Un élève chargé de faire une addition a trouvé pour la somme 34597. Le maitre après avoir examiné l'opération, lui dit: Vous vous êtes trompé : à la première colonne à droite,

vous avez compté 1 de trop, à la deuxième colonne, vous avez oublié de porter 2 de retenue ; à la troisième, vous avez compté 2 de moins, et à la quatrième vous avez compté 3 de plus qu'il ne fallait. Quel devait être le résultat et qu'elle est la différence entre le résultat trouvé par l'élève et le résultat véritable ?

253. J'ai payé sur un billet de $1000 une note de tailleur de $348, une note de bottier de $75, et j'ai payé pour mon loyer $375. Combien reste-t-il de ce billet ?

254. Une famille dépense annuellement $948 pour nourriture, $516 pour habillement, $320 pour logement, $175 pour menues dépenses. Combien dépense-t-elle en tout ?

255. Une marchandise a coûté $286. Combien faut-il la revendre pour y gagner $56 en donnant $15 de commission ?

256. Clovis qui fut le fondateur de la monarchie française, monta sur le trône en 481, à l'âge de 15 ans, et mourut en 511 : 1°. à quel âge est-il mort ? 2°. quel est la date de la naissance de Clovis ? 3°. combien d'années, en 1857, s'étaient-elles écoulées depuis son avénement au trône ?

257. Un entrepreneur a présenté son mémoire montant à $8536, sur lequel on a fait une réduction de $748. Combien en a-t-il reçu ?

258. Un banquier doit recevoir $13950 en trois payements, dont le premier est de $5700, et le deuxième de $4320. Quel sera le troisième ?

259. Un régiment se compose de quatre bataillons dont un de dépôt ; le premier bataillon compte 728 hommes, le deuxième 712, le troisième 697, et le bataillon de dépôt 345. Combien d'hommes ce régiment a-t-il ?

260. Une route est plantée des deux côtés, d'arbres placés à la distance de 10 pas. Combien y a-t-il d'arbres sur une longueur de 720 pas ?

261. Un banquier a reçu dans le premier trimestre, $15936 ; dans le deuxième, $31940 ; dans le troisième, $27674 ; dans le quatrième, $42769 ; il a déboursé dans toute l'année $96843. Combien lui reste-t-il s'il avait en caisse $24375 ?

262. On a multiplié entre eux deux nombres entiers, dont le multiplicande était 63, et on a trouvé pour produit 3339 ; mais on a pris un 5 pour un 3 au chiffre des unités du multiplicateur. Quel doit être le produit véritable ?

263. Une voiture-omnibus de 16 places fait 14 voyages par jour. Combien transporte-t-elle de voyageurs dans une année commune de 365 jours, en supposant qu'elle soit toujours au complet ?

264. Une succession a été ainsi partagée : Un premier héritier a reçu $1400 ; un second, $80 de moins ; un troisième $50 de moins que le deuxième ; de plus $360 ont été léguées aux hôpitaux et $120 distribuées aux pauvres. Quel est le montant de cette succession ?

265. Un marchand a reçu 14 douzaines d'oranges dans deux caisses, dont l'une contient 24 oranges de plus que l'autre. Combien y a-t-il d'oranges dans chaque caisse ?

266. Un vaisseau de premier rang est armé de 110 canons, un vaisseau de deuxième rang, de 84 ; une frégate, de 50. Quel est le moindre total de canons d'une escadre composée de 3 vaisseaux du premier rang, de 8 du deuxième, et de 6 frégates ?

267. Un marchand de comestibles a vendu 50 douzaines de perdrix à $2 la douzaine et 30 douzaines d'oies ; la vente des oies à dépassé de $50 celle des perdrix. A quel prix a-t-il vendu chaque douzaine d'oies ?

268. L'équipage d'un vaisseau de premier rang est de 970 hommes ; celui d'un vaisseau de second rang, de 890 hommes ; celui d'une frégate, de 450 hommes. Quelle est en homme la force d'une escadre composée de 2 vaisseaux du premier rang, de 5 vaisseaux du deuxième et de 4 frégates ?

269. J'ai acheté une maison $3740 ; j'y ai fait pour $1438 de réparations, et je voudrais la revendre en gagnant $600. A quel prix dois-je la revendre ?

270. Un père laisse en mourant $36500 à partager entre ses trois enfants ; le premier a eu pour sa part $12450 ; le deuxième $350 de moins que le premier. Combien le troisième a-t-il eu pour sa part.

271. Deux négociants ont fait une société et ont mis en commun une somme de $25400 ; le premier a mis à lui seul $18730. Combien de plus que le second ?

272. Un individu fait une échange avec une autre d'un cheval qui coûte $135 contre un autre et reçoit $75 de retour. Quel est le prix du second cheval ?

273. Un négociant a acheté 348 balles de coton d'une première

espèce et 165 d'une seconde: il a vendu 147 de la première. Combien en a-t-il vendu de la seconde, s'il ne lui reste plus en tout que 309 balles ?

274. Trois personnes se sont partagé un héritage : la première a eu le double de la deuxième, la deuxième le triple de la troisième qui a eu $750. Quel est le montant de l'héritage ?

275. Avec $540 de plus que ce que j'ai, je pourrais payer $18000 que j'ai empruntées ; et il me resterait encore $28. Combien ai-je ?

276. Combien y a-t-il de plumes en tout dans 48 paquets dont 23 de 25 plumes chacun, et les autres, de 30 plumes ?

277. Si j'avais le double de ce que j'ai et $38 de plus, je pourrais acheter un piano dont on me demande $426. Combien ai-je ?

278. Deux troupes de 43 et de 57 ouvriers ont travaillé à un ouvrage : les premiers, pendant 15 jours, les seconds pendant 18 jours. Combien de journées d'ouvriers ?

279. Un marchand a acheté 36 pièces de draps à $125 la pièce et 48 à $90. Combien payera-t-il en tout ?

280. Un négociant a reçu 463 barriques de suif qu'il a payées $6482 ; en les revendant avec un bénéfice de $2315 ; combien a-t-il gagné sur chaque barrique et à quel prix l'a-t-il revendue ?

281. Un entrepreneur a payé $1581 à deux troupes d'ouvriers pour 573 jours de travail, dont 138 à raison de $2 pour la première troupe. Quel est le prix de la journée de chaque ouvrier de la seconde troupe ?

282. On a payé $1188 à trois ouvriers qui ont travaillé, le premier 153 jours, le deuxième 148 et le troisième 95. Quel est le prix de la journée de chaque ouvrier ?

283. Un vitrier a reçu $1968 pour le prix de 984 croisées. Quel est le prix de chaque croisée ?

284. La ville de Rome, en 1857, comptait 2610 ans d'existence. Quelle est la date de sa fondation ?

285. Deux marchands font une échange : le premier donne 40 verges de drap à $3 la verge, et le second 12 verges avec $60 de retour. A quel prix revient la verge du dernier drap ?

286. Un personne qui a un revenu de $3285 veut mettre de côté $2 par jour. Combien peut-elle dépenser par jour, l'année étant de 365 jours ?

287. Un marchand a acheté 18 balles de marchandises à $108 ; il en vend 12 à $106. A quel prix doit-il revendre les 6 autres pour ne pas perdre ?

288. Un négociant a payé $1312 pour l'achat de 20 balles de coton à trois prix différents, savoir : 4 balles à $65, 7 balles à $68. A combien revient chacune des autres ?

289. Deux personnes ont à elles deux $30 ; si la première avait $3 de plus et la seconde $1 de moins, elles auraient la même somme. Combien chacune a-t-elle ?

290. 6 ouvriers demandent chacun $3 par jour pour faire un ouvrage de 864 verges, et feront chacun 4 verges par jours, 6 autres ouvriers demandent pour le même ouvrage $5 par jour, et feront chacun 6 verges. Est-il plus avantageux d'employer les premiers ou les seconds ?

291. 52 ouvriers ont fait 544 verges d'ouvrage en 34 jours ; 36 autres ouvriers ont fait 504 verges en 28 jours, et 21 ouvriers ont fait 1308 verges en 62 jours. On demande combien il a été fait de verges par jour ?

292. Un milord a une fortune qui lui permet de dépenser $12 par jour ; mais il doit payer à la fin de l'année une somme de $1460. On demande quel est son revenu, et à combien il doit restreindre sa dépense journalière pour mettre de côté la somme qu'il doit payer ?

293. Un millionaire doit une somme de $5450 qu'il est convenu d'acquitter en 10 paiements égaux d'année en année. Son revenu annuel est de $4925. Combien lui reste-t-il à dépenser par jour après avoir payé ce qu'il doit payer chaque année ?

294. Un employé a une place de $2400 par an. Il a économisé en 10 ans $5750. Quelle a été sa dépense journalière ?

295. Un individu a acheté une maison $10000. Sur ce prix il a payé chaque année, pendant 10 ans, $827. A sa mort ses 5 héritiers acquittent ce qui reste dû chacun par égales portions. Quelle somme chacun a-t-il payée ?

296. Si l'on me donnait $450, je pourrais payer $800 que je dois et en avoir $25 de reste ; combien avais-je d'argent ?

297. Trois personnes se sont partagé une certaine somme, la 1^{re} ayant eu $4368 ; le 2^{me} $540 plus que la 1^{re} ; et la 3^{me} 54 plus que les deux autres ensemble, il reste $27 ; quelle était cette somme et combien a eu chaque personne ?

298. Quatre associés ont gagné $21175; le premier doit avoir $4259 de plus que le 2^{me} ; le second $1700 de plus que le 3^{me} ; le troisième $1175 de plus que le quatrième : quelle somme chacun recevra-t-il ?

299. La somme de deux nombres est 5330, leur différence est 1999 : quels sont ces deux nombres ?

300. Deux personnes ont mis en société $1800 ; la 1^{re} a mis $750 : combien doit-elle ajouter à sa mise pour qu'elle égale celle du second ?

301. Un général partant pour une expédition avec 1300 hommes, en laissa 600 pour garder une place, en même temps il reçoit un renfort de 800 hommes ; 450 restèrent aux hôpitaux ; il en demande 3500 mais il en reçoit que 2730, et en laissa 1750 en divers postes ; avec combien d'hommes arrive-t-il à sa destination ?

302. Quel est le nombre qui, étant augmenté de 85 et divisé par 9, donne 25 au quotient ?

303. Quel est le dividende d'une division dont le quotient est 1111, le diviseur 1111 et le reste 1110 ?

304. Quel est le nombre qui étant multiplié par 10, plus 34 divisé par 17 et soustrait 22 le reste est 80 ?

305. La somme du dividende et du diviseur est 1235432 et le quotient est 1111. Quel est ce dividende et ce diviseur ?

CHAPITRE SECOND.

FRACTIONS.

FRACTIONS ORDINAIRES OU À DEUX TERMES.

§ 1. NUMÉRATION.

1. NOTIONS PRÉLIMINAIRES.

---

131. *On entend par fraction ordinaire une ou plusieurs parties de l'unité partagée en un nombre quelconque de parties égales.*

Si l'on suppose, par exemple, qu'un objet ayant été partagé en 7 parties égales, on ait à considérer soit une seule ou plusieurs de ces parties réunies, 3 par exemple, on aura 3 septièmes de l'objet dont il s'agit.

Il est évident que puisqu'il faut prendre les 7 septièmes pour recomposer l'objet entier, les 3 septièmes ne sont qu'une portion, ou autrement dit une fraction de l'objet.

132. *On représente une fraction ordinaire à l'aide de deux nombres, écrits l'un sous l'autre et séparés par un trait horizontal.*

On écrit au-dessous, le nombre qui indique en combien de parties égales l'unité est partagée ; et au-dessus, celui qui exprime combien de ces parties égales on a réunies.

Le nombre inférieur s'appelle *dénominateur*, (qui nomme,) parcequ'il donne son nom à chacune des parties égales de l'unité ; et le nombre supérieur s'appelle *numé-*

rateur, (compteur), parce qu'il exprime le nombre de ces parties réunies.

Le numérateur et le dénominateur se nomment les deux *termes* de la fraction.

Les fractions ordinaires s'appellent aussi *fractions à deux termes*.

Dans l'exemple précédent, on écrira $\frac{3}{7}$ qui est comme on le voit, plus simple que 3 *septièmes*. De même, si l'on voulait exprimer qu'on a partagé l'unité en 12 parties égales, et que l'on considère 5 de ces parties réunies, on écrirait $\frac{5}{12}$ expression plus simple que 5 *douzièmes*.

La véritable unité dans ces nombres est $\frac{1}{7}$, $\frac{1}{12}$, de l'unité principale que l'on considère.

133. *On énonce une fraction ordinaire en énonçant d'abord le numérateur et ensuite le dénominateur auquel on ajoute la terminaison* ième ;

Ainsi $\frac{5}{9}$	s'énonce cinq neuvièmes
$\frac{16}{23}$	seize vingt-troisièmes
$\frac{143}{167}$	cent quarante-trois cent soixante-septièmes.

Il n'y a d'exception à cette règle que pour les dénominateurs 2, 3, 4, qui s'énoncent *demi*, *tiers*, *quart*.

134. Quand il s'agit d'écrire une fraction énoncée on suit le même ordre ; on écrit d'abord le *numérateur* et au-dessous le *dénominateur*.

135. *Il suit de la nature même des fractions que :*

De deux fractions qui ont le même dénominateur, la plus grande est celle qui a le plus grand numérateur.

En effet, la fraction $\frac{7}{9}$ par exemple, est plus grande que $\frac{5}{9}$, de même que 7 est plus grand que 5.

136. *De deux fractions qui ont le même numérateur, la plus grande est celle qui a le plus petit dénominateur.*

En effet, $\frac{4}{7}$ est plus grand que $\frac{4}{9}$, car $\frac{1}{7}$ de l'unité est plus que $\frac{1}{9}$ de la même unité ; $\frac{4}{7}$ exprime donc une portion de l'unité plus grande que celle qui est exprimé par $\frac{4}{9}$.

137. La division conduit naturellement aux fractions ordinaires et réciproquement les fractions servent à compléter le quotient, quand la division donne un reste.

RÈGLE. *Lorsque la division donne un reste, on complète le quotient en écrivant à sa droite une fraction ordinaire dont le reste est le numérateur, et le diviseur le dénominateur.*

DÉMONSTRATION. En effet, soit à diviser 39 par 7.

$$\begin{array}{r|l} 39 & 7 \\ \hline 4 & 5\frac{4}{7} \end{array}$$

ou autrement dit, à partager 39 en 7 parties égales.

Le quotient, à moins d'une unité près, est 5, et il reste encore 4 à partager en 7 parties égales.

Je suppose, pour fixer les idées, qu'il s'agisse de partager 4 pommes entre 7 enfants. Une manière simple de faire ce partage serait de partager chaque pomme en 7 parties égales, et d'en donner une partie à chaque enfant. Pour chaque pomme ainsi partagée, chaque enfant recevrait 1 septième de pomme, et puisqu'il y a 4 pommes, chaque enfant recevrait en tout 4 septièmes de pomme qu'on écrit $\frac{4}{7}$.

Ce raisonnement prouve en même temps que le septième de 4 unités est la même chose que $\frac{4}{7}$ d'une seule unité.

Le quotient complet sera donc : $5\frac{4}{7}$.

Les quotients complets dans les deux exemples du N°. 127 seront $49\frac{5}{7}$ et $68\frac{47}{579}$.

138. *On peut indiquer la division de deux nombres en les écrivant sous la forme d'une fraction ordinaire, dont le dividende est le numérateur, et le diviseur le dénominateur.*

Ainsi, la division de 584 par 75 peut s'indiquer par $\frac{584}{75}$; en effet, diviser 584 par 75, c'est partager 584 en

75 parties égales ; autrement dit, c'est chercher la 75ème partie de 584 ; or, d'après le raisonnement précédant, la 75ème partie de 584 unités, c'est la même chose que les $\frac{584}{75}$ de l'unité.

139. Toute expression fractionnaire dans laquelle le numérateur est plus petit que le dénominateur, est plus petite que l'unité, et se nomme fraction proprement dite.

140. Toute expression fractionnaire dans laquelle le numérateur est égal au dénominateur, est égale à l'unité.

141. Toute expression fractionnaire dans laquelle le numérateur est plus grand que le dénominateur, est plus grande que l'unité et se nomme nombre *fractionnaire*. On dit alors qu'elle contient des *entiers*, c'est-à-dire des *unités entières.*

142. Règle. *Pour extraire les entiers contenus dans un nombre fractionnaire, on divise le numérateur par le dénominateur.*

Ainsi $\frac{36}{12} = 3$; $\frac{24}{4} = 6$; $\frac{144}{8} = 18$; $\frac{39}{5} = 7\frac{4}{5}$.

En effet, la fraction $\frac{36}{12}$ exprime que l'on a partagé l'unité en 12 parties égales, et que l'on prend 36 de ces parties. On a donc évidemment plus que l'unité et autant d'unités que 12 est contenu de fois dans 36. Il faut donc diviser 36 par 12.

Même raisonnement pour les trois autres fractions ; comme la division a donné un reste, j'ai dû compléter le quotient.

143. Règle. Réciproquement, *pour réduire des entiers accompagnés d'une fraction, le tout en fraction, on multiplie la dénomination par l'entier, à ce produit on ajoute le numérateur, et l'on donne pour dénominateur à ce résultat le dénominateur de la fraction.*

En effet, soit $5\frac{2}{9}$ à réduire en fraction. Puisque l'unité est supposée partagée en 9 parties égales, qu'elle vaut 9 neuvièmes, les 5 unités vaudront 5 fois 9 neuvièmes ou 45 neuvièmes et 2 neuvièmes feront en tout 47 neuvièmes qu'on écrit $\frac{47}{9}$.

144. Théorème. *Une fraction ne change pas de valeur quand on multiplie ou qu'on divise à la fois ses deux termes par un même nombre.*

Démonstration. Soit la fraction $\frac{2}{3}$. Si je multiplie ces deux termes par 3, j'obtiens $\frac{6}{9}$. Je dis que $\frac{6}{9}$ a précisément, sous une autre forme, la même valeur que $\frac{2}{3}$. En effet, $\frac{2}{3}$ exprime que l'on prend 2 parties de l'unité partagée en trois parties égales. Mais si l'on partage de nouveau chacune de ces 2 parties en 3 parties égales, on aura 6 nouvelles parties égales. Donc $\frac{6}{9}$ représente exactement la même portion de l'unité, la même fraction que $\frac{2}{3}$.

De même la fraction $\frac{6}{8}$ après qu'on a divisé à la fois ses deux termes par 2 devient $\frac{3}{4}$, qui représente, en effet, la même portion de l'unité. Je peux concevoir que les 8 parties dont se compose l'unité aient été réunies 4 à 4 et alors 6 de ces anciennes parties n'en formeront plus que deux nouvelles dont il ne faudra plus que 2 pour reconstituer l'unité ; donc $\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$.

145. Deux fractions qui ont la même valeur, sous une forme différente, sont dites *équivalentes.*

146. Une fraction proprement dite devient plus grande ou plus petite quand on augmente ou qu'on diminue les deux termes d'un même nombre.

En effet, soit la fraction $\frac{4}{9}$ si j'ajoute 4 au numérateur, et au dénominateur, j'aurai la fraction $\frac{8}{13}$, or, il manquait à $\frac{4}{9}$, pour recomposer l'unité, $\frac{5}{9}$, tandis qu'il ne manque à $\frac{8}{13}$ que $\frac{5}{13}$, et comme un $\frac{1}{13}$ est plus petit que $\frac{1}{9}$, $\frac{5}{13}$ sont plus petits que $\frac{5}{9}$; donc $\frac{8}{13}$ est une fraction de l'unité plus grande que $\frac{4}{9}$.

Pareillement, si je retranche 3 au numérateur et au dénominateur de la fraction $\frac{4}{9}$ j'aurai $\frac{1}{6}$ à qui il manque $\frac{5}{6}$ pour recomposer l'unité, tandis qu'à $\frac{4}{9}$ il ne manquait $\frac{5}{9}$ donc $\frac{1}{6}$ est plus petit que $\frac{4}{9}$.

147. Ceci n'est vrai que pour les fractions proprement dites, car un nombre fractionnaire diminue ou augmente selon que l'on augmente ou diminue les deux termes d'un même nombre. En effet $\frac{5}{3}$ dont on augmente les deux termes de 3 devient $\frac{8}{3}$ qui surpasse l'unité de $\frac{5}{3}$ tandis que $\frac{5}{3}$ la surpasse de $\frac{2}{3}$ et si l'on diminue les deux termes de 3, on a 2 unités qui surpasse l'unité de 1.

148. Quant aux fractions dont les deux termes sont le même nombre, elles ne changent pas de valeur et représentent toujours l'unité $\frac{2}{2} = \frac{4}{4} = \frac{8}{8}$ etc., etc.

149. Théorème. *On rend une fraction quelconque, un certain nombre de fois plus grande quand on multiplie son numérateur par ce nombre sans toucher au dénominateur, ou bien quand on divise son dénominateur par ce même nombre, sans toucher à son numérateur.*

Démonstration. Soit la fraction $\frac{6}{20}$ si je multiplie son numérateur par un nombre entier quelconque, 2 par exemple, j'obtiendrai $\frac{12}{20}$ qui est évidemment 2 fois plus grand que $\frac{6}{20}$; de même que 12 est le double de 6.

Si je divise au contraire son dénominateur par 2, j'aurai $\frac{6}{10}$; mais je puis mettre la fraction sous la forme $\frac{12}{20}$, en multipliant ses deux termes par 2 et $\frac{12}{20}$ est évidemment 2 fois plus que $\frac{6}{20}$; donc $\frac{6}{10}$ qui est équivalent à $\frac{12}{20}$ sera aussi 2 fois plus grand que $\frac{6}{20}$.

150. Théorème. *On rend une fraction un certain nombre de fois plus petite, quand on divise son numérateur par un nombre quelconque sans toucher à son dénomina-*

teur, ou bien quand on multiplie son dénominateur par ce nombre sans toucher à son numérateur.

DÉMONSTRATION. L'élève fera le raisonnement, qui n'offre aucune difficulté, d'après ce qui précède.

QUESTIONNAIRE.

Qu'entend-on par une fraction ordinaire ? (131)

Comment représente-t-on une fraction ordinaire ? (132)

Qu'exprime le dénominateur d'une fraction ? (132)

Qu'exprime le numérateur ? (132)

Comment énonce-t-on une fraction ordinaire ? (133)

Comment écrit-on une fraction ordinaire énoncée ? (134)

De deux fractions qui ont le même dénominateur ou des numérateurs différents quelle est la plus grande ? (135)

De deux ou plusieurs fractions qui ont le même numérateur et des dénominateurs différents, quelle est la plus petite ? (136)

Comment peut-on compléter le quotient de deux nombres entiers à l'aide des fractions ordinaires ? (137)

Comment peut-on indiquer la division de deux nombres ? (138)

Qu'entend-on par une fraction proprement dite ? (139)

Par un nombre fractionnaire ? (141)

Comment fait-on pour extraire les entiers renfermés dans un nombre fractionnaire ? (142)

Comment fait-on pour réduire des entiers accompagnés d'une fraction, le tout en fraction ? (143)

Démontrer qu'une fraction ne change pas de valeur quand on multiplie ou qu'on divise ses deux termes par un même nombre ? (144)

Qu'entend-on par des fractions équivalentes ? (145)

Une fraction dont on augmente les deux termes d'un même nombre, conserve-t-elle sa valeur ou diminue-t-elle ? (146)

Démontrer qu'une fraction dont on multiplie le numérateur sans toucher au dénominateur, ou bien dont on divise le dénominateur, sans toucher au numérateur, devient autant de fois plus grande ? (149)

Comment fait-on pour rendre une fraction autant de fois plus petite qu'on le veut ? (150)

EXERCICES.

306. Exprimer qu'on a partagé un objet en 25 parties égales et qu'on a pris 17 de ces parties.

307. Qu'on a partagé un objet en 143 parties égales et qu'on prend 85 de ces parties.

308. Enoncer les fractions suivantes : $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{7}$, $\frac{15}{29}$, $\frac{37}{75}$, $\frac{6483}{12381}$.

309. Ecrire les fractions : *trois-quarts*, sept *dixhuitièmes*, vingt-neuf *quarante septièmes*, cent-six *deux cent vingtièmes*, trois mille quarante et un *sept mille neuf cent dix-septièmes*.

310. Faire les divisions suivantes et compléter le quotient :

42 : 5 ; 374 : 7 ; 459 : 13 ; 6958 : 345 ; 316738 : 4327.

311. Quel est le tiers de 29, le cinquième de 29 ? Ecrivez le nombre 7 fois plus petit que 3.

312. Extraire les entiers des nombres fractionnaires suivants :

$\frac{24}{6}$, $\frac{3528}{15}$, $\frac{435}{20}$, $\frac{6938}{145}$, $\frac{71265}{6348}$.

313. Réduire les entiers et les fractions, le tout en fractions, dans les expressions suivantes :

$2\frac{1}{2}$, $3\frac{1}{2}$, $5\frac{2}{7}$. $18\frac{3}{4}$, $29\frac{7}{8}$, $81\frac{5}{8}$, $174\frac{2}{9}$, $13\frac{11}{17}$, $25\frac{49}{71}$, $148\frac{237}{465}$.

314. Combien y a-t-il de quarts dans 11 entiers ?

315. Combien y a-t-il de septièmes dans 29 entiers ?

316. Combien y a-t-il de trente-cinquièmes dans 173 entiers ?

317. Combien y a-t-il de demi dans $12\frac{1}{2}$ entiers ?

318. Combien y a-t-il de cinquièmes dans $17\frac{3}{5}$ entiers ?

319. Combien y a-t-il de vingtièmes dans $143\frac{17}{20}$ entiers.

320. On a partagé un objet en 15 parties égales et l'on a pris 7 de ces parties ; une autre fois on a partagé le même objet en 16 parties égales et l'on a pris 6 de ces parties. La seconde fraction est-elle plus petite ou plus grande que l'autre ?

321. Rendre 5 fois plus grand $\frac{3}{4}$.

322. Rendre 7 fois plus petit $\frac{5}{9}$

323. Rendre 15 fois plus grand $\frac{2}{3}$

324. Quel est le nombre 3 fois plus grand que $\frac{5}{18}$?

325. Quel est le nombre 6 fois plus petit que $\frac{5}{18}$?

326. Quel est le nombre 7 fois plus grand que $\frac{3}{5}$?

327. Quel est le nombre 9 fois plus petit que $\frac{3}{5}$?

328. Quel est le nombre qui est 3 fois plus petit que $\frac{4}{5}$?

329. Quel est le nombre qui est le tiers de $\frac{3}{4}$?

330. Quel est le nombre qui est le quart de $\frac{8}{11}$?

331. Quel est le nombre qui est le quart de $\frac{1}{4}$?
332. Quel est le nombre qui est le tiers de $\frac{1}{3}$?
333. Quel est le nombre qui est le cinquième de $\frac{1}{5}$?
334. Quel est le nombre qui est 2 fois plus grand que $\frac{2}{7}$?
335. Quel est le nombre 3 fois plus grand que $\frac{3}{17}$?
336. Quel est le nombre 5 fois plus grand que $\frac{2}{15}$?

Réduction des fractions au même dénominateur.

151. *La réduction des fractions au même dénominateur est une opération qui a pour but de changer les fractions proposées en d'autres fractions équivalentes et qui aient toutes le même dénominateur.*

152. Règle. *Pour réduire deux fractions au même dénominateur, on multiplie les deux termes de la première par le dénominateur de la seconde, et les deux termes de la seconde par le dénominateur de la première.*

Démonstration. Soient les deux fractions $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$.

Je multiplie les deux termes de la première par 4 et les deux termes de la seconde par 3 ce qui donne $\frac{8}{12}$, $\frac{9}{12}$.

Chacune de ces fractions est équivalente à celle qui lui correspond : car j'ai multiplié les deux termes de chacune des deux fractions proposées par un même nombre (No. 144) et le dénominateur sera nécessairement le même parce que le produit de deux facteurs ne change pas, quelque soit l'ordre dans lequel on les prenne.

153. Règle. *Pour réduire des fractions, en nombre quelconque, an même dénominatenr on mnltiplie les deux termes de chaque fraction par le produit effectué des dénominateurs de toutes les autres.*

Démonstration. Soit proposé de réduire au même dénominateur les fractions $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{5}{6}$.

$$\frac{360}{720},\quad \frac{480}{720},\quad \frac{540}{720},\quad \frac{576}{720},\quad \frac{600}{720}.$$

Commençant par la première à gauche, je fais le produit des dénominateurs des quatre autres $3\times4\times5\times6=360$ et je multiplie par ce nombre les deux termes de la fraction sur laquelle j'opère, ce qui donne $\frac{360}{720}$. Passant à la seconde, je fais le produit des dénominateurs des quatre autres $2\times4\times5\times6=360$ et je multiplie par ce nombre les deux termes de la fraction sur laquelle j'opère ce qui donne $\frac{480}{720}$. De même pour la troisième, dont je multiplie les deux termes par $2\times3\times5\times6=180$, ce qui donne $\frac{540}{720}$. Je multiplie de même les deux termes de la quatrième par $2\times3\times4\times6=144$, ce qui donne $\frac{576}{720}$.

Multipliant enfin les deux termes de la cinquième par $2\times3\times4\times5=120$, j'obtiens $\frac{600}{720}$.

Je n'ai pas changé la valeur des fractions proposées, puisque j'ai multiplié les deux termes par un même nombre, et le dénominateur des nouvelles fractions devait être le même pour toutes, puisqu'il est formé du produit des mêmes facteurs.

154. Théorème. Le produit d'autant de facteurs que l'on veut ne change pas dans quelque ordre qu'on les multiplie.

Il suffit de démontrer que si cette proposition est vraie pour un nombre quelconque de facteurs, elle sera vraie si l'on prend un facteur de plus. Je suppose donc que cette proposition ait été démontrée pour quatre facteurs, par exemple 2, 3, 4, 5, je dis qu'elle sera aussi vraie pour cinq facteurs. Soit le facteur 6, ce nouveau facteur. Pour former le produit $2\times3\times4\times5\times6$, il faudrait multiplier 2 par 3, puis le produit par 4 ; ce nouveau produit par 5, et enfin ce dernier produit par 6, c'est-à-dire multiplier successivement par ces facteurs dans l'ordre où ils sont écrits.

Or je dis que je puis faire occuper à chacun de ces facteurs, au dernier par exemple, la place que je voudrai ; en effet, lorsque j'aurai formé le produit des trois premiers facteurs, j'aurai encore à multiplier $2\times3\times4$ par 5 d'abord et ensuite le produit par 6, ou ce qui revient au même par 5×6, produit de ces deux facteurs, (No. 89) ; or $5\times6=6\times5$, je pourrai donc écrire le produit ainsi qu'il suit : $2\times3\times4\times6\times5$.

De même $4\times6=6\times4$; je pourrai donc écrire $2\times3\times6\times4\times5$, et comme $4\times6=6\times4$, j'aurai aussi $2\times6\times3\times4\times5$, et enfin à cause de $2\times6=6\times2$, j'aurai pour exprimer le produit $6\times2\times3\times4\times5$,

d'où l'on voit que le facteur 6 a occupé successivement toutes les places dans le produit indiqué. Et comme on pourrait en faire autant pour chacun des autres facteurs, le théorème est démontré pour cinq facteurs.

Donc si la proposition est vraie pour un nombre quelconque de facteurs, elle est vraie aussi pour un facteur de plus.

Or cette proposition a été démontrée pour deux facteurs; donc elle est vraie pour trois, et par conséquent pour quatre, cinq.... pour autant de facteurs qu'on voudra.

155. La réduction des fractions au même dénominateur permet d'apprécier leur grandeur relative; ce qui serait souvent très-difficile sans cette opération, qui du reste est indispensable dans le calcul des fractions, ainsi qu'on le verra plus tard.

156. *Il y a une infinité de nombres qui peuvent servir de dénominateur commun à plusieurs fractions proposées.*

Pour le démontrer, soit proposé de résoudre la question suivante.

Changer la fraction $\frac{2}{3}$ en une autre équivalente et dont le dénominateur soit 27.

On ne peut changer la fraction $\frac{2}{3}$ en une autre fraction équivalente qu'en multipliant ou divisant ses deux termes par un même nombre, et comme la fraction nouvelle doit avoir pour dénominateur 27 qui est plus grand que 3, il faut avoir recours à la multiplication.

Or je connaîtrai le nombre qui doit multiplier les deux termes de la fraction, en divisant 27 dénominateur nouveau proposé, par 3 dénominateur de la fraction donnée. Ce nombre est donc 9 et la fraction nouvelle $\frac{18}{27}$.

On voit par là que la question, en général pourra toujours être résolu pourvu que le nouveau dénominateur soit divisible exactement par le dénominateur de la fraction proposée.

157. Si l'on avait à convertir la fraction $\frac{27}{36}$ en une autre, dont le dénominateur fut 12, il fraudrait procéder par la division, et pour savoir par quel nombre il faudrait diviser les deux termes, on diviserait 36 par 12 ce qui donnerait 3. Divisant les deux termes par 3, on aurait $\frac{9}{12}$. Il y aurait donc en général deux conditions pour que la question pût être résolu : 1° que le dénominateur de la fraction fût divisible exactement par le dénominateur proposé, 2° et que le quotient de cette division étant obtenu, que le numérateur de la fraction fut divisible exactement par ce quotient.

158. Lorsqu'il s'agit de réduire des fractions au même dénominateur, il n'y a qu'à choisir, à volonté, un nombre qui soit divisible exactement par chacun des dénominateurs, et opérer comme dans le N°. 156, sur chacune des fractions proposées.

Exemple et dispositions de calcul :

	30			
	15	10	6	
Fractions proposées.	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{4}{6}$
	$\frac{15}{30}$	$\frac{10}{30}$	$\frac{6}{30}$	$\frac{20}{30}$

Avec un peu d'habitude du calcul on reconnaît que le nombre 30 est divisible exactement par chacun des dénominateurs. On l'écrit en tête des fractions ; puis un peu au-dessus du numérateur de chacune d'elles, on écrit le nombre par lequel on doit multiplier les deux termes, et au-dessous de chaque fraction, la fraction nouvelle qui lui correspond.

159. Au lieu du nombre 30, on pourrait prendre pour dénominateur commun 2 fois, 3 fois, etc., autant de fois qu'on voudrait le nombre 30. Il y a donc une infinité de nombres qu'on pourrait prendre pour dénominateur commun. On verra N°. 187 comment on détermine dans tous les cas, le plus petit nombre qui peut servir de dénominateur commun à autant de fractions que l'on voudra.

QUESTIONNAIRE.

Qu'est-ce que la réduction des fractions au même dénominateur? (151.)

Comment réduit-on deux fractions au même dénominateur? (152.)

Dites la règle générale pour réduire autant de fractions qu'on veut au même dénominateur? (153.)

Sur qu'elle principe cette réduction est-elle fondée? (154.)

La réduction des fractions au même dénominateur ne peut-elle se faire que d'une seule manière? (156, 157, 158, 159.)

EXERCICES.

337. Réduire au même dénominateur les fractions :

$\frac{4}{5}, \frac{7}{10}, \frac{3}{4}, \frac{2}{3}$; $\frac{3}{5}, \frac{7}{15}, \frac{2}{3}$; $\frac{1}{2}, \frac{7}{12}$; $\frac{3}{4}, \frac{7}{8}, \frac{3}{24}$; $\frac{5}{6}, \frac{7}{36}, \frac{5}{12}, \frac{3}{4}, \frac{4}{9}$; $\frac{2}{7}, \frac{3}{28}$; $\frac{3}{7}, \frac{5}{9}, \frac{5}{8}, \frac{11}{13}$; $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{2}{5}$; $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{4}{5}, \frac{6}{7}$; $\frac{1}{2}, \frac{5}{6}, \frac{2}{3}$; $\frac{7}{15}, \frac{7}{8}, \frac{3}{4}, \frac{7}{10}, \frac{4}{5}, \frac{2}{3}, \frac{1}{2}$.

338. Réduire au même dénominateur les fractions suivantes, en prenant un dénominateur à volonté :

$\frac{1}{2}, \frac{7}{20}$; $\frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{5}{6}$; $\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{5}{6}, \frac{7}{8}, \frac{11}{12}, \frac{17}{24}$; $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{7}{8}, \frac{11}{16}, \frac{23}{24}, \frac{15}{48}$.

339. Ranger par ordre de grandeur croissante les fractions, c'est-à-dire en commençant par la plus petite et finissant par la plus grande :

$\frac{2}{3}, \frac{5}{8}$; $\frac{2}{3}, \frac{1}{2}, \frac{7}{9}$; $\frac{1}{4}, \frac{7}{10}, \frac{3}{30}, \frac{21}{100}$.

340, Ranger par ordre de grandeur décroissante les fractions :

$\frac{2}{5}, \frac{1}{2}, \frac{5}{8}, \frac{7}{10}, \frac{11}{12}, \frac{27}{40}, \frac{31}{60}, \frac{237}{240}$.

§ 3. SIMPLIFICALION DES FRACTIONS.

160. *Simplifier une fraction, c'est la changer en une autre fraction équivalente, mais dont les termes soient moins grands, afin de se faire une idée plus nette de la portion d'unité qu'elle réprésente.*

161. Le seul moyen qui puisse être employé, c'est la division des deux termes par un même nombre, choisi à volonté, pourvu qu'il divise exactement ces deux termes; car si le nombre choisi ne divisait pas les deux termes ou même un seul, l'expression résultante serait moins simple que celle qu'on voudrait simplifier. Par exemple; si l'on essayait de diviser les deux termes $\frac{17}{29}$ par trois on aurait

$$\frac{5\frac{2}{3}}{9\frac{2}{3}}$$

162. La recherche des caractères de divisibilité est fondée sur les définitions et principes suivants :

Definitions. On appelle *diviseur exact* ou simplement diviseur d'un nombre, tout nombre qui le divise exactement. Ainsi 4 est diviseur de 24, et comme 24 peut être considéré comme le produit du diviseur 4 et du quotient 6, on dit encore que 4 est facteur sous-multiple de 24, qui, à son tour, est dit multiple de 4.

163. Un nombre peut avoir plusieurs diviseurs. Ainsi 60 a pour diviseur 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60.

164. On appelle *nombre premier absolu* ou simplement *nombre premier*, tout nombre qui n'est divisible que par lui-même et par l'unité. Tels sont : 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, etc., etc.

165. Principe i. *Tout nombre qui divise exactement deux ou plusieurs autres nombres, divise exactement leur somme.*

En effet, chacun de ces nombres vaut un certain nombre de fois le diviseur : leur somme vaudra dans ce même diviseur un certain nombre de fois exprimé par la somme de tous les quotients.

Ainsi 12, 18, 24, 36, étant divisibles par 6 leur somme 90 est divisible par 6 et le quotient 15 est égal à la somme des quotients 2, 3, 4, 6.

166. Principe ii. *Tout nombre qui divise un autre nombre, divise tous les multiples de ce nombre, et à plus forte raison tous les multiples des multiples.*

En effet, un multiple quelconque de ce nombre n'est autre chose que la somme de plusieurs nombres égaux au proposé.

Ainsi 3 divisant exactement 6, divise exactement 12, 18, 24 48, et par conséquent aussi 120, 240, 480, etc.

167. *Tout nombre est divisible par* 2 *lorsque son dernier chiffre à droite est un des chiffres* PAIRS, 0, 2, 4, 6, 8. *Tels sont* 342, 2544, 1056, *etc.*

On appelle chiffres pairs tous ceux qu'on peut partager en deux parties *pareilles* égales.

Démonstration. En effet, 342 = 340 + 2, or, 340 est un multiple de 10 qui est lui-même multiple de 2 ; donc, il est divisible par 2. (Principe ii) ; de plus 2 est divisible par 2 ; donc la somme 340 + 2 ou 342 (Principe i) sera divisible par 2.

168. Les autres chiffres 1, 3, 5, 7, 9, sont appelés

IMPAIRS, (non pairs), ainsi que les nombres qui sont terminés à leur droite par un de ces chiffres, tels que 33, 297, 1295, etc.

169. *Tout nombre est divisible par* 3 *lorsque la somme de ces chiffres additionnés comme des unités simples est un nombre divisible par* 3.

Tels sont 423, 5691, 45240, etc, car $4+2+3=9$ qui est divisible par trois; $6\times5\times9\times1=21$ divisible par 3; $4\times5\times2\times4\times0=15$ divisible par 3.

DÉMONSTRATION. En effet une unité de chaque ordre est un multiple de 9 plus 1; car $10=9+1$, $100=99+1$, donc un nombre quelconque d'unités de chaque ordre est un multiple de 9 plus ce même nombre, or les nombres d'unités de chaque ordre sont representés par les chiffres, donc un nombre quelconque est un multiple de 9 et par conséquent de 3, plus la somme de ces chiffres. Si donc la somme de ces chiffres est divisible par 3 le nombre sera divisible par 3.

170. *Tout nombre est divisible par* 5 *lorsqu'il est terminé à sa droite par un* 0 *ou par* 5.

Tels sont 65, 130, 4500, etc.

DÉMONSTRATION. Car tout nombre est un multiple de 10, plus son dernier chiffre.

171. *Tout nombre est divisible par* 9 *lorsque la somme de ses chiffres additionnés comme des unités simples est un nombre divisible par* 9.

Tels sont 63, 405, 711, en effet, $6+3=9$, divisible par 9. Même démonstration qu'au No. 169.

A ces caractères de divisibilité, on peut ajouter les suivants :

172. *Tout nombre est divisible par* 4 *lorsque les deux derniers chiffres à droite forment un nombre divisible par* 4.

Car tout nombre est un multiple de 100 qui est divisible par 4 plus le nombre formé par ses deux derniers chiffres, $168=100+68$.

Tels sont 428, 936, 8558, 74640, etc.

173. *Tout nombre est divisible par* 6 *lorsqu'il est pair et que la somme de ses chiffres est divisible par* 3.

Tels sont 438, 636, 3168, 7464, etc.

Car ce nombre pair étant divisé par 3, qui est impair, donnera nécessairement pour quotient un nombre pair.

174. *Tout nombre est divisible par* 8 *lorsque ses trois derniers chiffres à droite forment un nombre divisible par* 8.

Car tout nombre est un multiple de 1000, qui est divisible par 8 plus le nombre formé par ses trois derniers chiffres.

175. *Tout nombre est divisible par* 10, 100, 1000, *etc., lorsqu'il est terminé à sa droite par* 1, 2, 3, *etc., zéros.*

176. Les caractères de divisibilité fournissent le moyen de décomposer un nombre donné en 2, 3, etc., facteurs.

Soit par exemple, le nombre 48 à décomposer en ses facteurs.

1°. Ce nombre étant divisible par 2, j'aurai pour facteurs correspondants, 2, 24.

2°. Ce nombre étant divisible par 3, j'aurai pour facteurs correspondants 3, 16.

3°. 48 étant divisible par 4, j'ai pour facteurs correspondants 4, 12.

4°. 4 étant divisible par 6, j'ai pour facteurs correspondants 6, 8.

Pour décomposer 48 en trois facteurs, je décompose 24 (1°), en deux nouveaux facteurs correspondants, ce qui donne : 2, 12, 3, 6, 4, 6, et en les prenant avec le facteur 2, j'aurai d'abord cette première décomposition en 3 factures :

2, 2, 12 ;
2, 3, 8 ;
2, 4, 6 ;

J'en fais autant pour le facteur 16 (2°), qui donne 2, 8, ; 4, 4, et par conséquent, j'aurai pour seconde décomposition :

3, 2, 8 ;
3, 4, 4 ;

Opérant de même sur le facteur 12 (3°), qui donne 2, 6, ; 3 4, j'aurai pour troisième décomposition :

4, 2, 6 ;
4, 3, 4 ;

Opérant enfin de même sur le facteur 8 (4°), qui donne 2, 4 ; j'aurai pour quatrième décomposition :

6, 2, 4 ;

On voit qu'il n'y a que quatre décompositions différentes en trois facteurs, savoir :

2, 2, 12 ;
2, 3, 8 ;
2, 4, 6 ;
3, 4, 4 ;

Si l'on voulait obtenir la décomposition en quatre facteurs, on décomposerait de nouveau les facteurs 12, 8, 4, 6 en deux autres, et l'on ne prendrait que les facteurs différents.

177. *Pour simplifier une fraction, on divise ses deux termes par un même nombre, que l'on reconnait, d'après le caractères de divisibilité, devoir les diviser exactement et que l'on réitere cette opération autant qu'il est possible de le faire.*

Soit la fraction $\frac{9600}{14400}$, je divise les deux termes par 100 ce qui donne $\frac{96}{144}$, les deux termes de cette fraction étant divisible pour 16, je les devise par ce nombre et j'obtiens $\frac{6}{9}$.

Cette fraction, déjà beaucoup plus simple que la première, peut être encore simplifiée, puisque ses deux termes sont divisibles par 3.

Opérant cette division j'obtiens $\frac{2}{3}$, qui exprime en effet d'une manière beaucoup plus simple la même portion de l'unité représentée par la fraction proposée.

178. Lorsqu'une fraction a été simplifiée autant qu'il est possible, on dit qu'elle est réduite à *sa plus simple expression*, et la fraction qu'on obtient s'appelle *irréductible.*

Ainsi la fraction précédente $\frac{9600}{14400}$ est réduite à sa plus simple expression sous la forme $\frac{2}{3}$ qui est irréductible.

179. On serait certain de réduire une fraction à sa plus simple expression, si l'on connaissait le plus grand nombre qui pût diviser exactement ses deux termes et qu'on appelle pour cette raison le plus *grand commun diviseur* des deux termes de la fraction.

180. La recherche du plus grand commun diviseur est basée sur les définitions et les principes suivants.

DEFINITIONS. On appelle *diviseur commun* de deux nombres, tout nombre qui divise exactement l'un et l'autre.

Ainsi les nombres 96 et 120 ont pour diviseurs 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 48, 96 ; le deuxième, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 30, 60, 120.

Les diviseurs communs de l'un et l'autre sont : 1, 2, 3, 4, 6, 12, 24 ; 24 est le plus grand de tous ; il est par conséquent le plus grand commun diviseur de 96 et 120.

181. PRINCIPE III. *Tout nombre qui divise deux nombres divise aussi leur différence.*

En effet chacun de ces nombres valant un certain nombre de fois le diviseur, leur différence vaudra ce même diviseur un nombre de fois exprimé par la différence des quotients.

Ainsi 60 et 96 étant divisible par 6 leur différence 36 est aussi divisible par 6 et le quotient 6 est égal à la différence des quotients 10, 16.

182. PRINCIPE IV. *Tout nombre qui divise deux autres nombres divise le reste de la division.*

En effet, le reste de la division de deux nombres n'est autre chose que la différence entre le plus grand de ces nombres qui a servi de dividende, et le produit du second par le quotient de leur division, c'est-à-dire un multiple de ce nombre.

Ainsi 468 et 130 étant divisible par 26 ; si l'on divise le plus grand par le plus petit, on obtiendra pour quotient 3 et pour reste 78 qui est divisible par 26.

183. *Pour trouver le plus grand commun diviseur entre deux nombres, on divise le plus grand par le plus petit. Si la division se fait exactement, c'est le plus petit nombre qui est le plus grand commun diviseur.*

Si cette première division donne un reste, on divise le plus petit par ce reste. Si la division réussit ce reste est le plus grand commun diviseur.

Si cette seconde opération donne encore un reste, on divise le premier reste par le second, et ainsi de suite, jusqu'à ce que la division se fasse exactement.

Le dernier diviseur employé est le plus grand commun diviseur cherché.

Exemple. Soit proposé de chercher le plus grand commun diviseur entre 1365 et 117.

Je dispose les deux nombres comme pour la division ; puis je tire une ligne horizontale au-dessous des deux nombres pour séparer le diviseur du quotient que j'écrirai au-dessus, ce qui permettra de réunir dans un même tableau toutes les divisions successives, ainsi qu'on le voit ci-dessous,

	11	1	2
1365	117	78	39
195			
78			

Je divise 1365 par 117 ce qui donne 11 pour quotient et pour reste 78.

Je divise 117 par 78, ce qui donne 1 pour quotient, et 39 de reste. Je divise enfin 78 par 39 et la division réussit.

39 est le plus grand diviseur demandé.

184. Démonstration. En effet, je divise le plus grand des deux nombres 1365 par le plus petit 117, pour m'assurer si 117 peut diviser exactement. J'obtiens pour quotient 11 et pour reste 78 et par conséquent.

$$1365 = 117 \times 11 + 78.$$

117 n'est donc pas le plus grand commun diviseur ; mais d'après le principe iv, tout nombre qui divisera 1365 et 117 devra aussi diviser 78 ; et par conséquent, tous les diviseurs communs à 1365 et 117 ; donc ils sont les mêmes ; donc le plus grand commun diviseur entre 1365 et 117 est le même que le plus grand commun diviseur entre 117 et 78.

La question est donc ramenée à chercher le plus grand commun diviseur entre 117 et 78. Je divise donc 117 par 78, ce qui donne pour quotient 1 et pour reste 39. Je démontrerais de même que le plus grand commun diviseur entre 117 et 78 est le même que le plus grand commun diviseur entre 78 et 39.

Je cherche donc le plus grand commun diviseur entre 78 et 39. La division réussit, par conséquent 39 est le plus grand commun diviseur entre 78 et 39 et par suite entre 117 et 78 et enfin 1365 et 117.

Remarquons que les divisions successives finiront toujours par réussir ; car les restes étant des nombres entiers de plus en plus petits, on arrivera nécessairement à un dernier reste égal à zéro.

Le nombre de division ne peut dépasser le quintuple du nombre des chiffres du petit des deux nombres sur lesquels on opère.

185. Règle. *Pour trouver le plus petit nombre divisible à la fois par deux nombres donnés tels que* 60 *et* 48 *on cherche le plus grand commun diviseur entre ces deux nombres, qui est ici* 12, *on divise le plus petit des deux nombres* 48 *par le plus grand comme diviseur* 12, *ce qui donné* 4 *pour quotient ; enfin, multipliant le plus grand des deux nombres* 60 *par le quotient* 4 *on obtient* 240, *qui est le plus petit nombre cherche divisible à la fois par les deux nombres* 60 *et* 48.

Démonstration. En effet, cela revient à faire le produit des deux nombres 60 et 48, et à diviser ce produit par le plus grand comme diviseur de ces deux nombres.

240 est dit *le plus petit multiple* des deux nombres 60 et 48.

186. Règle. *Pour trouver le plus petit multiple de plusieurs nombres donnés, on cherche le plus petit multiple des deux premiers ; puis le plus petit multiple entre ce premier plus petit multiple et le troisième nombre, et ainsi de suite jusqu'au dernier nombre proposé. Le dernier moindre multiple trouvé est le plus petit nombre divisible à la fois par tous les nombres proposés.*

La démonstration n'offre aucune difficulté d'après ce qui précède.

187. *Réduction des fractions au plus petit dénominateur.* Soit à réduire les fractions suivantes au même dénominateur qui soit le plus petit possible.

$$\frac{5}{8},\ \frac{17}{20},\ \frac{147}{192},\ \frac{317}{1440}.$$

Je cherche le plus grand commun diviseur entre 8 et 20 qui est 4, je divise 8 par 4 ce qui donne 2, et je multiplie 20 par 2 ce qui donne 40 qui est le plus petit multiple de 8 et 20.

Je cherche le plus grand commun diviseur entre 40 et 192, lequel est 8 ; 40 divisé par 8 donne 5 pour quotient ; 5 fois 192 donne 960, moindre multiple de 8, 20 et 192.

Cherchant de même le plus grand comme diviseur entre 960 et 1440, je trouve 480 ; 960 divisé par 480 donne pour quotient 2 ; 2 fois 1440=2880 est le plus petit dénominateur cherché auquel on réduira d'après la méthode du N°. 178 les fractions proposées. Voici le tableau du calcul :

		2880		
	360	144	15	2
fractions proposées	$\frac{5}{8}$	$\frac{17}{20}$	$\frac{147}{192}$	$\frac{317}{1440}$
	$\frac{1800}{2880}$	$\frac{2448}{2880}$	$\frac{2205}{2880}$	$\frac{634}{2880}$

188. Lorsque dans la recherche du plus grand commun diviseur, le dernier diviseur est 1, on en conclut, que les deux nombres proposés n'ont pas d'autre diviseur commun que l'unité.

On dit alors que les deux nombres sont premiers entre eux.

189. Règle. *Pour réduire une fraction à sa plus simple expression, on divise ses deux termes par le plus grand commun diviseur.*

Soit la fraction $\frac{1630}{2608}$ je cherche le plus grand commun diviseur qui est 326, j'obtiens $\frac{5}{8}$, fraction irréductible.

190. *Enfin, lorsque la fraction ne peut être simplifiée qu'elle est irréductible, on peut en obtenir une valeur approchée par un moyen bien simple qui consiste à diviser ses deux termes par le numérateur.*

Soit, par exemple, la fraction $\frac{53}{264}$. Cette fraction ne peut être réduite à une forme plus simple ; car si l'on cherche le plus grand commun diviseur des deux termes, on trouve 1 pour résultat ; le numérateur et le dénominateur sont donc des nombres premiers entre eux. Divisant les deux termes par le numérateur, je trouve 1 pour le numérateur, et pour le dénominateur un quotient compris entre 4 et 5 ; la fraction proposée est donc comprise entre $\frac{1}{4}$ et $\frac{1}{5}$.

QUESTIONNAIRE.

Qu'entend-on par simplifier une fraction? (160)

Dans quel but simplifie-t-on une fraction? (162)

Qu'entend-on par division d'un nombre? (162)

Comment simplifie-t-on une fraction? (161)

Qu'est-ce qu'un nombre premier absolu? (164)

Démontrer qu'un nombre qui divise exactement deux ou plusieurs nombres divise leur somme? (165)

Démontrer qu'un nombre qui divise un nombre, divise tous les multiples de ce nombre? (166)

Comment connait-on qu'un nombre est divisible par 2? la preuve? (197)

Comment reconnait-on qu'un nombre est divisible par 3? la preuve? (169)

Comment reconnait-on qu'un nombre est divisible par 5? la preuve? (170)

Comment reconnait-on qu'un nombre est divisible par 4? la preuve? (172)

Comment reconnait-on qu'un nombre est divisible par 6? la preuve? (173)

Comment reconnait-on qu'un nombre est divisible par 8? la preuve? (174)

Comment reconnait-on qu'un nombre est divisible par 10, 100, etc.? la preuve? (175)

Comment décompose-t-on un nombre en deux, trois, etc, facteurs? (176)

Quand est-ce qu'une fraction est réduite à sa plus simple expression? (178)

Comment réduit-t-on une fraction à sa plus simple expression? (179)

Qu'entend-t-on par diviseur commun de deux nombres?(180)

Qu'entend-on par le plus grand commun diviseur de deux nombres? (179)

Démontrer que tout nombre qui divise deux autres nombres divise leur différence? (181)

Démontrer que tout nombre qui divise deux autres nombres divise le reste de leur division? (182)

Comment trouve-t.on le plus grand commun diviseur entre deux nombres? (183)

Comment trouve-t-on le plus petit multiple de deux ou plusieurs nombres? (185, 186.)

Comment réduit-on des fractions au plus petit dénominateur? (187)

Qu'entend-on par nombre premier entre eux? (188)

Quand une fraction dont les deux termes sont des nombres considérables ne peut être simplifiée comment peut-on en trouver une expression fractionnaire approchée? (190)

EXERCICES.

341. Simplifier les fractions suivantes :

$$\frac{2}{4},\ \frac{30}{48},\ \frac{310}{630},\ \frac{324}{540},\ \frac{1280}{6400}.$$

342. Donner une forme plus simple aux fractions :

$$\frac{320}{540},\ \frac{1690}{2600},\ \frac{3000}{4320},\ \frac{18000}{129600}.$$

343. Réduire à leur plus simple expressions les fractions :

$$\frac{10}{12},\ \frac{15}{24},\ \frac{12}{18},\ \frac{18}{36},\ \frac{36}{44},\ \frac{4}{16},\ \frac{16}{112},\ \frac{72}{504};\ \frac{49}{144},\ \frac{135}{189},\ \frac{90}{162},\ \frac{144}{1008},\ \frac{54}{153},$$

$$\frac{25}{120};\ \frac{58}{174},\ \frac{555}{962},\ \frac{2403}{2492},\ \frac{6566}{7772},\ \frac{30281}{45563}.$$

344. Entre quelles fractions sont comprises

$$\frac{28}{98},\ \frac{343}{441},\ \frac{252}{490},\ \frac{694}{5822},\ \frac{825}{960};\ \frac{31}{64},\frac{127}{445},\ \frac{3348}{17963},\ \frac{62350}{548963},\ \frac{639685}{73698451}.$$

§II. CALCUL DES FRACTIONS ORDINAIRES.

2. ADDITION DES FRACTIONS ORDINAIRES.

191. Règle. *Pour additionner deux ou plusieurs fractions, si elles ont le même dénominateur, on fait la somme de tous les numérateurs et on lui donne pour dénominateur le dénominateur commun. Si elles n'ont pas le même dénominateur, on commence par les y réduire, et l'on opère comme dans le premier cas.*

1er Exemple. Soit à additionner les fractions

$$\frac{1}{7},\ \frac{2}{7},\ \frac{3}{7},\ \frac{6}{7}.$$

Je fais la somme de tous les numérateurs :

$$1+2+3+6 \quad 12.$$

et par conséquent le résultat sera $\frac{12}{7}$ et extrayant les entiers, $1\frac{5}{7}$.

2me Exemple. Soit encore à additionner les fractions :

$$\frac{1}{2},\ \frac{2}{3},\ \frac{3}{5},\ \frac{5}{7}.$$

je réduis au même dénominateur ce qui donne :

$$\frac{105}{210},\ \frac{140}{210},\ \frac{126}{210},\ \frac{150}{210}.$$

Ensuite on additionne les numérateurs et donnant à la somme le dénominateur commun, j'obtiens $\frac{521}{210}=2\ \frac{101}{210}$ après l'extraction des entiers.

192. Démonstration. En effet, l'addition est une opération qui a pour but de former avec deux ou plusieurs nombres donnés un seul nombre qui renferme autant d'unités qu'il y en a dans tous les nombres proposés. Or, quand il s'agit des fractions, l'unité est exprimée par le dénominateur, ce qui explique la première partie de la règle et motive la préparation à faire dans le second cas, préparation par laquelle on est certain que la somme renferme toutes les unités des fractions proposées.

193. Afin de simplifier les calculs, on prendra pour dénominateur commun le plus petit nombre divisible à la fois par tous les dénominateurs des fractions qu'on doit additionner.

Exemple. Soit à additionner les fractions suivantes :

$$\tfrac{1}{2},\ \tfrac{2}{3},\ \tfrac{3}{4},\ \tfrac{4}{5},\ \tfrac{5}{6},\ \tfrac{7}{20},\ \tfrac{9}{10},\ \tfrac{11}{12},\ \tfrac{18}{60}.$$

Je prends pour dénominateur commun 60 qui est divisible à la fois par tous les dénominateurs, et opérant ainsi qu'il est indiqué No. 176, j'obtiens :

$$\tfrac{30}{60}+\tfrac{40}{60}+\tfrac{45}{60}+\tfrac{48}{60}+\tfrac{50}{60}+\tfrac{21}{60}+\tfrac{54}{60}+\tfrac{55}{60}+\tfrac{18}{60}=5\ \tfrac{7}{60}$$

après simplification de la fraction.

194. *Ponr additionner entre eux des nombres entiers, accompagnés de fractions, on fait d'abord la somme de toutes les fractions, et l'on extrait les entiers, s'il y a lieu, pour les porter à la somme des entiers que l'on fait ensuite.*

Exemple. Soit à additionner $6\tfrac{1}{2}$, $7\tfrac{2}{3}$, $24\tfrac{3}{4}+112\tfrac{5}{12}+25\tfrac{9}{20}$.

Disposition du calcul			
	$6\tfrac{1}{2}$	30	
	$7\tfrac{2}{3}$	40	
	$24\tfrac{3}{4}$	45	
	$112\tfrac{5}{12}$	25	
	$25\tfrac{9}{20}$	27	60
	176	167	2
		47	

Je prends 60 pour dénominateur commun et je fais la somme des numérateurs 167, je la divise par 60, ce qui donne 2 pour quotient et 47 pour reste. Je porte 2 de retenue à la colonne des unités, et j'obtiens pour la somme demandée $176\frac{47}{60}$.

195. On pourrait aussi réduire les entiers et les fractions, le tout en fractions, et opérer sur les nombres fractionnaires d'après la règle générale, mais le calcul serait beaucoup plus long.

QUESTIONNAIRE.

Comment se fait l'addition des fractions ordinaires ? (191)

Pourquoi est-on obligé de réduire les fractions au même dénominateur avant de les additionner entre elles ? (192)

Comment fait-on l'addition des nombres composés d'une partie entière et d'une fraction ordinaire ? (194, 195.)

EXERCICES.

345. Additionner les fractions suivantes :

$\frac{3}{4}+\frac{2}{3}$; $\frac{5}{7}+\frac{6}{11}$; $\frac{11}{20}+\frac{31}{47}$; $\frac{17}{60}+\frac{48}{53}$; $\frac{219}{451}+\frac{347}{530}$.

346. Faire les additions suivantes :

$\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}$; $\frac{2}{3}+\frac{2}{5}+\frac{2}{7}$; $\frac{1}{2}+\frac{2}{3}+\frac{3}{4}+\frac{4}{5}$; $\frac{5}{6}+\frac{9}{10}+\frac{13}{24}+\frac{21}{48}$; $\frac{3}{10}+\frac{17}{20}+\frac{33}{40}+\frac{19}{64}+\frac{51}{80}$.

347. Quel est le total des fractions $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}+\frac{1}{6}+\frac{1}{7}+\frac{1}{8}$.

348. Additionner les nombres suivants :

$2\frac{1}{2}+3\frac{1}{3}+4\frac{1}{4}+5\frac{1}{5}$; $48\frac{2}{3}+57\frac{3}{4}$; $158+215\frac{5}{6}+31\frac{7}{8}$; $443\frac{1}{2}+516\frac{2}{3}+649\frac{2}{5}+1740\frac{3}{4}$.

PROBLÈMES SUR L'ADDITION DES FRACTIONS.

349. Quelle est la fraction qui surpasse $\frac{2}{3}$ de $\frac{5}{7}$?

350. On a fait à deux reprises les $\frac{2}{3}$ et les $\frac{3}{10}$ d'un ouvrage ; quelle partie de l'ouvrage a-t-on faite en tout ?

351. Une fontaine remplit un bassin en 3 heures, une autre fontaine remplirait le bassin en 5 heures ; on fait couler les deux fontaines à la fois, en combien de temps le bassin sera-t-il rempli ?

La première fontaine, remplissant le bassin en 3 heures, remplirait en une heure $\frac{1}{3}$ du bassin ; la seconde fontaine, remplissant le bassin en 5 heures, remplirait en une heure $\frac{1}{5}$ du bassin.

Les deux fontaines coulant ensemble rempliront donc en une heure $\frac{1}{3} + \frac{1}{5}$ ou les $\frac{8}{15}$ du bassin. Si elles remplissent les $\frac{8}{15}$ du bassin en une heure, pour remplir $\frac{1}{15}$ du bassin, elles mettront $\frac{1}{8}$ d'heure, et pour remplir les $\frac{15}{15}$ du bassin, ou le bassin entier, elles mettront 15 fois plus de temps ou $\frac{15}{8}$ d'heure $= 1$ heure $+ \frac{7}{8}$.

352. Une pompe épuiserait un fossé rempli d'eau en 8 jours $\frac{1}{4}$; une autre pompe épuiserait le fossé en 7 jours $\frac{2}{3}$. On fait travailler les deux pompes à la fois; en combien de temps le fossé sera-t-il mis à sec?

La première pompe, épuisant le fossé en 8 jours $\frac{1}{4}$, ou $\frac{33}{4}$ de jour, épuiserait en $\frac{1}{4}$ de jour $\frac{1}{33}$ du fossé; et en $\frac{4}{4}$ de jour ou un jour, elle épuiserait les $\frac{4}{33}$ du fossé. La seconde pompe, épuisant le fossé en 7 jours $\frac{2}{3}$, ou $\frac{23}{3}$ de jour, épuiserait en $\frac{1}{3}$ de jour $\frac{1}{23}$ du fossé; et en $\frac{3}{3}$ de jour ou un jour, elle épuiseront les $\frac{3}{23}$ du fossé. Ces deux pompes travaillant à la fois épuiseront donc en un jour $\frac{4}{33} + \frac{3}{23}$ ou les $\frac{191}{759}$ du fossé. Si elles dessèchent en un jour les $\frac{191}{759}$ du fossé, pour en dessécher $\frac{1}{759}$, elles mettront 191 fois moins de temps ou $\frac{1}{191}$ de jour, et pour dessécher les $\frac{759}{759}$ du fossé ou le fossé tout entier, elles mettront 759 fois plus de temps au $\frac{759}{191}$ de jour $= 3$ jour $+ \frac{186}{191}$.

353. Deux ouvriers peuvent faire le même ouvrage; le premier en 5 heures et le deuxième en 8 heures; quelle portion de l'ouvrage ces deux ouvriers pourront-ils faire en 1 heure s'ils travaillent ensemble?

354. Deux fontaines peuvent remplir un bassin, la première en 9 heures et la deuxième en 8 heures; quelle portion du bassin rempliront-elles en 1 heure si on les laisse couler ensemble?

355. Trois personnes travaillent à un même ouvrage; la première pourrait l'achever en 12 jours, la deuxième en 10 jours, la troisième en 8 jours; quelle portion de l'ouvrage feront-elles en 1 jour en travaillant ensemble?

356. Quelle portion d'un bassin, trois fontaines coulant ensemble rempliront-elles en 1 heure, sachant que la première pourrait le remplir en 3 heures, la deuxième en 4 heures, et la troisième en 5 heures?

357. On estime que dans une armée la cavalerie doit être le 6^{me} de l'infanterie, et l'artillerie le 10^{e}; quelle portion de l'infanterie les deux dernières armées réunies doivent-elles faire?

358. Le premier jour une machine fait les $\frac{3}{20}$ d'une pièce d'étoffe, le deuxième jour les $\frac{4}{30}$; le troisième jour les $\frac{5}{60}$; quelle portion de la pièce d'étoffe sera-t-elle faite dans ces trois jours?

359. Deux courriers partent en même temps de deux villes différentes et vont à la rencontre l'un de l'autre ; le premier pourrait parcourir la distance en 8 jours et le deuxième en 7 jours ; de quelle portion de la distance se seront-ils rapprochés en 1 jour?

360. Quatre fontaines coulent ensemble dans un réservoir ; la première pourrait le remplir en 20 heures, la deuxième en 24 heures, la troisième en 30 heures et la quatrième en 36 heures ; quelle portion du réservoir remplissent-elles en 1 heure ?

361. Une troupe d'ouvriers creuserait un puits en 9 jours ; une autre troupe le creuserait en 10 jours, et une troisième en 12 jours. On emploie le $\frac{1}{4}$ de la première troupe, le $\frac{1}{3}$ de la seconde, et $\frac{1}{2}$ de la troisième ; en combien de temps le puits sera-t-il creusé ?

362. Un métier tisserait une pièce de toile de 60 verges de long, en 2 jours, en travaillant 6 heures par jour ; un autre métier tisserait la pièce de toile en 3 jours, en travaillant 5 heures par jour. Si l'on applique les deux métiers à tisser la même pièce, et qu'on les fasse marcher 4 heures par jour, en combien de temps tisseront-ils la pièce de toile ?

363. En ajoutant le triple, le $\frac{1}{3}$ et le $\frac{1}{4}$ d'une somme et encore \$5000 on trouve \$22200 ; quelle est cette somme ?

364. Un élève rentre à la pension avec un certain nombre d'oranges, et sans en couper une seule, il donne au directeur de la pension le $\frac{1}{3}$ de ce nombre plus 3 oranges $\frac{2}{3}$, à son maître d'étude le $\frac{1}{6}$ du nombre total plus $1\frac{5}{6}$, à un de ses camarades le $\frac{1}{7}$ du nombre plus $\frac{3}{7}$ d'orange, et il garde pour lui 3 oranges ; combien en avait-il et combien en a-t-il donné à chaque personne ?

2. SOUSTRACTION DES FRACTIONS ORDINAIRES.

196. Règle. *Pour soustraire une fraction d'une autre fraction, si les deux fractions ont le même dénominateur, on retranche le plus petit numérateur du plus grand, et l'on donne au reste le dénominateur commun ; si elles n'ont pas le même dénominatenr, on les y réduit et on opère ensuite comme dans le premier cas.*

1er Exemple. Soit à soustraire de $\frac{18}{41}$ la fraction $\frac{8}{41}$; je retranche 8 de 18, ce qui donne 10, et par conséquent le reste demandé sera $\frac{10}{41}$.

2^{me} Exemple. Soit à soustraire de $\frac{5}{9}$ la fraction $\frac{5}{11}$, je réduis au même dénominateur, ce qui donne $\frac{55}{99}$, $\frac{45}{99}$ et ensuite pour résultat demandé $\frac{10}{99}$.

197. Quand on a à soustraire d'un nombre entier accompagné d'une fraction un autre nombre entier accompagné d'une fraction, on commence par soustraire les fractions entre elles, et ensuite on fait la soustraction des nombres entiers, en ayant égard à la modification qu'on a été obligé de faire si la fraction qui accompagne le petit nombre est plus grande que celle qui accompagne le plus grand.

Soit à retrancher de $36\frac{1}{2}$ le nombre $17\frac{7}{9}$. Réduisant les fractions au même dénominateur, j'aurai $36\frac{9}{18}$ et $17\frac{14}{18}$.

Commençant la soustraction par les fractions, j'observe que je ne puis retrancher $\frac{14}{18}$ de $\frac{9}{18}$; mais j'ajoute $\frac{18}{18}$ à cette dernière fraction, ce qui donne $\frac{27}{18}$, de laquelle retranchant $\frac{14}{18}$ je trouve $\frac{13}{18}$; maintenant j'ajoute 1 qui vaut $\frac{18}{18}$ au petit nombre 17 et je retranche 18 de 36, ce qui donne 18. Le reste demandé est $18\frac{13}{18}$.

Si l'on avait $6\frac{5}{9}$ à retrancher de 8, on ajouterait $\frac{9}{9}$ à ce dernier nombre, ensuite 1 à 6 et l'on aurait pour reste $1\frac{4}{9}$.

198. On pourrait aussi réduire les entiers et les fractions, le tout en fractions, et opérer selon la règle générale, mais le calcul serait plus long.

QUESTIONNAIRE.

Comment se fait la soustraction des fractions ordinaires? (196)

Quand il s'agit de soustraire un nombre entier accompagné d'une fraction d'un autre nombre entier accompagné ou non d'une fraction, quelles sont les différentes manières de faire l'opération ? (197, 198.)

EXERCICES.

365. De $\frac{3}{4}$ ôter $\frac{5}{7}$; de $\frac{7}{8}$ ôter $\frac{2}{3}$; de $\frac{21}{35}$ ôter $\frac{18}{37}$; de $\frac{48}{121}$ ôter $\frac{34}{195}$; de $\frac{69}{310}$ ôter $\frac{45}{657}$; de $\frac{119}{200}$ ôter $\frac{97}{360}$.

366. Quelle est la différence entre $\frac{3}{5}$ et $\frac{6}{11}$; entre $\frac{7}{8}$ et $\frac{8}{11}$; entre $\frac{10}{13}$ et $\frac{17}{20}$?

367. Quel est l'excès de $\frac{1}{2}$ sur $\frac{2}{7}$; de $\frac{5}{9}$ sur $\frac{4}{11}$; de $\frac{3}{4}$ sur $\frac{11}{25}$?

368. Effectuer les soustractions suivantes: $2\frac{1}{2}-1\frac{3}{7}$; $15\frac{1}{3}-10\frac{2}{9}$; $41\frac{3}{4}-27\frac{6}{11}$; $148\frac{2}{5}-96\frac{1}{9}$.

369. Effectuer les soustractions indiquées: $2\frac{1}{2}-\frac{4}{5}$, $3\frac{2}{3}-2\frac{5}{6}$; $21\frac{1}{4}-17\frac{3}{5}$,$-249\frac{2}{7}-186\frac{3}{4}$; $6348\frac{1}{5}-5429\frac{3}{7}$; $13\frac{49}{51}-10\frac{59}{60}$.

PROBLÈMES SUR LA SOUSTRACTION DES FRACTIONS.

370. En ajoutant un nombre à $3\frac{5}{7}$ on a obtenu $8\frac{2}{3}$; quel était ce nombre?

371. Au lieu de la fraction $\frac{15}{31}$ on a pris la fraction $\frac{15}{30}$; quelle est l'erreur qu'on a commise?

372. Un ouvrier qui devait faire un ouvrage en a déjà fait les $\frac{5}{9}$; que lui reste-il à faire?

373. Un ouvrier qui devait travailler toute une journée n'a fait que $\frac{3}{5}$ de journée: combien de temps a-t-il perdu?

374. Sur une pièce d'étoffe de 4 verges $\frac{1}{2}$ on a prélevé 2 verges $\frac{3}{4}$: quelle est la longueur qui reste?

375. Une machine fait 25 tours de roue en 8 heures, une autre 36 tours de la même roue en 10 heures; quelle est celle des deux machines qui a le plus de puissance?

376. On a fait en 2 fois les $\frac{2}{7}$ et les $\frac{3}{10}$ d'un ouvrage; quelle portion de l'ouvrage reste-t-il à faire pour l'achever?

377. Le total de $\frac{2}{3}$ et des $\frac{3}{4}$ d'un nombre, diminué des $\frac{5}{6}$ du même nombre, donne 14: quel est ce nombre?

Ajoutons $\frac{2}{3}$ et $\frac{3}{4}$, ce qui donne pour total $\frac{17}{12}$. De $\frac{17}{12}$ retranchons $\frac{5}{6}$ ou $\frac{10}{12}$, Ce qui est le même, il reste $\frac{7}{12}$. La question revient à celle-ci: les $\frac{7}{12}$ du nombre sont 14, quel est ce nombre? Les $\frac{7}{12}$ du nombre cherché étant 14, $\frac{1}{12}$ de ce nombre sera le $\frac{1}{7}$ de 14, ou 2, et les $\frac{12}{12}$ du nombre ou le nombre lui-même sera 12 fois 2, ou 24.

Vérification : Les $\frac{2}{3}$ de 24 donnent $\frac{24 \times 2}{3} = 16$

Les $\frac{3}{4}$ de 24 donnent $\frac{24 \times 3}{4} = 18$

Ce qui donne pour total.......... 34

Les $\frac{5}{6}$ de 24 donnent $\frac{24 \times 5}{6} = 20$

Ce qui donne pour reste.......... 14

378. Deux fontaines coulant ensemble, remplissent un bassin en 2 heures ; l'une des deux le remplit seule en 5 heures : quel temps l'autre met-elle à le remplir, quand elle coule toute seule ?

Les deux fontaines ensemble remplissant le bassin en 2 heures, remplissent en une heure le $\frac{1}{2}$ du bassin ; la première fontaine remplissant le bassin en 5 heures, en une heure remplit le $\frac{1}{5}$ du bassin, la seconde remplit donc en une heure $\frac{1}{2} - \frac{1}{5} = \frac{3}{10}$ du bassin. Si elle remplit les $\frac{3}{10}$ du bassin en une heure, elle remplira $\frac{1}{10}$ en trois fois moins de temps, ou $\frac{1}{3}$ d'heure, et elle remplira les $\frac{10}{10}$ ou le bassin entier, en 10 fois plus de temps au $\frac{10}{3}$ d'heure = 3 h. $\frac{1}{3}$.

379. Une fontaine remplirait seule en 3 heures un réservoir qu'une soupape viderait en 5 heures ; au bout de 1 heure quelle portion de réservoir sera remplie si la fontaine et la soupape sont ouvertes en même temps ?

380. Deux courriers vont à la suite l'un de l'autre et parcourent une même route ; le premier la parcourrait en 6 jours et le deuxième, en 5 jours : après le premier jour, en supposant qu'ils soient partis en même temps, de quelle portion de toute la distance se seront-ils rapprochés ?

381. On a partagé 348 en deux parties dont l'une et $179\frac{3}{4}$; quelle est l'autre ?

382. Quelle est la fraction moindre que $\frac{3}{5}$ de $\frac{3}{7}$?

383. La somme de deux nombres est 5, et le plus grand $3\frac{1}{2}$ quel est l'autre ?

384. Que faut-il ajouter à $3\frac{1}{2}$ pour faire $4\frac{3}{5}$?

385. Une caisse de sucre pèse brut 152 livres $\frac{2}{5}$; le tare, c'est-à-dire le poids de la caisse vide est de 12 lbs. $\frac{1}{2}$, quel est le poids net de la marchandise

386. Deux ouvriers réunis font un ouvrage en 3 heures ; l'un des deux le fait seul en 7 heures : quel temps l'autre ouvrier étant seul emploie-t-il pour faire cet ouvrage ?

387. Une marchande a déjà vendu les $\frac{4}{5}$ d'un panier d'œufs, et si elle ajoutait 39 œufs à ce qui lui reste, la valeur primitive du panier serait augmentée de moitié : combien y avait-il d'œufs dans ce panier ?

3. MULTIPLICATION DES FRACTIONS ORDINAIRES.

199. Règle. *Pour multiplier une fraction par un nombre entier, on multiplie le numérateur par le nombre entier, sans toucher au dénominateur, ou bien on divise, si la division est possible exactement, le dénominateur par le nombre entier sans toucher au numérateur.*

Exemple. Soit à multiplier $\frac{8}{15}$ par 7, je multiplie 8 par 7 et donnant au produit 56 le dénominateur de la fraction j'obtiens $\frac{56}{15}=3\ \frac{11}{15}$ après extraction des entiers, ou bien divisant 56 par $15=3\frac{11}{15}$.

Démonstration. En effet, d'après la définition de la multiplication, il s'agit de trouver un nombre qui se compose de 7 fois la fraction $\frac{8}{15}$, le produit sera donc 7 fois plus grand que cette fraction. La règle est donc parfaitement conforme à ce qu'on a vu au N° 149.

Remarque. Comme on n'est pas toujours certain que la division réussisse, il vaut mieux avoir recours à la multiplication.

200. Règle. *Pour multiplier un nombre entier par une fraction, on multiplie l'entier par le numérateur, et l'on donne au produit le dénominateur de la fraction.*

Exemple. Soit à multiplier 9 par $\frac{3}{7}$, je multiplie 9 par 3 et donnant au produit 27 le dénominateur de la fraction j'obtiens $\frac{27}{7}=3\frac{6}{7}$.

Démonstration. En effet, d'après la définition de la multiplication, il s'agit de trouver un nombre qui soit composé avec le multiplicande 9 de la même manière que le multiplicateur $\frac{3}{7}$ est composé avec l'unité. Or, $\frac{3}{7}$ exprime les $\frac{3}{7}$ de l'unité, ou 3 fois le septième de l'unité ; le produit demandé sera donc les $\frac{3}{7}$ de 9 ou 3 fois le $\frac{1}{7}$ de 9. Or, le $\frac{1}{7}$ de 9 est $\frac{9}{7}$ et prenant 3 fois $\frac{9}{7}$ j'aurai $\frac{9 \times 3}{7} = \frac{27}{7}$.

201. Règle. *Pour multiplier une fraction par une autre fraction, on multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux.*

Ce qui signifie que le produit demandé est une fraction qui a pour numérateur le produit des deux numérateurs, et dénominateur le produit des deux dénominateurs des fractions proposées.

Exemple. Soit à multiplier $\frac{5}{7}$ par $\frac{3}{4}$ je multiplie les deux numérateurs entre eux, ce qui donne 15 ; et donnant à ce produit pour dénominateur, le produit $7 \times 4 = 28$ des deux dénominateurs je trouve $\frac{15}{28}$.

Démonstration. En effet, multiplier $\frac{5}{7}$ par $\frac{3}{4}$ c'est trouver un nombre qui soit composé avec le multiplicande $\frac{5}{7}$ de la même manière que le multiplicateur $\frac{3}{4}$ est composé avec l'unité ; et comme $\frac{3}{4}$ est composé de 3 fois le $\frac{1}{4}$ de l'unité ; il s'agit de prendre les $\frac{3}{4}$ de $\frac{5}{7}$ ou 3 fois le $\frac{1}{4}$ de $\frac{5}{7}$.

Or, le $\frac{1}{4}$ de $\frac{5}{7}$ sera évidemment 4 fois plus petit que $\frac{5}{7}$, et s'obtient par conséquent en multipliant le dénominateur par 4 sans toucher au numérateur N°. 150. $\frac{5}{7 \times 4}$ exprime donc le $\frac{1}{4}$ de $\frac{5}{7}$ et pour le prendre 3 fois, il faut multiplier cette fraction par 3, ce qui se fait en multipliant le numérateur sans toucher au dénominateur et donne $\frac{5 \times 3}{7 \times 4} = \frac{15}{28}$.

Le résultat $\frac{5 \times 3}{7 \times 4}$ s'énonce ainsi : 5 que multiplie 3 divisé par 7 que multiplie 4 ; ou 5 multiplié par 3 sur 7 multiplié par 4.

202. Remarque Ire. Il suit de là que le produit de deux fractions ne change pas dans quelque ordre qu'on les multiplie entre elles.

203. REMARQUE IIme. Il est évident que $\frac{15}{28}$ est plus petit que $\frac{5}{7}$ puisqu'il n'en est que les $\frac{3}{4}$, et en même temps plus petit que $\frac{3}{4}$ puisqu'il n'en est que les $\frac{5}{7}$ ce qu'on énonce en général en disant que le *produit de deux fractions proprement dites est plus petit que chacune des fractions qui en sont les facteurs.*

204. REMARQUR IIIme. Si l'on retranche le produit $\frac{15}{28}$ de $\frac{5}{7}$ on trouvera une fraction encore plus petite que $\frac{5}{7}$ et qui n'en sera plus que le $\frac{1}{4}$; car $\frac{15}{28}$ sont les $\frac{3}{4}$ de $\frac{5}{7}$.

205. Si l'on avait un nombre entier joint à une fraction à multiplier par un nombre entier joint à une fraction, on réduirait les entiers et les fractions le tout en fraction, et l'on opérerait d'après la règle générale.

Ainsi $3\frac{3}{5}\times 8\frac{3}{7}=\frac{18}{5}\times\frac{59}{7}=\frac{1062}{35}=30\frac{12}{35}$.

206. On pourrait opérer encore de la manière suivante, qui est souvent plus expéditive :

$$\begin{array}{r}
3\ \frac{3}{5}\\
8\ \frac{3}{7}\\
\hline
26\ \frac{4}{5}\\
1\ \frac{19}{35}\\
\hline
28\ \frac{12}{35}
\end{array}$$

Je prends d'abord 8 fois $3\frac{3}{5}$, en multipliant par 8 d'abord la fraction et ensuite l'entier, ce qui donne $26\frac{4}{5}$; ensuite, je prends le $\frac{1}{7}$ de $3\frac{3}{5}$ en disant le $\frac{1}{7}$ de 3 est 0, il reste 3 qui font $\frac{15}{5}$ et $\frac{3}{5}$ font $\frac{18}{5}$ dont le $\frac{1}{7}$ est $\frac{18}{35}$, et répétant ce $\frac{1}{7}$ 3 fois j'obtiens $\frac{54}{35}=1\frac{19}{35}$. J'ai donc à additionner $26\frac{4}{5}$ et $1\frac{19}{35}$. Additionnant les deux fractions réduites d'abord au même dénominateur 35, j'obtiens $26\frac{28}{35}+1\frac{19}{35}=28\frac{12}{35}$ comme précédemment.

On a soin de biffer le produit $0\frac{18}{35}$ qui ne doit pas être compris dans l'addition.

USAGE DE LA MULTIPLICATION DES FRACTIONS.

207. La multiplication des fractions s'emploie dans toutes les questions qui conduisent à prendre d'un nombre quelconque une portion, ou en général, un nombre de parties exprimées par un autre nombre, ce qu'on désigne par les mots : *prendre des fractions de fractions.*

208. Règle générale. *Pour prendre des fractions d'autres fractions en nombre quelconque, on multiplie tous les numérateurs entre eux et ensuite tous les dénominateurs entre eux.*

Démonstration. En effet :

Exemple I. Soit à prendre les $\frac{3}{5}$ de $\frac{7}{9}$; c'est la multiplication directe de $\frac{7}{9}$ par $\frac{3}{5}$, on a donc $\frac{7\times3}{9\times5}$ et supprimant le facteur 3 commun au numérateur et au dénominateur, ce qui revient à diviser ces deux termes par 3, on a $\frac{7}{3\times5}=\frac{7}{15}$.

Exemple II. Soit à prendre les $\frac{4}{6}$ de $\frac{8}{10}$. Les $\frac{4}{6}$ de $\frac{8}{10}$ ou $\frac{6}{4}\times\frac{8}{10}=\frac{4\times8}{6\times10}$.

Les $\frac{4}{9}$ de cette fraction seront $\frac{4\times8}{6\times10}\times\frac{4}{9}=\frac{4\times8\times4}{6\times10\times9}=\frac{128}{540}$.

Exemple III. Prendre les $\frac{2}{3}$ des $\frac{4}{9}$ des $\frac{11}{12}$ de 36 ; les $\frac{11}{15}$ de 36 ou $36\times\frac{11}{12}=\frac{36\times11}{12}$.

Les $\frac{4}{9}$ de ce premier résultat ou $\frac{36\times11}{12}\times\frac{4}{9}=\frac{36\times11\times4}{12\times9}$.

Et enfin les $\frac{2}{3}$ de ce 2^{me} résultat seront $\frac{36\times11\times4\times2}{12\times9\times3}$ $=9\frac{252}{324}=9\frac{7}{9}$.

Supprimant les deux facteurs 36 et 12 communs au numérateur et au dénominateur, on trouve le même résultat, $9\frac{7}{9}$.

QUESTIONNAIRE.

Comment multiplie-t-on une fraction par une autre fraction? (199)

Des deux manières de faire l'opération, laquelle est le plus souvent préférable ? (199)

Quelle est la règle pour multiplier une fraction ordinaire par une autre fraction ordinaire ? (201)

Prouver que le produit de deux fractions proprement dites est toujours plus petit que chacune d'elles ? (203)

Si l'on avait à multiplier entre eux des nombres entiers joints à des fractions, comment ferait-on ? (205, 206.)

Dans quel cas la multiplication des fractions s'emploie-t-elle ? (207)

Comment prend-on des fractions d'autres fractions ? (208)

EXERCICES.

388. Multiplier $\frac{3}{4}$ par 56 ; $\frac{7}{8}$ par 9 ; $\frac{10}{2}$ par 6 ; $\frac{13}{48}$ par 12 ; $\frac{624}{739}$ par 25.

389. Prendre les $\frac{5}{7}$ de 56 ; les $\frac{8}{9}$ de 126 ; les $\frac{11}{12}$ de 360 ; les $\frac{31}{40}$ de 240 ; les $\frac{123}{250}$ de 1250.

390. Prendre les $\frac{2}{3}$ de 8; les $\frac{7}{9}$ de 16 ; les $\frac{15}{23}$ de 136; les $\frac{240}{623}$ de 413 ; les $\frac{999}{1966}$ de 35.

391. Quelle est la moitié d'un quart ; le tiers d'un cinquième; le quart d'un neuvième ? le cinquième d'une demi ; le onzième d'un quart ?

392. Multiplier $\frac{2}{3}$ par $\frac{3}{7}$; $\frac{1}{5}$ par $\frac{6}{11}$; $\frac{3}{19}$ par $\frac{5}{8}$; $\frac{20}{21}$ par $\frac{5}{12}$; $\frac{30}{47}$ par $\frac{13}{28}$

393. Effectuer les multiplications suivantes: $\frac{3}{5}\times\frac{8}{9}$; $\frac{4}{7}\times\frac{2}{3}$; $\frac{16}{21}\times\frac{12}{49}$; $\frac{29}{54}\times\frac{18}{23}$; $\frac{148}{549}\times\frac{87}{163}$.

394. Prendre les $\frac{5}{8}$ de $\frac{3}{7}$; les $\frac{8}{9}$ de $\frac{1}{2}$; les $\frac{10}{11}$ de $\frac{12}{13}$; les $\frac{20}{41}$ de $\frac{2}{3}$; les $\frac{52}{67}$ de $\frac{20}{41}$.

395. Prendre les $\frac{2}{3}$ des $\frac{3}{4}$ de 8 ; les $\frac{5}{6}$ des $\frac{2}{3}$ de 9 ; les $\frac{7}{8}$ des $\frac{4}{5}$ de 20 ; les $\frac{2}{5}$ des $\frac{7}{8}$ de 80 ; le $\frac{1}{4}$ des $\frac{3}{5}$ des $\frac{8}{9}$ de 252 ; le $\frac{1}{3}$ des $\frac{2}{5}$ des $\frac{7}{8}$ de $\frac{30}{41}$.

PROBLEMES SUR LA MULTIPLICATION DES FRACTIONS.

396. Un ouvrier ferait un certain ouvrage en 5 jours $\frac{2}{3}$; quel temps mettra-il pour faire les $\frac{7}{8}$ de cet ouvrage ?

Pour faire les $\frac{7}{8}$ de cet ouvrage, l'ouvrier mettra 7 fois la huitième partie de 5 jours $\frac{2}{3}$. Réduisant les 5 jours $\frac{2}{3}$ en fraction, on a $\frac{17}{3}$ de jour, et l'on dit : Si pour faire l'ouvrage entier, l'ouvrier met $\frac{17}{3}$ de jour, pour faire $\frac{1}{8}$ de cet ouvrage, il mettra 8 fois moins de temps, ou $\frac{17}{3}$ de jour divisés par $8 = \frac{17}{3 \times 8}$, et pour faire les $\frac{7}{8}$ de l'ouvrage, il mettra 7 fois plus de temps, ou $\frac{17}{3 \times 8}$ multipliés par $7 = \frac{17 \times 7}{3 \times 8} = \frac{119}{24} =$ 4 jours $+ \frac{23}{24}$.

397. Un vaisseau fait 5 lieues $\frac{1}{2}$ par heure, combien de lieues fera-t-il en $3\frac{6}{7}$ heures.

Le vaisseau fait 5 lieues $\frac{1}{2}$ en une heure, en $3\frac{6}{7}$ fera trois fois 5 lieues $\frac{1}{2}$ plus 6 fois la $\frac{1}{7}$ partie de $5\frac{1}{2}$. Il faut donc multiplier 5 lieues $\frac{1}{2}$ par $3 + \frac{6}{7}$. Réduisant de part et d'autre les entiers en fractions, on a $\frac{11}{2}$ lieues en une heure, en $\frac{1}{7}$ d'heure il fera 7 fois moins de lieues, ou $\frac{11}{2}$ lieues devisées par $7 = \frac{11}{2 \times 7}$ et en $\frac{27}{7}$ d'heure il fera 27 fois plus de lieues, ou $\frac{11}{2 \times 7}$ multiplié par $27 = \frac{11 \times 27}{2 \times 7} = \frac{297}{14} =$ 21 lieues $+ \frac{3}{14}$.

398. Un métier fait 7 verges de toile en 8 heures: combien fera-t-il de verges en 4 heures $\frac{5}{6}$?

Puisqu'on veut savoir ce que le métier fait en 4 heures $\frac{5}{6}$, cherchons d'abord ce qu'il fait en une heure. Ce métier faisant 7 verges en 8 heures, en une heure il en fera la $\frac{1}{8}$ partie de 7 verges ou $\frac{7}{8}$ de verge, et en 4 heures $\frac{5}{6}$ il fera 4 fois $\frac{7}{8}$ de verge, plus 5 fois la $\frac{1}{6}$ partie de $\frac{7}{8}$ de verge. Il faut donc multiplier $\frac{7}{8}$ de verge par $4+\frac{5}{6}$ ou $\frac{29}{6}$, et dire; le métier faisant $\frac{7}{8}$ de verge en une heure, en $\frac{1}{6}$ d'heure il en fera 6 fois moins ou $\frac{7}{8\times 6}$, et en $\frac{29}{6}$ d'heure, il fera 29 fois plus de verges, ou $\frac{7\times 29}{8\times 6}=\frac{203}{48}=4$ verges $+\frac{11}{48}$.

399. Un métier fait 7 verges de toile en 8 heures: quel temps emploiera-t-il pour faire 4 verges $\frac{5}{6}$?

Puisqu'on veut savoir le temps nécessaire pour faire 4 verges $\frac{5}{6}$, cherchons d'abord le temps nécessaire pour faire 1 verge. Le métier faisant 7 verges en 8 heures, pour faire une verge, il mettra la $\frac{1}{7}$ partie de 8 ou $\frac{8}{7}$ d'heure, et pour faire 4 verges $\frac{5}{6}$ il mettra 4 fois $\frac{8}{7}$ d'heure, plus 5 fois la $\frac{1}{6}$ partie de $\frac{8}{7}$ d'heure. If faut donc multiplier $\frac{8}{7}$ d'heure par $4+\frac{5}{6}$ ou $\frac{29}{6}$ et dire; le métier faisant 1 verge en $\frac{8}{7}$ d'heure pour faire $\frac{1}{6}$ de verge il mettra 6 fois moins de temps ou $\frac{8}{7\times 6}$, et pour faire $\frac{29}{6}$ de verge il mettra 29 fois plus de temps, ou $\frac{8\times 29}{7\times 6}=\frac{232}{42}=5$ heures $+\frac{22}{42}$ ou $\frac{11}{21}$.

400. On mêle 5 gallons de vin avec 7 gallons d'eau ; on demande ce qu'il y a de vin et d'eau dans $\frac{3}{4}$ de gallon de ce mélange ?

5 gallons et 7 gallons font 12 gallons de mélange. Les 12 gallons du mélange renfermant 5 gallons de vin, un gallon du mélange renfermera 12 fois moins de vin, ou $\frac{5}{12}$ de gallon de vin. Les 12 gallons du mélange renfermant 7 gallons d'eau, un gallon du mélange renfermera 12 fois moins d'eau, ou $\frac{7}{12}$ de gallon d'eau. En effet, $\frac{5}{12}+\frac{7}{12}=\frac{12}{12}=$ 1 gallon.

Si un gallon du mélange renferme $\frac{5}{12}$ de gallon de vin, $\frac{1}{4}$ de gallon de ce mélange renfermera 4 fois moins de vin, ou $\frac{5}{12\times4}$, $\frac{3}{4}$ de gallon du mélange renfermeront 3 fois plus de vin, ou $\frac{5\times3}{12\times4}=\frac{15}{48}$ de gallon de vin. Si un gallon du mélange renferme $\frac{7}{12}$ de gallon d'eau, $\frac{1}{4}$ de gallon de ce mélange renfermera 4 fois moins d'eau, ou $\frac{7}{12\times4}$, et $\frac{3}{4}$ de gallon du mélange renfermeront 3 fois plus d'eau, ou $\frac{7\times3}{12\times4}=\frac{21}{48}$ de gallon d'eau.

$\frac{3}{4}$ de gallon du mélange renferment donc $\frac{15}{48}$ de gallon de vin et $\frac{21}{48}$ de gallon d'eau, car $\frac{15}{48}+\frac{21}{48}=\frac{36}{48}$ fraction qui revient à $\frac{3}{4}$ en divisant ses deux termes par 12, nombre total des gallons du mélange.

401. Une personne à qui l'on demande quelle heure il est, répond : Il est les $\frac{2}{3}$ des $\frac{3}{4}$ des $\frac{5}{6}$ de 24 heures ; quelle heure est-il?

Prenons d'abord les $\frac{5}{6}$ de 24 heures : le $\frac{1}{6}$ de 24 est $\frac{24}{6}$, et les $\frac{5}{6}$ seront $\frac{24\times5}{6}$. Prenons maintenant les $\frac{3}{4}$ de $\frac{24\times5}{6}$; le $\frac{1}{4}$ sera

$\frac{24\times5}{6\times4}$ et les $\frac{3}{4}$ seront $\frac{24\times5\times3}{6\times4}$; Prenons enfin les $\frac{2}{3}$ des $\frac{3}{4}$ des $\frac{5}{6}$ de 24 heures, c'est-à-dire prenons les $\frac{2}{3}$ de $\frac{24\times5\times3}{6\times4}$; le $\frac{1}{3}$ sera $\frac{24\times5\times3}{6\times4\times3}$, et les $\frac{2}{3}$ seront $\frac{24\times5\times3\times2}{6\times4\times3}$. Cette expression fractionnaire étant simplifiée, revient à $2\times5=10$. Il est donc 10 heures.

402. La fortune d'un négociant a subi pendant trois années consécutives, les accroissements suivants : à la fin de la première année, elle était augmentée d'un quart; à la fin de la deuxième elle était augmentée du $\frac{1}{5}$ de ce qu'elle était au commencement de cette année ; et à la fin de la troisième, elle était augmentée du $\frac{1}{6}$ de ce qu'elle était au commencement de cette année. La fortune étant alors de $140,000, on demande quelle était la fortune primitive ? A la fin de la première année, la fortune était augmentée d'un quart, elle devint donc les $\frac{5}{4}$ de la fortune primitive. A la fin de la deuxième année, les $\frac{5}{4}$ s'étant accrus de leur cinquième, la fortune devint $\frac{5}{4}+\frac{1}{4}$, ou les $\frac{6}{4}$ de la fortune primitive. Enfin, les $\frac{6}{4}$ s'étant accrus de leur sixième pendant la troisième année, la fortune devint en dernier lieu $\frac{6}{4}+\frac{1}{4}$ ou les $\frac{7}{4}$ de la fortune primitive, et comme cette fortune fut alors de $140,000, c'est que $140,000 sont les $\frac{7}{4}$ de la fortune primitive.

Les $\frac{7}{4}$ de la fortune étant $140,000, un quart sera 7 fois moins grand, ou $\frac{\$140,000}{7}$, et les $\frac{4}{4}$ ou la fraction totale sera 4 fois plus grande, ou $\frac{\$140,000\times4}{7}=\$80,000$.

Vérification : à $80,000, ajoutons le quart de $80,000, nous trouverons $100,000 : à $100,000 ajoutons le cinquième de $100,000 nous trouverons $120,000 ; enfin, à $120,000 ajoutons le sixième de $120,000, et nous trouverons $140,000.

Il serait important, que les professeurs obligeassent leurs élèves, à faire une vérification analogue, à la fin de chaque opération. Ils obtiendraient ainsi deux résultats : Ils leur développeraient l'intelligence, et les habitueraient à se rendre raison de ce qu'ils font.

403. Quels sont les $\frac{3}{4}$ de $80 ?

404. Quels sont les $\frac{5}{6}$ de $3\frac{4}{7}$?

405. Quels sont les $\frac{17}{25}$ de 750?

406. On a donné à une personne les $\frac{5}{8}$ de $720 ; combien lui a-t-on donné ?

407. Un ouvrier peut faire en 1 heure les $\frac{5}{9}$ d'un ouvrage ; un autre ne peut faire que les $\frac{3}{4}$ de ce que fait le premier ; quelle partie de l'ouvrage fera-t-il en 1 heure ?

408. Quels sont les $\frac{3}{4}$ de $20 ajoutés avec les $\frac{7}{10}$ de la même somme ?

409. Une fontaine peut remplir un bassin en 8 heures ; une autre fontaine donne 3 fois moins d'eau ; quelle partie du bassin remplirait-elle en 1 heure ?

410. Que sont les $\frac{2}{3}$ des $\frac{2}{5}$ de 240 ?

411. Calculer les $\frac{3}{5}$ de $29\frac{2}{7}$?

412. On doit payer un ouvrage $2140, combien payera-t-on pour les $\frac{17}{20}$ de cet ouvrage ?

413. Un cheval fait 2 lieues $\frac{4}{5}$ en une heure : combien de lieues fera-t-il en 3 heures $\frac{2}{3}$?

414. Un écolier écrit 9 lignes en 5 minutes, combien de lignes écrira-t-il en 25 minutes $\frac{3}{4}$?

415. Un Écolier écrit 9 lignes en 5 minutes, quel temps mettra-t-il pour écrire 25 lignes $\frac{3}{4}$?

416. On a fait de la poudre en mélangeant 7 livres de salpêtre, 2 lbs. de charbon, et 1 lb. de souffre : on demande ce qu'il entre de chacun de ces trois corps dans $\frac{3}{4}$ de livre de cette poudre ?

417. Trois voleurs se partagent une somme d'argent qu'ils ont dérobée, le premier en prend les $\frac{2}{5}$ et les deux autres prennent chacun la moitié de ce qui reste ; quelle partie de la somme chaque voleur a-t-il prise ?

418. Un ouvrier ferait un ouvrage en $\frac{2}{3}$ de jour, un autre le ferait en $\frac{4}{5}$ de jour : 1° quel temps mettront-ils à le faire étant réunis ? 2° quelle partie de l'ouvrage chacun d'eux aura-t-il faite ? 3° quel sera le gain de chacun, l'ouvrage entier étant payé $\$5\frac{1}{2}$?

419. Un petit garçon ayant joué aux billes, le nombre de ses billes s'est accru du tiers ; le lendemain il a joué encore, et son dernier nombre s'est accru du quart ; enfin, le surlendemain il a joué de nouveau, son nombre de la veille s'est accru des deux cinquièmes, et il s'est trouvé possesseur de 63 billes ; combien en avait-il d'abord ?

4. DIVISION DES FRACTIONS ORDINAIRES.

209. Règle. *Pour diviser une fraction par un nombre entier, on multiplie le dénominateur par le nombre entier sans toucher au numérateur ; ou bien on divise, si la division peut se faire exactement, le numérateur par le nombre entier, sans toucher au dénominateur.*

Exemple. Soit $\frac{12}{14}$ à diviser par 4, je multiplie le dénominateur par 4 sans toucher au numérateur, ce qui donne $\frac{12}{56}$ qui se réduit à $\frac{3}{14}$.

Ou bien comme la division peut se faire exactement, je divise le numérateur par 4 sans toucher au dénominateur, ce qui donne $\frac{3}{14}$, même résultat que le premier.

Remarque. Comme on n'est pas toujours certain que la division peut réussir, il vaut mieux avoir recours à la multiplication.

Démonstration. En effet, diviser $\frac{12}{14}$ par 4, c'est chercher un nombre qui, multiplié par le diviseur 4 reproduise le dividende $\frac{12}{14}$. Ce nombre inconnu est donc 4 fois plus petit que $\frac{12}{14}$. Il n'y a donc qu'à rendre cette fraction 4 fois plus petite, ce qui est conforme à la règle du N°. 150.

210. Règle. *Pour diviser un nombre entier par une fraction, on multiplie le nombre entier par la fraction diviseur renversée.*

Exemple. Soit 7 à diviser par $\frac{3}{4}$, je renverse la fraction diviseur, c'est-à-dire que je prends le dénominateur pour numérateur, et le numérateur pour dénominateur, ce qui donne $\frac{4}{3}$, ensuite je multiplie par 7 et j'obtiens $\frac{7\times 4}{3}=\frac{28}{3}=9\frac{1}{3}$.

Démonstration. En effet, d'après la définition de la division, diviser 7 par $\frac{3}{4}$ c'est chercher un nombre qui multiplié par le diviseur $\frac{3}{4}$ reproduise le dividende 7 ; or multiplier un nombre par $\frac{3}{4}$ ou prendre les $\frac{3}{4}$, c'est la même chose. C'est donc comme si l'on disait : les $\frac{3}{4}$ d'un nombre sont 7, quel est ce nombre ? Alors un seul quart de ce nombre sera le $\frac{1}{3}$ de 7 ou $\frac{7}{3}$ et les $\frac{4}{4}$ du nombre inconnu ou ce nombre lui-même sera $\frac{7}{3}\times 4=\frac{7\times 4}{3}$ qu'on peut mettre sous la forme $7\times\frac{4}{3}$ ce qui est conforme à la règle ci-dessus.

211. Règle. *Pour diviser une fraction par une fraction, on multiplie la fraction dividende par la fraction diviseur renversée.*

Exemple. Soit à diviser $\frac{2}{3}$ par $\frac{3}{4}$, je renverse la fraction diviseur ce qui donne $\frac{4}{3}$, puis je multiplie $\frac{2}{3}$ par $\frac{4}{3}$ ce qui donne $\frac{2\times 4}{3\times 3}=\frac{8}{9}$.

DÉMONSTRATION. En effet, diviser $\frac{2}{3}$ par $\frac{3}{4}$ c'est chercher un nombre qui, multiplié par le diviseur $\frac{3}{4}$ reproduise le dividende $\frac{2}{3}$. Or, multiplier un nombre par $\frac{3}{4}$ ce n'est autre chose que prendre les $\frac{3}{4}$ de ce nombre. C'est donc comme si l'on disait : les $\frac{3}{4}$ de ce nombre inconnu sont $\frac{2}{3}$, quel est ce nombre ? Dès lors, $\frac{1}{4}$ de ce nombre ne sera plus que le $\frac{1}{3}$ de $\frac{2}{3}$ ou $\dfrac{2}{3\times3}$ et les $\frac{4}{4}$ de ce nombre inconnu ou ce nombre lui-même sera 4 fois plus grand, et par conséquent $\dfrac{2\times4}{3\times3}$ qui peut se mettre sous la forme $\frac{2}{3}\times\frac{4}{3}$, ce qui reproduit la règle énoncée.

212. REMARQUE. Il suit de là que lorsqu'on divise un nombre quelconque par une fraction proprement dite le quotient est toujours plus grand que le dividende. En effet, dans l'exemple précédent, le dividende $\frac{2}{3}$ n'est que les $\frac{3}{4}$ du quotient $\frac{8}{9}$.

213. Si l'on avait un nombre entier joint à une fraction à diviser par un autre nombre entier joint à une fraction, on réduirait le tout en fraction, au dividende et au diviseur, et on opérerait suivant la règle générale.

EXEMPLE. Ainsi, $2\frac{2}{3} : 3\frac{4}{5} = \frac{8}{3}$; $\frac{19}{5} = \frac{8}{3}\times\frac{5}{19} = \frac{40}{57}$.

214. REMARQUE. Il faut bien se garder de diviser le dividende $2\frac{2}{3}$ d'abord par 3, ensuite par $\frac{4}{5}$ et d'additionner les deux quotients, le résultat serait tout-à-fait faux ; car, en divisant le dividende par deux nombres, tous deux plus petits que le diviseur, on obtiendrait deux quotients trop grands l'un et l'autre, et par conséquent leur somme serait ensuite trop grande. Mais on pourrait diviser d'abord 2 par $3\frac{3}{4}$, ensuite $\frac{2}{3}$ par $3\frac{3}{5}$ et additionner les deux quotients; seulement le calcul serait plus long.

Usage de la division des fractions.

215. La division des fractions s'emploie dans toutes les questions qui ont pour but de trouver un nombre dont on connaît une portion ou plus généralement un nombre donné de parties égales.

QUESTIONNAIRE.

Comment divise-t-on une fraction ordinaire par un nombre entier ? (209)

Laquelle des deux manières de faire cette opération devra-t-on le plus souvent préférer ? (209)

Comment divise-t-on un nombre entier par une fraction ordinaire, et quelle idée doit-on se faire de cette opération? (210)

Quelle est la règle pour la division des fractions ordinaires ? (211)

Comment divise-t-on un nombre entier auquel est joint une fraction, par un autre nombre entier joint à une fraction ? (213)

Quelles sont les questions dans lesquelles la division des fractions doit être employée ? (215)

EXERCICES.

420. Diviser $\frac{4}{5}$ par 2 ; $\frac{3}{7}$ par 6 ; $\frac{5}{8}$ par 10 ; $\frac{7}{9}$ par 11 ; $\frac{10}{12}$ par 12.

421. Diviser 3 par $\frac{1}{2}$; 5 par $\frac{2}{3}$; 7 par $\frac{5}{6}$; 8 par $\frac{8}{9}$; 9 par $\frac{10}{12}$.

422. Effectuer les divisions suivantes :

$\frac{3}{5} : \frac{4}{7}$; $\frac{4}{7} : \frac{3}{5}$; $\frac{1}{2} : \frac{1}{3}$; $\frac{1}{4} : \frac{3}{5}$; $\frac{2}{3} : \frac{1}{7}$; $\frac{3}{5} : \frac{7}{9}$; $\frac{4}{9} : \frac{3}{7}$; $\frac{10}{11} : \frac{11}{12}$; $\frac{17}{22} : \frac{30}{61}$; $\frac{131}{260} : \frac{486}{795}$.

423. Effectuer les divisions suivantes :

$2\frac{1}{2} : 3\frac{1}{3}$; $5\frac{2}{5} : 7\frac{2}{3}$; $18\frac{1}{5} : 2\frac{1}{4}$; $5 : 2\frac{1}{2}$; $3\frac{1}{2} : 7$; $31\frac{1}{2} : 12\frac{2}{5}$; $148\frac{4}{5} : 29\frac{2}{7}$.

PROBLÈMES SUR LA DIVISION DES FRACTIONS.

424. Quel est le nombre qui multiplié par $3\frac{3}{4}$ a donné pour produit 1 ?

Dire que le nombre cherché a été multiplié par $3\frac{3}{4}$ ou $\frac{15}{4}$, c'est dire qu'on a pris les $\frac{15}{4}$ de ce nombre, et puisqu'on a trouvé 1, c'est que 1 est les $\frac{15}{4}$ du nombre cherché. Les $\frac{15}{4}$ du nombre étant 1, $\frac{1}{4}$ de ce nombre sera le quinzième de 1 ou $\frac{1}{15}$, et les $\frac{4}{4}$ ou le nombre entier sera 4 fois plus grand ou $\frac{4}{15}$.

425. En 8 heures un tisserand fait 5 verges $\frac{2}{3}$ de toile, quel temps emploie-t-il pour faire une verge ?

Réduisant les 5 verges $\frac{2}{3}$ en fraction, on trouve $\frac{17}{3}$ de verge.

Si le tisserand met 8 heures pour faire $\frac{17}{3}$ de verge, pour faire $\frac{1}{3}$ de verge, il mettra 17 fois moins de temps ou $\frac{8}{17}$ d'heure, et pour faire $\frac{3}{3}$ de verge, ou une verge, il mettra 3 fois plus de temps ou $\frac{8\times3}{7}=\frac{24}{17}=1$ heure $+\frac{7}{17}$.

426. Un vaisseau fait 9 lieues $\frac{4}{5}$ en 3 heures $\frac{2}{3}$, combien fait-il de lieues par heure ?

Réduisant les entiers en fraction, on trouve $\frac{49}{5}$ de lieue, et $\frac{11}{3}$ d'heure. Si le vaisseau fait $\frac{49}{5}$ de lieue en $\frac{11}{3}$ d'heure, en $\frac{1}{3}$ d'heure, il fera 11 fois moins de lieues ou $\frac{49}{5\times11}$, et en $\frac{3}{3}$ d'heure ou une heure, il fera 3 fois plus de lieues ou $\frac{49\times3}{5\times11}=\frac{147}{55}=2$ lieues $+\frac{37}{55}$.

427. Un vaisseau fait 9 lieues $\frac{4}{5}$ en 3 heures $\frac{2}{3}$, quel temps emploie-t-il pour faire une lieue ?

Réduisant les entiers en fraction, on trouve $\frac{49}{5}$ de lieue et $\frac{11}{3}$ d'heure. Si le vaisseau a mis $\frac{11}{3}$ d'heure pour faire $\frac{49}{5}$ de lieue pour faire $\frac{1}{5}$ de lieue, il mettra 49 fois moins de temps ou $\frac{11}{3\times49}$, et pour faire $\frac{5}{5}$ de lieue ou une lieue, il mettra 5 fois plus de temps, ou $\frac{11\times5}{3\times49}=\frac{55}{147}$ d'heure, ou 22 minute $+\frac{66}{147}$.

428. On échange $3\frac{1}{2}$ livres de chocolat contre 8 pintes de vin. Le chocolatier veut savoir ce qu'il a eu de vin pour une livre de son chocolat ; et le marchand de vin, ce qu'il a eu de chocolat pour une pinte de vin ?

Réduisons de part et d'autre les entiers en fractions, nous aurons $\frac{7}{2}$ livre et $\frac{42}{5}$ de pinte.

1°. Si le chocolatier a eu $\frac{42}{5}$ de pinte pour $\frac{7}{2}$ livre, pour $\frac{1}{2}$ livre, il a eu 7 fois moins de pintes ou $\frac{42}{5\times7}$, et pour $\frac{2}{2}$ lb. ou 1 lb. de son chocolat, il a eu 2 fois plus de vin ou $\frac{42\times2}{5\times7}=\frac{84}{35}=$ 2 pintes $+\frac{14}{35}$ ou $\frac{2}{5}$ de vin.

2° Si le marchand de vin a eu $\frac{7}{2}$ lb. pour $\frac{42}{5}$ de pinte, pour $\frac{1}{5}$ de pinte il a eu 42 fois moins de chocolat ou $\frac{7}{2\times42}$, et pour $\frac{5}{5}$ de pinte ou une pinte de vin, il a eu 5 fois plus de chocolat ou $\frac{7\times5}{2\times42}=\frac{35}{84}=\frac{5}{12}$ de lb. de chocolat.

429. Pendant qu'une locomotive parcourt une route entière une diligence n'en parcourrait que les $\frac{2}{11}$, combien la locomotive va-t-elle de fois plus vite que la diligence ?

La locomotive faisant les $\frac{11}{11}$ de la route pendant que la diligence n'en fait que les $\frac{2}{11}$, pour repondre à la question, il faut chercher combien de fois $\frac{11}{11}$ contiennent $\frac{2}{11}$, c'est-à-dire diviser $\frac{11}{11}$ par $\frac{2}{11}$, ce qui donne $\frac{11\times11}{11\times2}=\frac{11}{2}=5+\frac{1}{2}$. La locomotive va 5 fois $\frac{1}{2}$ plus vite que la diligence.

430. Un rouet prend 1 verge $\frac{1}{8}$ de fil à chaque tour qu'il fait ; combien devra-t-il faire de tours pour s'enrouler d'un fil long de 45 verges $\frac{2}{3}$. Il est évident qu'autant de fois 45 verges $\frac{3}{3}$, longueur du fil, contiendront 1 verge $\frac{1}{8}$, contour du rouet, autant de tours le rouet devra faire. Il faut donc diviser 45 verges $\frac{2}{3}$ ou $\frac{137}{3}$ de verge par 1 verge $\frac{1}{8}$ ou $\frac{9}{8}$ de verge, et dire : si le rouet prend $\frac{9}{8}$ de verge de fil dans un tour, pour prendre $\frac{1}{8}$ de verge, il fera $\frac{1}{9}$ de tour, et pour prendre $\frac{8}{8}$ de verge ou 1 verge,

il fera 8 fois plus de tours, ou $\frac{8}{9}$ de tour. Si le rouet fait $\frac{8}{9}$ de our pour s'enrouler d'une verge de fil, pour s'enrouler de $\frac{1}{3}$ de verge, il fera 3 fois moins de tours, ou $\frac{8}{9\times3}$, et pour s'enrouler de $\frac{137}{3}$ de verge, ou du fil entier, il fera 137 fois plus de tours, ou $\frac{8\times137}{9\times3}=\frac{1096}{27}=40$ tours $+\frac{16}{27}$.

431. Un omnibus met $\frac{1}{2}$ heure pour aller à sa destination, il stationne $\frac{1}{5}$ d'heure, et met $\frac{1}{3}$ d'heure pour revenir à son point de départ, en admettant qu'un voyage se compose de l'aller, de la station et du retour, combien cet omnibus fera-t-il de voyages depuis $7\frac{1}{2}$ heures du matin jusqu'à 10 heures du soir ?

Ajoutons $\frac{1}{2}+\frac{1}{5}+\frac{1}{3}$ ce qui donne $\frac{31}{30}$ d'heure, temps nécessaire pour faire un voyage. Depuis 7 heures $\frac{1}{2}$ du matin jusqu'à 10 heures du soir, il y a 14 heures $\frac{1}{2}$ au $\frac{29}{2}$ heures. Ils est évident qu'autant de fois $\frac{29}{2}$ heures contiendront $\frac{31}{30}$ d'heure, autant l'omnibus doit faire de voyages : divisons donc $\frac{29}{2}$ heures par $\frac{31}{30}$ d'heure, et disons :

Si l'omnibus fait un voyage en $\frac{31}{30}$ d'heure, en $\frac{1}{30}$ d'heure, il fera $\frac{1}{31}$ du voyage, et dans $\frac{30}{30}$ d'heure ou une heure, il fera $\frac{30}{31}$ de voyage. Si en une heure l'omnibus fait $\frac{30}{31}$ de voyage en $\frac{1}{2}$ heure, il fera 2 fois moins de chemin, ou $\frac{30}{31\times2}$ et en $\frac{29}{2}$ heures il fera 29 fois plus de voyages, ou $\frac{30\times29}{31\times2}$, $=\frac{870}{62}=14$ voyages $+\frac{2}{62}$ ou $\frac{1}{31}$, soit 14 voyages.

432. Un voyageur ayant manqué la diligence, celle-ci a déjà 9 lieues $\frac{2}{3}$ d'avance sur lui. Il prend alors un cabriolet qui fait 3 lieues à l'heure tandis que la diligence ne fait que 1 lieue $\frac{3}{4}$: dans combien de temps l'aura-t-il rejointe ?

Retranchant 1 lieue $\frac{3}{4}$ de 3 lieues, nous trouvons que le cabriolet gagne par heure 1 lieue $\frac{1}{4}$ ou $\frac{5}{4}$ de lieue sur la diligence. Comme il doit gagner sur elle 9 lieues $\frac{2}{3}$ ou $\frac{29}{3}$ de lieue, autant de fois $\frac{29}{3}$ de lieue contiendront $\frac{5}{4}$ de lieue, autant d'heures le cabriolet mettra à rejoindre la diligence. Divisons donc $\frac{29}{3}$ de lieue par $\frac{5}{4}$ de lieue et disons :

Si le cabriolet gagne $\frac{5}{4}$ de lieue par heure sur la diligence, pour gagner $\frac{1}{4}$ de lieue, il mettra $\frac{1}{5}$ d'heure, et pour gagner $\frac{4}{4}$ de lieue on une lieue, il mettra $\frac{4}{5}$ d'heure. Si, pour gagner une lieue, le cabriolet met $\frac{4}{5}$ d'heure, pour gagner $\frac{1}{3}$ de lieue, il met trois fois moins de temps ou $\frac{4}{5\times3}$ et pour gagner $\frac{29}{3}$ de lieue, il mettra 29 fois plus de temps, ou $\frac{4\times29}{5\times3}=\frac{116}{15}=7$ heures $+\frac{11}{15}$ ou 7 heures 44 minutes.

433. Deux villes sont éloignées de 9 lieues $\frac{2}{3}$. Deux voitures partent, une de chaque ville, allant à la rencontre l'une de l'autre ; la première voiture fait 3 lieues par heure, et la seconde 1 lieue $\frac{3}{4}$: dans combien de temps se rencontreront-elles, et combien chacune aura-t-elle fait de lieues ?

Ajoutons 3 lieues et 1 lieue $\frac{3}{4}$, ce qui donne 4 lieues $\frac{3}{4}$. La distance qui sépare les deux voitures diminue donc à chaque heure de 4 lieues $\frac{3}{4}$, et comme cette distance doit diminuer de 9 lieues $\frac{2}{3}$ pour que la rencontre ait lieu, autant de fois 9 lieues $\frac{2}{3}$ contiendront 4 lieues $\frac{3}{4}$, autant d'heures les deux voitures mettront à se rencontrer. Divisons donc 9 lieues $\frac{3}{3}$ ou $\frac{29}{3}$ par 4 lieues $\frac{3}{4}$ ou $\frac{19}{4}$ et disons :

Les deux voitures se rapprochant de $\frac{19}{4}$ de lieue par heure pour se rapprocher de $\frac{1}{4}$ de lieue, elles mettront $\frac{1}{19}$ d'heure, et, pour se rapprocher de $\frac{4}{4}$ de lieue ou d'une lieue, elles mettront

$\frac{4}{19}$ d'heure. Si elles mettent $\frac{4}{19}$ d'heure pour se rapprocher d'une lieue, pour se rapprocher de $\frac{1}{3}$ de lieue, elles mettront 3 fois moins de temps au $\frac{4}{19\times3}$, et pour se rapprocher de $\frac{29}{3}$ de lieue elles mettront 29 fois plus de temps ou $\frac{4\times29}{19\times3}=\frac{116}{57}=$ 2 heures $+\frac{2}{57}$, ou 2 heures 2 minutes $+\frac{6}{57}$.

La rencontre se faisant après $\frac{116}{57}$, d'heure, la première voiture qui fait 3 lieues par heure, aura fait $\frac{3\times116}{57}=\frac{348}{57}=6+\frac{6}{57}$; et la seconde voiture, qui fait 1 lieue $\frac{3}{4}$ au $\frac{7}{4}$ de lieue par heure, aura fait $\frac{7\times116}{4\times57}=\frac{7\times29}{57}=\frac{203}{57}=3$ lieues $+\frac{32}{57}$.

En effet, ajoutant 6 lieues $+\frac{6}{57}$ avec 3 lieues $+\frac{32}{57}$, on trouve 9 lieues $+\frac{38}{57}$ ou $\frac{2}{3}$.

434. Pour tapisser les murs d'un salon, il faut 8 rouleaux $\frac{1}{2}$ de papier, les rouleaux ayant $\frac{2}{3}$ de verge de large ; combien faudrait-il de rouleaux, s'ils n'avaient que $\frac{4}{9}$ de verge de large ?

S'il a fallu 8 rouleaux $\frac{1}{2}$ au $\frac{17}{2}$ rouleaux, le papier ayant $\frac{2}{3}$ de large, s'il n'avait que $\frac{1}{3}$ de large, il en faudrait 2 fois plus, ou $\frac{17\times2}{2}$, et s'il avait $\frac{3}{3}$ ou une verge de large, il en faudrait 3 fois moins ou $\frac{17\times2}{2\times3}$. Si le papier ayant une verge de large, il en faut $\frac{17\times2}{2\times3}$, s'il n'avait que $\frac{1}{9}$ de large, il en faudrait 9 fois plus ou $\frac{17\times2\times9}{2\times3}$, et s'il a $\frac{4}{9}$ de large, il en faudra 4 fois moins ou $\frac{17\times2\times9}{2\times3\times4}$ expression qui, étant simplifiée, revient à $\frac{17\times3}{4}=\frac{51}{4}=$ 12 rouleaux $+\frac{3}{4}$.

435. Quel est le nombre dont les $\frac{3}{4}$ sont 27 ?

436. Quel est le nombre tel qu'en le multipliant par $2\frac{3}{5}$ le résultat soit 52 ?

437. Le nombre 36 est le produit de deux nombres dont l'un est $10\frac{5}{6}$ quel est l'autre ?

438. On a payé 40 francs pour les $\frac{4}{7}$ d'un ouvrage ; combien payera-t-on pour l'ouvrage entier ?

439. Une société d'hommes et de femmes a dépensé une certaine somme dont les hommes seuls ont payé les $\frac{3}{5}$ et ont donné $42 quelle était la dépense totale ?

440. Par quel nombre faut-il multiplier $29\frac{1}{2}$ pour obtenir $67\frac{1}{2}$?

441. Pour 27 journées et demi un ouvrier a reçu $110, quel est le prix de la journée.

442. En 5 heures $\frac{3}{4}$ une roue fait 11500 tours ; combien cette roue fait-elle de tour en 1 heure ?

443. Un ouvrier qui s'était engagé à faire un travail est forcé de l'interrompre après en avoir fait les $\frac{10}{12}$, et il reçoit $60 ; combien devait être payé l'ouvrage entier ?

444. Les $\frac{2}{5}$ des $\frac{3}{7}$ d'une somme sont $24 ; quelle est cette somme ?

445. Quel est le nombre qui, multiplié par $6\frac{3}{4}$ a donné pour produit 1 ?

446. Les $\frac{5}{8}$ de la longueur d'un champ sont de 95 verges quelle est la longueur du champ ?

447. En 5 minutes, une source donne 8 gallons $\frac{3}{4}$ d'eau ; quel temps emploie-t-elle pour donner 1 gallon ?

448. Un tisserand a fait 9 verges $\frac{2}{5}$ de toile en 2 jours $\frac{5}{6}$: combien a-t-il fait de verges par jour ?

449. Un ballot de marchandises a été vendu $75 ; si on l'avait vendu $9 de plus, le bénéfice aurait été égal aux $\frac{2}{3}$ du prix d'achat ; combien ce ballot avait-il coûté ?

450. Une montre qui marque maintenant l'heure véritable, avance de 5 minutes $\frac{1}{2}$ par jour ; dans combien de temps, à force d'avancer, marquera-t-elle de nouveau l'heure véritable, c'est-à-dire dans combien de temps aura-t-elle avancé de 12 heures ?

451. Deux courriers dont l'un fait 2 lieues $\frac{1}{3}$ par heure et l'autre 4 lieues $\frac{1}{2}$, partent en même temps des deux extrémités d'une route longue de 30 lieues $\frac{3}{4}$ vont à la rencontre l'un de

l'autre; dans combien de temps se rencontreront-ils, et quel chemin chacun d'eux aurait-il parcouru ?

452. Un renard qui fait 2 pas $\frac{1}{3}$ par seconde, a déjà fait 30 pas $\frac{3}{4}$, lorsqu'un chien qui fait 4 pas $\frac{1}{2}$ par seconde, est lancé après lui : dans combien de temps aura-t-il atteint le renard ?

453. Deux cavaliers partent en même temps de la même ville, se rendant à une autre ville éloignée de 30 lieues $\frac{3}{4}$; le premier, fait 4 lieues $\frac{1}{2}$ par heure, et le second 2 lieues $\frac{1}{3}$; combien d'heures le premier arrivera-t-il avant le second ?

454. Pour doubler un vêtement il a fallu 13 verges $\frac{2}{3}$ de vieille soie, cette étoffe ayant $\frac{3}{4}$ de verge de large ; si l'on avait employé de la toile ayant $\frac{4}{5}$ de verge de large, combien en aurait-il fallu de verges ?

FRACTIONS DÉCIMALES.

§1. NUMÉRATION. — 1. NOTIONS PRÉLIMINAIRES.

216. *On entend par fractions décimales, une ou plusieurs parties de l'unité partagée en parties égales de dix en dix fois plus petites, ou, plus simplement, une ou plusieurs parties sous-décuples de l'unité.*

Ainsi l'on suppose l'unité que l'on considère, partagée en dix parties égales ou *dixièmes* ; puis le dixième partagé de même en dix parties égales ou *centièmes* ; le centième en *dix-millièmes*, et ainsi de suite, *dix-millièmes, cent-millièmes, millioniémes*, etc.

Le dixième est l'unité sous-décuple du premier ordre ; le centième du deuxième, le millième du troisième ; etc., en sens inverse de la numération des nombres entiers, dont ces unités suivent le système.

217. *Par conséquent les dixièmes s'écrivent à la droite des unités simples dont on les sépare par une virgule, les centièmes à la droite des dixièmes, les millièmes à la droite des centièmes, et ainsi de suite. S'il n'y a point d'unités entières, on écrira un zéro pour en tenir la place.*

Ainsi, trois unités sept-dixièmes s'écriront 3,7 ; deux dixièmes et huit centièmes, 0,28 ; quatre centièmes et cinq millièmes, 0,045 ; et réciproquement, 0,3 s'énonce trois dixièmes ; 4,25 quatre unités deux dixièmes et cinq centièmes ; 0,436, quatre dixièmes, trois centièmes, six millièmes.

218. Tout nombre tel que 4,25 qui renferme un nombre entier accompagné d'une fraction décimale, s'appelle *nombre fractionnaire décimal*, ou simplement *nombre décimal.*

Tout nombre décimal tel que 4,25, peut s'énoncer encore de deux manières, ou 4 entiers et 25 centièmes ou 425 centièmes.

En effet, le dixième valant 10 centièmes, 2 dixièmes vaudront 20 centièmes ; l'unité valant 100 centièmes, 4 unités vaudront 400 centièmes.

219. Règle générale. *Pour énoncer une fraction décimale ou un nombre décimal quelconque, on énonce le nombre comme s'il n'y avait pas de virgule, en lui donnant le nom de l'unité sous-décuple représentée par le dernier chiffre à droite.*

220. Le nom de la dernière unité sous-décuple se reconnaît facilement au rang qu'occupe, par rapport à la virgule, le dernier chiffre à droite. On remarquera que chaque unité sous-décuple occupe, à la droite de la virgule, un rang de moins que l'unité décuple de nom analogue, à la gauche de cette même virgule. Ainsi, les dixièmes sont au premier rang à droite, les dizaines au second rang à gauche, les centièmes au dixième rang à droite, les centaines au troisième rang à gauche, et ainsi des autres.

Le nombre des chiffres décimaux indiquera donc sur-le-champ le nom de la dernière unité sous-décuple.

221. La forme des fractions décimales est plus simple que celles des fractions à deux termes, puisque dans les premières le dénominateur n'est exprimé que par le rang du dernier chiffre à la droite de la virgule. Voilà pourquoi on préfère écrire les fractions décimales, ainsi qu'on vient de le voir, au lieu de les écrire sous la forme de fractions à deux termes.

222. Règle générale. *Réciproquement, pour écrire une fraction décimale ou, en général, un nombre décimal énoncé, on l'écrit comme s'il s'agissait d'un nombre entier en ayant soin de placer la virgule de manière que le dernier chiffre à droite oit au rang qui convient à l'unité sous-décuple énoncée.*

Ainsi, pour écrire trente-cinq millièmes, j'écris d'abord 35 ; mais pour que le chiffre 5 occupe le troisième rang après la virgule, il faut que j'écrive 0 à la gauche du 3, puis la virgule, puis enfin 0 pour les unités entières, et j'aurai ainsi 0,035.

De même, pour écrire deux cent neuf cent millièmes, je commence par écrire 209 ; mais comme pour exprimer des cent-millièmes, il faut 5 chiffres décimaux, et que le nombre n'a que 3 chiffres, j'écris 2 zéros à la gauche, puis la virgule, et enfin 0 pour les unités simples et j'ai 0,00209.

Si l'on demandait d'écrire trois cent-mille cinquante-deux centièmes, j'écrirais 300052, et comme les centièmes occupent le deuxième rang, je séparerais par la virgule les deux derniers chiffres à droite et j'aurais 3000,52, qu'on énoncerait mieux trois mille unités et cinquante-deux centièmes.

223. *On ne change pas la valeur d'une fraction décimale quand on écrit à sa droite autant de zéros que l'on veut.*

En effet, puisque le dixième vaut 10 centièmes, 100 millièmes, etc., 0, 3, par exemple, vaudront 0,30 ; 0,300 etc.

On peut encore dire que les zéros écrits à la droite de 0,2, exprime qu'il n'y a pas de centièmes, de millièmes, etc., ce qu'exprime également l'absence des zéros.

224. Règle. *Pour rendre un nombre décimal* 10, 100, 1000 *fois plus grand, etc., il suffit de transporter la virgule décimale de* 1, 2, 3 *rangs., etc., vers la droite.*

Exemple. Soit le nombre décimal 2,348 ; si je porte la virgule de deux rangs vers la droite, j'aurai 234,8, qui s'énonce 2348 dixièmes, tandis que le nombre proposé s'énonce 2348 millièmes; or, chaque dixième vaut 100 millième, donc 2348 dixiémes valent 100 fois 2248 millièmes.

225. Règle. *Pour rendre un nombre décimal* 10, 100, 1000 *fois plus petit, etc., il suffit de transporter la virgule de* 1, 2, 3, *etc., rangs vers la gauche.*

Ainsi, pour rendre le nombre 568,45, 1000 fois plus petit, j'écris 0,56845. En effet, le nombre proposé s'énonce 56845 centièmes, et celui-ci 56845 cent-millièmes, qui valent mille fois moins que des centièmes.

226. Les deux règles précédentes s'appliquent également aux nombres entiers, dans lesquels la virgule sous-entendue après le chiffre des unités simples et supposée suivie d'autant de zéros qu'on voudra.

De plus, comme on peut écrire à la gauche d'un nombre entier ou décimal autant de zéros qu'on voudra sans en changer la valeur, on pourra toujours, en transportant la virgule, soit à droite, soit à gauche, rendre un nombre écrit dans le système décimal, 10, 100, 1000..... plus grand ou plus petit, d'après ce principe général.

Dans tout nombre écrit suivant le système décimal, une unité d'un ordre quelconque est 10, 100, 1000.... *fois plus grande ou plus petite que celle qui la suit, ou la précède de* 1, 2, 3.... *rangs.*

QUESTIONNAIRE.

Qu'entend-on par fraction décimale ? (216)

Pour quelle raison les dixièmes s'écrivent-ils à la droite des unités simples ? (217)

Comment a-t-on fait pour distinguer les dixièmes des unités entières ? (217)

Qu'arriverait-il si on ne mettait pas la virgule ? (217)

Que fait-on quand il n'y a pas d'unités entières ? (217)

Quelle est la règle générale pour énoncer une fraction décimale ou un nombre décimal ? (217)

Qu'entend-on par nombre décimal ? (218)

A quoi reconnaît-on le nom de la dernière unité sous-décuple ? (220)

Quelle est la règle générale pour écrire une fraction décimale ou un nombre décimal énoncé? (222)

Démontrez qu'on ne change pas la valeur d'un nombre décimal quand on écrit à sa droite autant de zéros qu'on veut ? (223)

Comment fait-on pour rendre un nombre décimal, 10, 100, 1000 fois plus grand ou plus petit ? (224, 285)

EXERCICES.

455. Quel est le rang des centièmes après la virgule décimale ? le rang des millièmes, des cent-millièmes ?

456. Comment nommez-vous l'unité sous-décuple qui occupe le 1er rang, le 3me, le 6me, le 10me rang ?

457. Quand il y a 2 chiffres décimaux, quelle est la dernière unité sous-décuple ?

458. Quelle est la dernière unité sous-décuple quand il y a 3 chiffres décimaux ? 4 chiffres décimaux.

459. Combien faut-il de chiffres décimaux pour que la dernière unité sous-décuple soit le centième, le millième, le cent-millième ?

460. Enoncer les nombres décimaux suivants : 0,1 ; 0,02 ; 0,003 ; 0,0004 ; 0,00005.

461. 0,3 ; 0,45 ; 0,07 ; 0,073 ; 0,40.

462. 0,439 ; 1,7564 ; 45,3 ; 28,004 ; 7,490.

463. 0,0008 ; 3,0780 ; 17,0090 ; 0,45973 ; 42,75640.

464. 0,00007 ; 1,450709 : 0,0004700 ; 0,000007 ; 0,00000001.

465. Ecrire les nombres décimaux suivants: trois unités cinq dixièmes, sept dixièmes; trente unités un dixième ; quatre centièmes; cinquante centièmes; quatre-vingt-dix centièmes.

On les fera d'abord écrire en toutes lettres, puis on les fera écrire en chiffres.

466. Cinq unités vingt centièmes ; cinquante unités soixante-cinq centièmes ; quarante-huit unités sept centièmes ; cinq cent sept unités neuf dixièmes ; vingt unités soixante centièmes.

467. Trente-quatre millièmes ; deux unités cinq millièmes ; trois unités cinq cents millièmes ; sept unités quatre-vingt millièmes ; quarante huit unités cinq cent deux millièmes.

468. Cent-trente quatre dix millièmes; deux entiers deux dix millièmes ; trente entiers trente dix millièmes; cinq entiers neuf mille quarante-cinq dix millièmes.

469. Deux cent trente-sept unités vingt-quatre centièmes ; quatre mille sept unités quarante-cinq millièmes ; dix-huit mille sept cent trois unités soixante-sept dix-millièmes ; cinq millions trois unités vingt centièmes ; cinq cent mille unités cinq cents dix millièmes.

Ecrire les nombres décimaux suivants et les énoncer de deux manières.

470. Trente-neuf dixièmes ; cinq cent quarante-huit dixièmes ; neuf mille quatre centièmes ; dix-sept cent trois millièmes; quarante-mille vingt-sept dix millièmes.

471. Cinq millions sept mille neuf millièmes ; quatre cent trente millions quarante dix-millièmes ; cinq cents millions quatre mille huit-cent millièmes ; deux billions quatre mille cinq millionièmes ; trente billions huit millions sept cent mille huit dix millionièmes.

472. Rendre 10 fois plus grand 3,5 ;

473. Rendre 100 fois plus petit 49,2 ;

474. Rendre 1000 fois plus petit 4893,7 ;

475. Rendre 100 fois plus grand 0,7 ;

476. Rendre 1000 fois plus petit 84,8 ;

477. Rendre 1000 fois plus grand 29,42 ;

478. Rendre 1000 fois plus petit 0,7 ;

479. Rendre 10000 fois plus petit 47,39 ;

480. Rendre 100000 fois plus grand 4,278 ;

481. Rendre 1000000 fois plus grand 0,437 ;

482. Rendre 100 fois plus petit 24 ;
483. Rendre 1000 fois plus grand 2,70 ;
484. Rendre 1000 fois plus petit 0,9 ;
485. Rendre 1000 fois plus grand 0,0[illegible] ;
486. Rendre 10000 fois plus petit 48,2937 ;
487. Rendre 10000 fois plus grand 0,00075 ;
488. Rendre 100000 fois plus grand 0,000049 ;
489. Rendre 100000 fois plus petit 487,593 ;
490. Rendre 1000000 fois plus grand 0,084 ;
491. Rendre 10000000 fois plus grand 487,3967 ;
et énoncer les nombres résultants.

492. Combien la dizaine vaut-elle de dixièmes ? la centaine de centièmes ? le mille de dixièmes ? le million de centaines ? la centaine de mille de centièmes ?

493. Quelle est l'unité cent fois plus grande que la dizaine : mille fois plus petite que la dizaine de mille ? cent fois plus petite que le dixième ? mille fois plus grande que le centième ? cent mille fois plus petite que la centaine ?

494. Quel rang occupe avant le chiffre des centaines le chiffre qui représente des unités cent fois plus grandes ? à quel rang sont placés l'un par rapport à l'autre les chiffres qui représentent des unités mille fois plus grandes ? dix mille fois plus petites ? cent mille fois plus grandes ? un million de fois plus petites ?

2. RECHERCHE DU QUOTIENT COMPLET OU APPROCHÉ AU MOYEN DES DÉCIMALES.

227. Lorsque la division de deux nombres entiers donne un reste, on peut compléter le quotient à l'aide des fractions décimales, ainsi qu'il suit :

Soit à diviser 35 par 4

```
 35  | 4
 32  |------
 --- | 8,75
  30 |
  28
  ---
   20
   20
   --
    0
```

Après avoir obtenu pour quotient 8 et pour reste 3, je réduis les trois unités en dixièmes, ce qui se fait en écrivant un zéro à la droite de 3, en effet, puisque l'unité vaut 10 dixièmes 3 unités vaudront 30 dixièmes. Je divise 30 dixièmes par 4, ce qui donne 7 dixièmes, que j'écris au quotient, à la droite du chiffre des unités que je sépare par la virgule décimale. Je réduis de même les 2 dixièmes de reste en centièmes, en écrivant un zéro à la droite de 2, et divisant 20 centièmes par 4, j'obtiens 5 centièmes pour quotient et 0 pour reste ; le quotient complet est par conséquent 8,75.

228. Il arrive souvent que la division continuée en décimales ne réussit pas ; dans ce cas, le quotient ne peut s'exprimer par un nombre décimal fini, mais on peut l'obtenir avec tel degré d'approximation qu'on voudra.

Soit, par exemple, à diviser 42 par 13 :

42	13	
30	3,230769	230769
40		
100		
90		
120		
3		

La division ne se termine pas et donne lieu à un quotient dans lequel les chiffres 230769 se produisent continuellement et périodiquement dans le même ordre.

Et remarquez qu'il doit en être toujours ainsi ; car les restes, dans toute division, étant toujours plus petits que le diviseur, on ne peut obtenir pour reste que 1 ou 2, ou 3... ou 12, et par conséquent, dès qu'un de ces restes reparaît dans la division, les mêmes chiffres doivent se reproduire au quotient. Ainsi, dans l'exemple précédent, dès que le reste 3 qui s'est déjà présenté une fois se reproduit dans la division, les mêmes chiffres 230769 se reproduisent au quotient. Dans ce cas, on obtient ce qu'on appelle une *fraction décimale périodique* ; la période est la suite des chiffres qui se reproduisent dans le même ordre.

Lorsque le dividende et le diviseur étant premiers entre eux, le diviseur est un nombre premier autre que 2 et 5, le nombre des chiffres de la période est toujours un diviseur exact du diviseur diminué de 1. Dans cet exemple, le nombre des chiffres de la période est 6 qui divise exactement 12 égal à 13-1.

Lorsque le dividende et le diviseur étant premiers entre eux, le diviseur ne contient que les facteurs 2 et 5, la division donne toujours lieu à un quotient fini, dans lequel il y a autant de chiffres décimaux que celui des deux facteurs 2 ou 5 est contenu le plus de fois dans le diviseur.

229. Si l'on s'arrête au premier, deuxième, troisième, etc., chiffre, on aura un quotient de plus en plus approché du véritable ; ainsi 3,2 ; 3,23 ; 3,2307, etc., sont exacts à moins d'un dixième, d'un centième, d'un dix-millième près, etc.

Si l'on voulait avoir le quotient à moins d'un dix-millième près, on forcerait le dernier chiffre 7 ; et l'on prendrait 3,2308 ; en effet, en prenant pour quotient 3,2307, on commettrait *en moins* une erreur qui serait plus grande que celle qu'on commettrait *en plus* en augmentant le quotient de 1 dix-millièmes.

En général, lorsque le chiffre décimal qui suit celui auquel on veut s'arrêter est plus grand que 5 ; on augmente le dernier chiffre d'une unité ; si c'est un 5 ou un chiffre plus petit que 5, on n'altère point le dernier chiffre.

QUESTIONNAIRE.

Lorsque la division donne un reste, comment fait-on pour compléter le quotient ? (227)

Et si la division par les décimales ne finit point, que faut-il faire ? (228)

Qu'entend-on par un quotient exact moins de 0. 1, 0. 01, 0.001 près ? (229)

Lorsque le chiffre décimal auquel on s'arrête est suivi d'un chiffre plus grand que 5, quelle précaution doit-on prendre ? (229)

Qu'entend-on par fraction décimale périodique ? (228)

De quoi se compose la période ? (228)

EXERCICES.

495. Compléter le quotient à l'aide des décimales dans les divisions suivantes : 3:4 ; 27:8 ; 49:16 ; 174:24 ; 448:32 ; 360:48 ; 1296:64 ; 5493:125 ; 79638:725.

Effectuer les divisions suivantes et compléter le quotient.

496. 94857:640 ; 145063:3200 ; 477329:12500 ; 589325:25600 ;
497. 374006:312500.

498.	Trouver à	0,1	près le quotient de la division de	64	par 7.
499.	....	0, 01	....	128	" 13.
500.	....	0, 001	....	349	" 57.
501.	....	0, 0001	....	8947	" 235.
502.	....	0, 01	....	3	" 29.
503.	....	0, 001	....	2	" 123.
504.	....	0, 0001	....	15	" 475.
505.	....	0, 001	....	347	" 6293.
506.	....	0, 01	....	4896	" 8498.
507.	....	0, 000001	....	347	" 534.

PROBLÈMES SUR LA RECHERCHE DU QUOTIENT COMPLET OU APPROCHÉ AU MOYEN DES DÉCIMALES.

508. Quel est le nombre 8 fois plus petit que 36 ?

509. Quel nombre faut-il multiplier par 18 pour faire 60 ?

510. Partager $360 entre 16 personnes ?

511. Un jardinier fleuriste a payé $104 pour 800 pieds d'églantier, à combien revient chaque pied d'églantier ?

512. On a payé $16 pour 500 gallons ; à combien revient le gallon ?

513. Un vitrier a posé 640 carreaux pour $340.40 cents ; à combien revient le carreau ?

514. A $180 les 200 gallons, combien coûte le gallon ?

515. Un bottier a reçu pour une commande de 750 paires de souliers la somme de $4350, à combien revient la paire de souliers ?

516. 48 balles de coton de Cayenne se sont vendues $348 ; à combien revient la balle de coton ?

517. L'éclairage d'une ville a coûté pendant toute l'année $42728, à combien revient à moins d'un cent près, la dépense pour un jour, en supposant l'année de 365 jours ?

§II. CALCUL DES NOMBRES DÉCIMAUX.

ADDITION DES NOMBRES DÉCIMAUX.

230. Règle. *L'addition des nombres décimaux se fait exactement comme celle des nombres entiers, après que tous les nombres ont été écrits les uns sous les autres, de manière que les unités d'un même ordre soient dans une même colonne verticale, ce qui arrivera toujours si toutes les virgules décimales se correspondent.*

La virgule décimale doit se trouver à la même colonne dans le résultat.

Exemple. Soit proposé d'additionner les nombres suivants : 3,25 ; 42,348 ; 748,4 ; 29,32.

Disposition du calcul :

	3,25	Nombre mis à part	3,25
	42,348		
	748,4	Preuve	42,348
	29,32		748,4
Somme	823,318		29,32
			820,068
			3,25
		Somme égale	823,318.

En effet, la somme se compose de toutes les unités des nombres proposés et par conséquent de toutes les unités sous-décuples de la plus petite espèce.

231. Il est inutile de compléter par des zéros le nombre des chiffres dans les nombres qui en ont le moins, puisque dans l'addition, on ne tiendrait pas compte de ces zéros.

232. S'il y avait, parmi les nombres à additionner, des nombres entiers non-accompagnés de fractions décimales, on les écrirait de même, en ayant soin de placer les unités simples à leur rang.

QUESTIONNAIRE.

Comment se fait l'addition des nombres décimaux ? (230)

Est-il nécessaire de compléter par des zéros le nombre des chiffres décimaux ? (231)

Si l'on avait à additionner entre eux des nombres entiers et des nombres décimaux, comment faudrait-il disposer les nombres pour faire l'addition ? (232)

EXERCICES.

Faire les additions suivantes :

518. 0,5+0,7+0,3+0,5+0,8 ; 2,4+3,5+4,9+7,6+1,8+0,7 ;
519. 4,35+0,40+2,60+3,29+5,32+0,75+7,80 ;
520. 0,457+2,43+8,756+0,76+8,25+1,765+2,458 ;
521. 54,3+7,29+0,743+6,13+75,6+0,3+7,25+48,29 ;
522. 3,4397+0,2547+13,75+183,52+439,7+67,29+75 ;
523. 18,359+2,763+79,43+136,575+43,5946+18,5 ;
524. 4,39675+0,25943+2,13496+144,75+187,328 ;
525. 35,62487+493,752+175,458+3,9546+0,00754.

Ecrire les nombres suivants et les additionner :

526. Trois unités sept dixièmes+neuf unités huit dixièmes+quatre unités cinq dixièmes+sept unités+quatre dixièmes.

527. Vingt-cinq centièmes+quarante-trois centièmes+deux unités trois dixièmes+dix-huit centièmes+soixante-quinze centièmes.

528. Trois millièmes+quarante-deux millièmes+vingt-cinq dix-millièmes+soixante-quinze millièmes+vingt-neuf millièmes.

529. Dix-sept unités trente-quatre centièmes+cinq unités huit centièmes+quarante unités cinquante centièmes+trente-sept unités dix-sept centièmes+quarante centièmes.

530. Cinquante-deux unités vingt-cinq millièmes+trois unités quarante centièmes+soixante unités trois cent cinq millièmes+douze unités neuf dixièmes+quarante-trois unités six millièmes+vingt unités soixante-douze centièmes+quinze dix-millièmes+quarante millièmes+sept unités neuf dixièmes+cinquante-trois unités quatre-vingt sept dix-millièmes+cent-quatorze millièmes.

531. Cinq dix-millièmes+sept millièmes+huit dixièmes+vingt-cinq millièmes+quatre centièmes+deux millièmes.

532. Trente-quatre cent-millièmes+soixante-deux millièmes+deux cent dix-millièmes+huit dix-millièmes+dix-sept cent millièmes.

533. Quarante-deux dixièmes+cent-vingt-neuf millièmes+trois cent soixante-neuf centièmes+cinquante dix-millièmes+soixante-douze centièmes.

534. Trois mille cinq centièmes+quarante-cinq dixièmes+trois cent cinquante-cinq mille vingt-neuf centièmes+deux cent mille douze millièmes+quarante-neuf mille soixante-sept dixièmes.

PROBLÈMES SUR L'ADDITION DES NOMBRES DÉCIMAUX.

535. On a fait une quête pour les pauvres dans les trois classes d'une école ; la grand'classe a donné $17.50c. ; la classe moyenne $14.60c. ; la petite classe $10.80c. Le maître y ajoute $20 de sa bourse. Quel est le total de la quête ?

Le dollar vaut 10 *dimes* ou dixièmes de dollar, le *dime* 10 *cents* ou centièmes de dollar, et par conséquent le dollar vaut 100 *cents*.

536. Un marchand de vin a payé pour l'achat de 18 pièces de vin $1980 ; pour les frais de transports $108, 50 cents ; pour droit d'entrée $540, 60c., combien a-t-il payé en tout ?

537. Un marchand de drap a fait trois ventes qui lui ont rapporté : la première, $451.70c. ; la deuxième $189,30c. ; la troisième $768.70c. Quelle est la recette totale ?

538. Un fermier a retiré les sommes suivantes de la vente de ses produits : blé, $3140 ; légumes, $49.60c. ; fruits, $25.45c. ; volailles $35.70c. ; œufs $17.80c. Combien a-t-il retiré de sa vente ?

539. Un négociant a inscrit sur son livre les sommes suivantes : $480, $1360.50c., $2069.80c., $3145.20c. Dites le total ?

540. D'un sac qui contenait de l'argent, j'ai retiré une première fois $37, 50c., une deuxième fois $28 ; il reste encore dans le sac $175, 50c. Combien y avait-il d'argent dans le sac ?

541. Pour faire la preuve d'une addition de nombres décimaux, on a mis à part le premier nombre qui est 348.25 ; la somme des nombres restants est 1829.678. Quelle est la somme des nombres proposés ?

542. Une personne a de l'argent dans trois sacs : dans le premier, $148.75c., dans le deuxième $260, 50c., dans le troisième $89.45c. Elle remet le tout dans un quatrième sac où il y avait déjà $60. Combien y a-t-il maintenant dans le quatrième sac ?

543. La dépense courante d'une famille pendant la journée, a consisté en lait 30c., pain $1.20c., viande, $2.45c., légumes 60c., vin 75c. A combien s'est élevé la dépense de la journée?

544. Une maison de commerce a fait, pendant une semaine, les recettes suivantes : le lundi $3683.45c., le mardi, $679.30c. le mercredi, $1847.35c., le jeudi, $2569.15c., le vendredi, $538. 40c., le samedi, $1967, 25c., quel est le total des recettes de la semaine ?

2. SOUSTRACTION DES NOMBRES DÉCIMAUX.

233. Règle. *La soustraction des nombres décimaux se fait exactement comme celle des nombres entiers.*

Si les deux nombres n'ont pas autant de chiffres l'un que l'autre, on y supplée par des zéros dans celui qui en a le moins.

Exemple.	Soit à soustraire de	34,295
	le nombre	18,720
	Reste	15,573
	Preuve	34,293

Afin qu'il y ait le même nombre de chiffres décimaux dans l'un et l'autre nombre, j'écris un zéro à la droite du plus petit, ce qui ne change en rien la valeur du nombre décimal, et je fais ensuite la soustraction selon la règle.

Autre Exemple.	De	9,300
	soustraire	8,425
	Reste	0,875
	Preuve	9,300

J'écris deux zéros à la droite du plus grand des deux nombres, afin de rendre le nombre des chiffres décimaux, égal de part et d'autre. Il est nécessaire, dans le résultat d'écrire le zéro à la gauche de la virgule.

234. On voit facilement comment on devrait opérer sur l'un des deux nombres, si ce nombre était un nombre entier.

QUESTIONNAIRE.

Comment se fait la soustraction des nombres décimaux ? (233)

Que doit-on faire lorsqu'il n'y a pas le même nombre de chiffres décimaux dans les deux nombres ? (233)

Et si l'un des nombres est entier ? (234)

EXERCICES.

Effectuer les soustractions indiquées :

545. 3,7—1,4, ; 4,9—2,5 ; 9,6—4,3.

546. 42,4—13,2 ; 71,8—27,4 ; 83,5—75,2 ; 148,9—76,7.

547. 0,—0,4 ; 0,45—0,27 ; 0,429—0,236 ; 0,4395—0,2485.

548. De 8,75 ôter 8,47 ; de 9,36 ôter 8,79 ; de 13,4 ôter 12,7.

549. De 25,35 ôter 14,18 ; de 135,9 ôter 75,24 ; de 248,15 ôter 129,18.

550. De 48,737 ôter 47,738 ; de 0,4598 ôter 0,447 ; de 1,456 ôter 0,9285.

551. De 0,0583 ôter 0,0495 ; de 3,4075 ôter 3,4069 ; de 134,74 ôter 86,74.

552. De 29,12 ôter 15,37 ; de 148,453 ôter 79,485.

553. De 283,435 soustraire 195,76 ; de 1489,3 soustraire673.25.

554. De 729,87 soustraire 54,348 ; de 12,2057 soustraire 8, 49352.

555. De 3,4578 soustraire 2,69784.

556. De 0,4859 retrancher 0,4837 ; de 0,0015 retrancher 0, 0008.

557. De 0,04597 retrancher 0,045968.

558. De 0,000495 retrancher 0,000493.

559. De 0,0000001 retrancher 0,00000008.

Problèmes sur la soustraction des nombres décimaux.

560. Quel nombre faut-il ajouter à 2,3 pour faire le nombre 8?

561. Quel nombre faut-il retrancher de 70 pour avoir le nombre 45,769 ?

562. En vendant $36.50c., ce qui a conté $29, combien a-t-on gagné ?

563. La somme de deux nombres est 38,40 et le plus petit 15,957 ; quel est le plus grand ?

564. Le reste d'une soustraction est 436,40, et en faisant la preuve par l'addition, on a trouvé 849,675, quel est le plus petit nombre ?

565. La différence entre deux sommes d'argent est $48.60c., et la plus grande $75.90c., quelle est la plus petite ?

566. Une société composée d'hommes et de femmes a dépensé en tout $38.50c., les hommes seuls ont payé $21.80c.; combien les femmes ont-elles payé ?

567. Deux personnes ont fait bourse commune ; elles avaient à elles deux $47.60c., l'une d'elles avait $29.45c., combien l'autre avait-elle ?

568. Un propriétaire a retiré, dans une année, de la location d'une de ses maisons $14665 ; il a dépensé $5768.75c., en réparations et autres frais, quel a été le revenu net de sa maison ?

569. La recette d'une maison de commerce pendant toute l'année a été de $235703.50c., et la dépense $198397.85c., quel est l'excédent de la recette sur la dépense ?

3. MULTIPLICATION DES NOMBRES DÉCIMAUX.

235. Règle. *Pour multiplier un nombre décimal par un nombre entier, on multiplie comme si le multiplicande était un nombre entier, c'est-à-dire sans faire attention à la virgule, ensuite on sépare sur la droite du produit autant de chiffres décimaux qu'il y en a dans le multiplicande.*

Exemple. Soit à multiplier 24,349

$$\begin{array}{rr} & 24{,}349 \\ \text{par} & 48 \\ \hline & 194{,}792 \\ & 973{,}96 \\ \hline \text{Produit} & 1168{,}752. \end{array}$$

Démonstration. En effet, la multiplication, dans ce cas, n'est qu'une addition abrégée dans laquelle on aurait à additionner 48 nombres égaux à 24,349. La somme devrait avoir 3 chiffres décimaux.

236. Règle. *Pour multiplier entre eux deux nombres décimaux, on opère comme s'il s'agissait de nombres entiers, c'est-à-dire sans faire attention à la virgule, mais on sépare sur la droite du produit autant de chiffres décimaux qu'il y en a dans le multiplicande et le multiplicateur.*

Exemple. Soit à multiplier 12,35 Preuve 2,7

Soit à multiplier	12,35	Preuve	2,7
par	2,7		12,35
	8645		135
	2470		81
Produit	33,345		54
			27
			33,345

En effet, multiplier 12,35 par 2,7, c'est prendre 2 fois le multiplicande 12, 35, ensuite les 7 dixièmes de ce même multiplicande et additionner les deux produits : ou bien, ce qui revient au même, c'est prendre les 27 dixièmes ou 27 fois le dixième de 12, 35.

Or, pour prendre le dixième de 12,35, ou ce qui est la même chose, pour le rendre 10 fois plus petit il faut porter la virgule d'un rang vers la gauche, ce qui donnera 1, 235, et, ensuite il faudra multiplier ce nombre par 27 ; il y aura donc au produit 3 chiffres décimaux, c'est-à-dire autant qu'il y en avait dans le multiplicande et dans le multiplicateur.

237. La règle précédente comprend le premier cas aussi bien que celui ou le multiplicande étant un nombre entier,le multiplicateur serait un nombre décimal. En effet, si l'on avait 148 à multiplier par 4, 23, ou ce qui revient au même, à prendre 423 fois la centième partie de 148, et, pour cela séparer deux chiffres décimaux sur la droite de ce nombre, ce qui donnerait 1.48, et ensuite multiplier ce nombre par 423. Le produit aurait donc deux chiffres décimaux, c'est-à-dire autant qu'il y en a dans le multiplicateur.

238. Si le produit n'avait pas un nombre suffisant, de chiffres pour qu'on pût séparer le nombre de chiffres décimaux voulus, on y suppléerait par des zéros ainsi qu'il suit :

Soit à multiplier	0,034
par	0.008
	0,000272

Je multiplie comme s'il s'agissait de 34 à multiplier par 8, mais le produit 272 n'ayant que 3 chiffres, comme il faut en séparer 6, j'écris trois zéros à la gauche de 272, ensuite la virgule, puis enfin 0 pour tenir la place des unités entières.

QUESTIONNAIRE.

Comment se fait la multiplication d'un nombre décimal par un nombre entier (235)

Quelle est la régle générale pour faire la multiplication des nombres décimaux ? (236)

EXERCICES.

Effectuer les multiplications suivantes :

570. 34,5×9 ; 28,35×15 ; 319,9×28 ; 423,65×349 ; 4,5×28;
571. 16,72×45 ; 0,345×29 ; 0,097×42 ; 0,0045×854;
572. 0,000476×4365 ; 172×3,2 ; 348×0,25 ; 459×0,003;
573. 6547×0,0008 ; 42×0,001 ; 348×0,000009 ; 2,1×3,2 ;
574. 4,5×6,4 ; 31,8×14,5 ; 0,561×0,6981 ; 0,3×0,5 ; 0,8×0,6 ;
575. 0,6×0,5 ; 0,72×0,4 ; 0,48×0,36 : 5,3×0,28 ; 5,9×0,07 ;
576. 12,7×0,085 ; [illegible]×82,9 ; 0,0045×0,36 ; 0,048×0,0075 ;
577. 3,45×0,07504 ; 32,65×0,0769 ; 0,3607×0,00005;
578. 0,000095×0,000042 ; 34,025×8,2057 ; 42,200×0,00400;
579. 3245,693×658,0407 ; 4250,004×7 ;800057208 ; 8,9637×35,208.

PROBLÈMES SUR LA MULTIPLICATION DES NOMBRES DÉCIMAUX.

580. Pour 25 journées d'ouvriers on a payé $90, si la journée eût été augmentée de 25 cents, combien aurait-on payé ?

581. La recette pendant 18 jours a été constamment la même, et de $245.75c., quelle est la recette totale pour ces 18 jours ?

582. Combien coûtent 35 sacs de café à $115.80c. le sac ?

583. Quel est le nombre qui est égal à 7 fois la millième partie de 0,0003 ?

584. Quel est le produit de 3,5 par 0,016 ?

585. On a pris la centième partie de 14,5 et l'on a additionner 48 nombres égaux à celui qu'on a trouvé ; quelle a été la somme totale ?

586. Trouver les 35 centièmes de $48 ?

587. Quel est le nombre 75 fois plus grand que 3,6 ?

588. On a partagé une somme entre 25 personnes, de manière que chacune d'elles a reçu $3.75c., quelle était la somme ?

589. Une machine fabrique pour $148.35c., d'étoffe par jour ; quel sera le produit total pour 86 semaines ?

4. DIVISION DES NOMBRES DÉCIMAUX.

239. Règle. *Pour diviser un nombre décimal par un nombre entier, on opère comme si le dividende était un nombre entier, en ayant soin quand on a achevé de diviser la partie entière et qu'on a abaissé à la droite du reste le premier chiffre décimal, de mettre la virgule au quotient et l'on continue la division jusqu'à ce qu'on ait épuisé tous les chiffres du dividende.*

Exemple. Soit à diviser 1710,31 par 53 :

```
1710,31 | 53            Preuve    32,27
 120    |-------                   53
  143   | 32,27               ---------
   371                             96,81
     0                          1613,5
                               ----------
                                1710,31
```

Démonstration. Il s'agit, en effet, de partager 1710,31 en 53 parties égales, ce qui se fait en commençant par les plus hautes espèces d'unités entières. Or, après avoir divisé la partie entière et obtenu pour quotient 32, il reste encore 14 qui valent 140 dixièmes, qu'il s'agit encore de partager en 53 parties égales. J'obtiens ainsi deux dixièmes, mais avant d'écrire le chiffre 2 au quotient, je dois mettre la virgule pour que ce chiffre exprime réellement des dixièmes. Ensuite la division continue comme précédemment.

Quand la division ne réussit pas exactement, on continue la division aussi loin qu'il est nécessaire, selon le degré d'approximation qu'on veut avoir.

240. Règle. *Pour diviser un nombre décimal par un nombre décimal, on transporte la virgule dans le dividende d'autant de rangs vers la droite qu'il y a de chiffres* *décimaux dans le diviseur, puis on fait abstraction de la virgule dans le diviseur, et l'on opère sur les deux nombres ainsi modifiés.*

Exemple et démonstration. En effet, soit par exemple, 9,45 à diviser par 3,5. D'après la définition de la division, il s'agit de trouver un nombre qui multiplié par le diviseur 3,5, reproduise le dividende 9,45. Mais multiplier un nombre par 3,5, c'est prendre les 35 dixièmes de ce nombre; 9,45 représentent donc les 35 dixièmes de ce nombre inconnu. Un seul dixième de ce nombre sera donc 35 fois plus petit que 9,45, et je l'obtiendrais en divisant 9,45 par 35 ; puis, quand j'aurais obtenu le quotient de cette division, lequel ne serait que le dixième du nombre cherché, je devrais le multiplier par 10 pour avoir le nombre entier lui-même. Or, j'obtiendrais tout d'un coup le même résultat en rendant le dividende de cette division 10 fois plus grand sans toucher au diviseur, ce qui revient à diviser 94,5 par 35, en transportant la virgule d'un rang vers la droite.

Effectuant la division

$$\begin{array}{r|l} 94{,}5 & 35 \\ \cline{2-2} 24{,}5 & 2{,}7 \\ 0 & \end{array}$$

Preuve

$$\begin{array}{r} 3{,}5 \\ 2{,}7 \\ \hline 245 \\ 70 \\ \hline 9{,}45 \end{array}$$

J'obtiens pour quotient 2,7.

Ceci, du reste, est conforme au principe démontré précédemment qu'on ne change pas la valeur du quotient de deux nombres quand on multiplie à la fois le dividende et le diviseur par un même nombre; car la modification que j'ai fait subir aux deux nombres revient à les multiplier tous les deux par 10.

241. Si le dividende n'avait pas assez de chiffres décimaux on y suppléerait par des zéros.

Ainsi la division de 3,6 par 0,128 revient à celle de 3600 par 128.

La division de 49 par 2,56 revient à celle de 4900 par 256.

242. AUTRE RÈGLE GÉNÉRALE. *Pour diviser un nombre décimal par un autre nombre décimal, on rend le nombre des chiffres décimaux égal de part et d'autre, en suppléant par des zéros à celui des deux qui en a le moins, puis on supprime la virgule et l'on divise les deux nombres comme des nombres entiers.*

En effet l'addition des zéros ne change rien au nombre décimal à la suite duquel on les écrit, et la suppression de la virgule revient à la multiplication du dividende et du diviseur par un même nombre.

Dans tous les cas, lorsque la division ne réussit pas, on continue la division à l'aide des décimales, afin d'obtenir le quotient avec le degré d'approximation qu'on voudra.

QUESTIONNAIRE.

Comment divise-t-on un nombre décimal par un nombre entier ? (239)

Quelle est la règle générale pour la division des nombres décimaux ? (240)

Que ferait-on s'il n'y avait pas au dividende assez de chiffres décimaux pour qu'on pût transporter la virgule vers la droite comme l'indique la règle générale ? (241)

Lorsque la division des nombres décimaux ne réussit pas, que doit-on faire ? (242)

EXERCICES.

590. Diviser 48,3 par 4
591. Diviser 43,29 par 16
592. Diviser 0,5 par 32
593. Diviser 0,4629 par 125
594. Diviser 0,0007 par 640
595. Diviser 0,6 par 0,2
596. Diviser 4,32 par 2,4
597. Diviser 1,84 par 0,023
598. Diviser 57,88 par 1,448
599. Diviser 269,39 par 0,341
600. Diviser 163,2 par 15
601. Diviser 3,628 par 80
602. Diviser 0,048 par 64
603. Diviser 0,00039 par 25
604. Diviser 0,000428 par 1280
605. Diviser 0,28 par 0,7
606. Diviser 17,1 par 0,19
607. Diviser 9,973 par 1,39
608. Diviser 7,737 par 0,2579
609. Diviser 2,6957 par 0,03851

PROBLÈMES SUR LA DIVISION DES NOMBRES DÉCIMAUX.

610. En prenant les 95 millièmes d'un nombre on a trouvé 7,5 ; quel est ce nombre ?

611. Quel est le nombre tel que si l'on en prend les 3 centièmes, le résultat soit 2,4 ?

612. Quel est le nombre dont les 24 dixièmes font 12 ?

613. Si l'on retranchait 0,04 de 3,6, puis du reste obtenu, si l'on retranchait encore 0,04 et ainsi de suite autant qu'on pourrait le faire, combien ferait-on de soustractions ?

614. Quel est le quotient de 0,00024 par 0,008 ?

615. On a multiplié 3,5 par un certain nombre et l'on a obtenu pour produit 7,35, quel est ce nombre ?

616. On a divisé 0,0048 par un certain nombre et l'on a trouvé pour quotient 0,00016, quel est le diviseur ?

617. Combien de fois le nombre 16,21 est-il contenu dans 2755,7 ?

618. On a payé $67.50c., à un certain nombre d'ouvriers dont chacun a reçu $2.50., combien y avait-il d'ouvriers ?

619. Un peintre a reçu $4.50c. pour un certain nombre de lettres à raison de 15c. par lettre, combien a-t-il peint de lettres?

5. CONVERSION DES FRACTIONS DÉCIMALES EN FRACTIONS ORDINAIRES ET RÉCIPROQUEMENT.

243. Lorsqu'on a des nombres décimaux à combiner avec des fractions ordinaires, par addition ou soustraction, on met les nombres décimaux sous forme fractionnaire.

On peut s'en dispenser pour la multiplication et la division.

244. Règle. *Pour convertir un nombre décimal en fraction ordinaire, on écrit pour numérateur le nombre decimal, abstraction faite de la virgule, et pour dénominateur* 1 *suivi d'autant de zéros qu'il y avait de chiffres décimaux.*

Ainsi, 0,23 s'écrit $\frac{23}{100}$
4,5 " $\frac{45}{10}$
43,857 " $\frac{43857}{1000}$

L'énoncé est en effet parfaitement le même.

245. Réciproquement, $\frac{37}{10}$, $\frac{428}{100}$, $\frac{3}{1000}$ s'écrivent en décimales 3,7 ; 4,28 ; 0,003.

246. Toutes les règles de calcul des nombres décimaux pourraient se démontrer par ce moyen.

En effet, pour l'addition :

$$3,4+41,25+0,348=\tfrac{34}{10}+\tfrac{4125}{100}+\tfrac{348}{1000}.$$

et réduisant au même dénominateur 1000,

$$=\frac{3400}{1000}+\frac{41250}{1000}+\frac{348}{1000}=\frac{3400+41250+348}{1000}=\frac{44998}{100}=$$

44,998.

Pour la soustraction :

$$25,4-13,65=\frac{254}{10}-\frac{1365}{100}=\frac{2540}{100}-\frac{1365}{100}=\frac{2540-1365}{100}=$$

11,75.

Pour la multiplication :

$$4,5\times 0,07\,\frac{45}{10}\times\frac{7}{100}=\frac{45\times 7}{1000}=0,315.$$

Pour la division :

$$4,8:0,006=\frac{48}{10}:\frac{6}{1000}=\frac{48}{10}\times\frac{1000}{6}=\frac{48000}{60}=\frac{4800}{6}=800.$$

247. D'après ce qui précède pour l'addition on aura :

$$0,5+\frac{2}{3}=\frac{5}{10}+\frac{2}{3}=\frac{15}{30}+\frac{20}{30}=\frac{35}{30}=1\,\frac{1}{6}.$$

pour la soustraction :

$$2,3-1\frac{5}{7}=\frac{23}{10}-\frac{12}{7}=\frac{161}{70}-\frac{120}{70}=\frac{41}{70}.$$

pour la multiplication :

$$0,25\times\frac{3}{4}=\frac{0,25\times 3}{4}=\frac{0,75}{4}=0,187.$$

pour la division :

$$3,7:\frac{5}{8}=3,7\times\frac{8}{5}=\frac{3,7\times 8}{5}=\frac{29,6}{5}=5,92.$$

248. On peut aussi convertir les expressions fractionnaires en nombres décimaux.

RÈGLE. *Pour convertir une fraction ordinaire en fraction décimale, on divise le numérateur par le dénominateur.*

En effet, soit $\frac{5}{8}$ à convertir en fraction ordinaire, les $\frac{5}{8}$ de l'unité étant la même chose que le huitième de 5 unités, je divise 5 par 8 en réduisant successivement :

$$\begin{array}{r|l} 50 & 8 \\ \cline{2-2} 20 & 0{,}625 \\ 40 & \\ 0 & \end{array}$$

les restes en dixièmes, centièmes, millièmes, et je trouve pour résultat 0,625.

249. Mais il arrive souvent que la division ne s'arrête pas ; dans ce cas on pousse l'approximation autant qu'il est nécessaire, et on complète si l'on veut, le quotient à l'aide des fractions ordinaires.

On peut reconnaître avant tout calcul si la division doit réussir ou non, et si le quotient doit être périodique, simple ou mixte, c'est-à-dire si la période des chiffres qui se reproduisent sans cesse doit commencer immédiatement après la virgule ou à quel rang.

Ainsi $\frac{5}{7}$=0,714285714285....Si l'on ne veut le résultat qu'à moins d'un centième près, on prendra 0,71 lequel pourrait être complété à l'aide de la fraction $\frac{3}{7}$, le résultat serait donc 0,71$\frac{3}{7}$ de centième.

250. On voit par là que si le calcul par les nombres décimaux est plus facile, il donne lieu souvent à des résultats qui ne sont pas tout-à-fait exacts, tandis que le calcul par les fractions ordinaires donne toujours par des moyens plus longs, il est vrai, des résultats exacts et complets.

QUESTIONNAIRE.

Comment fait-on pour convertir une fraction décimale en fraction ordinaire ? (244)

Comment opère-t-on quand on a des nombres décimaux à combiner avec des fractions ordinaires ? (247)

Comment fait-on pour convertir une fraction ordinaire en fraction décimale ? (248)

Est-il toujours possible de convertir une fraction ordinaire en une fraction décimale finie ? (249)

EXERCICES.

620. Convertir en fractions ordinaires les fractions décimales suivantes : 0,3 ; 0,45 ; 3,26 ; 40,739 ; 6,7432 ; 0,00038.

621. Effectuer les calculs suivants : $0{,}5+\frac{2}{3}$; $3{,}2+5\frac{3}{7}$; $0{,}004+\frac{21}{40}$; $0{,}3+1\frac{1}{3}$; $3\frac{5}{8}+0{,}45$; $3\frac{1}{7}-2{,}7$; $4\frac{2}{3}-0{,}50$; $3{,}7-1\frac{3}{4}$; $48\frac{1}{9}-37{,}2$; $0{,}3+\frac{2}{8}$; $\frac{2}{3}+2{,}5$; $3\frac{3}{7}$; 2,4 ; 8,25 , $3\frac{1}{7}$.

622. Convertir les fractions ordinaires suivantes en fractions décimales : $\frac{3}{5}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{11}{25}$, $\frac{13}{40}$, $\frac{257}{500}$, $\frac{1829}{2560}$.

623. Evaluer à moins de 0,1 près la fraction $\frac{3}{7}$.

624. Evaluer à moins de 0,01 près la fraction $\frac{8}{13}$.

625. Evaluer à moins de 0,001 près la fraction $\frac{11}{17}$.

626. Evaluer à moins de 0,0001 près la fraction $\frac{12}{22}$.

627. Evaluer à moins de 0,00001 près la fraction $\frac{41}{53}$.

CHAPITRE TROISIÈME.

§ 1. NOMBRES COMPLEXES.

1. NOTIONS PRÉLIMINAIRES.

250. Nous avons vu (N°. 13) que l'on appelle *nombres complexes* ceux qui contiennent des nombres entiers de l'unité dont on s'occupe, et des subdivisions de cette même unité. Mais cette dénomination est principalement appliquée aux nombres dont les subdivisions de l'unité ne suivent pas l'ordre décimal ; comme : *cinq jours*, *six heures*, *douze minutes* ; et surtout aux nombres qui expriment une quantité quelconque d'après le système des poids et mesures.

L'origine des *nombres complexes* remonte aux premiers âges du monde. Leurs divisions et subdivisions sont généralement irrégulières, et semblent avoir été suggérées par le caprice, ou par les relations commerciales très-limitées, de ces temps barbares de l'antiquité, plutôt que par la raison, et surtout par l'esprit méthodique qui distingue les systêmes modernes... Il est à regretter, tant pour la simplicité, que pour l'application aux sciences, que ces différentes dénominations ne suivent pas les lois ascendantes et descendantes du système décimal. Espérons que les progrès rapides de la civilisation, et les relations plus fréquentes entre les divers peuples ; feront justice de ces vieux préjugés ; et que le temps n'est pas éloigné, où l'on se décidera enfin à donner au monde entier un système uniforme des poids et mesures.

251. Les objets ne sont pas seulement considérés sous le rapport du nombre, on a aussi souvent besoin de les considérer en eux-mêmes, sous le rapport de leur étendue, de leur prix ou valeur commerciale, de leur poids ; sous le rapport du temps, etc., toutes choses qui peuvent être plus ou moins grandes et qui doivent être déterminées exactement si l'on veut avoir une idée juste des objets que l'on considère.

252. Le mot *grandeur* se dit de tout ce qui est grand ; mais en arithmétique, on donne particulièrement le nom de grandeur à tout ce qui peut être comparé et déterminé exactement, (N°. 2.) Tels sont l'étendue et par conséquent la longueur, la surface, le volume, le poids, le prix, le temps, etc.

Cette distinction était nécessaire, car ce serait ridicule d'appeler grandeur le plaisir, la tristesse, la fatigue, etc.

253. Le mot *quantité*, qui a, à peu près, la même signification convient mieux aux *grandeurs* composées de parties distinctes, et qui peuvent être séparées les unes des autres ; comme les *nombres*, un tas de grains, un amas de liquide, etc.

On les appelle aussi *grandeur discontinue* pour les distinguer des autres grandeurs qui sont composées de parties non-distinctes, comme la longueur d'un mur, la superficie d'un jardin.

254. *Evaluer une grandeur, c'est la déterminer, c'est-à-dire la faire connaître d'une manière exacte et précise.*

Pour évaluer une grandeur, il faut la mesurer.

255. *Mesurer une grandeur, c'est la comparer à une autre grandeur de la même espèce qui prend alors le nom d'unité de mesure.*

Le résultat de cette comparaison s'appelle rapport ; c'est-à-dire qu'il indique combien de fois elle contient l'unité de mesure ou quelle fraction elle en contient.

256. On appelle *mesures* les instruments dont on se sert pour évaluer les différentes étendues, les poids, etc. Les mesures, en général, peuvent être divisées en six classes : 1° Quand on ne veut évaluer que l'une des dimensions d'un objet, par exemple sa longueur, ou sa largeur, ou sa hauteur, etc., on emploie une ligne que l'on prend pour unité et que l'on appelle *mesure linéaire* ou de *longueur*.

2°. Si l'on veut en connaître l'étendue, considérée sous les deux dimensions, longueur et largeur ; on cherche combien de fois il contient une surface déterminée, appelée *carré*, que l'on prend pour *unité*, et que l'on appelle *mesure de surface* ou de *superficie*.

3°. Quand il s'agit de connaître l'étendue d'un corps, considéré sous les trois dimensions, longueur, largeur et hauteur ; (1) on examine combien de fois il contient un autre corps appelé

---

(1) Quelquefois la hauteur est remplacée par la profondeur ou l'épaisseur

cube, dont les trois dimensions sont connues, que l'on prend pour unité, et que l'on appelle *mesure de solidité* ou *de volume*.

4°. Pour évaluer les liquides, les grains, les graines, etc., on cherche combien de fois la *quantité* à mesurer remplirait une *contenance* déterminée, et qu'on appelle *mesure de capacité*.

5°. Il existe des choses qu'on ne pourrait apprécier facilement par aucun des procédés qui précèdent ; c'est pourquoi on a imaginé une cinquième manière de mesurer, qui consiste à chercher combien l'objet à évaluer pèse de fois un autre objet dont la *pesanteur* est connue, et que l'on appelle *mesure de poids*.

6°. Enfin, quand on a besoin de connaître la valeur appréciative d'un objet, par rapport à son utilité, sa rareté, etc., on la compare à celle d'une pièce d'argent, d'un poids déterminé, que l'on nomme *unité de monnaie*, *unité monétaire* ou *mesure de valeur*.

Il paraîtrait rationnel de commencer la série des tables des *poids et mesures*, par les mesures de longueur ; néanmoins l'usage contraire ayant prévalu jusqu'à présent, nous ne donnerons pas l'exemple de l'insurrection, et, laissant à d'autres l'honneur d'attacher le greleau, nous commencerons par les tables des monnaies.

2 MONNAIE FÉDÉRALE.

257. On appelle *monnaie fédérale* celle qui a cours dans les Etats-Unis, et dont les dénominations sont : *Aigles*, *Dollars*, *Dimes*, *Cents*, *et Mills*.

Le gouvernement du Canada ayant décidé, que dorénavant ses comptes seraient tenus en *Dollars et Cents*, et les banques ayant déclaré qu'elles en feraient autant ; il importe que les élèves soient mis au courant de cette nouvelle manière de compter.

10 mills (m)	font	1 Cent	marqué	*ct.*
10 cents	"	1 Dime	"	*d.*
10 dimes	"	1 Dollar, ou *piastre*,	"	*doll. ou* $
10 dollars	"	1 Aigle	"	*E*

258. Les monnaies en *espèces* des Etats-Unis sont de trois sortes : Or, Argent, et Cuivre.

1°. La monnaie en or comprend la pièce de 20 dollars ; celle de 10 dollars, ou Aigle, celle de 5 dollars, ou un ½ aigle, celle de 2½ dollars, ou ¼ aigle, et celle de 1 dollar.

2°. La monnaie en argent comprend: la pièce de 1 dollar, celle de ½ dollar, on 50 cents, celle de ¼ dollar, ou 25 cents, celle de 10 cents ou dime, et celle de 5 cents ou ½ dime.

3°. La monnaie en cuivre comprend le cent et le ½ cent. Les mills ne sont pas monnayés.

259. Les objets d'or et d'argent sont toujours alliés d'un métal moins précieux; et la quantité d'or, ou d'argent pur qui entre dans la confection de ces objets s'appelle le *titre*. Les monnaies d'or et d'argent des Etats-Unis sont au *titre* de $\frac{900}{1000}$ c'est-à-dire qu'elles contiennent 900 parties de métal pur et 100 d'alliage. L'alliage pour l'or se compose d'argent et de cuivre en poids égaux. L'alliage de l'argent est du cuivre pur.

MONNAIE STERLING.

260 La *Monnaie Sterling*, ou *Monnaie Anglaise* est la monnaie nationale de la GRANDE-BRETAGNE.

4 farthings (*qr.* ou *far.*) ou ½ sous	font	1 penny ou denier marqué	*d.*
12 pence, ou deniers	"	1 chelin "	*S.*
20 chelins	"	1 Louis, ou souverain "	£
21 chelins	"	1 Guinée.	

Il est d'usage maintenant d'exprimer les farthings en fraction d'un denier. Ainsi 1 qr. s'écrit ¼d ; 2qr. ½d. 3 qrs. ¾d. Le Louis Sterling est représenté par une monnaie en or appelée Souverain, qui vaut 4 dollars et 84 cents ; par conséquent le chelin vaut 24 ½ cents, et le penny, près de 2 cents.

261. Il n'y a pas en Canada une *monnaie nationale* en or, et en argent, mais il y a une *monnaie nominatrice* dont les divisions et subdivisions sont les mêmes que pour la monnaie sterling, avec cette différence pourtant, que quoi qu'ayant les mêmes noms, elles n'ont pas la même valeur. Le Louis canadien s'appelle *Louis courant* pour le distinguer du Louis sterling.

1 Louis courant	vaut	4	dollars
5 chelins	"	valent	1	dollar
2 chelins 6d.	"	"	50	cents
1 chelin 3d.	"	"	25	"
1 chelin 0d.	"	vaut	20	"
0 " 6d.	"	valent	10	"
0 " 3d.	"	"	5	"

60 deniers ou 120 sous font 1 dollar.

4. POIDS DE TROYES.

262. Les *Poids de Troyes* sont employés pour peser l'or, l'argent, les bijoux, les liqueurs, etc., et sont généralement adoptés pour les expériences de physique et de chimie.

24 graines (gr.)	font	1 gros	marqué	*gs.* ou *pwt*
20 gros	"	1 once	"	*on.* ou *oz.*
12 onces	"	1 livre	"	*lb.*

Les poids de Troyes ont été introduits en Europe vers le temps des croisades, de la ville du Caire en Egypte. Ils furent d'abord adoptés à Troyes, ville de France, d'où ils tirent leur nom, où se tenait un marché qui réunissait tous les grands marchands du monde connu.

263. La livre légale Poids de Troyes est celle qui a été établie par le Gouvernement de la Grande-Bretagne, par acte du Parlement en 1826. Elle est égale à 22.794422 pouces cubes, d'eau distillée ; à son maximum de densité, (1) le baromètre étant à 30 pouces.

5. POIDS, AVOIR-DU-POIDS.

264. Les *Poids, avoir-du-poids* servent à peser les épiceries et toutes les marchandises ordinaires, comme le sucre, le thé, le café, le beurre, le fromage, la farine, le foin, etc., et tous les métaux, excepté l'or et l'argent.

16 dragmes (dr.)	font	1 once	marqué	*on* ou *oz.*
16 onces	"	1 livre	"	*lb*
28 livres	"	1 qrt. de quint.		*qr*
4 quarts ou 112 livres	"	1 quintal	"	*cwt* (2)
20 quintaux	"	1 tonneau	"	*ton* ou *T.*

265. La livre légale *Avoir-du-poids* est égale à 27.7274 pouces cubes d'eau distillée, à la température de 62° Fahrenheit, le Baromètre marquant 30 pouces. Elle est formée de la livre légale de Troyes qui pèse 5760 grains, et la livre *Avoir-du-poids* pèse 7000 grains de Troyes.

---

(1) Le maximum de densité pour l'eau d'après M. Hassler, est à la température de 39.83 degrés Fahrenheit, ou 4 degrés Réaumur.

(2) Le quintal dans les Etats-Unis ne pèse que 100 livres, et par conséquent le quart de quintal ne pèse que 25 livres.

La livre *Avoir-du-poids* des Etats-Unis est égale à 27.701554 pouces cubes d'eau distillée au maximum de densité, le Baromètre étant à 30 pouces, cette légère différence vient de ce que les expériences n'ont pas été faites à la même température, ainsi, l'expérience anglaise a été faite à 62°, et l'expérience américaine à 39.83 degrés Fahrenheit, pour le reste elles sont parfaitement identiques.

5760	grains de Troyes	font	1 livre de Troyes	
7000	grains	" "	1 livre Avoir-du-poids	
$437\frac{1}{2}$	grains	" "	1 once	"
$27\frac{11}{32}$	grains	" "	1 dragme	"

6. POIDS DES PHARMACIENS.

266. Les poids employés par les Pharmaciens et les médecins pour le mélange des médecines, sont les mêmes que ceux de Troyes avec les modifications suivantes :

20 grains (*Sgr*)	font	1 scrupule	marqué	*sc* ou ℈
3 scrupules	"	1 dragme	"	*dr* ou ʒ
8 dragmes	"	1 once	"	*oz* ou ℥
12 onces	"	I livre (1)	"	lb

7. MESURES DE LONGUEUR.

267. Les *mesures de longueur* servent à mesurer les distances quand on ne considère que la longueur sans avoir égard à la largeur ou à l'épaisseur. On les appelle également *mesures linéaires.*

ANGLAISES.			FRANÇAISES.			
12 lignes	font	1 pouce	12 points	font	1 ligne	marqué *lg*
12 pouces	"	1 pied	12 lignes	"	1 pouce	" *po*
3 pieds	"	1 verge	12 pouces	"	1 pied	" *pi*
$5\frac{1}{2}$ verges ou $16\frac{1}{2}$ pieds	"	1 per. *rod* ou *pole*(2)	6 pieds	"	1 toise	" *T*
40 perches	"	1 furlong (*Stade*)	3 toises	"	1 perche	" *pr*
8 furlongs	"	1 mille	10 perches	"	1 arpent	" *ar*
3 milles	"	1 lieue	84 arpents	"	1 lieue	" *li*

---

(1) La livre et l'once de ces poids sont les mêmes que la livre et l'once des poids de Troyes ; il n'y a que les autres dénominations qui soient différentes.

Les drogues et les médecines s'achètent et se vendent par les poids avoir-du-poids.

(2) Les termes *perch*, *rod* et *pole*, viennent du mot *français perche* qui signifie long bâton, parceque pour mesurer on se servait en effet d'un long bâton appelé *perche*.

La brasse (*fathom*) vaut 2 verges ou 6 pieds, le pas géométrique 5 pieds.

268. La verge légale et modèle de la Grande-Bretagne est prise du pendule qui fait une oscillation par seconde dans le vide, au niveau de la mer à Greenwich ou Londres. Ce pendule divisé en 391393 parties égales, et le Parlement Britannique ayant décidé que la verge légale ou modèle aurait 360000 de ces parties à la température de 62° Fahrenheit, il en résulte que puisque la verge est divisée en 36 pouces, la longueur du pendule faisant une oscillation par seconde dans ces conditions, est de 39.1393 pouces. (1)

8. MESURES POUR LE DRAP.

269. Les mesures pour le drap servent à mesurer le drap, les rubans, et toutes les espèces de marchandises, qui s'achètent et se vendent à la verge.

$2\frac{1}{4}$ pouces	font	1 nail.
4 nails, ou 9 pouces	"	1 quart de verge.
4 quarts, ou 36 pouces	"	1 verge.
3 quarts, ou $\frac{3}{4}$ d'une verge	"	1 aune Flamande.
5 quarts, ou $1\frac{1}{4}$ verge	"	1 aune Anglaise.
6 quarts, ou $1\frac{1}{2}$ verge	"	1 aune Française.

Les étoffes se vendent et s'achètent par verge *linéaire* c'est-à-dire, qu'on les mesure sur la longueur seulement sans tenir compte de la largeur.

9. MESURES DE SUPERFICIE.

270. Les *mesures carrées*, ou *mesures de superficie* servent à mesurer les surfaces, c'est-à-dire, les objets que l'on considère sous le rapport de la longueur et de la largeur, sans avoir égard à la hauteur ou épaisseur.

(1) On dit que la verge Anglaise doit son origine à la longueur du bras de Henry I, dit *Beauclerc*, Roi d'Angleterre, qui usurpa la couronne en 1100, au préjudice de son frère aîné Robert *Courte-Cuisse;* et mourut en 1135.

ANGLAISES	FRANÇAISES.
144 po. carrés font 1 pied carré	144 lig. carrées font 1 pouce car.
9 pieds " " 1 verge "	144 po. " " 1 pied "
30¼ verges " " 1 perche (*rod*)	36 pieds " " 1 toise "
40 perches " " 1 vergée (*rood*)	9 toises " " 1 perche "
4 roods ou 160 p., carrées 1 acre	100 perches " " 1 arpent "
640 acres font 1 mille carré	7056 arpents " " 1 lieue "
9 milles carrés font 1 lieue carrée	

Pour mesurer les terres les arpenteurs se servent d'une chaîne de 4 perches de long ; elle est divisée en 100 parties égales appelées *links* (anneaux). Quatre perches Anglaises équivalent à 792 pouces ; d'où il suit qu'en divisant cette longueur par 100 on a 7.92 pouces pour la longueur de 1 *link* (anneau).

Un *carré* est une figure qui a ses quatre côtés égaux, et ses 4 angles droits.

Un *pouce-carré* est un carré, dont les côtés ont chacun un pouce *linéaire* en longueur.

Un *pied carrée* est un carré, dont les côtés ont chacun un pied *linéaire* en longueur.

Une *verge carrée* est un carré, dont les côtés ont chacun une verge *linéaire* ou trois pieds *linéaires* de longueur, et contient 9 *pieds-carrés*.

Une *unité* de mesure carrée est un *carré* dont les côtés sont respectivement égaux, en longueur, à l'unité *linéaire* de même nom.

10. MESURES CUBIQUES.

271. Les *mesures cubiques* servent à mesurer les corps solides, ou les objets qui ont *longueur*, *largeur* et *épaisseur*, tels que le bois de construction et de charpente, les caisses de marchandises, la capacité d'une chambre, d'un vaisseau, etc.,

1728 pouces cubes, font 1 pied cube
27 pieds " " 1 verge "

40 pieds de bois en grume (round timber) ou
50 pieds de bois de refend (hewn timber).
} font un tonneau ou charge.

42 pieds cubes font un tonneau de vaisseau.

16 pieds cubes font un pied de bois, ou un pied de corde.

8 pieds de corde, ou 128 pieds cubes	font 1 corde.

Une pile de bois de 8 pieds de long, de 4 pieds de large, et de 4 pieds de haut fait une corde, car $4 \times 4 \times 8 = 128$.

Un *Cube* est un corps solide à six côtés égaux. On l'appelle aussi *hexaèdre*. Par conséquent,

Un *pouce cube* est un cube dont chaque côté est un *pouce carré*.

Un *pied cube* est un cube dont chaque côté est un *pied carré*.

Les mesures cubiques sont ainsi nommées parce que leur *unité de mesure* est un cube. On les appelle également mesure de *volume*. L'unité de mesure de *volume* prend son nom de l'unité de mesure de *longueur* ou *linéaire*. Par conséquent, une unité de mesure cubique est un *cube* dont les côtés sont respectivement égaux à l'unité linéaire de même nom.

Le *tonneau-cubique* appelé quelque fois *charge* (*load*), est principalement employé pour évaluer le charroi et transport du bois de construction. Par un tonneau ou charge de bois en *grume* (round timber) on entend une quantité de bois en son état naturel, telle qu'après avoir été coupée et fendue, fera 40 pieds cubes, on la suppose égale en bois à 50 pieds de bois de refend (hewn timber.)

11. MESURES POUR LES LIQUIDES.

272. Les *mesures pour les liquides* servent à mesurer le vin, l'alcool, la melasse, l'huile, et tous les autres liquides excepté la bière et le lait.

4 gills	font	1 pinte	marqué *pt.*
2 pintes	"	1 quart	" *qt.*
4 quarts	"	1 gallon	" *gall.*
31½ gallons	"	1 baril (*barrell*)	" *bar. bbl.*
42 gallons	"	1 tierçon (*tierce*)	" *tier.*
63 gallons ou 2 brls.	"	1 barrique (*hogshead*)	" *br. hhd*
2 barriques	"	1 pipe	" *pp.*
2 pipes	"	1 tonne	" *ton.*

En Angleterre 10 gallons font 1 *anker* ; 18 gallons, 1 *runlet* ; 2 tierçons ou 84 gallons, 1 *puncheon.*

Les liquides se vendent généralement par gallon et ses subdivisions, comme le quart, la pinte, etc. Mais le cidre et quelques autres articles peu cher, s'achètent et se vendent par baril. La capacité des citernes et des cuves (*vats*) est quelque fois exprimée en *barrique*, et l'indication des prix courants des huiles dans les marchés étrangers, est généralement faite en *tonneau.* Mais dans les affaires commerciales, on ne se sert pas des mots *tierçon* et *pipe*, la quantité du liquide est exprimée en gallons, quarts, etc.

273. *L'Unité de mesure légale pour les liquides* pour les Etats-Unis est le *gallon pour le vin* de 231 pouces cubes, qui est égal au volume de 58372.1754 grains d'eau distillée, au maximum de densitée, pesée dans l'air, le baromètre étant à 30 pouces, ou 8.339 lbs avoir du poids.

274. *L'Unité de mesure de capacité* pour la Grande-Bretagne pour les liquides et pour les grains est le *Gallon Impérial* qui est égal à 10 livres avoir-du-poids d'eau distillée, à 62° du thermomètre Fahrenheit, le Baromètre a 30 pouces et contient 277.274 pouces cubes. Il est égal à 1.2 gallon mesure de vin des Etats-Unis.

12. MESURES POUR LA BIÈRE.

275. Les *mesures de bière* servent à mesurer la bière et le lait.

2	pintes	font	1 quart
4	quarts	"	1 gallon
36	gallons	"	1 baril
$1\frac{1}{2}$	baril ou 54 gallons	"	1 barrique (hogshead.)

En Angleterre, 9 gallons font 1 *firkin* ; 2 *firkins* 1 *kilderkin* ; 2 *kilderkin*, 1 *baril.*

Le *gallon* pour la *bière* contient 282 pouces cubes, et il est égal à 10.1799321lbs avoir-du-poids d'eau distillée au maximum de densitée.

13. MESURES DE CAPACITÉ.

276. Les *mesures de capacité* servent à mesurer les grains, les fruits, etc.

MESURES DE WINCHESTER.

2 chopines	font	une pinte
2 pintes	"	1 pot
2 pots	"	1 gallon
8 gallons	"	1 minot (*bushel.*)
8 minots	"	1 setier (*quarter.*)

MESURES IMPÉRIALES.

2 chopines	font	une pinte
4 pintes	"	1 gallon
2 gallons	"	1 qrt. de mi.
4 quarts ou 8 gallons		1 minot (*bushel.*)
8 minots	"	1 setier (*quarter.*)

14. MESURES DES ETATS-UNIS.

2 pintes	font	1 quart
8 quarts	"	1 peck
4 peck ou 32 quarts	"	1 minot (*bushel*)
8 minots	"	1 setier (*quarter*)
32 min. ou 4 quarters	"	1 chaldron

277. Le *minot* du Canada diffère de ceux ci-dessus par ses dimensions et sa contenance.

96 pouces cubes français qui valent 116.94589 pouces cubes anglais font 1 pot mesure canadienne.

20 pots font un minot qui équivalant à 2338.91795 pouces cubes anglais. Mais le minot modèle recommandé par la législature de 1795, n'a pas exactement cette capacité ; car les dimensions prescrites sont 18½ pouces mesure anglaise de diamètre sur 8.701 pouces de profondeur pour la contenance de 1920 pouces cubes français qui valent 2338.917 pouces cubes anglais; or le minot ayant les dimensions ci-dessus n'a qu'une capacité de 2338.84876 pouces cubes anglais. Le *demi-minot* doit avoir 12½ pouces anglais de diamètre sur 9.529 pouces de profondeur, pour la contenance de 1169.4585 pouces cubes anglais Or, la mesure qui a ses dimensions ne contient que 1169.383246 pouces cubes anglais, et par conséquent n'est pas tout-à-fait égal à la capacité requise par la législature du Canada.

278. Le *minot* (*bushel*) *impérial* de la Grande-Bretagne est égal à 80lbs. avoir-du-poids d'eau distillée, à 62° Fahrenheit et le Baromètre à 30 pouces ; il contient 2218.192 et équivaut à 1.032 minots (*bushel*) des Etats-Unis. C'est un cylindre droit dont les dimensions intérieures sont 18.789 pouces de diamètre sur une profondeur de 8 pouces.

279. ***L'unité de mesure de capacité*** **adoptée par les Etats-Unis est le *minot* (*bushel*) de *Winchester* qui est égal à 77.627413 livres avoir-du-poids d'eau distillée au maximum de densitée, pesée dans l'air, le Baromètre étant à 30 pouces, et contient 2150.42 pouces cubes. C'est un cylindre droit de 18½ pouces de diamètre et 8 pouces de profondeur. Le *minot de Winchester* est ainsi appelé parce que le modèle de cette mesure était gardé à Winchester, ville d'Angleterre.**

§11. SYSTÈME MÉTRIQUE DÉCIMAL, OU SYSTÈME FRANÇAIS DES POIDS ET MESURES.

280. Le *système métrique* est l'ensemble des principes d'après lesquels on a déterminé d'une manière uniforme les poids et les mesures qui ont le mètre pour base, et dont l'usage est seul autorisée en France.

281. Pour déterminer les poids et les mesures, on a d'abord adopté pour UNITÉ FONDAMENTALE la *dix-millionième partie du quart du méridien terrestre* que l'on appelle MÈTRE.

Cette mesure fondamentale a été également prise pour l'unité des mesures de *longueur*.

La *mesure constitutive* un fois déterminée ; on a déduit toutes les autres de la manière suivante :

Un carré ayant dix mètres de côté a été adopté pour l'unité des *mesure agraires*, et nommé ARE.

L'unité employée pour évaluer les autres surfaces est un carré d'un mètre de côté, que l'on appelle *mètre carré*.

Un cube d'un mètre de côté a été adopté pour l'unité des mesures de *solidité*, sous le nom de *stère*.

Un vase de forme cubique, dont les dimensions intérieures sont égales à un dixième du mètre a été pris pour l'unité des mesures de *capacité* et a reçu le nom de *litre*.

Le poids absolu d'un centimètre cube d'eau distillée, ramenée à son maximum de densité, a été adopté pour l'unité des mesures de *poids* et nommé *gramme*.

Pour l'obtenir, on a pesé, dans le vide ; 11 décimètres cubes 29 centièmes environs d'eau distillée et prise à son maximum de densité, et au moyen du calcul, on a déduit le poids d'un centimètre cube de cette même eau. (1)

Enfin, une pièce de monnaie du poids de 5 grammes contenant neuf dixièmes d'argent et un dixième de cuivre, a été adoptée pour l'unité monétaire sous le nom de *franc*.

282. Les unités principales du système métrique sont donc au nombre de six, savoir :

1°. Le *mètre*, pour les mesures de longueur.
2°. L'*are*, pour les mesures agraires.
3°. Le *stère*, pour les mesures de solidité.
4°. Le *litre*, pour les mesures de capacité.
5°. Le *gramme* pour les mesures de poids.
6°. Le *franc*, pour les mesures de monnaie.

283. Pour exprimer la multiplication des unités métriques, suivant l'ordre décimal, on place devant le nom de l'unité, les mots suivants, qu'on appelle multiples décimaux.

deca, qui signifie dix.
hecto, " " cent.
kilo, " " mille.
myria " dix mille

284. Pour exprimer les subdivisions des unités métriques, suivant l'ordre décimal, on place avant le nom de l'unité, les mots suivants, qu'on appelle sous-multiples décimaux.

déci, qui signifie *Dixième*
centi " " *Centième*
milli " " *Millième*

Treize mots seulement forment donc toute la nomenclature du système métrique, savoir : Six pour les unités principales :

---

(1) On sait que les corps sont composés de molécules que la chaleur écarte et que le froid rapproche : dans le premier cas, le volume des corps occupe donc plus de place que dans le second. On appelle *dilatation* l'effet par lequel les molécules s'écartent, et *condensation* celui par lequel elles se rapprochent.

On dit que l'eau est à son maximum de *densité* ou de *condensation* quand elle est au degré où, sous le même volume, elle contient le plus d'eau.

Nous avons vu (N° 263) quel est ce degré.

L'eau distillée est celle qui est débarrassée de toute matière étrangère. Elle a été pesée dans le vide, c'est-à-dire que, par des procédés très-ingénieux, et à l'aide du calcul, on a obtenu le même résultat que si la pesé avait été faite dans le vide qui est une position tout-à-fait indépendante de la pression atmosphérique.

mètre, *are*, *stère*, *litre*, *gramme* et *franc*. Quatre mots pour les multiples : *déca*, *kecto*, *kilo*, et *myria*. Et trois mots pour les sous-multiples : *déci*, *centi*, *milli*. Ce petit aperçu suffit pour donner une idée de ce système, si remarquablement simple et facile dans ses applications aux besoins de la vie des peuples.

1. MONNAIES FRANÇAISES.

285. Les *monnaies françaises* sont de trois sortes, monnaie d'or, d'argent, et de cuivre. Un acte du congrès des Etats-Unis en 1843 a décidé que la valeur du franc, unité monétaire de France, est de $0, 186, et néanmoins.

La pièce d'or de	40	francs	vaut	$ 7. 66.
" " " "	20	"	"	$ 3. 83,
" " " "	5	"	"	$ 0. 93.
La pièce d'argent de	5	"	"	$ 0. 93.
" " "	2	"	"	$ 0. 37.

Il faut pourtant remarquer que ces valeurs ne sont pas les mêmes dans toutes les banques ; quelques unes reçoivent la pièce de 5 francs pour 94 cents, et même pour 95, et la pièce de 20 fr. pour $3.80 au lieu de $3.83.

2. MESURES LINÉAIRES FRANÇAISES.

286. L'unité des mesures linéaires est le mètre, dont la longueur suivant la *moyenne* des diflérentes comparaisons de Troughton, Nicollet et Hassler, est égal à 39.3809171 pouces anglais.

10 mètres	font	1 décamètre =	32.817431	pieds	anglais.
10 décamètres	"	1 hectomètre =	328.17431	"	"
10 hectomètres	"	1 kilomètre =	3281.7431	"	"
10 kilomètres	"	1 myriamètre =	32817.431	"	"

3. MESURES AGRAIRES FRANÇAISES.

287. L'*unité* française des *mesures agraires* est *l'are* dont chaque côté est un décamètre en longueur, conséquemment, il contient 100 mètres carrés, ou 119.6648496 verges carrées.

10 ares	font	1 décare =	1196.648496	verges	carrées.
10 décares	"	1 hectare =	11966.48496	"	"
10 hectares	"	1 kilare =	119664.8496	"	"
10 kilares	"	1 myriare =	1196648.496	"	"

L'are est divisé en 10 déciares, le déciare en 10 centiares, le centiare en 10 milliares.

4. MESURES FRANÇAISES DE SOLIDITÉ OU DE VOLUME.

288. L'*unité* française des *mesures cubiques* est le *stère*, qui est un *mètre cube*, il est égal à 61074.1564445 pouces cubes.

10 décistères	font	1 stère	= 35.34384	pieds	cubes.
10 stères	"	1 décastère	= 353.4384	"	"
10 décastères	"	1 hectostère	=3534.384	"	"

5. MESURES FRANÇAISES DE CAPACITÉ.

289. L'*unité* de mesures françaises pour les *liquides*, et de *capacité* est le litre, qui est un *décimètre cube*, et est égal à 61. 0741564445 pouces cubes anglais, ou égal à 1.05756 quart mesure pour le vin des Etats-Unis.

10 litres font 1 décalitre = 2.6439 gallons mesure de vin des Etats-Unis.

10 décalitres	"	1 hectolitre	= 26.439	"	"	"
10 hectolitres	"	1 kilolitre	=264.39	"	"	"

Le litre est divisé en 10 décilitres, le décilitre en 10 centilitres, et le centilitre en 10 millilitres.

6. MESURES FRANÇAISES DE POIDS.

290. L'*unité* française pour les *mesures de poids* est le poids d'un *centimètre cube*, (No. 281) d'eau distillée, ramené à son maximum de densité, et il est appelé *gramme*. Il est égal à 15.4440 grains de Troyes, ou 0.5648 dragmes Avoir-du-Poids.

			Grain de Troyes	Avoir-du-Poids. lbs.	oz.	dragm.
10 grammes	font	1 décagramme	= 154.4402	= 0	0	5.6481
10 décagrammes	"	1 hectogramme	= 1544.4023	= 0	3	8.481
10 hectogrammes	"	1 kilogramme	= 15444.0234	= 2	3	4.81
10 kilogrammes	"	1 myriagramme	=154440.2344	=22	1	0.1

Le gramme est divisé en 10 décigrammes, le décigramme en 10 centigrammes, et le centigramme en 10 milligrammes.

Dans les factures des marchandises vendues au poids, et dans les transactions commerciales, on ne se sert généralement que du kilogramme qui vaut à peu près 2,21 livres avoir-du-poids.

Dans le vieux système français des poids et mesures, la livre-poids=2 marcs ; le marc=8 onces ; l'once=8 gros ; le gros=72 grains. La livre équivaut à ½ kilog.

7. MESURES DU TEMPS.

291. Le *temps* est naturellement divisé en *jours* et en *années* ; la première division indique la durée de la révolution de la terre sur son axe, la deuxième sa révolution autour du soleil.

60 secondes	font	1 minute
60 minutes	"	1 heure
24 heures	"	1 jour
7 jours	"	1 semaine
4 semaines	"	1 mois

52 semaines un jour et 6 heures, ou 365 jours et 6 heures font 1 année civile.

Noms des douze mois du calendrier qui composent l'année civile ou légale, avec leur nombre de jours respectifs.

Janvier	a	31 jours	Juillet	a	31 jours
Février	"	28 "	Août	"	31 "
Mars	"	31 "	Septembre	"	30 "
Avril	"	30 "	Octobre	"	31 "
Mai	"	31 "	Novembre	"	30 "
Juin	"	30 "	Décembre	"	31 "

Une année *solaire* est le temps exact que la terre emploie pour tourner autour du soleil, et contient 365 jours, 5 heures, 48 minutes et 48 secondes.

Puisque l'année civile contient 365 jours et très près de 6 heures, il est clair qu'en 4 ans on aura un jour de plus, et par conséquent tous les 4 ans, l'année devra avoir 366 jours. Ce jour fut d'abord ajouté à l'année en répétant le *sixième* des *calendes de mars* dans le calendrier romain, qui correspond avec le 24 février, du nôtre. Il fut appelé *jour intercalaire* du mot latin *intercalo*, insérer.

L'année qui a ce jour intercalaire est appelée *année bissextile*, du latin *bis* deux fois, et *sextilis*, le *sixième*. On l'appelle aussi en anglais "*Leap year*," parce qu'elle avance d'un jour de plus que les années ordinaires.

8. MESURES CIRCULAIRES.

292. On appelle *mesures circulaires*, celles qui s'appliquent à la division du cercle, et servent à reconnaître la *latitude* et la *longitude*, ainsi que le mouvement des corps célestes.

60 secondes	(") font	1 minute	marquée	'
60 minutes	"	1 degré	"	°
30 degrés	"	1 signe	"	
12 signes ou 360°	"	1 cercle	"	

Ces mesures sont aussi appelées *mesures des angles*, et sont principalement employées par les astronomes, les navigateurs et les arpenteurs.

La circonférence de tout cercle est divisée, ou supposée divisée en 360 parties égales appelées *degrés*.

Puisqu'un degré est $\frac{1}{360}$ partie de la circonférence d'un cercle, il est évident que sa longueur doit dépendre de la grandeur du cercle.

La division de la circonférence du cercle en 360 parties égales doit son origine à la longueur de l'année, qui, (en nombres ronds) était supposée contenir 360 jours en 12 mois de 30 jours chacun.

Les 12 *signes* du *zodiaque* correspondent aux 12 mois de l'année. Le terme *minute* vient du latin *minutum* petite partie. Le terme *seconde* est une expression abrégée pour *seconde* minute, ou minute du *second ordre*.

293. La terre tournant sur son axe de l'ouest à l'est une fois en 24 heures, il est évident qu'elle avance de 15° par heure, ou 1° en 4 minutes ; et 1' en 4 secondes de temps. D'où,

Quand la différence de longitude entre deux villes ou deux places quelconques, est 1', *la différence du temps, ou de l'heure du jour de ces deux places, est* 4 *Secondes; si la différence de longitude est* 1°, *la différence du temps est de* 4 *minutes; si* 2°, *la différence du temps est* 8 *minutes, etc.*

Ainsi quand il est midi à Paris, à Montréal, qui est à peu près à 76° (75° 45' 24") ouest de Paris, il est 6 heures 56 minutes du matin. Car si la terre avance 1°, en 4 minutes; pour avancer de 76° il faudra 76 fois autant de temps, et $4 \times 76 = 304$ minutes, ou 5 heures 4 minutes. De même quand il est midi à Londres, il est 7 heures 6 minutes 20 secondes du matin à Montréal parcequ'il y a 73° 25' de longitude entre ces deux villes.

Puisque la terre tourne de l'ouest vers l'est, il est manifeste qu'en avançant vers l'est on doit avoir le jour plus tôt, que lorsqu'on va vers l'ouest. Ce principe fournit aux navigateurs, et autres, une méthode aussi simple qu'utile pour déterminer la *différence* du *temps* entre deux places, quand la différence de leur *longitude* est connue; aussi, de déterminer la *différence* de *longitude*, quand la différence de leur *temps* est connue.

9. TABLES DIVERS.

294. Les expressions et les mesures suivantes, qui ne sont pas comprises dans les tables qui précèdent, sont néanmoins d'un usage journalier, et sont déterminées, ou par l'usage ou par la loi.

12 articles	font	1	douzaine.
12 douzaines	"	1	grosse.
20 articles	"	1	score (*vingtaine.*)
5 scores	"	1	cent.
36 minots du Canada	"	1	Voie (chaldron) de charbon.
12 minots	"	1	pipe de chaux.
200 livres Avoir-du-poids	"	1	quart de lard ou de bœuf.
196 livres	"	1	quart de farine.
15 livres Poids Français	"	1	botte de foin.
12 livres " "	"	1	botte de paille.

8 pieds français de longueur sur 4 de hauteur font 1 corde de bois.

24 feuilles de papier	font	1	main.
20 mains	"	1	rame.
2 rames	"	1	paquet (bundle)
5 paquets	"	1	balle

1 feuille pliée en deux feuillets forme un *in-folio*.

1	"	"	quatre	"	"	un *in-quarto*, *in*-4°
1	"	"	huit	"	"	un *in-octavo*; *in*-8 *vo*
1	"	"	douze,	"	"	un *in-douze*, *in*-12
1	"	"	dix-huit	"	"	un *in-dix-huit*, *in*-18
1	"	"	trente-six,	"	"	un *in-trente-six*, *in*-36

QUESTIONNAIRE.

Qu'appelle-t-on nombre complexe? (250)

Sous quel rapport considère-t-on les objets? (251)

Qu'appelle-t-on Grandeur? (252)

Qu'appelle-t-on quantité? (253)

Qu'est-ce qu'évaluer une grandeur? (254)

Qu'est-ce que nommer une grandeur? (255)

Qu'appelle-t-on mesure? (256)

Qu'appelle-t-on monnaie fédérale? (257)

Récitez la table des monnaies fédérales? (257)

Combien d'espèces de monnaies dans les Etats-Unis? (258)

Qu'entend-on par le titre des objets d'or et d'argent? (259)

Qu'est-ce que la monnaie sterling? (260)

Comment représente-t-on les farthings? (260)

Par quelle monnaie le louis sterling est-il représenté? (260)

Récitez la table des monnaies sterlings? (260)

Quelle est la monnaie du Canada (261)

Donnez la valeur de la monnaie canadienne en *dollars* et *cents* ? (261)

Quelle est l'usage du poids de Troyes ? (262)

Récitez la table des poids de Troyes ? (262)

Quelle est la livre légale des poids-de-Troyes ? (263)

Quel est l'usage des poids avoir-du-poids ? (264)

Récitez la table des poids avoir-du-poids ? (264)

Quelle est la livre légale avoir-du-poids ? (265)

Qu'est-ce que les poids de Pharmacie ? (266)

A quoi servent les mesures de longueur ? (267)

Récitez les tables des mesures de longueur Anglaises et Françaises ? (267)

A quoi servent les mesures pour le drap ? (269)

Récitez la table des mesures pour le drap ? (269)

Quel est l'usage des mesures de superficie ? (270)

Récitez les tables de mesures Anglaises et Française de superficie ? (270)

A quoi servent les mesures cubique ? (271)

Récitez la table des mesures cubiques? (271)

A quoi servent les mesures pour les liquides ? (272)

Qu'elle est l'unité de mesure de capacité de la Grande-Bretagne ? (274)

Quelle est l'unité de mesure de liquide des Etats-Unis ? (273)

A quoi servent les mesures de bière ? (275)

Récitez la table des mesures pour la bière? (275)

Quel est l'usage des mesures de *capacité* ? (276)

Récitez les trois tables des mesures de capacité ? (276)

Quel est la capacité du minot du Canada ? (277)

A quoi est égal le minot impérial ? (278)

Quelle est l'unité de mesure de capacité des Etats-Unis ? (279)

Qu'est-ce que le système métrique ? (280)

Comment a-t-on déterminé les poids et les mesures du système métrique ? (281)

Combien y a-t-il d'unités principales dans le système métrique ? (282)

Quels sont les mots employés pour exprimer les multiples et sous-multiples des mesures du système métrique ? (283, 284)

Quelles sont les monnaies Françaises, et dites leur valeur en dollar ? (285)

Quelles sont les mesures linéaires Françaises ? (286)

Quelles sont les mesures agraires Françaises ? (287)

Quelles sont les mesures Françaises de solidité ? (288)

Quelles sont les mesures Françaises de capacité ? (289)

Quelles sont les mesures Françaises de poids ? (290)

Comment est divisé le temps ? (291)

Récitez la table des mesures de temps ? (291)

Quelle est la longueur de l'année civile ? (291)

Récitez les 12 mois de l'année? (291)

Qu'appelle-t-on mesures circulaires ? (292)

Récitez la table des mesures circulaires ? (292)

Comment la terre tourne-t-elle ? (293)

Récitez les tables diverses ? (294)

§3. RÉDUCTION.

295. Les procédés par lesquels on change, un *nombre composé* d'une dénomination en une autre, sans altérer sa valeur, prennent le nom de *Réduction.*

Ex. 1. Réduire £5 2s. 7d. et 3 far. en farthings.

Analyse. Puisque dans £1 il y a 20s., en £5 il y en a 5 fois autant, ce qui donne 100 chelins, plus 2s. donnés font 102s. Ensuite, puisque dans 1s. il y a 12d., dans 102s. il y en a 102 fois autant ou 1224d., plus 7 deniers font 1231. Enfin, puisque dans 1d. il y a 4 farthings, en 1231d. il y en a 1231 fois autant, ou 4924 farthings, et 3 donnés font 4927 farthings.

Opération.

£ s. d. far.
5 2 7 3
20s. dans £1.
102 chelins
12 d. dans 1 ch.
1231 deniers
4 far. dans 1d.
Rép. 4927 farthings.

Nous réduisons d'abord les louis donnés en chelins, en les multipliant par 20, parceque 20 chelins font £1 (N°260.) Nous réduisons ensuite les chelins en deniers en les multipliant par 12 parce que 12 deniers font 1 chelin. Finalement nous réduisons les deniers en farthings en les multipliant par 4, parce que 4 farthings font 1d.

Dans cet exemple, il est requis de réduire une dénomination supérieure en une inférieure, comme louis en chelins, chelins en deniers, etc. Ce qui se fait par des multiplications successives.

Ex. 2. En 4927 farthings, combien de louis, chelins et deniers ?

Analyse. **Puisque 4 farthings font 1d., en 4927 farthings il y a autant de deniers que 4 est contenu de fois en 4927 qui est 1231 deniers et 3 far. de reste. Ensuite, puisque 12 deniers font 1 chelin, en 1231d. il y a autant de chelins que 12 y est contenu de fois, ce qui donne 102 chelins et 7 deniers pour reste. Enfin, puisque 20 chelins font £1, en 102 chelins, il y autant de louis que 20 y est contenu de fois, qui est £5 et 2 chelins de reste. Réponse £5. 2s. 7d. 3 far.**

Opération.

4927 far. | 4
12 | 1231 d. 3 far. de reste
20 | 102 ch. 7d " "
£5 2 ch. de reste.
Rép. £5 2ch. 7d. 3 far.

Nous réduisons d'abord les farthings en deniers, dénomination immédiatement supérieure, en les divisant par 4, parce que 4 farthings font 1 denier, (N° 260). Ensuite, nous réduisons les deniers en chelins en les divisant par 12, parce que 12 deniers font 1 chelin. Enfin, nous réduisons les chelins en louis en les divisant par 20, parce que 20 chelins font 1 louis. Le dernier quotient et les divers restes constituent la réponse.

Ce second exemple est exactement le contraire du premier, c'est-à-dire, que des dénominations inférieures sont réduites à des dénominations supérieures, ce qui se fait par des *divisions successives.*

296. Des deux exemples précédents on déduit les deux règles suivantes :

1ère. Règle. Pour réduire un nombre composé en une dénomination inférieure; *multipliez la plus haute dénomination donnée, par le nombre qui indique combien il faut d'unités de la dénomination inférieure pour en faire* UNE *supérieure ; ajoutez au produit les unités de cette dénomination inférieure qui se trouve dans l'exemple donné. Procédez de la même manière avec les autres dénominations successives, jusqu'à ce que vous soyez arrivé à celle qui est requise.*

2ème. Règle. Pour réduire un nombre composé à une dénomination supérieure, *divisez la dénomination donnée par le nombre qui indique combien il faut d'unités de cette dénomination pour en faire* UNE *supérieure. Procédez de* *la même manière avec chaque dénomination successive, jusqu'à ce que vous arriviez à celle qui est requise. Le dernier quotient avec les divers restes seront la réponse cherchée.*

297. PREUVE. *Renversez l'opération, c'est-à-dire, réduisez la réponse en sa dénomination primitive, si le résultat est conforme aux nombres donnés, l'opération est bien faite.*

Chaque reste est de la même dénomination que le dividende dont il résulte.

La réduction d'un nombre composé à une dénomination inférieure, peut être appelée *Réduction par multiplication* ; et la réduction à une plus haute dénomination ; *Réduction par division*. La première s'appelle aussi *Réduction descendante*, et la seconde *Réduction ascendante*. Elles se servent mutuellement de preuve.

EXERCICES.

628. En 136 perches et 2 verges, combien y a-t-il de pieds ? (1)

Opération

Per. verg.
136 2
$5\frac{1}{2}$ ver. 1 per.

682
68

750 verges
3 pds. 1 ver.

Rép. 2250 pieds

Preuve.

2250 | pieds
3

750 | verges
2 | $5\frac{1}{2}$

1500 | 11
40
70 136 perches
4 pour reste = 2 ver.
4 moitiés de verge font 2 verges.

629. En £71 13s. $6\frac{1}{2}$d. combien de farthings ?
630. En £90 7s. 8d. courants, combien de sous ?
631. En £295 18s. $3\frac{3}{4}$d., combien de farthings ?
632. En 95 guinées 17s. $9\frac{3}{4}$d., combien de farthings ?
633. Combien de louis, chelins, etc., en 415739 farthings ?
634. Combien de louis, chelins, etc., en 24651 farthings ?
635. Combien de louis courants en 48690 sous ?

(1) Toutes les fois que le contraire ne sera pas exprimé, il sera convenu que ce sont des mesures anglaises qui sont données.

636. Combien de guinées en 67256 deniers ?

637. Réduisez 29lbs. 7 on. 3 gros (pwt.) en grains de Troyes ?

638. Combien y a-t-il de grains dans 758lbs.? dans 19lbs. 10 on. 3 gros 11 grains de Troyes ?

639. Combien y a-t-il de livres dans 96748 grains ? dans 7492 gros de Troyes ?

640. Combien y a-t-il de grains dans 18lbs., 18 gros ? dans 11 oz. 18 grains de Troyes ?

641. Combien y a-t-il de dragmes dans 56 ton. 7 cwt. 14 lbs. 13 drag. ? dans 34 cwt. 3 qrs. 11 on. avoir-du-poids ?

642. Combien y a-t-il d'onces dans 3 qrs. 14 lbs. de dragmes ? dans 27 lbs. 10 dragmes avoir-du-poids ?

643. Combien y a-t-il de tonneaux dans 96842648 dr. ? dans 7842858 on. avoir-du-poids ?

644. Combien y a-t-il de lbs. dans 64825 dr. ? de cwt. dans 84624 on ? de qrs. dans 67528 dr. avoir-du-poids ?

645. Réduire 95 livres (Poids de pharmacie) en dragmes.

646. Réduire 130 livres en scrupules.

647. Réduire 6237 dragmes (Poids de phar.) en livres, etc.,

648. Rèduire 25463 scrupules (do) en onces, etc.

649. Combien de pieds en 25 milles et de pouces en 45 lieues?

650. Combien de verges en 3000 milles, et combien de milles en 290375 pieds ?

651. En 1875343 pouces, combien de lieues ?

652. En 15 mil. 5 fur. (stades) 31 perches ; combien de perches ?

653. Combien de pieds dans la circonférence de la terre ?

654. Combien de nails en 160 verges ?

655. Combien de quarts en 1000 aunes anglaises ?

656. En 102345 nails, combien de verges ? et combien d'aunes françaises en 223267 nails ?

657 En 28 barriques 15 gal. (mesure de vin), combien de quarts ?

658. Combien de gallons en 5 pipes, 1 bar. et combien de gills en 3 ton. 1 bar. 10 gal. ?

659. Combien de barils en 12256 pintes ? et combien de pipes en 475262 gills, mesure de vin ?

660. Combien de barils de bière en 25264 pintes ? et combien de bariques de bière en 136256 quarts ?

661. Combien de quarts en 15 minots, 1 peck ? et en 763 minots, 3 peck ?

662. Réduisez 12 minots 4 gallons en chopines, et 7 setiers 7 gal. en pintes ?

663. Réduisez 25 jours, 6 heures en minutes, et 365 jours, 6 heures en secondes ?

664. Réduisez 847125 minutes en semaines, et 5623480 secondes en jours ?

665. Combien de secondes en 30 ans de 365 jours 6 heures chacun, et combien en une année solaire ?

666. Combien d'années, et de dimanches en 70 ans ?

667. Combien de secondes en 110 degrés 20 minutes, et en 11 signes, 45 degrés ?

668. Combien de degrés en 7654314 secondes, et combien de signes en 1,000,000,000, minutes ?

669. Combien de perches et de toises carrées dans 27 arp. 18 perches ?

670. Réduisez 1728 perches carrées, 23 verges, 5 pieds, et 100 acres, 37 verges en pieds ?

671. Réduire 25363896 pieds carrés en acres, et 822590 perches carrées en pieds carrés.

672. Combien de pouces cubes, en 150 pieds cubes, et en 97 verges cubes, 15 pieds ?

673. En 55 charges (ton) de bois en grume, combien de pouces cubes ; et en 4562100 pouces cubes, combien de charges (ton) de bois de refend ?

§ 4. APPLICATION DES RÉDUCTIONS.

298. Pour réduire les poids de Troyes en poids avoir-du-poids. *Il faut d'abord réduire les livres, en onces, etc., donnés en grains ; puis diviser par le nombre de grains d'une dragme, et le quotient sera la réponse en dragme. Si la réponse était requise en livre, et fraction d'une livre il faudrait diviser les grains par* 7000. (N°265)

674. En 175 livres poids de Troyes combien de livres avoir-du-poids ?

Solution. $175 \times 12 \times 20 \times 24 = 1008000$ grains, et 1008000 : $27\frac{11}{32} = 36864$ dragmes, ou 144 livres avoir-du-poids.

665. En 700 livres d'argent poids-de-Troyes, combien de livres avoir-du-poids ?

676. En 840 livres, 6 onces, 10 gros, combien de livres avoir-du-poids ?

677. Un apothicaire achète 1000 livres d'opium, poids de Troyes et le revend par les poids avoir-du-poids ; combien perd-il de livres ?

299. Pour réduire avoir-du-poids en poids-de-Troyes. *Il faut réduire les livres, onces, etc., donnés en dragmes ; puis multiplier par le nombre de grains d'un dragme, et le produit sera la réponse en grain.* (N° 265).

Si l'exemple donné ne contenait que des *livres ;* il faudrait multiplier par 7000, et le produit serait des grains ; et si la réponse était demandée en livre et fraction de livre ; il faudrait diviser ce produit par 5760.

678. En 32 livres avoir-du-poids, combien de livres de Troyes?

Solution. $32 \times 16 \times 16 \times 27\frac{11}{32} =$ 224000 grains = 38 lbs, 10 oz, 13 gros, 8 grains.

679. En 48 livres avoir-du-poids, combien de livres de Troyes?

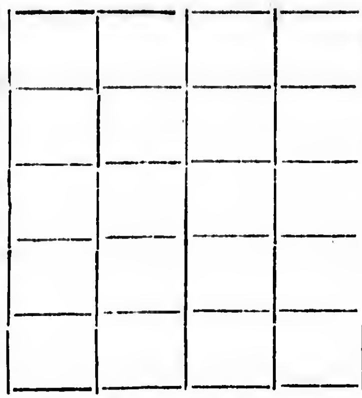
680. Un marchand a acheté 100 livres, 10 oz de thé avoir-du-poids et l'a vendu par les poids de Troyes : combien a-t-il gagné de livres ?

681. Un droguiste a acheté 1260 livres d'alum avoir-du-poids, et l'a détaillè par les poids de Troyes : combien a-t-il vendu de livres de plus qu'il n'en a acheté ?

300. La *surface* du plancher d'une chambre, d'une pièce de terre d'une surface quelconque, ayant *quatre côtés* et *quatre angles droits*, s'obtient en multipliant *sa longueur par sa largeur.*

Une figure qui a quatre côtés et quatre angles droits est appelée *Rectangle*, ou *parallélogramme*, et sa surface est l'espace contenu entre les lignes qui la détermine.

682. Combien faudra-t-il de verges carrées de tapis pour couvrir le plancher d'une chambre de 5 verges de long, sur 4 verges de large ?



Supposons que la chambre soit représentée par la figure ci-contre ; dont la longueur est divisée en 5 parties égales, et la largeur en 4 parties égales, que nous appellerons *verges linéaires*. Il est évident que la chambre contiendra autant de verges carrées qu'il y a de carrés dans la figure donnée. Mais le nombre de carrés de la figure est égal au nombre de parties égales (verges linéaires) que contient la longueur, répétées autant de fois qu'il y a de parties égales (verges linéaires) dans la largeur ; ce qui est égal à $5\times4=20$ verges carrées.

683. Quelle est la surface en pieds carrés du plancher d'une salle qui a 45 pieds de large sur 86 pieds de long ?

684. Un champ qui a 50 perches de long sur 45 de large ; combien contient-il d'acres ?

685. Quelle est la superficie d'un terrain carré qui a 80 perches de côté ?

686. Combien de verges carrées dans le plafond d'une salle qui a 35 pieds de long sur 28 pieds de large ?

687. Combien faudra-t-il de verges de tapis pour couvrir le plancher d'une chambre qui a 18 pieds en tous sens ?

688. Combien faudra-t-il de verges de platrage pour couvrir les quatre murs d'une chambre qui a 36 pieds de long 27 pieds de large et 12 pieds de haut ?

689. Combien de verges carrées de bardeaux pour couvrir les deux côtés d'un toit, dont les chevrons ont 20 pieds de long, et la poutre du faîte 25 pieds ?

301. La *contenance cubique*, ou *solidité* des caisses de marchandises, des piles de bois, etc., s'obtient en *multipliant* ensemble la *longueur*, la *largeur* et *l'épaisseur*, ou *profondeur*.

690. Quelle est la contenance en pieds cubes d'une caisse qui a 5 pieds de long, 4 pieds de large, et 3 pieds de profondeur ?

Solution. $5\times4=20$, et $20\times3=60$ pieds cubes.

691. Combien de pieds cubes dans un bloc de granit de 65 pouces de long, 42 pouces de large ; et 36 pouces dépaisseur ?

692. Combien de pieds cubes dans une charge de bois de 8 pieds de long, sur $4\frac{1}{2}$ pieds de haut, et $3\frac{1}{2}$ pieds de large ?

693. Combien de verges cubes dans une cave de 18 pieds de long, 12 pieds de large, et 9 pieds de profondeur ?

694. Combien de pieds cubes dans une poutre carrée de 2 pieds de côté et 40 pieds de long.

695. Combien de pieds cubes d'eau dans une citerne de 15 pieds de long, 12 pieds de large et 10 pieds de profondeur?

302. Pour réduire les mesures cubiques en mesures de liquide ou de capacité. *Il faut réduire les verges, pieds, etc., donnés, en pouces cubes, et diviser par le nombre de pouces cubes d'un gallon, d'un minot, selon qu'il est requis, et le quotient donnera la réponse demandée.* (N° 277,278,279.)

696. En 10752 pieds cubes, combien de minots ?

Solution. $10752 \times 1728 = 18579456$ pouces cubes, et $18579456 : 2150\frac{4}{10} = 8640$ minots.

697. Combien de minots en 21504 pieds cubes, et combien de gallons de vin en 462 pieds cubes ?

698. En 1128 pieds cubes, 141 pouces cubes, combien y a-t-il de gallons de bière ?

699. Combien y a-t-il de minots dans une huche qui a 8 pieds de long, $4\frac{2}{3}$ pieds de large, et $3\frac{1}{3}$ pieds de profondeur ?

700. Combien de barils d'eau (mesure de vin N°. 273) contiendra une citerne qui a 20 pieds de long, 15 pieds de large, et 10 pieds de profondeur ?

701. Le réservoir pour la distribution de l'eau à New-York est un carré de 436 pieds de côté, et 40 pieds de haut ; combien peut-il contenir de barriques d'eau ?

303. Pour réduire les mesures de capacité ou de liquide en mesures cubiques.

Il faut d'abord trouver le nombre de minots, si se sont des mesures de capacité, ou de gallons, si ce sont des mesures de liquide, dont il est question : puis multiplier par le nombre de pouces cubes d'un minot ou d'un gallon suivant le cas, et le produit sera la réponse requise. (N° 279)

702. Combien de pieds cubes dans une huche qui contient 100 minots ?

Solution. $100 \times 2150\frac{4}{10} = 215040$ pouces cubes, et $215040 : 1728 = 124\frac{768}{1723} = 124\frac{4}{9}$ pieds cubes.

703. Combien de pieds cubes dans un four à chaux qui en contient 500 minots

704. Combien y a-t-il de pieds cubes dans la contenance d'un vaisseau dans lequel se trouve 1000 minots de grains ?

705. Combien de pieds cubes dans une citerne de 50 barils d'eau ?

706. Combien de pieds cubes dans une cuve qui contient 100 barriques mesure de vin ?

304. Pour réduire les mesures de liquide en mesures de capacité, ou mesures de liquide en mesure de capacité.

Il faut trouver le nombre de pouces-cubes contenus dans les nombres proposés ; puis diviser par le nombre de pouces-cubes d'un gallon, ou minot, selon le cas, et le quotient sera la réponse demandée.

707. En 40 gallons mesure de vin, combien de minots ?

SOLUTION. $40 \times 231 = 9240$ pouces cubes, et $9240 : 2150 \frac{4}{10} = 4 \frac{19}{64}$ minots ?

708. En 6 barriques, 16 gallons, combien de minots ?

709. En 5 minots, combien de gallons mesure de vin ?

305. ET LES MESURES DE BIÈRE EN MESURES DE VIN.

D'abord trouver le nombre de pouces-cubes contenus dans les nombres donnés, puis les diviser par le nombre de pouces-cubes nécessaires pour faire un gallon de mesure requise.

711. En 94 gallons mesure de vin, combien de gallons de bière ?

SOLUTION. $94 \times 231 = 21714$ pouces-cubes, et $21714 : 282 = 77$ gallons ?

712. Un cabaretier a acheté 4 barriques de cidre mesure de vin, et le revend en détail par les mesures de bière, combien perd-il de gallons ?

713. Un droguiste a acheté 10000 gallons d'alcohol mesure de bière, et le vend par les mesures de vin : combien gagne-t-il de gallons ?

714. Un épicier achète 65 barriques 29 gallons et 2 quarts de lait mesure de bière, et le revend par les mesures de vin, combien a-t-il vendu de quarts de plus qu'il n'en avait acheté ?

715. Un marchand de liqueur en détail achète 120 pipes de vin que son commis détaille par les mesures de bière. Combien a-t-il acheté de gallons de plus qu'il n'en a vendu ?

306. Puisque la terre tourne sur son axe 1° en 4 minutes, ou 1' en 4 secondes de temps, il est évident que la *longitude* peut être réduite en *temps*. C'est-à-dire en multipliant les degrés de longitude par 4, on les réduit en minutes de temps, et multipliant les minutes de longitude par 4, on les réduit en secondes de temps.

Et par une opération contraire il est évident que le *temps* peut être réduit en *longitude*. Ainsi, en divisant les secondes de temps par 4 on les réduit en minutes de longitude, et divisant les minutes de temps par 4, on les réduit en degrés, etc., D'où

307. Pour trouver la différence du *temps* entre deux places de la différence de leur *longitude*.

Réduisez la différence de longitude en minutes ; multipliez les par 4, et le produit sera la différence du temps en secondes, qui peuvent être réduites en heures et en minutes.

Si la différence était exprimée seulement par des degrés ; il faudrait la multiplier par 4 et la réponse serait minutes.

716. La différence de longitude entre New-York et Cincinnati est 10° 266, quelle est la différence de leur temps ?

Solution. 10° et 26'=626' ; (N° 296) ; maintenant 626'×4= 2504 secondes de temps ; et 2504 sec. : 60=41 min. 44 sec.

717. La différence de longitude entre Albany et Boston est 2° 9' : quelle est la différence de leur temps ?

718. La différence de longitude entre New-York et Canton est 187°3', quelle est la différence de leur temps ?

719. La différence de longitude entre Montréal et Toronto est de 5°55' quelle est leur différence de temps ?

720. Toronto est à 8° 9' 15" longitude ouest de Québec; quand il est midi à Toronto, quelle heure est-il à Québec ?

308. Pour trouver la différence de *longitude* entre deux places de la différence de leur *temps*.

Il faut réduire la différence du temps en secondes ; les diviser par 4 et le quotient sera la différence de longitude en minutes, qu'il sera facile de réduire en degrés. (N° 296).

Quand il n'y a pas de seconde dans la différence donnée, on peut diviser les minutes par 4, et le quotient donnera la réponse en degrés.

721. Un vaisseau étant parti de Boston pour Liverpool ; le quatrième jour le capitaine en faisant une observation du soleil à midi, s'aperçoit qu'il a 1 heure 5 minutes et 40 secondes en

avance sur le temps de Boston. A combien de degrés EST de Boston était le vaisseau ?

Solution.— 1 heure 5 min. 40 secondes= 3940 sec (N° 296), et 3940 sec : 4= 985'. Le vaisseau est donc à 985' EST, ce qui donne 16° 25'.

722. La différence du temps entre Albany et Buffalo est 19 minutes, quelle est leur différence de longitude ?

723. La différence du temps entre Richmond et New-Orleans est 51 minutes et 4 secondes : quelle est leur différence de longitude ?

1. RÉDUCTION DES NOMBRES COMPLEXES EN FRACTIONS.

309. Pour qu'un nombre *concret* puisse être appelé une partie d'un autre nombre ; il faut que les deux nombres expriment des objets de *même espèce*, ou des objets qui puissent être réduits à la même espèce en dénomination. Ainsi 1 *denier* est $\frac{1}{240}$ de *louis ;* mais 1 denier ne pourrait pas être appelé une partie d'un *pied* ou d'une *année* ; parceque les pieds et les années ne peuvent pas se réduire en deniers De même 1 orange est $\frac{1}{5}$ de 5 oranges ; mais 1 orange n'est pas le $\frac{1}{5}$ de 5 pommes, ou de 5 courges ; parceque les pommes et les courges ne peuvent pas être réduites en oranges.

724. Réduire 2s. 6d. en fraction d'un louis.

Il s'agit ici de trouver qu'elle partie d'un louis sont 2s. 6d. Pour obtenir ce résultat, il faut réduire les deux nombres donnés à la même dénomination, c'est-à-dire en denier. Or 2s. 6d. =30d., et £1=240d. La question maintenant revient à celle-ci quelle partie de 240 est 30 ? Et la réponse est $\frac{30}{240}$; conséquemment 2s. 6d. sont les $\frac{30}{240}$ d'un louis. D'où ;

310. Pour réduire un nombre complexe ou une fraction ordinaire, d'une plus haute dénomination.

Il faut réduire le nombre composé donné à la plus basse dénomination mentionnée dans le numérateur ; puis réduire une unité *de la dénomination de la fraction requise à la même dénomination que le numérateur, et le résultat sera le dénominateur.*

Quand le nombre donné ne contient qu'une dénomination, il n'y a pas de réduction. Et s'il contient une fraction, le dénominateur de la fraction est la plus petite dénomination mentionnée. Ainsi, dans 6 $\frac{1}{4}$ chelins, la plus petite dénomination est le *quart* de chelin, etc.

725. Rèduire $\frac{6}{7}$ d'un denier en fraction d'un louis.

Solution. Puisque les septièmes de denier sont la plus *basse* et la *seule* dénomination donnée, nous n'avons simplement qu'à éduire £1 en septièmes de denier pour le dénomiateur.

En effet £1=240d. 1d. n'est donc que £$\frac{1}{240}$; $\frac{1}{7}$d. ne sera que £ $\frac{1}{240\times7}$; et $\frac{6}{7}$d. seront £$\frac{1\times6}{240\times7}=\frac{6}{1680}=$£ $\frac{1}{280.}$ D'où :

311. Pour réduire une fraction d'une *plus basse* dénomination en une fraction équivalante d'une *plus haute* dénomination.

Réduisez une unité de la dénomination de la fraction requise à a même dénomination que la fraction donnée et le résultat sera le dénominateur. Ou bien divisez la fraction donnée par les mêmes nombres que pour réduire un nombre complexe en une plus haute dénomination. (N° 296)

Ainsi dans l'exemple précèdent. $\frac{6}{7}$d.: 12=$\frac{6}{84}$s. (N° 209) et $\frac{6}{84}$ s.: 20= £ $\frac{6}{1680}$=£ $\frac{1}{280}$.

Quand il y a des facteurs communs au numérateur et au dénominateur, la fraction peut être simplifiée en supprimant les facteurs communs. Ainsi dans l'exemple (724) on a trouvé que 2 s. 6d. sont les £$\frac{30}{240}$ en supprimant le facteur commun 30 on a £ $\frac{1}{8}$ pour résultat.

726. Réduire 4 $\frac{2}{3}$ s., en fraction d'un louis.

727. Quelle fraction de £ 1 sont les $\frac{7}{8}$ d'un denier?

728. Quelle partie de 1 lb de Troyes sont 7 onces?

729. Quelle fraction de 2 lbs avoir-du-poids, sont 8 onces et 12 dragmes?

730. Quelle partie de 1 verge sont 2 pieds 4 pouces?

731. Quelle partie de 1 tonneau sont 14 quintaux 15 livres?

732. Quelle fractions de 1 acre sont 45 $\frac{1}{2}$ perches?

733. Quelle partie de 1 perche carrée, sont 63 pieds carrés?

734. Réduire 7 gallons en une fraction de Barrique.

735. Réduire les $\frac{7}{8}$ de 1 heure en fraction de 1 jour.

736. Réduisez les $\frac{5}{6}$ de 1 minute en fraction de 1 heure?

737. Quelle partie de £3 5s. 6d. 1 far. sont £2 1s. 3d. ?

738. Quelle partie de 10 minots sont 10 quarts?

739. Quelle fraction de 3 semaines sont 2 jours et 7 heures ?

740. Quelle partie de 360° sont 45° 15' 10" ?

741. Quelle partie de 25 lbs. de Troyes, sont 10 lbs. 7 onces, 10 gros ?

742. Quelle fraction de 5 acres est 1$\frac{1}{2}$ acre ?

2. NOMBRES COMPLEXES FRACTIONNAIRES RÉDUITS EN NOMBRES ENTIERS D'UNE DÉNOMINATION INFÉRIEURE.

743. Réduire $\frac{5}{8}$ de £1 en chelins et deniers.

SOLUTION. Puisque £1=20 s. $£\frac{1}{8}=\frac{20}{8}$ s. et $£\frac{5}{8}=\frac{20\times5}{8}=\frac{100}{8}$ s.$=12\frac{4}{8}$s. Raisonnant comme pour $£\frac{5}{8}$ nous dirons 1 chelin=12d. $\frac{1}{8}$s. $=\frac{12}{8}$ et $\frac{4}{8}$s. $=\frac{12\times4}{8}=\frac{12}{2}=6$d. Donc $£\frac{5}{8}$ =12s. 6d. D'où.

312. Pour réduire un nombre complexe fractionnaire en un nombre entier d'une dénomination inférieure.

Multipliez le numérateur donné par le nombre d'unités de la dénomination immédiatement inférieure ; divisez le produit par le dénominateur, le quotient sera le nombre entier de la dénomination suivante. En opérant de la même manière sur les restes successifs, les divers quotients seront les nombres entiers demandés.

744. Réduire le $\frac{4}{5}$ de £1 en chelins.

745. Réduire les $\frac{3}{7}$ de 1 lb. de Troyes en onces, etc.

746. Réduire $\frac{4}{7}$ de 1 quintal en livres, etc.

747. Réduire les $\frac{3}{8}$ de 1 perche en pieds et pouces.

748. Réduire les $\frac{7}{8}$ de 1 barrique en gallons, etc.

749. Réduire les $\frac{7}{8}$ de 1 heure en minutes et secondes.

750. Réduire les $\frac{9}{10}$ de 1 jour en heures, etc.

751. Réduire les $\frac{2}{7}$ de 1 degré en minutes, etc.

752. Réduire les £ $\frac{2}{720}$ en fraction d'un denier.

SOLUTION. D'abord il faut réduire un louis en denier, ce qui se fait en multipliant £1×20=20s. et 20s. × 12=240d. Or, si £1 est égal à 20×12, $£\frac{1}{720}=\frac{1\times20\times12}{720}$ et $£\frac{2}{720}=\frac{2\times20\times12}{720}=\frac{480}{720}$. Donc $£\frac{2}{720}=\frac{480}{720}$ d., et supprimant les facteurs 20 et 12 communs au numérateur et au dénominateur ; on a $£\frac{2}{720}=\frac{2}{3}$d. D'où,

313. Pour réduire une fraction d'une dénomination supérieure en une fraction équivalante, d'une dénomination *inférieure.*

Réduisez le numérateur donné à la dénomination requise, et placez le résultat sur le dénominateur donné. (N° 296.)

753. Réduire $\frac{1}{417}$ de louis en fraction d'un denier.

754. Réduire $\frac{4}{217}$ de 1 lb avoir-du-poids en fraction d'un once.

755. Réduire $\frac{6}{2784}$ de 1 mille en fraction de perche.
756, Réduire $\frac{25}{87}$ de 1 jour en fraction de 1 heure.
757. Réduire $\frac{4}{15}$ de 1 semaine en fraction de une minute.
758. Réduire $\frac{45}{89}$ de 1 verge en fraction de 1 nail.
759. Réduire $\frac{63}{114}$ de 1 minot en fraction de 1 quart.
760. Réduire $\frac{95}{137}$ de 1 barrique de vin, en fraction de 1 quart.
761. Réduire $\frac{275}{1000}$ de 1 lb de Troyes en fraction 1 gros.
762. Réduire $\frac{15}{327}$ de 1 acre en fraction de 1 perche.
763. Réduire $\frac{4}{120}$ de 1 verge carrée en fraction de pied.
764. Réduire $\frac{7}{360}$ de 1 degré en fraction de 1 seconde.

ADDITION DES NOMBRES COMPOSÉS.

314. *Le procédé par lequel on ajoute ensemble les nombres de différentes dénominations est appelé* ADDITION COMPOSÉE.

765. Quelle est la somme de £6 11s. 5d. 1 far. ; £4 9s. 6d., 2 far ; £3 12s. 8d., 3 far. ; et £8 6s. 9d. 1 far. ?

Opération.

£	s.	d.	far.
6	11	5	1
4	9	6	2
3	12	8	3
8	6	9	1
23	0	5	3

Ayant placé les farthings sous les farthings, les deniers sous les deniers, etc., nous additionnons la colonne des farthings, comme dans l'addition simple, et nous trouvons la somme 7 qui est égale à 1d., et 3 far. de plus. Nous écrivons 3 sous la colonne des farthings, et portons 1 d. à la colonne des deniers. La somme des deniers est 29, qui est égale à 2s. et 5d. de plus. Nous écrivons les 5 deniers sous la colonne des deniers, et portons les 2s., à la colonne des chelins. La somme des chelins est 40 qui est égale à £ 2 exactement. Nous écrivons un zéro sous la colonne des chelins, et nous portons les £ 2 à la colonne des louis dont la somme est 23 que nous écrivons au-dessous de la colonne des louis. La somme totale est donc £23 0s. 5d. 3 far.

315. D'où nous tirons la règle générale suivante.

RÈGLE POUR L'ADDITION DES NOMBRES COMPOSÉS.

I. *Ecrivez les nombres de manière que les unités de même dénomination soient les unes sous les autres.*

II. *Commençant par les plus basses unités, on fait la somme de chaque colonne séparément ; on divise cette som-*

me par le nombre d'unités requis de la colonne additionnée, pour faire UNE UNITÉ *de la colonne suivante.*

On écrit le reste au-dessous de la colonne additionnée, et on porte le quotient à la colonne d'une dénomitation immédiatement supérieure.

On opère de la même manière sur toutes les autres colonnes jusqu'à la plus haute dénomination dont on écrit le résultat tout entier.

PREUVE. La preuve est la même que pour l'addition simple (N°. 61. 62.)

EXERCICES.

766.	£.	S.	D.
	485	12	7 ¾
	49	16	3 ½
	186	13	11 ¾
	787	19	8 ¼
	239	9	9 ½
	543	11	4 ½
	375	16	7
	289	4	9 ¾
	595	19	8

767.	£.	S.	D.
	413	13	10 ¼
	1245	10	9
	7085	15	11 ¾
	8519	6	4 ½
	3456	14	10
	90	12	5 ½
	69	15	2 ¾
	179	18	11 ½
	788	9	9

768.	£.	S.	D.
	3	14	8 ½
	0	19	7 ½
	5	17	9 ¾
	2	12	6
	2	16	10 ½
	1	5	8 ¼
	3	8	3
	5	2	4 ¼
	10	14	5 ¼

769.	£.	S.	D.
	4	14	6 ½
	3	15	7 ¾
	7	10	11
	1	12	9 ¼
	2	8	7 ½
	4	0	3
	6	16	8 ¾
	7	9	2
	9	15	10 ½

770.	to.	ct.	qr.	lbs.
	35	16	0	20
	42	14	2	18
	18	9	1	16
	17	18	3	7
	31	5	3	19
	45	12	2	5

771.	ct.	qr.	lbs.
	53	2	12
	17	1	15
	16	3	19
	19	0	18
	25	3	18
	48	3	6
	42	2	7

772.	lbs.	on.	dr.
	16	12	13
	5	15	3
	12	12	5
	3	11	9
	19	1	11
	14	4	8
	24	7	14

773.	lbs.	on.
	7	11
	53	14
	47	10
	86	9
	94	7
	29	3
	42	10

774.	tois.	pi.	po.
	47	5	6
	79	4	11
	6	3	1
	47	4	9
	69	2	6
	4	3	10
	47	4	8
	6	4	9

775.	tois.	pi.	po.	lig.
	678	4	7	11
	69	3	0	4
	149	0	0	11
	77	3	5	10
	4	4	1	10
	67	3	0	2
	44	0	4	0
	67	4	0	0

776.	set.	mi.	gal.	po.	pi.
	47	7	4	1	1
	69	6	7	0	1
	4	5	6	1	0
	0	3	4	0	1
	49	6	6	1	1
	3	7	4	0	0
	15	6	2	1	1
	4	0	0	1	1

777.	lbs.	on.	gros.	gr.
	54	10	18	17
	63	11	16	21
	78	9	17	22
	9	10	14	12
	91	7	16	23
	27	8	18	17
	48	10	9	19
	56	6	17	20

778.	lbs.	on.	gros.
	71	7	15
	89	10	16
	57	11	18
	63	9	17
	78	7	17
	17	11	10
	28	6	17
	31	9	19

779.	ver.	pieds.	po.	lig.
	4	2	11	10
	3	1	10	9
	5	2	7	11
	2	1	8	7
	1	2	9	8
	3	0	0	11
	4	1	10	0
	5	2	9	11

780.	Arp.	perch.	tois.	pieds.
	72	8	2	5
	41	5	1	3
	153	9	0	4
	87	4	2	2

781.	Ans.	mo.	jou.	he.	min.	sec.
	175	11	27	18	57	36
	417	9	18	23	42	15
	546	5	9	13	57	27
	430	0	24	21	36	56

PROBLÈMES SUR L'ADDITION COMPOSÉE.

782. Additionnez £59 12 7¾ ; £95 14 2½ ; £345 0 9¼ ; £88 15 2¾ ; £187 17 4½ ; £347 7 6 ; £3 2 9½ ; £7 14 7¾ ; £52 8 6¾ ; £59 3 4, £42 18 10½, £187 10 10¼ et £954 16 5¼ ?

783. Additionnez 55 cwt. 3 qrs. 18 lbs ; 34 cwt. 2 qrs. 22 lbs. ; 63 cwt. 1 qrs. 23 lbs ; 71 cwt. 0 qrs. 19 lbs, ; 16 cwt. 3 qrs. 20 lbs. ; 3 cwt. 3 qrs. 26 lbs. 27 cwt. 2 qrs. 23 lbs.; 41 cwt. 3 qrs. 9 lbs. ; 35 cwt. 1 qrs. 18 lbs. ; 43 cwt. 2 qrs, 24 lbs.; 95 cwt. 0 qrs. 10 lbs. ; 29 cwt. 2 qrs. 17lbs. ; et 32 cwt. 2 qrs ?

784. Trouvez la somme de 58 ton. 12 cwt. 3 qrs. 21 lbs. ; 32 ton. 11 cwt. 2 qrs. 20 lbs. ; 19 ton. 15 cwt. 1 qrs. 12 lbs.; 17 ton. 17 cwt. 0 qrs. 17 lbs. ; 5 ton. 3 cwt. 1 qrs. 25 lbs. ; 73 ton. 15 cwt. 1 qrs. 12 lbs. ; et 98 ton. 16 cwt. 2 qrs. 22 lbs ?

785. Additionnez 13 acres, 3 verg. 27 perches ; 45 ac. 1 v. 27 p. ; 73 a. 2 v. 17 p. ; 26 a. 2 verg. 26 p. ; 16 a. 3 v. 34 p. 0 v.

8 p. ; 55 a. 2 v. 31 p. ; 37 a. 2 v. 18 p. ; 44 a. 2 v. 20 p. ; 57 a. 0 v. 19 p. ; 61 a. 3 v. 18 p. ; 39 a. 2 v. ; et 5 a. 1 v. 30 p. ?

786. A doit à B £ 445 18 11. ; à C 478 18 9½. ; à D £ 37 19 8¾. ; à E £ 974 19 0½ ; à F £ 14 6 0¾ ; à G £ 18 0 11. ; à H £1984 17, et à K £ 15 0 6½. ; combien doit-il en tout ?

787. Une personne a acheté 3 morceaux de terre ; le premier de 75 acres, 3 vergées, 30 perches, 25 verges ; qu'elle a payé £41 17 6½ ; le deuxième de 60 a. 3 v. 36 p. 25 v. pour £35 10 10½ ; et le troisième de 127 a. 0 v. 39 p. 20 v. pour £ 86 17 5¼ ; combien a-t-elle acheté de terre et combien a-t-elle dépensé ?

788. Un orfèvre a acheté 4 lingots d'or ; le premier pèse 5 lbs. 10 onces, 18 gros, 23 grains ; il a payé £356 17 9¼ ; le deuxième pèse 4 lbs, 11 on. 17 gr. 4 g. pour £ 301 0 4½ ; le troisième de 6 lbs. 17 grains, pour £ 392 4 0¾, et le quatrième de 11 on. 10 gros, pour £ 35 9 6 : combien a-t-il acheté d'or et combien a-t-il dépensé ?

SOUSTRACTION DES NOMBRES COMPOSÉS.

316. *On appelle* SOUSTRACTION COMPOSÉE *le procedé par lequel on trouve la différence entre deux nombres complexes.*

789. De £ 35 17 6 3 far. soustrayez £ 16 9 8 2 far.

Opération.

£.	s.	d.	far.
35	17	6	3
16	9	8	2
19	7	10	1

Ayant placé le plus petit nombre sous le plus grand, les farthings sous les farthings, les deniers sous les deniers, etc., on soustrait 2 far. de 3 far., et on écrit le reste 1 far. sous la colonne des farthings. Mais 8 d. ne pouvant pas être retranchés de 6 d. on emprunte 1 à la dénomination supérieure suivante, qui, dans cet exemple est la colonne des chelins ; et 1s. ou 12 d. ajoutés à 6 d. font 18 d. ; desquels 8 étant otés, il reste 10 d. Puisqu'on a emprunté 1 à la précédente colonne ; il faut augmenter de 1 le nombre inférieur de cette colonne comme dans la soustraction simple (N° 68) 1 ajouté à 9 donne 10, qui otés de 17, donne 7 pour reste, et enfin 16 otés de 35 reste 19 ; et le résultat final est £ 19 7 10 1 far.

317. D'où suit la RÈGLE GÉNÉRALE POUR LA SOUSTRACTION DES NOMBRES COMPLEXES.

I. *Ecrivez le plus petit nombre sous le plus grand, de manière que les unités de même nom soient les unes sous les autres.*

II. *Commençant par la plus petite dénomination, retranchez le nombre de chaque espèce d'unité que contient la ligne inférieure, du nombre de la ligne supérieure, et écrivez les restes au-dessous.*

III. *Quand un nombre d'une dénomination de la ligne inférieure est plus grand que le nombre au-dessus vous empruntez* 1 *sur la dénomination qui précéde vers la gauche que vous ajoutez au nombre de la ligne supérieure. Puis vous soustrayez comme ci-dessus et ajoutez* 1 *à la dénomination à gauche du nombre de la ligne inférieure comme dans la soustraction des nombres simples* (No 68.)

PREUVE. *La preuve se fait comme dans la soustraction des nombres simples.*

EXERCICES.

790.	De	£575	15	1½	ôtez	224	13	4
791.	"	192	11	4¼	—	88	16	9½
792.	"	511	3	2¼	—	247	10	9½
793.	"	12	4	9	—	5	2	4½
794.	"	100	0	0	—	1	2	9
795.	"	513	5	8¼	—	188	17	4¾
796.	"	1516	19	2¾	—	847	12	9½
		cwt.	qrs.	lbs.		cwt.	qrs.	lbs.
797.	"	13	3	20	—	9	2	12
798.	"	23	1	5	—	17	3	22
799.	"	105	0	0	—	79	1	13

	Arp.	per.	t.	pi.	po.		Arp.	p.	t.	p.	p.
800.	79	9	2	4	5	ôtez	54	8	1	5	11
801.	103	0	0	2	1	—	84	3	0	4	7
802.	172	0	1	3	6	—	144	1	2	3	10

PROBLÈMES SUR LA SOUSTRACTION COMPOSÉE.

803. Je devais £730 12s. 9d., je paie £420 ; combien dois-je encore ?

804. Une personne devait £836 9s. 4d., elle a payé £737 10s. 5d. combien doit-elle encore ?

805. Quelqu'un ayant vendu des marchandises pour la somme de £879 4s. 11d., gagne £37 8s. 4d. : combien avait-elle déboursé ?

806. Un marchand a en argent £474 8s. 9d.; en marchandises la valeur de £3443 15s; une maison de £713 11s.; une autre de £315; un bateau de £574; une personne lui doit £957 18s. 11½d.; il doit à A £116 7s. 8d., à B £327 18s. 4¾d., à C £74 13s. 4d., quel est le montant de son fonds net?

807. Un menuisier avait 345 toises 5 pieds 6 pouces d'ouvrage à faire; il en a fait 95 toises 7 pieds 9 pouces: combien lui en reste-il encore à faire?

808. Une personne avait 476 acres 3 vergées 30 perches 20 verges qui lui coûtent £375 16s 2½d., elle en vend 382 acres 2 vergées 36 perches 24 verges pour la somme de £297 18s 6¼d.: combien lui reste-il de terre et pour combien d'argent?

809. J'avais vendu pour £856 14s 6d. de marchandises, on m'a payé en 4 fois: la 1re. £236 16s. 3d.; la 2me. £178 14s; la 3me. £97 15s 10d., et la 4me. £226 16s., combien me doit-on encore?

810. Un orfèvre acheta 89lbs. 6 on. 16 gros 3 grains d'argent, duquel il a employé 21lbs. 10 gros en cuillers à café: 31lbs. 18 grains en grandes cuillers; 12lbs. 11 on. 2 gros 4 grains en pots à thé; en a vendu 24lbs. 6 on. 2 gros 17 grains: combien lui en reste-il?

811. Un marchand de blé en avait acheté 347 minots 7 gallons 1 pot; il en a déjà reçu 298 minots 3 gallons: combien doit-il en recevoir encore?

812. Un épicier a reçu 45cwt. 2qrs. 12lbs. de sucre sur 92cwt. 3qrs. 17lbs. qu'il avait achetés: combien doit-il encore en recevoir?

813. Un particulier ayant acheté 947¾ cordes de bois; il en a reçu 49½ cordes; combien lui en revient-il encore?

814. Un propriétaire avait acheté 478 arpents 52 perches de terrain; en a cédé 75 arpents 50 perches, combien lui en reste-il?

815. Un débiteur devait £700 à son créancier; il lui donne £655 11s 4d.; combien lui doit-il encore?

816. Un bourgeois avait acheté une maison pour la somme de £1896; il l'a revendue £1934 15s. 6d., combien a-t-il gagné?

817. Un père et son fils ont ensemble 160 ans 11 mois; le père a 92 ans 7 mois 15 jours 20 heures: quel est l'âge du fils?

818. Une personne doit £1746 15s. 6d., elle donne un billet de £1123 10s. 6d.; en espèces £436 17s. 8d.; en marchandises, £198 13s 7½d.: combien doit-elle encore?

819. Quel est le contour d'une pièce de terre qui deviendrait 65 arpents si on y ajoutait 7 arpents 9 perches 10 pieds 11 pouces ?

820. Un magasin contenait 200 setiers de grains ; on en a distribué en 4 fois, 1° 45 setiers 7 minots, 2° 3 setiers 5 minots, 3° 49 setiers 1 minot 5 gallons ; 4° 18 setiers 6 gallons : combien lui en reste-t-il ?

821. Un homme naquit en 1799 le 18 mars à 7 heures du matin ; quel âge aura-t-il le 1er Janvier 1861 ?

822. Louis est né le 16 Février 1833 à 10 heures 17 minutes du matin ; quel âge a-t-il eu le 23 août 1856 à 5 heures 57 minutes du soir ?

823. La latitude de Rome (St Pierre) est de 41° 53′ 54″ Nord ; de Paris (observatoire de l'Ecole militaire) 48° 51′ 6″ Nord ; de Londres (St Paul) 51° 30′ 49″ N. ; de Dublin (Observatoire) 53° 23′ 13″ N. ; d'Edingbourg (Observatoire) 55° 57′ 57″ N. ; et de St. Pétersbourg, 59° 56′ 23″ N. On demande la différence des latitudes entre la première et la seconde, entre la seconde et la troisième, etc., de ces capitales.

824. La latitude de Gilbraltar est de 36° 6′ 30″ N., et celle du Cap-Nord en Laponie, est de 71° 10′ N. Quelle est leur différence de latitude ?

825. La latitude du Cap de Bonne-Espérance est 33° 55′ 15″ S., et celle du Cap-Horn, 55° 58′ 30″ S. On demande la différence de leur latitude ?

826. Le tableau suivant indique le temps que les principales planètes emploient à faire leur révolution autour du soleil ; on demande les différences entre la première et la seconde, la seconde et la troisième, etc.

	jours	h.	m.		jours	h.	m.
Mercure	87	23	16	Jupiter	4332	14	2
Venus	224	16	5	Saturne	10759	5	17
Terre	365	5	48	Herchel ou Uranus	30686	19	42
Mars	686	23	31				

3. MULTIPLICATION COMPOSÉE.

318. *Les procédés par lesquels on multiplie les nombres qui contiennent des unités de différentes dénominations s'appellent* MULTIPLICATION COMPOSÉE.

827. Combien coûtent 6 vaches à £5 2s. 7¾d. la pièce ?

Opération.

£.	s.	d.	far.
5	2	7	3
			6
30	15	10	2

Puisque 1 vache coûte £5 2s 7¾d., 6 vaches coûteront 6 fois autant. Commençant par la plus basse dénomination, 6 fois 3 far. font 18 far., qui font 4d., et 2 far. J'écris les deux far. sous la colonne multipliée, et je retiens les 4d. pour les joindre au produit des deniers. 6 fois 7d. font 42d. et 4d. font 46d. qui font 3 chelins et 10 deniers. J'écris les 10d. sous les deniers, et je porte les 3s. au produit suivant. 6 fois 2s. font 12s. et 3s. font 15s. Comme le produit 15s. ne fait pas *une unité* de la dénomination suivante supérieure, j'écris 15s. sous la colonne multipliée. Finalement 6 fois £5 font £30 que j'écris, et la réponse est £30 15s. 10½d.

319. D'où résulte la RÈGLE GÉNÉRALE POUR LA MULTIPLICATION DES NOMBRES COMPLEXES. *Multipliez chaque dénomination séparément, commençant par la plus petite, divisez chaque produit par le nombre d'unités qu'il faut de cette dénomination pour former une unité de la dénomination suivante supérieure, écrivez le reste, et portez le quotient pour le joindre au produit suivant, comme dans l'addition des nombres simples.* (315)

Quand le multiplicateur est un nombre plus grand que celui de la table de multiplication, mais qu'il est un multiple exact d'un autre, on multiplie successivement par les facteurs. Si le nombre n'est pas un multiple exact; on prend le multiple le plus près du nombre, puis on multiplie par la différence des deux nombres, et on ajoute ou on retranche le produit suivant le cas.

828. Combien coûteront 28 chevaux à £21 3s. 7¼d. la pièce?

Opération.

£.	s.	d.	far.
21	3	7	1
			7
148	5	2	3
			4
£593	0	11	0

Je multiplie par les facteurs de 28 qui sont 7 et 4, et j'écris les produits comme ci-dessus. (Ex. 827)

829. Combien coûteront 61 quintaux à £1 4s. 10d¾ le quintal?

Opération.

£.	s.	d.	
1	4	10	
		12	
14	18	0	produit par 12.
		5	
74	10	0	produit par 60.
1	4	10	produit par 1.
£75	14	10	produit par 61.

Je prends 60 comme étant le multiple le plus près de 61 ; je multiplie par les deux facteurs 12 et 5, ce qui donne le produit de 60, et j'ajoute 1 fois le multiplicande, ce qui le donne 61 fois. Si au lieu de 61, on avait eu 59, on aurait retranché 1 fois le multiplicande.

EXERCICES.

	£.	s.	d.		
830.	14	18	11½	×	6
831.	13	5	7¾	×	10
832.	15	0	7½	×	4
833.	70	0	11½	×	12
834.	73	17	8¾	×	11
835.	63	0	8¾	×	18
836.	17	11	8¾	×	20
837.	0	0	11¼	×	72
838.	23	15	10¾	×	24
839.	19	11	4	×	144
840.	17	5	0	×	168
841.	57	18	9½	×	348
842.	77	11	4¼	×	6352
843.	137	18	4½	×	1141
844.	25	15	7	×	14½
845.	67	14	2	×	22½
846.	45	2	9	×	15¾
847.	42	7	0½	×	7¼
848.	79	16	4	×	19¼
849.	45	7	11	×	20¾
850.	7	5	6	×	45½
851.	67	12	1	×	22¾
852.	45	0	3	×	5¼

	cwt.	qrs.	lbs.	on.		
853.	7	2	18	0	×	9
854.	12	3	21	11½	×	28
855.	141	2	16	7½	×	14¾
856.	36	1	12	3½	×	7½
857.	50	0	19	15	×	6¼
858.	41	2	8	10	×	18¼

	Arp.	pr.	t.	pi.	po.	lig.		
859.	72	8	1	4	8	10	×	12
860.	104	3	0	2	11	9	×	14½
861.	34	2	2	3	7	8	×	11¾
862.	51	0	0	5	10	6	×	15¼

	milles	st.	per.	verg.	pds.		
863.	41	7	30	4	2	×	10
864.	71	4	25	3	0	×	8½
865.	47	5	35	5	2½	×	12¼
866.	85	3	15	2	0½	×	15¾

	bar.	gal.	pots	pin.	ch.	sot.		
867.	43	62	1	0	0	1	×	15
868.	36	50	0	1	1	0	×	17½
869.	57	48	1	1	1	1	×	20¾
870.	42	36	1	0	1	1	×	36¼

	ans	m.	jrs.	h.	m.	sec.		
871.	36	11	26	20	36	40	×	20
872.	147	10	29	15	45	50	×	21¼
873.	134	1	13	7	25	12	×	10½
874.	46	8	7	9	17	14	×	18¾

	ans	jours	h.	m.	sec.		
875.	24	345	7	10	27	×	14
876.	34	275	17	47	28	×	30¾
877.	17	0	20	56	46½	×	36½
878.	53	360	14	20	0	×	10¼

MESURES DE SUPERFICIE.

	Acres	verg.	per.	verg.		
879.	77	2	36	30	×	13
880.	174	1	38	20	×	20¼
881.	45	0	17	26½	×	11½
882.	31	3	9	18¾	×	10¾
883.	47	2	26	9½	×	1½
884.	152	0	0	17	×	¾

	perc.	t.	pds.	pou.	lig.
885.	76	4	20	75	50×13½
886.	154	0	33	100	124× 6¼
887.	33	5	10	17	24×30
888.	217	3	7	142	124×24¾

	m.	a.	v.	p.	v.
889.	71	540	2	30	25×25½
890.	46	275	1	37	30× 3¾
891.	52	620	0	35	24× 5¼
892.	171	30	3	39	29×50

	Arp.	pr.	t.	pi.	po.	lig.
893.	51	80	6	30	100	100×26
894.	134	87	8	35	124	114× 7¾
895.	42	55	3	24	132	18×27½
896.	36	36	0	30	30	34× 4¼

PROBLÈMES SUR LA MULTIPLICATION.

897. Combien coûte un quintal d'indigo à 11s 4½d. la livre ?

898. Si un menuisier reçoit 18s. 4d. par semaine, combien recevra-t-il dans un an ou 52 semaines ?

899. Quel est le montant du droit sur 100 barils de vin à 13s. 7d. par baril ?

900. Quel est le prix de 63 verges de casimir à 10s. 10d. par verge ?

901. Quel est le prix de 58 cwt. de sucre, à £1 12 0 par quintal ?

902. Combien coûteront 149 lbs. de café à 7¾d. par livre ?

903. Depuis 1783 à 1793 inclusivement, l'argent payé pour le transport des esclaves aux Indes Occidentales, a été terme moyen de £1,380,622 16s. 4½d. chaque année. Combien coûte ce transport ?

904. Une personne a acheté 136 verges de drap qu'elle a payé 17s. 6d. la verge, et l'a vendu 18s 5½d., combien a-t-elle dépensé d'argent et combien a-t-elle gagné ?

905. 65 balles de coton coûtent £1 17s. 6½d. la balle, combien gagnerait-on si chaque balle contenait 25 verges et qu'on vendît la verge 1s. 10½d. ?

906. 16¾ cwt. de plomb à £2 18s 9d le quintal, combien gagne-t-on en le vendant 9½d. la livre ?

907. 60 balles de coton coûtent £3 14s. 4¾d., combien a-t-on gagné en en vendant 36 balles à £3 17s. 9½d. et le reste à £4 2s 5¼d. ?

908. Combien coûteront 20¾ cwt. de figues à £1 4s. 8½d. le quart de quintal ?

909. Quel est le prix de 67 toises 3 pieds d'ouvrage à 6s. 4½d. le pied ?

910. Un maître maçon a 50 ouvriers qui font chacun 5 pieds 6 pouces d'ouvrage par jour : combien de pieds d'ouvrage lui feront-ils en 15 jours, et combien lui faudra-t-il d'argent pour les payer en supposant qu'il leur donne 5s. 7½d. par jour ?

911. Un voiturier s'engage à charroyer pendant 30 jours : il fait les 10 premiers jours 10 voyages par jour à 1s 7½d. ; les 12 jours suivants il fait 8 voyages par jour à 1s 9¼d. ; et les autres jours, il fait 6 voyages par jour à 2s 4¾d. : combien a-t-il gagné pendant ce temps ?

912. Un marchand vend 24 verges de drap, dont 7¾ verges à 11s 9½d. ; 8½ verges à 13s. 4½d., et le reste à 12s. la verge : combien lui doit-on encore sachant qu'il a reçu £12 ?

913. Combien y a-t-il d'argent dans 48 bourses dont 23 contiennent chacune £25 13s 9¼d., et les autres de £30 16s 5d. ?

914. Un marchand de drap en a acheté 3 pièces de 15¼ verges chaque à 17s. 4½d. la verge, et 4 pièces de 12½ verges à 13s 6d. la verge ; combien paiera-t-il en tout ?

915. 4 personnes s'associent ; la $1^{re.}$ met 763¼ cwt. de sucre à £1 16 9d. le quintal ; la $2^{me.}$ 1140½ verges de velours à 13s. 4d. la troisième autant que la première plus 350½ cordes de bois à £1 4s. 6½d. la corde ; la $4^{me.}$ autant que la deuxième et la troisième moins £474 12s. 6d. : combien chaque personne a-t-elle mis et quel en est le total ?

916. J'ai acheté 12 meules de fromage dont 7 pèsent chacune 76 lbs à 7 ¾d. la livre ; et les autres pèsent chacune 49 lbs à 8½d. la livre : combien a-t-on payé pour le tout ?

4. DIVISION COMPOSÉE.

320. *On appelle* DIVISION COMPOSÉE *les procédés par lesquels on divise un nombre qui contient des unités de différentes dénominations.*

917. Divisez £25 3s. 4d. 2 far. par 6.

Opération.

£.	s.	d.	far	
25	3	4	2	6
£ 4	3	10	3	

Commençant par les louis, je trouve que 6 est contenu 4 fois dans £25 et 1 de reste. J'écris 4 sous les louis, et je réduis le reste £1 en chelins, ce qui ajoutés à 3s. font 23 chelins. 6 en 23 chelins est contenu 3 fois, avec un reste de 5 s. J'écris 3 sous les chelins et je réduis le reste, 5s. en deniers, qui ajoutés aux 4d font 64d. 6 en 64d. est contenu 10 fois et 4 pour reste. J'écris les 10d. sous les deniers, je réduis les 4d. en farthings, qui ajoutés aux 2 far. font 18 farthings que je divise comme ci-devant et la réponse est £4 3s. $10\frac{3}{4}$d.

918. On a payé £ 77, 4 s. $5\frac{1}{2}$d pour 30 toises, 3 pieds et 6 pouces d'un certain ouvrage ; quel est le prix de la toise d'ouvrage ?

Solution. Les deux nombres étant composés, je les réduis tous les deux à leur plus petite dénomination : et la question revient alors à celle-ci : pour 2202 pouces d'ouvrage on a payé $\frac{37067}{2}$d. combien a-t-on payé pour une toise de cet ouvrage ? L'opération est maintenant trés-facile. En effet ; si 2202 pouces d'un ouvrage coûtent $\frac{37067}{2}$d., 1 pouce de ce même ouvrage coûtera 2202 fois moins, ou $\frac{37067}{2\times2202}$; et 72 pouces, ou une toise de cet ouvrage coûtera 72 fois autant que 1 pouce, ou $\frac{3707\times72}{2\times2202}=\frac{37067\times18}{1101}=\frac{37067\times6}{367}=\frac{222402}{367}=606$ d. qu'il est facile de réduire en louis et chelins, et l'on trouve que la toise coûte £ 2. 10s. 6d.

Cette opération aurait pu être faite de la manière suivante.

Réduire le diviseur à sa plus petite dénomination, multiplier le dividende par les mêmes nombres qui ont multiplié le diviseur et puis faire la division comme à l'ordinaire.

Opération.

£ 77 4s. $5\frac{1}{2}$d.	30 toises 3 pieds 6 pouces
6	6
463 6 9	183 pieds
12	12
£ 5560 1 0	2202 pouces

$$
\begin{array}{r|l}
\text{£ } 5560 \quad 1 \quad 0 & 2202 \\
4404 & \hline \text{Rép. £2 10s. 6d.} \\
\hline
1156 & \\
20 & \\
\hline
23121 & \\
2202 & \\
\hline
1101 & \\
12 & \\
\hline
13212 & \\
13212 & \\
\hline
0 &
\end{array}
$$

Ayant réduit les toises et pieds en pouces, je multiplie le dividende par 6 et par 12, et je fais la division comme à l'exemple 917me. ci-dessus.

919. Une toise d'ouvrage coûte £3 12s. 6d. Combien paiera-t-on de toises du même ouvrage avec £249 4s. 5½d. ?

Solution. Il est évident que l'on paiera autant de toises que le prix d'une est contenu de fois dans la somme donnée, il faut par conséquent diviser £249 4s. 4½d. par £3 12s. 6d. Le dividende et le diviseur étant deux nombres de même espèce, il faut les réduire tous les deux à la même dénomination, et puis faire la division comme ci-dessus.

Opération.

£	s.	d.		£	s.	d.
249	4	4½		3	12	6
20				20		
4984				72		
12				12		
59812				870		
2				2		
119625	Nouveau dividende			1740	Nouveau diviseur.	

119625	1740
10440	68 toi. 4 pds. 6 pou.
15225	
13920	
1305	
6	
7830	
6960	
870	
12	
10440	
10440	
0	

Ayant réduit le dividende et le diviseur en ½d., je les dispose comme dans la division des nombres entiers. (N° 110) La division donne 68 toises et une fraction, je multiplie le numérateur (*reste*) 1305 par 6 pour le réduire en pieds, la division de ce nouveau dividende donne 4 pieds, et un reste que je multiplie par 12, pour le réduire en pouces ; la division de ce dernier dividende donne 6 pouces exactement, et la réponse est 68 toises, 4 pieds 6 pouces.

321. D'où, nous déduisons la règle générale suivante :

Règle pour la division composée.

I. *Le diviseur étant un nombre entier, on commence comme dans la division ordinaire par les plus hautes unités, et on* *divise chaque espèce d'unité séparément. S'il y a un reste, il faut le réduire en l'unité inférieure qui vient immédiatement après, et y ajouter les unités de cette dénomination qui sont au dividende, et diviser la somme comme précédemment.*

Il faut continuer ainsi jusqu'à la dernière dénomination requise.

II. *Si le dividende et le diviseur sont deux nombres composés, il faut les réduire tous les deux à leur plus petite espèce d'unité respective, et puis faire la division comme dans les nombres entiers. Le quotient donnera la plus petite dénomination du nombre demandé, que l'on réduira facilement en ses unités principales.*

III. *Il est quelquefois plus avantageux de réduire le diviseur seulement à sa plus petite dénomination ; mais dans ce cas, on doit multiplier le dividende par les mêmes nombres qui ont multiplié le diviseur.*

QUESTIONNAIRE.

Qu'appelle-t-on réduction ? (295)

Comment réduit-on les louis en chelins, les chelins en deniers, les deniers en farthings ? Pourquoi ? (296)

Dites la règle générale pour la réduction ? (296)

Comment prouver l'exactitude de la réduction ? (297)

Comment réduire les poids de Troyes en poids Avoir-du-poids ? (298)

Comment les poids avoir-du-poids sont-ils réduits en poids de Troyes ? (299)

Comment obtient-on l'aire ou superficie d'une surface ayant quatre côtés et quatre angles droits ? (300)

Comment trouve-t-on la contenance cubique d'une caisse de marchandises, d'une pile de bois, etc. ? (301)

Comment réduit-on les mesures cubiques en mesures de liquide ou de capacité ? (302)

Comment réduit-on les mesures de liquide ou de capacité en mesures cubiques ? (303)

Comment fait-on pour réduire les mesures de liquide en mesures de capacité ? (304)

Comment réduit-on les mesures de vin en mesures de bière et réciproquement ? (305)

Comment trouve-t-on la différence du temps entre deux places par leur différence de longitude ? (307)

Comment déduire la différence de longitude entre deux places de leur différence de temps ? (308)

Quand est-ce qu'un nombre concret peut être appelé une partie d'un autre nombre ? (309)

Comment réduit-on un nombre complexe en une fraction ordinaire ? (310)

Comment réduit-on une fraction d'une dénomination inférieure, en une fraction d'une dénomination supérieure ? (311)

Comment réduit-on un nombre complexe fractionnaire en un nombre entier ? (312)

Comment une fraction d'une dénomination supérieure est-elle réduite en une fraction d'une dénomination inférieure? (313)

Qu'appelle-t-on addition composée ? (314)

Dites la règle générale de l'addition composée ? (315)

Qu'appelle-t-on soustraction composée ? (316)

Dites la règle générale de la soustraction composée ? (317)

Qu'est-ce que la multiplication composée ? (318)

Quelle est la règle générale de la multiplication composée? (319)

Quand le multiplicateur est un nombre plus grand que celui de la table de multiplication que faut-il faire ? (319)

Qu'est-ce que la division composée ? (320)

Quelle est la règle générale de la division composée ? (321)

EXERCICES.

SUR LA DIVISION COMPOSÉE.

	£.	s.	d.			£.	s.	d.	
920.	57	18	9	: 4	931.	120	12	4	: 9
921.	33	17	6	: 6	932.	12	4	3	: 11
922.	789	13	4	: 5	933.	109	14	2	: 5
923.	498	17	8	: 8	934.	132	17	1	: 7
924.	195	15	$2\frac{1}{4}$	: 9	935.	18	7	6	: 17
925.	899	7	6	: 6	936.	27	12	0	: 23
926.	7	10	4	: 11	937.	10	8	$7\frac{1}{2}$	: $26\frac{1}{2}$
927.	73	17	8	: 11	938.	167	7	7	: $38\frac{1}{2}$
928.	17	1	7	: 12	939.	17	1	$7\frac{3}{4}$	: $31\frac{3}{4}$
929.	812	15	$0\frac{1}{4}$	: 11	940.	38	2	$4\frac{1}{4}$	: $43\frac{1}{4}$
930.	8	19	0	: 12	941.	418	13	4	: $65\frac{1}{2}$

£. s. d.
942. 999 18 6 : 69¼
943. 341 16 8½ : 71¼
944. 448 15 8½ : 74¾
945. 500 18 1½ : 78¾
946. 931 19 9 : 87¾
947. 478 13 0¾ : 89½
948. 347 15 0 : 49¼

cwt. qrs. lbs. on. dr.
949. 36 2 17 14 6 : 5
950. 172 1 0 4 5 : 9

cwt. qrs. lbs. on.
951. 262 2 21 10¼ : 7½
952. 758 3 3 6½ : 18¼

arp. p. t. p. p. li.
953. 874 3 0 2 10 0 : 12
954.1512 5 2 4 2 4½: 14½
955. 402 8 2 0 9 1 : 11¾
956. 778 2 1 2 7 1½: 15¼

milles st. per. v. pi.
957. 419 5 28 2 2 : 10
958. 608 3 17 0 2¼ : 8¼
959. 584 6 11 4 0¼ : 12¼

bar. gal. pts. p. ch. set.
960. 659 56 0 1 1 1 : 15
961. 643 62 1 0 0 1 : 17½
962.1198 56 1 0 1 1¼: 20¾

ans m. j. h. m. s.
963. 739 9 27 4 13 20 :20
964.3143 2 15 4 58 57½:21¼
965. 875 4 18 12 8 7½:18¾

ans jours heu. mi. se.
966. 349 89 4 26 18 :14
967.1068 266 13 4 36 :30¾
968. 470 214 8 32 17¼:36½

MESURES DE SUPERFICIE.

acres ver. per. ver.
969. 1010 2 0 27 : 13
970. 3532 3 31 11¾ : 20¼
971. 518 3 4 32¼ : 11½

PROBLÈMES SUR LA DIVISION COMPOSÉE.

972. Si un tonneau de vin contenant 138 gallons, coûte £52 6s. 6d., combien est-ce par gallon ? R. £0 7s. 7d.

973. Si une boîte de thé, contenant 96 lbs. coûte £33, quel est le prix de la livre ? R. £0 6s. 10½d.

974. Si un quintal de sucre coûte £4 8s. 8d., quels sont les prix d'une livre et de 14 lbs. ? R. 9½d. la livre et 11s. 1d.

975. Si une contribution de £354 11s. 6d. doit être levée par 26 personnes, quelle sera la part de chacune ? R. £13 12s. 9d.

976. Si une personne dépense £200 par année, combien dépense-t-elle par jour ? R. £0 10s. 11½d. $\frac{1}{73}$.

977. 3 personnes achètent une maison de £12000, la première prend une part, la seconde 3 parts, et la troisième 5 parts. Combien chacune a-t-elle payé ?

R. £1333 6s. 8d., 2^{me} £4000 et 3^{me} £6666 13s. 4d.

978. Lorsque le prix de 22¾ cwt. de lard est de £41 10s 4½d.; quel est le prix du quintal ? R. £1 16s. 6d.

979. Une pièce d'étoffe ayant 15¾ verges de longueur, et coûte 15s. 7d. la verge ; on veut gagner £8 3s. 0¾d. sur le tout ; combien faut-il la vendre la verge ? R. £1 5s. 11d. $\frac{5}{21}$.

980. Un marchand de comestibles a vendu 5 douzaines de perdrix à 1s 8d. la pièce et 3 douzaines de faisans ; la vente des faisans a dépassé de £2 10s. celle des perdrix ; à quel prix a-t-il vendu chaque faisan ? R. £0 4s. 2d.

981. Un marchand a acheté 18 pièces de coton à £4 10s. la pièce ; il en vend 12 pièces à £4 8s. 4d ; à quel prix doit-il vendre les autres pour ne rien perdre ? R. £4 13s. 4d.

982. J'ai acheté 96 rames de papier pour la somme de £40 16s.: combien faut-il revendre la rame pour gagner 6s. 3d. par 5 rames ? R. £0 9s. 9d.

983. On a payé £899 14s. à 24 ouvriers : quelle somme chaque ouvrier a-t-il reçu et quelle somme a-t-on déboursé sachant qu'on a gardé 10d. par louis pour l'entrepreneur ?

R. £37 9s. 9d. et £937 3s. 1d.

984. Un marchand a acheté 7 pièces de drap de chacune 25 verges qu'il a payé 12s. 6d. la verge ; pour le transport il a payé £11 et £5 10s. pour le droit d'entrée : combien doit-il vendre la verge pour gagner £16 10s. sur son achat ?

R. 16s. $3\frac{1}{4}$d. $\frac{1}{35}$.

985. Un commissionnaire se charge de faire venir 18 cwt. 3qrs. 16 lbs. de thé pour une de ses pratiques pour la somme de £74 12s. 6d. ; combien doit-il vendre le quintal pour gagner £12 8s. 9d. sachant qu'il en a perdu par avarie 4 cwt. 2qrs. 25 lbs. ?

R. £6 2s. $10\frac{1}{2}$d. $\frac{139}{529}$.

986. Combien aura-t-on de verges de drap pour £45 10s. 7d., à 15s. 6d. la verge ? R. 58 $\frac{139}{186}$ verges.

987. Un marchand a acheté 10 balles de marchandise contenant chacune 12 pièces, et chaque pièce de $15\frac{1}{2}$ verges ; combien lui coûte la verge sachant qu'il a donné en paiement $112\frac{1}{2}$ cordes de bois à £1 2s. 6d. la corde, et en argent £37 10s. ? R. 1s. 9d$\frac{21}{124}$.

988. On a échangé 60 cwt. 3qrs. de farine contre 20 toises de pierre qui coûte £4 12s. 6d. la toise ; à combien revient le quintal de farine ? R. £1 10s. $5\frac{1}{4}$d. $\frac{59}{81}$.

989. Un plombier a 33 cwt. 3qrs. 7 lbs de plomb qui lui coûtent £31 11s. 2d. ; combien doit-il vendre la livre pour gagner $1\frac{1}{2}$d. par livre ? R. $3\frac{1}{2}$ deniers.

PROBLÈMES DE RÉCAPITULATION GÉNÉRALE DE LA PREMIÈRE PARTIE.

990. En multipliant une certaine somme par 7, elle est augmentée de 1548. Quelle est cette somme ? Rép. 258.

991. La somme de deux nombres est 2458, et leur différence est 154. Quels sont ces deux nombres ? Rép. 1306 et 1152.

992. On demande de trouver deux nombres dont la différence soit 7 et la somme 33. Rép. 20 et 13.

993. Lorsque le fils, qui maintenant a 30 ans, est né, son père avait 35 ans, et sa mère 19. Quels sont les âges actuels du père et de la mère ? Rép. 65 et 49.

994. Deux nombres sont tels qu'en ôtant 48 de l'un et 150 de l'autre, il reste 144. Quelle est leur somme ? Rép. 342.

995. Quoiqu'on m'ait volé $25 après avoir payé $546 que je devais et avoir fait une réserve de $229, il me reste encore $17. Combien avais-je ? Rép. $817.

996. Erostrate a mis le feu au temple de Diane 356 avant notre ère vulgaire. Combien faut-il attendre encore d'années, à partir de 1858, pour qu'il y ait 3000 ans d'écoulés depuis cet événement. Rép. 786.

997. Un magasin contenait 18540 minots de grain ; on en a distribué en 5 fois, savoir : 4540, 648, 5000, 354 et 100 minots. Combien doit-il en rester ? Rép. 7898.

998. Une armée est composée de 187 escadrons de 157 hommes chacun, et de 207 bataillons de 560 hommes ; on veut connaître l'effectif des hommes présents sous les armes, en supposant qu'il y en a 473 dans les hôpitaux ? Rép. 145752.

999. De deux nombres, l'un est 89 et l'autre est 27 fois plus grand ; déterminer leur somme et le carré de leur différence ?
Rép. Somme 2492 et le carré de leur différence 5354596.

1000. Le produit de deux nombres est 120, si le plus petit était augmenté de 4 le produit serait 168. Quels sont ces nombres ? Rép. 12 et 10.

1001. Le quotient de deux nombres est 18 et leur somme est 1121. Quels sont-ils ? Rép. 1062 et 59.

1002. Partager 256 en deux parties de manière que leur quotient soit 31. Rép. 248 et 8.

1003. La différence de deux nombres est 684 et leur quotient est 37. Quels sont ces nombres ? Rép. 708 et 19.

1004. Partager une somme en deux parties de manière que leur différence soit 240 et leur quotient 31. Rép. 248 et 8.

1005. Partager 62 en deux parties, de manière que leur produit soit 177 et qu'en augmentant l'une des parties de 7, le produit soit 198. Rép. 59 et 3.

1006. Avec $1350 on paye 75 ouvriers qui ont travaillé pendant une semaine. Combien en payerait-on avec $1836 ? R. 102.

1007. Une personne a donné $1241 pour assister les pauvres. Chaque homme a reçu $43, chaque femme $19, et chaque enfant $11 ; le nombre des hommes, des femmes et des enfants étant le même, on demande combien il y avait d'individus dans chaque classe. Rép. 17.

1008. On a dépensé $240 en 3 mois, combien dépensera-t-on en 3 ans ? Rép. $2880.

1009. Trois libraires ont entrepris l'édition d'un livre qu'ils ont tiré 12000 exemplaires, et dont la dépense s'est élevée à $10800.

Le premier est intéressé pour			$3600.
Le deuxième	"	"	$5400.
Le troisième	"	"	$1800.

On demande combien chacun des libraires aura d'exemplaires, en raison de sa mise ? Rép. 1$^{er.}$ 4000, 2$^{me.}$ 6000 et le 3$^{me.}$ 2000.

1010. Si la somme que j'ai était multipliée par 8, et le produit divisé par 7, j'aurais $24. Quelle somme ai-je ? Rép. $21.

1011. La différence de deux nombres est 100 et en retranchant 150 de l'un et 48 de l'autre le reste est 244 ; quels sont ces deux nombres ? Rép. 271 et 171,

1012. Un ouvrier a fait 1 toises 4 pieds 3 pouces 6 lignes d'ouvrage ; chaque ligne lui a été payée 2 sous ; combien lui revient-il de sous pour son paiement ? Rép. 2964.

1013. La sixième partie de neuf fois la somme que j'ai, étant divisée par 3 et multipliée par 6, donne un produit tel, qu'en le divisant par 15, le quotient est égal à 30 ; quelle somme ai-je ? Rép. 150.

1014. La somme de deux nombres est 374, le quotient du plus grand divisé par le plus petit égal 21 ; quels sont ces nombres ? Rép. 357 et 17.

1015. Quel est le nombre qui multiplié par 12 donne le même produit que 456 multiplié par 15 ? Rép. 570.

1016. En donnant chaque jour une botte de fourrage pour 3 chevaux, une prairie dont chaque arpent fournit 60 bottes, nourrirait 3600 chevaux pendant 60 jours ; combien cette prairie contient-elle d'arpents ? Rép. 1200.

1017. Un jeune homme veut acheter des oranges ; en en prenant 24 il lui reste 15 sous, et en prenant 30 il lui manquerait 21 ; on demande combien coûte l'orange et combien le jeune homme avait d'argent ? Rép. 159 sous et 6 sous l'orange.

1018. Quel est le plus grand de deux nombres dont le plus petit est trois, et dont la somme jointe au produit fait 39 ? R. 9.

1019. Quel est le nombre dont le produit par 0.55 est égal à 156.87 ? Rép. 285.4.

1020. Un commis s'est engagé à raison de $273.75 cents par an ; après 75 jours, on le congédie et on lui donne $43.75 cents, déduction faite d'une somme qu'on lui avait avancée ; quelle était cette somme ? Rép. $12.50.

1021. Pour 16 jours de travail, 26 ouvriers ont reçu $448 : chacun des 18 premiers a gagné moitié plus qu'un des 8 derniers. Combien ont-ils gagné par jour chacun ? Rép. $1.20 et $0.80.

1022. Après avoir doublé une somme, l'avoir divisée par 4, et l'avoir multipliée par 12, le tiers du résultat est égal à 48. Quelle est cette somme ? Rép. 24.

1023. Une compagnie de 100 hommes reçoit une gratification de $100 ; le sergent-major a $12.15c., les sergents $5, les caporaux $2.50c., et les soldats se partagent le reste. On demande le nombre des sergents, caporaux et soldats, et combien les derniers ont reçu chacun, sachant que les caporaux ont reçu autant que les sergents, qui ont eu la cinquième partie de la gratification. Rép. 1 sergent-major, 4 sergents, 8 caporaux, 87 soldats, qui ont reçu chacun $0.55c.

1024. On doit donner la moitié de £5448 à une personne, le tiers du reste à une seconde, et le quart du second reste à une troisième. Quelle sera la part de chacune ?

R. 1^er.^ £2724, 2^me.^ £908 et 3^me.^ £454.

1025. Un homme fait un ouvrage en 4 jours ; un autre en 5 jours ; combien mettront-ils de temps s'ils travaillent ensemble ?

R. $2\frac{2}{9}$.

1026. J'ai payé $15.50c. pour $12\frac{1}{2}$ verges de drap ; combien coûte la verge ? *R.* $1. 24c.

1027. Deux ouvriers ont fait un ouvrage pour la somme de £56 3s. 10d. ; combien chaque ouvrier doit-il recevoir, sachant que le premier a fait les $\frac{7}{11}$ et l'autre le reste ?

R. £35 15s. 2d. et £20 8s. 8d.

1028. Une personne a fait faire le $\frac{1}{3}$ d'un ouvrage pour la somme de $35.75c., le $\frac{1}{5}$ pour la somme de $26.30c., et le $\frac{1}{7}$ pour la somme de $21.05c. ; combien cette personne a-t-elle encore

d'ouvrage à faire faire et combien d'argent a-t-elle dépensé ?
R. $\frac{34}{105}$ et \$83.10c.

1029. On a payé les $\frac{2}{5}$ des $\frac{3}{8}$ de \$30.40c., pour les $\frac{3}{10}$ d'un ouvrage ; combien coûterait tout l'ouvrage ? *R.* \$22. 80c.

1030. Les $\frac{5}{11}$ d'un morceau de terre sont semés de blé ; les $\frac{3}{14}$ en orge, et le reste en pommes de terre qui est de 10¼ arpents. Quelle est la grandeur de ce morceau de terre ? *R.* 30 $\frac{97}{102}$.

1031. J'ai vendu 5 pièces de drap, dont 3 contenaient 20$\frac{1}{6}$ verges, et les deux autres contenaient chacune 5⅓ de plus qu'une des trois premières. Combien de verges ai-je vendu et pour combien d'argent, sachant qu'une verge coûte \$2.30c. ?
R. 111½ verges et \$256.45c.

1032. Deux enfants composent à qui écrira le plus vite : le 1er 13 0 lignes en 1 heure 35 minutes, le second fait 215 lignes en 2 heures 20 minutes. Quel est celui qui écrit le plus vite et quelle est la différence de force de ces deux enfants ?
R. 1er, différence $\frac{89}{1118}$.

1033. Quelle somme avaient 3 personnes, sachant que la première dit que les $\frac{3}{25}$ du $\frac{1}{6}$ de son argent égal \$25.50c., la deuxième, le $\frac{1}{5}$ des $\frac{6}{35}$ égal \$42.90c., et la troisième le $\frac{1}{9}$ des $\frac{6}{43}$ de \$17.64c. ? *R.* \$3657.58c.

1034. On a vendu 7⅓ verges de velours à 17s. 9d. la verge, 5$\frac{1}{5}$ de drap à £1 3s. 4d., et 20$\frac{5}{7}$ de soie à 3s. 9½d. ; quel est le montant de ce compte ? *R.* £16 10s. 0½d.

1035. On a payé 5 billets de 5 piastres chacun pour 62 verges de toile : à combien revient la verge sachant qu'on a rendu 10s. sur l'argent ? *R.* 1s. 10¼d.$\frac{1}{31}$.

1036. Un lingot d'or coûte \$647.50c. ; combien pèse-t-il, sachant qu'il coûte \$17.50c. par once, poids de Troyes ? *R.* 37on.

1037. Un homme charitable avait un billet de \$100 ; il a distribué aux pauvres £5 13s. 4d. donnant à chacun 6s. 8d. ; combien a-t-il assisté de pauvres et combien lui reste-il ?
R. 17 pauvres, reste £19 6s. 8d.

1038. Quel est le nombre dont le ¼, le $\frac{1}{5}$, le $\frac{1}{7}$ et le $\frac{1}{9}$ égal 2661 ? *R.* 3780.

1039. Deux ouvriers font un ouvrage en 5½ jours ; combien le second mettrait-il de temps pour faire l'ouvrage seul sachant que le premier pourrait le faire en 8⅓ ? *R.* 16$\frac{3}{17}$.

1040. En combien de temps deux ouvriers feraient-ils un ouvrage en supposant que le 1er le fit en 11 jours, et le 2me en 12½ ? *R.* 5 $\frac{40}{47}$.

1041. Une personne a acheté 21cwt. 3qrs. 22¼lbs. pour la somme de \$190.55c. Quel est le prix du quintal ? \$8.68c.$\frac{364}{1017}$.

1042. Combien coûteront 3cwt. 2qrs. 10lbs à \$0.65c. la livre ?
R. \$261.30c.

1043. On a payé \$10.25c. pour 50lbs. de sucre ; combien doit-on le revendre la livre pour gagner \$2.25c. *R.* \$0.25c.

1044. J'ai acheté 20½ verges de tapis à 16s. 8¼d. la verge ; combien doit-on me remettre sachant que j'ai donné un billet de \$100 ? *R.* £7 17s. 5¾d.

1045. Un marchand vend des marchandises pour la somme de \$160.20c. Combien a-t-il gagné sachant que ses marchandises lui coûtent \$130.75c. ? *R.* \$29.45c.

1046. Le ⅓ et ½ d'un nombre égal 103½ ; quel est ce nombre ?
R. 207.

1047. Un fils demandait à son père quel âge il avait, celui-ci répondit : Ton âge est 15 ans, si les ⅝ de nos âges y sont ajoutés, la somme serait égale à mon âge. Quel est l'âge du père ?
R. 65 ans.

1048. Un instituteur a 60 élèves dont 24 paient \$1.25c. par mois, les $\frac{5}{9}$ du reste \$1.75c., et le reste \$2.50c. ; combien reçoit cet instituteur pendant l'espace de 8 mois ? *R.* \$840.

1049. La nourriture d'un cheval revient à 1s 7½d. par jour, et celle d'une vache à 11¼d. ; quelle sera la dépense pour 30 jours de 8 chevaux et 12 vaches ? *R.* £36 7s. 6d.

1050. Ayant acheté 12 objets à raison de 3s. 6¼d. l'objet avec le treizième en sus, on les revend en détail à 4s. 7½d. Quel est le gain sur le tout ? *R.* 17s. 10½d.

1051. On a acheté 9 vases à £4 14s. 7½d., et en route on en casse un. A combien faut-il revendre les autres pour gagner £5 16s. 8½d. sur le tout ? *R.* £6 1s. 0¼d.½.

1052. Si les $\frac{3}{5}$ d'un nombre font 87 ; quel est ce nombre ?
R. 145.

1053. En ajoutant un nombre à $3\frac{5}{7}$. on a obtenu $8\frac{2}{3}$; quel est ce nombre ? *R.* $4\frac{20}{21}$.

1054. Trois personnes travaillent à un même ouvrage ; la première le ferait en 12 jours ; la seconde avec la première en 8 jours ; et la troisième et la seconde en 10 jours ; en combien de temps la seconde et la troisième le feraient-elles séparément ?
R. 2^me, 24 et 3^me. $17\frac{1}{7}$ jours.

1055. Trois personnes se sont partagé une certaine somme, la première ayant $4368 ; la deuxième $540 de plus que la première ; et la troisième $54 de plus que les deux autres ensemble ; il reste $27 : quelle était cette somme et combien a eu chaque personne ? *R.* Somme $18602, 2^{me}. $4908, 3^{me}. $9326.

1056. La construction d'un bâtiment a coûté $8253.50c. ; on a payé au maçon $2456, au charpentier $345, au couvreur $673.50c., au plombier $533.50c., au menuisier $934, au serrurier $1000, au peintre $678, au vitrier $84 : combien reste-t-il pour l'ameublement si l'on paie $36.50c. pour les petits frais imprévus ? *R.* $1513.

1057. Une personne est née le 1er octobre 1792 à 6 heures du matin, demande quel était son âge le 21 septembre 1857 à 4 heures et demie du soir ? *R.* 65 ans, 0 m., 20 jours, 10½ heures.

1058. Un particulier a donné $230 en espèces, un billet de $100, 3 billets de $25 chacun pour payer une dette de £675 10s. Combien doit-il encore en dollars ? *R.* $2297.

1059. Soixante-dix personnes ont fait construire un pont pour la somme de $30,000 : quel sera le gain de chaque associé au bout de 22 ans, supposé qu'il passe 650 personnes par jour à un cent par personne, sachant qu'il faut prélever annuellement $5 10c. de dépense par personne ? *R.* $199.18c$\frac{1}{18}$.

1060. J'ai payé le montant de 5 factures ; la première était de $864 ; la seconde de $784 ; la troisième de $901 ; la 4^{me} de $1030 ; et la cinquième de $1800 ; il me reste encore le quart de l'argent que j'avais : combien avais-je ? *R.* $7172.

1061. Pour vider un tonneau de 250 pots, on ouvre 3 robinets; le premier donne 2⅔ pots par minute, le second 2¼ pots et le troisième 1¾ pots ; en combien de minutes sera-t-il vide ?

R. 37½ minutes.

1062. Un négociant donne $2.40c. aux pauvres toutes les fois qu'il gagne $28.20c. : combien aurait-il donné aux pauvres s'il avait gagné $11731.20c. ? *R.* $998.40c.

1063. On a reçu $1 pour $\frac{4}{7}$ de jour de travail : combien est-ce par jour ? *R.* $1.75c.

1064. Lorsqu'on reçoit $880.80c., pour 14 pièces $\frac{3}{19}$ de marchandises : à combien revient la pièce ? *R.* $60.80c.

1065. Quelle est la valeur des $\frac{3}{7}$ des $\frac{3}{5}$ de $1.75c. ?

R. $0. 45c.

1066. Quels sont les $\frac{4}{5}$ des $\frac{5}{7}$ des $\frac{3}{11}$ de $23.10c. ? R. $3.60c.

1067. J'ai acheté les $\frac{5}{6}$ d'une pièce de drap pour $136 ; j'ai cédé les $\frac{3}{4}$ de ce que j'avais acheté : combien m'en reste-t-il et quelle somme dois-je recevoir ? *R.* $\frac{1}{12}$, \$102.

1068. Par quel nombre faut-il multiplier $\frac{5}{8}$ pour que le produit soit $\frac{5}{6}$? *R.* $1\frac{1}{3}$.

1069. J'ai 3 coupons de drap faisant ensemble $\frac{1}{12}$; le premier est double du second ; le troisième est $\frac{9}{16}$; quelle est la longueur des deux premiers ? *R.* 1er. $\frac{34}{144}$, 2me. $\frac{17}{144}$.

1070. Quel est le nombre dont le $\frac{1}{4}$ et le $\frac{1}{5}$ font 100 ? *R.* $222\frac{2}{9}$.

1071. Une poutre est enfoncée $\frac{1}{5}$ dans la terre, $\frac{1}{4}$ dans l'eau, et il reste 12 pieds au-dessus ; quelle est sa longueur ? *R.* $21\frac{9}{11}$.

1072. Quel est le nombre dont le $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ font 52 ? *R.* 48.

1073. \$7.70 cents doivent être données à 4 pauvres ; le premier doit avoir $\frac{1}{2}$, le deuxième $\frac{1}{3}$, le troisième $\frac{1}{4}$, et le quatrième $\frac{1}{5}$: combien chacun aura-t-il ?

R. 1er. \$3, 2me. \$2, 3me. \$1. 50c. et 4me. \$1.20c.

1074. Trois personnes ont acheté une maison \$17206 ; la première a donné une certaine somme, la seconde le triple, et la troisième a donné une fois et demi autant que les deux autres ensemble : quelle est la dépense de chacune ?

R. 1er. \$1720.60c., 2me. \$5161.80c. et 3me. 10323.60c.

1075. On a payé \$12.87c. pour $35\frac{3}{4}$ de verges de marchandises : à combien revient la verge ? *R.* \$0.36c.

1076. Une allée de jardin a $158\frac{3}{4}$ verges de superficie sur $3\frac{1}{4}$ verges de large ; quelle en est la longueur ? *R.* $48\frac{11}{13}$.

1077. Les $\frac{3}{7}$ d'un nombre font 9 ; quel est ce nombre ? *R.* 21.

1078. Les $\frac{4}{5}$ d'un nombre égal $\frac{2}{11}$; quel est ce nombre ? *R.* $\frac{5}{22}$.

1079. On a employé pour garnir un chapeau, 3 coupons de ruban : le premier de $\frac{3}{4}$ de verge, le deuxième de $\frac{7}{8}$ et le troisième de $\frac{2}{3}$; combien en a-t-on employé en tout ? *R.* $2\frac{7}{24}$ verges.

1080. J'ai donné un billet de \$5 pour 2.75 verges de tapis à \$1.20c. la verge : combien doit-on me rendre ? *R.* \$1.70c.

1081. J'ai dépensé 34s. 7d. ; j'ai perdu £1 4s 10d. ; prêté £1 7s., il me reste encore \$5 50c. ; combien avais-je en tout ?

R. £5 13s. 11d.

1082. Sur la somme de £8725, 14 officiers ont pris chacun \$1043 : combien 450 soldats auront-ils chacun en se partageant le reste ? *R.* £11 5s. $6\frac{1}{4}$d. $\frac{3}{5}$.

1083. J'ai acheté 6 douzaines de chapeaux à \$1.65c. le chapeau, je donne en paiement 52.5 verges de drap à \$2.24c. la verge : combien dois-je rendre ? *R.* \$I.20c.

1084. 49 ouvriers ont fait un ouvrage : chaque ouvrier a fait 7.75 verges d'ouvrage à $5.40c. la verge : combien a-t-on fait d'ouvrage et combien a-t-on dépensé ? *R.* 379$\frac{3}{4}$v. et $2050.65c.

1085. J'ai acheté 117.50 verges de drap pour la somme de $386.40c. ; combien ai-je gagné en vendant 1.25 verges à $5. 25c. ? *R.* $107.10c.

1086. Une personne a reçu 9 pièces de marchandises de chacune 11.40 verges à $2.25c. la verge : combien doit-elle encore sachant qu'elle a donné $175.75c. ? *R.* $55.10c.

1087. Un orfèvre acheta 89.357 lbs. d'argent, duquel il a employé 22.675 lbs. en chandeliers ; 17.5 lbs. en cuillers ; 14.35 en fourchettes, et 12.107 en couteaux ; combien lui reste-il ? *R.* 22.715lbs.

1088. Partager $8740.20c. entre deux hommes, deux femmes et 4 enfants, de manière que les hommes aient le triple des femmes et les femmes le double des enfants ; qu'elle est la part d'un enfant, d'une femme et d'un homme ? *R.* Un enfant $437.01c., une femme $874.02c. et un homme $2622.06c.

1089. J'ai acheté 428 verges de drap à $2.70c. la verge ; j'en ai revendu 120.25 verges à $3.20c. la verge ; 236 verges à $2. 95c., et le reste à $3.60c. ; combien ai-je gagné sur le tout ? *R.* $73.70c.

1090. Un marchand a 135.50 verges de mousseline qui lui coûtent $0 60c. la verge : combien doit-il les revendre pour gagner $60.50c. sur le tout ? *R.* $1.04c. $\frac{176}{271}$.

1091. J'ai payé $125.75c. pour 24.75 verges de drap à £1 12s 6d. la verge : combien dois-je encore ? *R.* £8 15s. 7$\frac{1}{2}$d.

1092. Un homme fait 57:375 lieues en 8$\frac{1}{2}$ jours : combien a-t-il fait par jour ? *R.* 6.750.

1093. Quand le numérateur d'une fraction est 3645 et le nombre d'unités contenues dans cette fraction est 81, quel est le dénominateur ? *R.* 45.

1094. Quand on paie $\frac{18}{7}$ d'une piastre pour le $\frac{1}{7}$ d'un mois de pension ; combien est-ce par mois ? *R.* $18.

1095. Quel est le produit de 3.20 par 175.5 ? *R.* 561.600.

1096. Un enfant interrogé sur le nombre de ses marbres, répond : si vous m'en donniez encore autant que j'en ai, plus la moitié et le quart plus 1, j'en aurai 100. Combien avait-il de marbres ? *R.* 36.

1097. On partage une somme d'argent entre quatre personnes ;

la première a les $\frac{2}{5}$; la seconde $\frac{2}{7}$, la troisième $\frac{1}{4}$, et la quatrième a pour sa part $364.50. Quelle est la somme partagée et la part de chaque personne ?

R. La somme $5670, 1ere. $2268, 2me. $1620 et 3me. $1417.50c.

1098. Une troupe d'ouvriers ferait une maison en 30 jours, une autre en 27 jours, et la dernière la ferait en 28 jours. On emploie le $\frac{1}{4}$ de la première troupe, le $\frac{1}{5}$ de la seconde, et le $\frac{1}{9}$ de la troisième : en combien de temps l'ouvrage sera-t-il fait ?

R. $59\frac{3163}{4423}$.

1099. Un ouvrier ferait un ouvrage en $\frac{3}{7}$ de jour, un second en $\frac{2}{5}$ de jour, et un troisième en $\frac{4}{9}$ de jour ; les trois ouvriers se réunissent : en combien de temps l'ouvrage sera-t-il achevé ?

R. $\frac{12}{85}$.

1100. Deux maçons font un ouvrage en 11 jours ; l'un des deux le ferait seul en 19 jours ; quel temps l'autre mettrait-il à le faire quand il travaille seul ? *R.* $26\frac{1}{8}$.

1101. J'ai dépensé les $\frac{3}{7}$ de l'argent que j'avais dans ma bourse, et si vous ajoutez $600 à ce qui me reste, la somme que j'avais d'abord serait augmentée des $\frac{3}{7}$: quelle somme avais-je ?

R. $700.

1102. Un écrivain écrit 21 pages en 4 heures, un autre en écrit 25 en $4\frac{3}{4}$: quel est celui qui écrit le plus vite ? *R.* Le 2me.

1103. Une perche contient $5\frac{1}{2}$ verges, combien de perches en 210 verges ? *R.* $38\frac{2}{11}$.

1104. Une personne fait faire 27.80 toises d'ouvrage à $3.75c. la toise : combien paiera-t-elle pour le tout ? *R.* $104. 25c.

1105. On a vendu $930.25c. 30.50 toises d'ouvrage ; à combien revient la toise ? *R.* $30. 50c.

1106. Si l'on paie les $\frac{5}{8}$ de $450.24c. pour les $\frac{7}{9}$ de 53.55 verges : combien l'ouvrage contient-il de toises et combien paiera-t-on pour le tout ? *R.* 168.85 toises, $361. 80c.

1107. Un ouvrier fait 40. 30 toises en 12 jours : quel temps emploiera-t-il pour faire 26.50 toises ? *R.* 7.89081.

1108. Un navire à vapeur fait 13.20 lieues en 2.25 heures : combien mettra-t-il de temps pour faire 60.45 lieues ? *R.* 10.3039

1109. On mêle 9 gallons de vin avec 2 gallons d'eau ; on demande ce qu'il y a de vin et d'eau dans 14 gallons du mélange ?

R. $11\frac{5}{11}$ gallons de vin, et $2\frac{6}{11}$ d'eau.

1110. Une somme d'argent a été employée à quatre achats successifs. Pour le premier achat, on a dépensé les $\frac{2}{9}$ de cette somme ; pour le second, on a employé les $\frac{2}{7}$ du reste ; pour le troisième, les $\frac{3}{5}$ du second reste ; et enfin, pour le quatrième, on a dépensé le dernier reste, qui était de \$28. Quelle est la somme totale, et quel est le montant de chaque achat ?

R. \$126, 1[er.] \$28, 2[me.] \$28 et 3[me.] \$42.

1111. 120.30 verges de drap ont été payées $\frac{7}{8}$ de \$922.60 : combien faut-il vendre la verge pour gagner \$150 sur le tout ?

R. \$7. 95.$\frac{1203}{7180}$.

1112. Combien faut-il de mousseline à 2s. 8$\frac{1}{2}$d. la verge pour être échangée contre 169 verges de drap à 7s. 8$\frac{1}{2}$d. la verge ?

R. 481 verges.

1113. Une personne marchant 14 heures par jour, a fini son voyage en 9 jours : combien mettra-t-elle de jours pour son retour si elle marche 10 heures par jour ? *R.* 12$\frac{3}{5}$.

1114. Combien faudra-t-il de drap à £1 2s. 6d. la verge pour être donné en échange de 8 pièces de chacune 18 verges à 15s. la verge ? *R.* 96 verges.

1115. Un marchant a acheté 15 $\frac{7}{8}$ verges de flanelle d'un autre marchand, 19$\frac{1}{4}$ d'un autre, 12$\frac{1}{2}$ d'un autre, et 41$\frac{3}{16}$d'un autre: combien de verges a-t-il acheté en tout ? *R.* 88$\frac{13}{16}$.

1116. Un épicier a vendu 16$\frac{1}{4}$ lbs. de sucre à une pratique, 112$\frac{1}{2}$ à une autre, et 33$\frac{1}{3}$ à une autre : combien de livres a-t-il vendu ? *R.* 162$\frac{1}{12}$.

1117. Un commis dépense \$26$\frac{3}{8}$ pour un habit, \$9$\frac{3}{4}$ pour un pantalon, \$6$\frac{3}{4}$ pour une veste, \$5$\frac{1}{2}$ pour un chapeau, et \$6$\frac{1}{4}$ pour une paire de bottes : combien a-t-il dépensé ? *R.* \$54$\frac{5}{8}$.

1118. Un homme ayant acheté des marchandises pour la somme de \$85$\frac{3}{16}$, donne au commis un billet de \$100 : combien doit-on lui remettre ? *R.* \$14$\frac{13}{16}$.

1119. Une dame entre dans un magasin avec \$135$\frac{1}{4}$ dans sa bourse ; elle paie \$17$\frac{1}{16}$ pour de la soie, \$3$\frac{1}{2}$, pour des dentelles, \$37$\frac{1}{2}$ pour un châle, et \$14$\frac{1}{2}$ pour un manchon : combien lui reste-t-il d'argent ? *R.* \$62$\frac{11}{16}$.

1120. Un homme ayant \$1563$\frac{5}{16}$, dépense \$365$\frac{5}{8}$, et perd \$562$\frac{1}{2}$: combien lui reste-t-il ? *R.* \$635$\frac{3}{61}$.

1121. Combien coûteront 563 moutons a \$2$\frac{3}{4}$ chaque ?

R. \$1548.25c.

1122. Combien coûteront 748 cordes de bois à \$7$\frac{3}{4}$ la corde ?

R. \$5797.

1123. Combien coûtent 378$\frac{3}{4}$ verges de drap à \$4 la verge ?

R. \$1515.

1124. Combien coûteront $1121\frac{5}{16}$ de thé, à $\$\frac{3}{4}$ la livre ?
R. $\$840\frac{63}{64}$.

1125. Combien coûteront 430 gallons d'huile, à $\$1\frac{1}{8}$ le gallon ?
R. $483.75c.

1126. Combien coûteront $\frac{42}{63}$ d'une acre de terre, à $150 l'acre?
R. $100.

1127. Un homme possède $22500, il perd les $\frac{29}{45}$ par le feu : combien a-t-il perdu ? *R.* $9500.

1128. Une garnison a 856485 lbs de farine, après 60 jours, les $\frac{111}{235}$ furent consumés : combien en reste-t-il de livres ?
R. 454, $934\frac{41}{47}$.

1129. A $\$17\frac{1}{2}$ par tonneau, combien coûteront $103\frac{1}{4}$ tonneaux de plomb ? *R.* $\$1806.87\frac{1}{2}$c.

1130. Combien de minots de blé produiront $115\frac{3}{5}$ acres, a $31\frac{1}{4}$ minots par acre ? *R.* $3612\frac{1}{2}$

1131. Combien coûteront $675\frac{1}{3}$ tonneaux de fer, à $\$45\frac{6}{7}$ par tonneau ? *R.* \$30968.85c.$\frac{5}{7}$.

1132, Si un vaisseau parcourt $150\frac{3}{16}$ milles par jour, combien parcourra-t-il en $49\frac{1}{2}$ jours ? *R.* $7434\frac{9}{32}$.

1133. Une locomotive parcourt $41\frac{1}{2}$ milles par heure, combien de milles parcourra-t-elle en 12 jours pendant $10\frac{1}{2}$ par jour ?
R. 5229.

1134. Un jeune homme ayant un patrimoine de $12234, en dissipe les $\frac{3}{4}$; combien lui en reste-t-il ? *R.* $3058.50c.

1135. En payant les $\frac{3}{4}$ d'une piastre pour une verge de satin, combien en aura-t-on de verges pour $124 ? *R.* $165\frac{1}{3}$ verges.

1136. Combien aura-t-on de livres de thé pour $131, à $\frac{3}{5}$ d'une piastre par livre ? *R.* $218\frac{1}{3}$.

1137. Combien de gallons de sirop, aura-t-on pour $235, à $\frac{3}{8}$ d'une piastre par gallon ? *R.* $626\frac{2}{3}$.

1138. A 8 cents la livre, combien de livres aura-t-on pour $163\frac{1}{2}$ cents ? *R.* $20\frac{7}{16}$.

1139. A $5\frac{1}{2}$ cents la verge, combien de verges de dentelle peut-on acheter pour 279 cents ? *R.* $50\frac{8}{11}$.

1140. Une personne a $229\frac{1}{2}$ lbs de beurre qu'elle veut mettre dans des tinettes de $8\frac{1}{2}$ lbs chacune : combien de tinettes lui faut-elle ? *R.* 27.

1141. Un fermier veut mettre 384 minots de pommes en des sacs de $2\frac{1}{2}$ minots chacun, combien de sacs lui faut-il ? *R.* $153\frac{3}{5}$

1142. S'il faut $4\frac{3}{4}$ verges de drap pour faire un habillement

complet, combien d'habillements complets feront $141\frac{1}{2}$ verges?
R. $29\frac{15}{19}$.

1143. Un marchand a payé \$$214\frac{5}{6}$ pour 57 verges de drap: combien est-ce par verge? *R.* \$3.76c.$\frac{154}{171}$.

1144. Un épicier vend 50 sacs de fleur pour \$$311\frac{1}{9}$; combien est-ce par sac? *R.* \$6.22c.$\frac{2}{9}$.

1145. Un marchand veut acheter pour \$$657\frac{1}{2}$ de blé qui vaut $1\frac{1}{8}$ d'une piastre par minot: combien peut-il en acheter? *R.* $584\frac{4}{9}$.

1146. A $18\frac{3}{4}$ cents la douzaine, combien de douzaines d'œufs pouvez-vous acheter pour $87\frac{1}{2}$ cents? *R.* $4\frac{2}{3}$.

1147. Un épicier vend $15\frac{1}{2}$ lbs de café pour \$$3.93\frac{3}{4}$ cents: combien était-ce par livre? *R.* \$0.25c.$\frac{25}{62}$.

1148. Un marchand vend $16\frac{1}{2}$ verges de satin pour $163\frac{7}{12}$ chelins: combien est-ce par verge? *R.* 9s. $10\frac{3}{4}$d. $\frac{7}{11}$.

1149. Acheté 19 sacs de laine pour \$$250\frac{3}{8}$: combien est-ce par sac? *R.* \$13.17c.$\frac{29}{38}$.

1150. Payé \$$575\frac{3}{4}$ pour $96\frac{7}{8}$ verges de drap: combien est-ce par verge? *R.* \$5.94c.$\frac{10}{31}$.

1151. Payé \$$1565\frac{1}{6}$ pour du fer, valant \$$37\frac{1}{4}$ par tonneau: combien de tonneaux a-t-on acheté? *R.* $42\frac{8}{447}$.

1152. Payé \$$1315\frac{3}{8}$ pour le transport de 1286 cordes de bois: combien est-ce par corde? *R.* \$1.02c.$\frac{731}{2572}$.

1153. Acheté $375\frac{1}{2}$ livres d'indigo pour \$$652\frac{3}{4}$: combien était-ce par livre? *R.* \$1.73c.$\frac{627}{751}$.

1154. Payé \$$1679\frac{1}{2}$ pour 485 barils de saindoux: combien était-ce par baril? *R.* \$3.46c.$\frac{28}{97}$.

1155. Si une armée consomme $563\frac{7}{8}$lbs de viande par jour, combien de temps dureront 150000 livres? *R.* $266\frac{74}{4511}$.

1156. Si $25\frac{1}{4}$ milles de chemin de fer coûtent \$$856235\frac{1}{2}$: combien était-ce par mille? *R.* \$33910.31c.$\frac{69}{101}$.

1157. De trois nombres, le premier est quadruple du deuxième, leur somme est 66; en divisant la somme des deux premiers par le troisième, on a 10 au quotient: quels sont ces nombres?
R. 1er 48, 2me 12, 3me 6.

1158. Trouver uu nombre tel que $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{5}$ et $\frac{1}{4}$ fassent 62. *R.* $65\frac{5}{19}$.

1159. Quatre personnes se sont partagé deux sommes dont la seconde excède la première de \$108. Pour la première somme, le partage a été fait également; pour la deuxième somme, la première personne a eu le double, la deuxième le triple, la troisième le quadruple, et la quatrième le quintuple de ce qu'elle avait eu sur la première somme. On demande combien chaque personne a eu et quelles sont les sommes partagées ?

R. 1er $32.40c., 2me $43.20c., 3me $54, 4me $64.80c., 1re somme $43.20c., 2me $151.20.

1160. On demandait à une marchande d'oranges combien une caisse qu'elle avait devant elle en contenait lorsqu'elle était pleine, elle répondit : en l'ouvrant, j'en ai jeté 25 qui étaient gâtées, j'en ai vendu $\frac{1}{3}$, il m'en reste encore $\frac{1}{4}$; cherchez combien j'en avais ? *R.* 60.

1161. Un homme a qui l'on demandait combien il avait d'argent, répondit : je ne le sais pas au juste ; mais je sais que j'ai fait hier trois paiements qui montent à $4700. Pour le premier j'ai donné $\frac{1}{3}$, pour le second, j'ai donné $\frac{1}{4}$, pour le troisième, j'ai donné $\frac{1}{5}$ de la somme totale que j'avais avant de faire ces paiements. On veut savoir combien il reste à cet homme, et de combien a été chaque paiement ?

R. Reste $1300. 1er paiement$2000, 2me $1500 et 3me $1200.

1162. Un officier à qui l'on demandait combien il avait de soldats dans sa compagnie, il répondit : si j'en avais $\frac{1}{2}$ et les $\frac{4}{5}$ de ce que j'en ai, j'en aurais 15 de plus. Quel était l'effectif de sa compagnie ? *R.* 50.

1163. Un propriétaire, qui a acheté les $\frac{4}{5}$ d'une pièce de terre, à raison de $71 l'arpent, a cédé $\frac{1}{5}$ de son achat à un de ses amis, qui lui a remboursé pour cette portion $852. Combien ont-ils d'arpents chacun, et combien en reste-t-il au premier vendeur ?

R. 60 arpents et 12 arps., il reste au 1er vendeur 18 arpents.

1164. Deux personnes ont un égal revenu, la première épargne $\frac{1}{5}$ du sien ; mais la seconde, qui dépense $600 de plus par an que la première, se trouve après trois ans endettée de $1350. Déterminer le revenu et la dépense de chaque personne.

R. Revenu $750, 1re dépense $600 et 2me $1200.

1165. Le méridien de Greenwich étant de 2 degrés 20 minutes, 24 secondes, à l'ouest du méridien de Paris, on demande la longitude de New-York, relativement à Paris, sachant qu'elle est de 74 degrés, 3 minutes, 27 secondes ouest de Greenwich.

R. 76°·23'51."

1166. La ville du Cap de Bonne-Espérance est à 18 degrés, 30 minutes 9 secondes de longitude est de Greenwich. Quelle est cette longitude relativement à Paris ? *R.* 16°·9'45."

1167. Sachant que 360 degrés de longitude, ou le tour de la terre, passent devant le soleil en un jour, combien passe-t-il de degrés par heure, combien de minutes d'arc dans une minute de temps, et combien de secondes d'arc dans une seconde de temps ? *R.* 1ère 15° 2me 15′ et 3me 15.″

1168. Combien de temps PARIS a-t-il midi avant NEW-YORK ? *R.* 5 heures 5 minutes 35s. $\frac{2}{5}$.

1169. Combien de temps PARIS a-t-il midi après la ville du Cap de BONNE-ESPERANCE ? *R.* 1h. 4m. 39s.

1170. Quand il est 4 heures 32 minutes du soir à PARIS, quelle heure compte-t-on à NEW-YORK ? *R.* 11h. 26m. 25s. du matin.

APPENDICE DE LA PREMIÈRE PARTIE.

DES CHIFFRES ROMAINS.

Nous avons vu (No. 33) que pour représenter les nombres nous nous servons de dix caractères appelés *chiffres arabes*.

322. Les Romains employaient sept lettres capitales pour écrire les nombres : I, V, X, L, C, D, M. Quand ces lettres sont écrites séparément ; I, signifie *un ;* V, *cinq ;* X, *dix ;* L, *cinquante ;* C, *cent ;* D, *cinq cents ;* M, *mille ;* qu'on représente aussi par CIↃ·

323. Le système d'écriture en chiffres romains consiste en cette double convention. Tout chiffre placé à la droite d'un autre augmente d'autant la valeur du chiffre précédent ; placé à la gauche, il diminue au contraire la valeur du chiffre qui le suit. Ce système sera facilement compris par la tableau suivant.

TABLEAU.

I	signifie	un.	XV	signifie	quinze.
II	"	deux.	XVI	"	seize.
III	"	trois.	XVII	"	dix-sept.
IV	'	quatre.	XVIII	"	dix-huit.
V	"	cinq.	XIX	"	dix-neuf.
VI	"	six.	XX	"	vingt.
VII	"	sept.	XXI	"	vingt-un.
VIII	"	huit.	XXII	"	vingt-deux.
IX	"	neuf.	XXX	"	trente.
X	"	dix.	XL	"	quarante.
XI	"	onze.	L	"	cinquante.
XII	"	douze.	LX	"	soixante.
XIII	"	treize.	LXX	"	soixante-dix.
XIV	"	quatorze.	LXXX	"	quatre-vingt.

XC	signifie.	quatre-vingt-dix.	DC	signifie.	six cents.
C	"	Cent.	DCC	"	sept cents.
CI	"	Cent-un.	DCCC	"	huit cents.
CX	"	Cent-dix.	DCCCC	"	neuf cents.
CC	"	deux cents.	M	"	mille.
CCC	"	trois cents.	MM	"	deux mille.
CCCC	"	quatre cents.	MDCCCLVIII	signifie	mille huit-cent cinquante-huit.
D	"	cinq cents.			

324. Chez les Romains, pour représenter les nombres au-dessus de mille, on écrivait pour trois mille, MMM, ou III_m; vingt mille XX_m ; cent mille, C_m ; un million, M_m.

325. Les caractères que les Romains employaient pour représenter les nombres, s'appellent *chiffres romains*. On s'en sert pour écrire les nombres d'ordre.

326. La plupart des autres peuples anciens, Hébreux, Grecs, etc., se servaient pour représenter les nombres des lettres de leur alphabet, les dizaines étaient marquées d'un signe particulier, d'un accent; les centaines de deux, etc. Mais l'absence d'un signe correspondant au zéro de notre numération écrite rendait l'écriture des nombres, et surtout le calcul, difficiles et compliqués.

QUESTIONNAIRE.

Dans quel cas emploie-t-on les chiffres romains ?(325)

Pourquoi les nomme-t-on ainsi ? (325)

Quels sont ces chiffres ?(322)

Indiquer en quoi consiste le système de la numération en chiffres romains. (323)

En quoi ce système est-il moins avantageux que les systèmes de la numération actuelle ? (326)

EXERCICES.

Ecrire en chiffres romains les nombres suivants ;

1171. Trois, six, huit, douze, dix-huit, vingt-sept, trente-neuf.

1172. Quarante-sept, quarante-huit, cinquante-neuf,

1173. Soixante-dix-huit, quatre-vingt-douze, cent cinq.

1174. Deux cent soixante-dix-sept, trois cent vingt-neuf.

1175. Quatre cent quarante-trois, quatre cent quatre-vingt-dix.

1176. Cinq cent soixante-sept, six cent vingt-quatre, huit cent neuf.

1177. Neuf cent trente-quatre mille quarante-cinq.

1178. Mille quatre cent cinquante-quatre, deux mille cinq cents.

1179. Deux mille six cent vingt, trois mille quatre cent cinquante.

1180. Vingt mille sept cent cinquante-neuf.

1181. Deux millions soixante mille.

Enoncer les nombres suivants.

1182. II, IV, XII, IX.

1183. XIII, XIX, XXIV, XXXVIII.

1184. XLV, LVI, LXIX, LXXIV.

1185. CXL, CCXXIV, CCCLXII.

1186. CCXX, CDLIX, DCL.

1187. DCCCIV, DCCCLXXV, DCDI, CMLIV.

1188. MX, MCL, MCDVIII, MCDLXIX.

1189. MMCCCLIV, MMDCCCXLV, MMMCDIX.

1190. XX_m, CCLIV, C_m, CCCX.

DU CALENDRIER.

327. Le calendrier règle la distribution de l'année en mois et en jours, conformément aux habitudes civiles et religieuses de chaque peuple.

L'usage du calendrier remonte à la plus haute antiquité.

Celui qu'on attribue à Romulus, fondateur de Rome faisait commencer par le mois de mars une année de 304 jours distribués en 10 mois. *Septembre* était le septième mois et *Décembre* le dixième et dernier.

Numa fit la réforme de ce calendrier et y ajouta les deux mois de *janvier* et de *février* : l'un au commencement et l'autre à la fin de l'année. L'année moyenne comptait 366 jours $\frac{1}{4}$, ou un jour environ de plus que l'année solaire. Jules César, 45 ans avant J. C., commença la réforme qui a donné son nom au calendrier Julien. D'après ce calendrier, les mois romains eurent la même durée que les nôtres. Le premier jour du mois se nommait *calendes*, c'est-à-dire *convocations*, parce que ce jour était destiné aux assemblées du peuple et aux sacrifices ; de là vient le nom de calendrier.

Le calendrier Julien suppose l'année de 365 jours, 6 heures durée trop longue de 11 minutes et 10 secondes environ.

Au premier Concile de Nicée, tenu en 325, les chrétiens adoptèrent définitivement le calendrier Julien pour ce qui concerne l'année civile. A cette époque l'équinoxe du printemps tombait au 21 mars, jour auquel les pères du concile le fixèrent.

Il fut décidé aussi que le jour de Pâques serait le premier dimanche après la pleine lune, qui arrive, soit le 21 mars, soit après, en considérant la lune comme étant dans son plein, 14 jours après son renouvellement. Les autres fêtes mobiles étaient réglées sur la fête de Pâques.

Le calendrier Julien suppose l'année solaire de 365 j. $\frac{1}{4}$; mais, comme elle est réellement de 365 j, 242264 : l'erreur en plus est de 0j, 007736. Pour savoir en combien d'années l'erreur sera d'un jour, il faut chercher combien de fois cette fraction est contenu dans l'unité, et l'on trouve ainsi 129 ans à peu près ; c'est-à-dire que tous les 129 ans le calendrier Julien doit être en retard d'un jour sur le soleil.

En 1582, c'est-à-dire 1257 ans après le concile de Nicée, le retard était de 1257 : 129=10 jours, et l'équinoxe du printemps arrivait le 11 mars au lieu du 21, ainsi que l'avait décrété le concile.

Le pape Grégoire XIII ordonna en conséquence que le lendemain du 4 octobre 1582 serait le 15 du même mois : et pour retenir d'un manière fixe l'équinoxe du printemps au 21 mars, on devrait continuer l'intercalation d'un jour tous les 4 ans, comme dans le calendrier Julien, les années bissextiles étant celles qui sont exprimées en nombres divisibles par 4 ; mais on devrait omettre l'intercalation des années séculaires, excepté pour celles dont le nombre des siècles est divisible par 4. Ainsi 1600 a été bissextile parceque le nombre 16 est divisible par 4 ; tandis que les années 1700, 1800, 1900 ne sont point bissextiles parceque les nombres 17, 18,19 ne sont pas divisibles par 4.

Le calendrier ainsi modifié a pris le nom de *Calendrier Grégorien*, et a été adopté dans presque toute l'Europe, (1) à l'exception de la Russie et de la Grèce qui continuent à se servir du calendrier Julien.

---

(1) Néanmoins l'Angleterre ; ne voulant recevoir aucune lumière de Rome n'accepta pas cette réforme. Ce ne fut qu'en 1752, alors que l'erreur s'élevait à 11 jours, que le Parlement Britannique adopta cette mesure en supprimant 11 jours après le 2 Septembre ; c'est-à-dire que le lendemain du 2 Septembre fut le 14. Le même acte fixa le commencement de l'année civile au 1er. janvier, au lieu du 25 mars ; ainsi que cela se faisait auparavant.

Aussi ces peuples dans leurs rapports avec les autres peuples de l'Europe, sont obligés de se servir de deux dates pour le même jour de l'année, l'une correspondante au calendrier Julien et l'autre au calendrier Grégorien.

La division de l'année en mois dans le calendrier Grégorien est maintenant la même que dans le calendrier Julien, sauf la modification des bissextiles séculaires. Les mois sont alternativement de 31 et de 30 jours, excepté les mois consécutifs de juillet et d'août qui en ont 31, et février qui a 28 jours dans les années communes, et 29 dans les bissextiles.

L'année se subdivise encore en 52 semaines; plus 1 jour et près de 6 heures.

Les noms des jours dont la semaine se compose correspondent aux noms des astres connus des anciens et que Ptolémée, dont le système a prédominé si longtemps, avait rangés dans l'ordre suivant : Saturne, Jupiter, Mars, le Soleil, Venus, Mercure, la Lune. *Lundi* vient de lune, *mardi* de Mars, *mercredi* de Mercure, *jeudi* de Jupiter, *vendredi* de Venus, *samedi* de Saturne ; le mot *dimanche* signifie jour dominical ou du Seigneur.

Du temps du paganisme, on était dans l'usage religieux de consacrer chaque heure du jour aux divinités adorées sous le nom de ces planètes. La première heure du lundi était consacrée à la Lune, par exemple, la deuxième était consacré à Saturne, la troisième à Jupiter et la huitième de nouveau à Saturne, etc ; en sorte que la vingt cinquième ou la première du lendemain, mardi était consacré à Mars, placée trois rangs après la Lune dans l'ordre de succession. En avançant de même trois rangs, après Mars, on trouve que la première du mercredi est consacrée à Mercure, etc.

On sait que la semaine des Hébreux finissait le samedi, qui était pour eux le jour du repos ou le sabbat ; chez les chrétiens, le septième et dernier jour de la semaine est le dimanche.

Chacun des noms de la semaine revient ainsi 52 fois dans une année ; mais comme 52 fois 7 ne donne que 364, le jour qui commence l'année se reproduit une 53^{me} fois pour la terminer. L'initial de l'année suivante vient donc un jour au-delà. Ainsi le nom du premier jour de l'an est le même que celui du 31 décembre suivant, du 30 si l'année est bissextile, et il en même pour toute autre date; le 15 septembre d'une année, par exemple, porte le même nom que le 14 septembre de l'année d'après ; le premier Mars porte le nom de 28 février suivant.

On doit remarquer que dans un mois quelconque les nombres en *quantièmes* 1, 8, 15, 22, 29 portent le même nom ; si par exemple le mois commence par un lundi, le 8, le 15, le 22, le 29 seront aussi des lundis.

De plus chaque mois se composant de 4 semaines, plus 2 ou 3 jours, excepté le mois de février, selon que le mois est de 30 ou de 31 jours, on pourra facilement déterminer l'initial d'un mois quelconque quand on connaîtra l'initial d'un mois précedent.

Si par exemple mars commence par un lundi, quel sera l'initial de septembre suivant ? De mars à septembre, 6 mois, dont 4 de 31 jours. Je multiplie 6 par 2, ce qui me donne 12, j'ajoute 4 ce qui me donne 16, qui se réduit à deux en ôtant 2 fois 7 ou 14 ; il faut donc avancer de deux rangs après le lundi, et septembre commence par un mercredi.

Dans ce calcul, février n'entre pas en compte quand il n'a que 28 jours comme dans les années communes ; si février a 29 jours il faudrait ajouter 1 au résultat.

On déterminerait donc facilement le nom du jour qui répond à une date proposée, si l'on connaissait l'initial d'un mois quelconque.

Le premier mars est toujours un

	mercredi	lundi	samedi	jeudi
en	1600,2000	1700,2100	1800,2200	1900,2300

et ainsi périodiquement de 4 en 4 siècles.

Pour connaître le 1er. mars dans une année quelconque, 1859, par exemple, on prend les deux chiffres à droite du millésime, 59, et on divise ce nombre par 4 ; ce qui donne 14 pour quotient et 3 pour reste. On multiplie le quotient par 5 et on ajoute le reste ; on obtient ainsi 73, qui se réduit à 3, après avoir ôté tous les 7 contenus. Procédant de 3 rangs après samedi, initial de mars en l'année séculaire 1800, on aura mardi pour l'initial de mars 1859.

Le 1er. janvier sera donc un samedi en rétrogradant de 3 rangs, dans le calendrier les 7 premiers jours de l'année sont désignés par les lettres A, B, C, D, E, F, G ; les sept jours suivants reprennent les mêmes lettres dans le même ordre et ainsi de suite, durant toute l'année. On appelle LETTRE DOMINICALE la lettre qui convient au premier dimanche, et par suite à tous les dimanches d'une année commune ; les années bissextiles ont deux lettres dominicales, l'une pour janvier et février, et l'autre pour les mois suivants. Ainsi l'année 1858 ayant commencé par un vendredi, la lettre dominicale est C.

L'année 1859 commençant par un samedi, la lettre dominicale est B. Ce n'est qu'après 7 bissextiles ou 7 fois 4 ans, que les dominicales se reproduisent périodiquement. Cette durée de 28 ans porte le nom de *cycle solaire* ou de *lettres dominicales*. Comme le cycle a commencé l'an 9 avant l'ère chrétienne, pour avoir l'année du cycle solaire correspondant à un millésime proposé 1859, par exemple, on ajoute 9, ce qui donne 1868, et l'on divise par 28. Le quotient 66 indique que la période s'est reproduite 66 fois depuis le commencement du cycle, et le reste 20, que l'année 1859 est la 20me du cycle.

Depuis la réforme grégorienne, le cycle solaire qui se rapporte particulièrement au calendrier Julien est pour nous sans utilité.

Outre le nom de chaque jour de l'année, le calendrier indique le nom des saints et des fêtes qui s'y rapportent.

Les fêtes se divisent en fêtes *fixes* et en fêtes *mobiles*. Les premières ainsi nommées parcequ'elles arrivent toujours aux mêmes dates ; les secondes parcequ'elles changent de date chaque année, à cause de la fête de Pâques mobile de sa nature.

Les fêtes fixes sont :

La Circoncision,	le 1 Janvier.
L'Epiphanie ou les Rois,	le 6 Janvier.
La Purification ou la Chandeleur,	le 2 Février.
L'Annonciation,	le 25 Mars.
La Saint-Jean d'été,	le 24 Juin.
La St. Pierre et St. Paul,	le 29 Juin.
L'Assomption,	le 15 Aout.
La Nativité,	le 8 Septembre.
La Toussaint,	le 1 Novembre.
L'Immaculée Conception,	le 8 Décembre.
Noël,	le 25 Décembre.

Les fêtes mobiles sont :

Pâques, entre le 21 mars et le 26 avril.

La *Septuagésime*, le 9me dimanche ou 63me jour avant Pâques.

La *Quinquagésime*, ou le dimanche gras, 49me jour avant Pâques.

Les *Cendres*, ou l'entrée du *Carême*, sont le mercredi suivant.

Le dimanche des *Rameaux*, le 7^{me} jour avant Pâques, suivi de la *semaine sainte*. Le dimanche d'avant est celui de la *Passion*. La *Quasimodo* est le dimanche qui suit Pâques.

L'*Ascension*, le jeudi, 40^{me} jour à compter de Pâques.

Les *Rogations* sont les trois jours qui précèdent l'Ascension.

La *Pentecôte* vient 50 jours après Pâques et 10 jours après l'Ascension.

La *Trinité* est le dimanche suivant ou le 8^{me} après Pâques.

La *Fête-Dieu* est le jeudi d'après la Trinité.

[Les quatre dimanches de *l'Avent* sont les quatre dimanches avant Noël].

Les *Quatre-Temps* sont placés aux mercredis qui suivent 1^o les Cendres, 2^o la Pentecôte; 3^o le 14 septembre; 4^o le 13 décembre.

Les fêtes mobiles, ainsi qu'on le voit, se rapportent toutes à la *fête de Pâques*, qui, d'après la décision de l'Eglise, *doit être célébrée le premier dimanche après la pleine lune qui suit le* 20 *mars*.

L'année moyenne se compose de 12.36827 lunaisons moyennes; en multipliant ce nombre par 19, on trouve pour produit 234.997, c'est-à-dire à peu près 235.

Ce fait, que 235 lunaisons font 19 ans, a été reconnu par Méthon, géomètre athénien, 432 ans avant J. C. Le *cycle lunaire* de 19 ans, découvert par Méthon, a commencé un an avant l'ère chrétienne, de sorte que, pour connaître l'année du cycle de Méthon ou *nombre d'or*, il suffit d'ajouter 1 au millésime proposé et de diviser la somme par 19.

En 1859, le nombre d'or est 17, reste de 1860 divisé par 19.

L'*Epacte* est l'âge de la lune au renouvellement de l'année.

Si on suppose que l'année solaire et l'année lunaire commencent en même temps, puisque l'année solaire dépasse l'année lunaire de 11 jours on aura le tableau suivant par les 19 années du cycle.

NOMBRE D'OR.(1)	I,	II,	III,	IV,	V,	VI,	VII,	VIII,	IX,	X,
EPACTES.	0,	11.	22	33,	14,	25,	6,	17,	18,	9,

Ou 3 en ôtant 30.

NOMBRE D'OR.	XI,	XII,	XIII,	XIV,	XV,	XVI,	XVII,	XVIII,	XIX,
EPACTES.	20,	1,	12.	23,	4,	15,	26,	7,	18,

(1) Les Athéniens avaient fait graver en lettre d'or le tableau correspondant des épactes ; de là vient le nom de *nombre d'or*.

Ainsi, le nombre d'or étant trouvé, la table donnera immédiatement l'épacte ; pour l'année 1859, dont le nombre d'or est 17, l'épacte est 26. Retranchant 26 de 30, le reste 4 indique la date de la nouvelle lune de mars et d'avril, 13 jours après le jour de cette nouvelle, on arrive à la pleine lune : le dimanche qui suit est précisément la fête de Pâques. Mais ce calcul, qui repose sur des hypothèses défectueuses, est presque toujours fautif, car l'erreur peut être de 7 jours.

Connaissant l'épacte de l'année, il est facile de déterminer l'âge de la lune pour une date donnée. Pour cela, il suffit d'ajouter à la date l'épacte de l'année et autant d'unités qu'il s'est écoulé de mois à partir de mars ; en effet l'année solaire étant plus longue de 11 jours que l'année lunaire, le mois excède la lunaison d'à peu près 1 jour.

Exemple : Quel est l'âge de la lune le 15 dècembre 1858 ? le nombre d'or est 16, l'épacte 15, le nombre de mois écoulés depuis mars 9 ; $15+15+9=39$, qui se réduit à 9 ôtant 30 ; la lune a donc 9 jours ; elle est donc entre le premier quartier et la pleine lune.

Outre le cycle solaire et le cycle lunaire ou nombre d'or, les Romains se servaient d'un autre cycle appelé *cycle d'indiction*, de 15 années juliennes, relatif à certains actes judiciaires et administratifs. On suppose que la première année de l'ère chrétienne a été la quatrième du cycle d'indiction.

DES DIFFÉRENTES ÈRES USITÉES EN CHRONOLOGIE.

On donne le nom d'ère au point d'où l'on part pour compter les années.

L'ère chrétienne, autrement dite *ère vulgaire*, commence l'an 4004 du monde, à la naissance de J. C., elle est suivie par tous les peuples de la chrétienté.

L'ère des *Olympiades*, usitée chez les Grecs, a commencé le 1er Juillet 776 avant J. C.

L'ère de la fondation de Rome, adoptée par les Romains, remonte au 24 avril 753 avant J. C., temps compté sur le calendrier Julien.

L'ère de Constantinople, suivie par les Grecs modernes, date de la création du monde ; l'an 5509 du monde commence au premier septembre avant l'ère vulgaire.

L'ère de Dioclétien ou des martyrs, commence au 29 août 184 de l'ère vulgaire ; elle est adoptée par les Ethiopiens, ou chrétiens de l'Abyssinie.

L'ère des Séleucides, adoptée par les chrétiens de Syrie commence en 312 (calendrier Julien) avant J. C.

L'ère des juifs modernes remonte à l'an 3561 avant l'ère vulgaire.

L'ère de l'Hégire, suivie par les mahométans, remonte au 16 juillet 622, calendrier Julien. (1)

Voici les noms des mois et le nombre de jours de chacun.

	jours.
1. Moharrem, ou Muharrem	30
2. Ssafar, ou Ssafer	29
3. Rhaby'el, alouel, ou Rébéii I	30
4. Rhaby'el thany, ou Rébéii II	29
5. Djemad el alouel, ou Djemasi I	30
6. Djemad et thany ou Djémasi II	29
7. Redjeb	30
8. Chában	29
9. Ramadan	30
10. Chaoual, ou chevval	29
11. Doul-qadéh, ou Zil kideh	30
12. Dyl-hhagéh, ou Zil hhidghé	29

• Ce dernier mois est de 30 jours dans les années de 355 jours Les jours commencent le soir, après le coucher du soleil; ils sont distribués en semaines, de telle sorte que le jour nommé *ahad* correspond à notre dimanche; puis viennent *thani*, *thaleth*, *arbaa*, *Khamis*, *djoumada*, *elsabt*.

Le 1er Moharrem est le premier jour de l'an, le 10 de ce mois se nomme ashura jour de jeûne.

Le 12 Rébéii I. nommé *mevloud*, est l'anniversaire de la naissance et de la mort de Mahomet.

Le 20 Djémasi I est l'anniversaire de la prise de Constantinople.

Le 29 Redjeb, est l'anniversaire de l'ascension de Mahomet au Ciel sur l'âne *al Borak*.

Le 15 cha'ban est la nuit de *barah*; c'est l'anniversaire de l'époque ou, pour la première fois, l'Alcoran est descendu du Ciel en totalité.

Le mois de ramadan est celui du jeûne ou Carême rigoureux, depuis le lever jusqu'au coucher du soleil. Le 27 de ce mois arrive *la nuit de la puissance* (laitat el Kader) pendant laquelle le Coran commença à descendre du Ciel.

Les 1er, 2me et 3me de Chaoual suivent le ramadan et sont les jours de fêtes du *grand Beiram*.

(1) L'année Musulmanne est de 354 jours année commune, et 355 pour l'année bissextile.

Le 10 de Dyl-hhagéh est la fête du *petit Beiram*, ou le jour de Pâques.

Les 13, 14, 15, de chaque mois sont des jours heureux.

Si l'on multiplie le cycle solaire de 28 ans, par le cycle lunaire de 19, on obtient 532 ans, qui forment ce qu'on nomme la *période dionysienne*.

Au bout de cette période, les nouvelles lunes et les jours de la semaine reviennent dans le même ordre au commencement de l'année.

Si l'on multiplie le trois cycles ; solaire, lunaire et d'indiction le produit $28\times19\times15=7989$ ans forme ce qu'on nomme la *période julienne*.

Au bout de cette période, les nouvelles lunes, les jours de la semaine et l'indiction reviennent dans le même ordre au commencement de l'année.

EXERCICES.

1191. Quel sera l'âge de la lune le 22 novembre 1859.

Solution épacte	26
Nombre de mois depuis le 1^er^ mars	9
Quantième du mois	22
Décembre n'ayant que 30 jours il faut ajouter,	1
	58—30 = 28 qui est

l'âge de la lune à peu près.

Pour trouver le jour de Pâques il faut ôter l'épacte de 45. Si elle est plus grande que 23, on l'ôtera de 75 ; le reste marquera le nombre de jours que Pâques doit arriver après le 1^er^ Mars ; si ce jour est un dimanche, si ce n'est pas un dimanche ce sera le dimanche suivant.

1192. On demande quel jour arrivera la fête de Pâques en 1859. Solution. L'épacte étant 26, je dis 75—26=49 jours après le 1^er^ mars, si ce jour est un dimanche, sinon ce sera le dimanche suivant ; ce qui donne le 24 avril, le 1^er^. mars étant un mardi il faut ajouter 6 ce qui donne 55—31 =24 avril.

Pour trouver par quel jour de la semaine commence le mois de mars il faut ajouter à l'année proposée le ¼ de cette même année et 3 de plus, diviser le total par 7, le reste de la division donnera le jour de la semaine par où doit commencer le mois de mars, s'il reste 1 ce sera le lundi, 2 le mardi, 3 le mercredi, etc.

SOLUTION :

	1859
le $\frac{1}{4}$	464
	3
	2326

le $\frac{1}{7}$ 332 reste 2 indiquant le mardi pour 1er Mars 1859.

1193. Quelles sont les années qui ont été bissextiles dans le calendrier Julien pendant ce siècle ?
R. Tous les millésime divibles par 4.

1194. Dites si les années 1700, 1800, 1900 ont été bissextiles ou communes suivant le calendrier grégorien ? R. communes

1195. A quelle époque le calendrier Julien a-t-il été en retard de 11 jours sur le calendrier Grégorien ? et quand sera-t-il en retard de 13 jours ? R. 1er. mars 1700 ; 1er. mars 1900.

1196. Quel est dans le calendrier Grégorien la date qui correspond au 27 juin 1858 dans le calendrier Julien ? R. 9 juillet.

1197. Quel est dans le calendrier Julien la date qui correspond au 5 janvier 1858 ? R. 24 déc. 1857.

1198. Quel sera l'épacte de l'année 1863 ? R. 10.

1199. A quelle époque ou période de l'année Julienne correspond l'année 1853 ? R. 6566.

1200. La fondation de Rome remonte au 21 avril 3961 de la période Julienne, à combien d'années avant Jésus-Christ remonte cette fondation ? et quel était l'âge de Rome en 1834 ?
R. 753 et 2587.

1201. Quel sera au 1er septembre 1864 le millésime des chrétiens de Syrie qui font usage du calendrier Julien ? R. 2176.

1202. Quel était le millésime de l'ère de Constantinople au 1er septembre de l'année 1834 du calendrier Julien ? R. 7343.

1203. Quel était le millésime de l'année des Juifs à l'équinoxe d'automne origine de leur année 1834 ? R. 5595.

1204. Combien s'écoula-t-il de jours depuis l'hégire jusqu'au premier janvier 623 suivant le calendrier Julien ? R. 169 jours.

1205. Une lettre est datée de Constantinople le 23 Rébéii 1 an 1249, à quelle date est cette lettre dans le calendrier Grégorien ? R. 10 août 1833.

1206. Une lettre datée de Montréal du 4 juin 1858 arrive à Constantinople et on demande de trouver cette date dans le calendrier musulman ? R. 15 Moharrem.

FRACTIONS DÉCIMALES PÉRIODIQUES.

328. On appelle FRACTIONS DECIMALES PERIODIQUES celles dont les chiffres se reproduisent dans le même ordre à l'infini. L'ensemble des chiffres qui se reproduisent forme la période. Quand c'est constamment le même chiffre qui se répète, c'est-à-dire que la période ne se compose que d'un seul chiffre, la période est dite *simple*, comme 0.111111 etc., 0.22222 etc., 0.33333 etc.

Quand c'est un certain nombre de chiffres qui se reproduisent dans le même ordre, la période est dite *composée* comme 0.01010101 etc., 0.123123123 etc.

329. Si la fraction décimale contient un ou plusieurs chiffres qui ne se répètent pas dans la période, c'est-à-dire si la partie périodique de la fraction ne commence qu'après que un ou plusieurs chiffres, on l'appelle alors *périodique mixte* ; tandis que les autres s'appellent *périodiques pures*. Ainsi, 0.42631631631, etc., est une *périodique mixte* ; et 0.4444 etc., est une fraction *périodique pure* ; ainsi que 0.684568456845 etc.

Quand une fraction périodique pure contient autant de chiffres qu'il y a d'unités moins 1 dans le dénominateur, on l'appelle aussi une *période parfaite*, (N° 228) Ainsi, $\frac{1}{7}$=0.142857142857, etc., est une période parfaite.

330. Généralement on exprime les fractions décimales périodiques en écrivant une seule fois la période et plaçant un point sur le premier et dernier chiffre, si la période est *composée* et quand elle est simple en écrivant seulement le chiffre qui se répète et un point au-dessus. Ainsi, 0.46135135 etc., est écrite $0.46\dot{1}3\dot{5}$ et 0.55555 etc., $0.\dot{5}$.

331. On appelle *périodes semblables* celles qui commencent et finissent à la même place avant ou après le point décimal, comme $0.\dot{1}$ et $0.\dot{3}$ ou $\dot{2}.3\dot{4}$ et $\dot{3}.\dot{7}6$; et *périodes dissemblables* celles qui ne commencent pas à la même place, comme $0.\dot{1}2\dot{3}$ et $0.42\dot{3}2\dot{5}$.

RÉDUCTIONS DES FRACTIONS DÉCIMALES PÉRIODIQUES.

332. *Réduire une fraction décimale périodique pure en une fraction ordinaire.*

Avant de résoudre ce problème il est bon de revenir sur l'origine de ces fractions et de voir comment on les obtient. Par exemple, $\frac{1}{9}$=0.1111 etc., ou $0.\dot{1}$; donc la vraie valeur de 0.1111 etc., ou $0.\dot{1}$ doit être $\frac{1}{9}$ d'où elle est formée. Pour la même raison, 0.2222 etc., ou $0.\dot{2}$ doit être deux fois autant ou $\frac{2}{9}$ (N°149) 0.3333 etc., ou $0.\dot{3}=\frac{3}{9}$; $0.\dot{4}=\frac{4}{9}$; $0.\dot{5}=\frac{5}{9}$, etc.

Encore $\frac{1}{99}=0.010101$ etc., ou $0.\dot{0}\dot{1}$; conséquemment 0.010101 ou $0.\dot{0}\dot{1}=\frac{1}{99}$; 0.020202 etc., ou $0.\dot{0}\dot{2}=\frac{2}{99}$; 0.030303, ou $0.\dot{0}\dot{3}=\frac{3}{99}$; 0.070707, etc., ou $0.\dot{0}\dot{7}=\frac{7}{99}$ etc., et $\frac{1}{999}=0.001001001$, etc., ou $0.\dot{0}0\dot{1}$; donc, 0.001001001 etc., ou $0.\dot{0}0\dot{1}=\frac{1}{999}$; $0.\dot{0}0\dot{2}=\frac{2}{999}$ etc. De la même manière $\frac{1}{7}=0.142857142857$, etc. (N°. 248) et $0.\dot{1}4285\dot{7}=\frac{142857}{999999}$; car en multipliant le numérateur et le dénominateur de $\frac{1}{7}$ par 142857, on a $\frac{142857}{999999}$ (N°·144). De même pour $\frac{2}{7}$ qui est deux fois autant que $\frac{1}{7}$; $\frac{3}{7}$, qui est trois fois autant, etc.

D'où, l'on conclut que la valeur d'une fraction décimale périodique pure est égale à une fraction ordinaire qui a la période donnée pour numérateur, et dont le dénominateur a autant de 9 qu'il y a de chiffres dans la période.

333. Par conséquent pour réduire une fraction décimale périodique pure en fraction ordinaire. *Prenez la période donnée pour numérateur et le dénominateur sera autant de 9 qu'il y a de chiffres dans la période.*

1207. Réduire $0.\dot{0}4\dot{5}$ en fraction ordinaire. *R.* $\frac{45}{999}$ ou $\frac{5}{111}$.

1208. Réduire $0.\dot{0}7692\dot{3}$ en fraction ordinaire. *R.* $\frac{1}{13}$.

1209. Réduire $0.\dot{7}1428\dot{5}$ en fraction ordinaire. *R.* $\frac{5}{7}$.

334. *Réduire une fraction décimale périodique mixte en fraction ordinaire.*

1210. Soit $0.1\dot{6}$ à réduire en fraction ordinaire.

Analyse. Séparant la partie non-périodique de la partie périodique on a $0.1\dot{6}=0.1+0.0\dot{6}$ (N°230). Mais $0.1=\frac{1}{10}$ (N°244) ; et $0.0\dot{6}=\frac{6}{90}$, car la période pure $0.\dot{6}=\frac{6}{9}$ (No. 329) ; et puisque la période mixte commence ici aux centièmes, sa valeur n'est évidemment que le $\frac{1}{10}$ de $\frac{6}{9}=\frac{6}{90}$ (N° 209). Donc, $0.1\dot{6}=\frac{1}{10}+\frac{6}{90}=\frac{9}{90}+\frac{6}{90}=\frac{15}{90}=\frac{1}{6}$. Mais si la période ne commençait qu'aux millièmes qui ne sont que le dixième des centièmes, la fraction ne serait qu'un $\frac{1}{100}$ de $\frac{1}{10}$, etc. Ainsi, $0.\dot{6}=\frac{6}{9}$; $0.0\dot{6}=\frac{6}{90}$; $0.00\dot{6}=\frac{6}{900}$, etc.

335. D'où, le *dénominateur* de la *période* d'une fraction décimale périodique mixte, est toujours autant de 9 qu'il y a de chiffres dans la *période*, suivis d'autant de *zéros* qu'il y a de chiffres dans la partie non-périodique.

1211. Réduire $0.85\dot{6}792\dot{3}$ en fraction ordinaire.

Solution. Raisonnant comme ci-devant $0.85\dot{6}792\dot{3} = \frac{85}{100} + \frac{67923}{9999900}$. Réduisant ces deux fractions au plus petit commun dénominateur (N° 187) $\frac{85}{100} \times 99999 = \frac{8499915}{9999900}$ dont le dénominateur est égal à celui de l'autre. Or, $\frac{8499915}{9999900} + \frac{67923}{9999900} = \frac{8567838}{9999900}$.

336. Quand on a un nombre à multiplier par 9, 99, 999, ou par un nombre quelconque de 9, il est évident qu'il suffit d'écrire autant de zéros à la droite du multiplicande qu'il y a de 9 dans le multiplicateur, et soustraire une fois le multiplicande donné du résultat.

L'opération ci-dessus aurait donc pu être faite de la manière suivante.

Opération.	ou bien celle-ci.
8500000	8567923 fraction décimale donnée.
85 soustraire	85 partie non-périodique à soustraire.
8149991 1er numérateur	8567838 numérateur de la réponse.
67923 2me "	
8567838 / 9999900 Réponse	8567838 / 9999900 Réponse

337. Donc, pour réduire une fraction décimale périodique mixte en fraction ordinaire. *Changez la partie non-périodique et la période, chacune séparément, en fraction ordinaire, leur somme donnera la réponse requise.*

Ou bien, de la fraction décimale périodique mixte, retranchez la partie non-périodique, le reste sera le numérateur requis : le dénominateur étant toujours autant de 9 qu'il y a de chiffres dans la période, suivie d'autant de zéros qu'il y a de chiffres dans la partie non-périodique.

Preuve. *Réduisez la fraction ordinaire obtenue en fraction décimale; si le résultat est le même que la fraction décimale périodique donnée, l'opération est bien faite.*

1212. Réduire $0.13\dot{8}$ en fraction ordinaire. *R.* $\frac{5}{36}$.

1213. Réduire $0.02\dot{2}\dot{7}$ en faction ordinaire. *R.* $\frac{1}{44}$.

1214. Réduire $0.008\dot{4}9713\dot{3}$ en fraction ordinaire. *R.* $\frac{83}{9768}$.

338. En réduisant les fractions décimales périodiques dissemblables en périodiques semblables ; (N° 331), il faut remarquer; 1°. Qu'une fraction décima'e *limitée*; peut être considérée comme étant *illimitée* en écrivant indéfiniment des zéros à la droite du numérateur. Ainsi 0.46=0,4600000, etc.,=0.460.

2°. Une fraction périodique décimale *pure* peut être regardée comme *mixte*, en prenant la période donnée pour la partie *non-périodique*; et prenant ensuite cette même période donnée pour la partie illimitée. Ainsi 0. 54=0.54+0054.

3°. Une période *simple* peut être aussi considérée comme une période composée. Car, 0.7 peut devenir 0.77; ou 0.777; aussi, 0.85 peut-être écrite 0.8555, ou 0.85555, etc.

4°. On peut également faire commencer une fraction *périodique simple* à n'importe quel rang plus loin vers la droite du point décimal. Ainsi, 0.8 peut être faite 0.88 ou 0.8888 etc.

5°. On peut aussi faire subir la même transformation à une *périodique composée.* Ainsi 0.76 peut être changée en 0.767, ou 0.76767, etc., ou bien en augmentant le nombre des places, 0. 679 peut-être faite 0.67979, ou 0.6797979, etc., en faisant les deux changements à la fois 0.372 peut être changé en 0.372372 3, etc.

339. D'où il résulte que pour rendre semblables les fractions périodiques dissemblables : *Il faut placer le point périodique de manière à ce que chaque période commence au même rang que la période de celle qui a le plus de chiffres dans sa partie non-périodique.*

1215. Changez 6.814, 3.26 et 0.083 en fractions semblables et en périodes d'égales limite ?

Opération.

6. 814 = 6.81481481
3. 26 = 3.26262626
0. 083 = 0.08333333

Après avoir rendu chaque période semblable (N° 339) la première chose à faire c'est de rendre les périodes égales en nombre de chiffres (*conterminous.*)

Or, une des périodes données contient 3 chiffres, une autre 2 et l'autre 1 ; il est évident que la nouvelle périodique doit contenir un nombre de chiffres qui soit un multiple du *nombre* des chiffres des différentes périodes 3, 2, et 1. Mais le plus petit commun multiple de 3, 2 et 1, est 6 ; donc la nouvelle période doit contenir au moins 6 chiffres.

340. Pour rendre *semblables* et *d'égale étendue* plusieurs fractions décimales périodiques *dissemblables*; *Il faut d'abord rendre les périodes semblables*; (N° 339) *puis étendre chaque pé-*

riode de manière que chacune **ait autant de chiffres qu'il y a d'unités dans le plus petit commun multiple du** NOMBRE **des chiffres périodiques dans chacune des fractions décimales données.**

1216. Changez 46.162, 5.26, 63.423, 0.486, et 12.5 en fractions décimales périodiques semblables et d'égale étendue.

OPERATION.

Dissemb.		semblables.
46. 162	=	46. 16216216
5. 26	=	5. 26262626
63. 423	=	63. 42342342
0. 486	=	0. 48648648
12. 5	=	12. 50000000

Les nombres des chiffres périodiques étant ici 3, 2, 3, et 1, dont le plus petit commun multiple est 6. Donc les nouvelles périodes doivent avoir six chiffres chacunes.

ADDITION DES FRACTIONS DÉCIMALES PÉRIODIQUES.

1217. Soit à additionner 17.23 ; 41.2476 ; 861 ; 1.5 ; 35.423.

OPERATION.

Dissemb.		Semblables
17. 23	=	17. 2323232
41. 2476	=	41. 2476476
8. 61	=	8. 6161616
1. 5	=	1. 5000000
35. 423	=	35. 4232323
Réponse		104. 0193648

Apres avoir rendu les fractions semblables ; on fait la somme des parties périodiques comme dans l'addition simple, et puis on divise le total par 999999 puisqu'il y a six chiffres dans la période, et qu'il en serait le dénominateur si la somme des périodes était exprimée en fraction ordinaire. On écrit le reste pour obtenir des décimales, et l'on porte le quotient 1 pour l'additionner avec la colonne immédiatement vers la gauche de la partie non-périodique ou des entiers, et l'on continue l'addition comme pour les nombres entiers.

D'où l'on conclu la RÈGLE GÉNÉRALE suivante :

341. RÈGLE GÉNÉRALE : *Rendez les périodes semblables et d'égale étendue, faites leur somme comme dans l'addition simple. Divisez cette somme par autant de 9 qu'il y a de chiffres dans une période ; écrivez le reste sous les colonnes additionnées pour être la période du total, et portez le quotient pour l'additionner avec la première colonne à gauche des périodes ; puis continuez l'addition comme pour les nombres entiers.*

1218. Quelle est la somme de 328.126 + 81.23 + 5.624 + 61.6?

Rép. 476.65129.

1219. Quel est le total de $462.\dot{3}\dot{4} + 60.\dot{8}\dot{2} + 71.\dot{1}6\dot{4} + 0.3\dot{5}$?
Rép. $594.\dot{6}9\dot{1}$.

1220. Faites la somme de $5391.35\dot{7} + 72.3\dot{8} + 187.2\dot{1} + 4.296\dot{5} + 217.849\dot{6} + 42.17\dot{6} + 0.52\dot{3} + 58.3004\dot{8}$. Rép. $5974.1037\dot{1}$.

SOUSTRACTION DES FRACTIONS DÉCIMALES PÉRIODIQUES.

1221. De $52,\dot{8}\dot{6}$ retranchez $8,3\dot{7}23\dot{5}$.

Opération.

$$\begin{aligned} 52.\dot{8}\dot{6} &= 52.8\dot{6}86\dot{8} \\ 8.3\dot{7}23\dot{5} &= \underline{8.3\dot{7}23\dot{5}} \\ & \ 44.49\dot{6}3\dot{2} \end{aligned}$$

Après avoir rendu les périodes semblables et égales en étendue, on soustrait comme dans les nombres entiers : mais la période du nombre inférieur étant plus grande que celle du nombre supérieur ; il faut emprunter 1 sur la colonne à gauche, ce qui fait que le premier chiffre à droite du reste aura 1 de moins que si c'était une décimale non-périodique ; car si la fraction donnée était étendue à une période de plus ; il aurait fallu emprunter 1 sur le dernier chiffre de la première période.

D'où l'on tire la

342. RÈGLE GÉNÉRALE. *Rendez les périodes semblables et de même étendue et faites la Soustraction comme pour les nombres entiers. Si la période de la ligne inférieure est plus grande que celle de la ligne supérieure ; diminuez le premier chiffre à droite du reste de* 1.

1222. De $8482.\dot{4}2\dot{1}$ retranchez $6031.\dot{0}3\dot{5}$? Rép. $2451.\dot{3}8\dot{6}$.

1223. Retranchez 400.75 de $801.\dot{6}$? Rép. $400.91\dot{5}$.

MULTIPLICATION ET DIVISION DES FRACTIONS DÉCIMALES PÉRIODIQUES.

Pour multiplier ou diviser les fractions décimales périodiques il faut les réduire en *fraction ordinaire* (N°. 337) ; ensuite multiplier l'une par l'autre (N°201) si c'est la multiplication, ou diviser l'une par l'autre (N° 211) si c'est la division. Puis on réduit le résultat en décimales. (N° 248).

1224. Quel est le produit de $8574.\dot{3}$ par $87.\dot{5}$? R. $750730.\dot{5}1\dot{8}$.

1225. Quel est le produit de $7.\dot{7}\dot{2}$ par $0.\dot{2}9\dot{7}$? Rép. $2.\dot{2}9\dot{7}$.

1226. Divisez $319.2800\dot{7}11\dot{2}$ par 764.5 ; et $24.\dot{0}8\dot{1}$ par $0.\dot{3}8\dot{6}$?
Rép. $0.4176\dot{3}2\dot{5}$. et $62.\dot{3}2383419689\dot{1}$.

FRACTIONS CONTINUES.

343. Les *fractions continues* doivent leur origine à l'évaluation approchée des fractions dont les termes sont considérables, et premiers entre eux ; soit, par exemple la fraction $\frac{159}{493}$ dont les deux termes sont premiers entre eux et qui pour cette raison est irréductible.

En laissant la fraction sous cette forme on s'en fait difficilement une idée juste ; mais si l'on divise les deux termes par le numérateur 159 (N° 144), elle devient $\cfrac{1}{4+\cfrac{16}{157}}$. Négligeons pour le moment la fraction $\frac{16}{159}$; la fraction $\frac{1}{3}$ qui en résulte, est plus grande que la proposée, puisque l'on a diminué le dénominateur ; qui est plus grand que 3 et plus petit que 4 ; donc la fraction est comprise entre $\frac{1}{3}$ et $\frac{1}{4}$. En divisant également les deux termes de la fraction du dénominateur par 16, elle devient $\cfrac{1}{9+\cfrac{15}{16}}$; et si négligeant la fraction $\frac{15}{16}$ on prend $\frac{1}{9}$ qui est plus grand que $\frac{16}{159}$ on a $\cfrac{1}{3+\frac{1}{9}}$ plus petit que $\frac{159}{493}$; mais $\cfrac{1}{3+\frac{1}{9}}=\frac{9}{28}$; donc la fraction est entre $\frac{1}{3}$ et $\frac{9}{28}$ dont la différence est $\frac{1}{84}$; donc l'erreur que l'on commet en prenant $\frac{1}{3}$ pour la valeur de la proposée est moindre que $\frac{1}{84}$. Opérant de la même manière sur $\frac{15}{16}$ on a $\frac{15}{16}=\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{15}}$ et la fraction $\frac{159}{493}$ devient $\cfrac{1}{3+\cfrac{1}{9+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{15}}}}$ Si négligeant $\frac{1}{15}$ nous prenons $\frac{1}{1}$, nous avons 1 plus grand que $\frac{15}{16}$; donc $\cfrac{1}{9+\frac{1}{1}}$ ou $\frac{1}{10}$, est plus petit que $\frac{16}{159}$; donc aussi $\cfrac{1}{3+\frac{1}{10}}$, ou $\frac{10}{31}$, est plus grand que $\frac{159}{493}$. D'où l'on voit que $\frac{159}{493}$ est comprise entre $\frac{9}{28}$ et $\frac{10}{31}$, la première trop petite et la deuxième trop grande ; or leur différence est $\frac{1}{868}$; ainsi l'erreur que l'on commet en prenant soit $\frac{9}{28}$ ou $\frac{10}{31}$ pour la valeur de la fraction proposée est moindre que $\frac{1}{868}$. L'expression $\cfrac{1}{3+\cfrac{1}{9+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{15}}}}$ est ce qu'on appelle une *fraction continue*.

344. Donc en géneral on entend par FRACTION CONTINUE, *une fraction qui a pour numérateur l'unité, et pour dénominateur* *un nombre entier, plus une fraction qui a elle-même pour numérateur l'unité, et pour dénominateur un entier plus une fraction ; et ainsi de suite aussi loin que la fraction peut être continuée.*

345. Règle i. Pour réduire une fraction, ou un nombre fractionnaire, en fraction continue. *Opérer sur les deux termes de la fraction proposée, comme pour trouver le plus grand commun diviseur* (N° 183). *Poussez l'opération jusqu'à un reste égal à zéro ; les quotients successifs seront les dénominateurs des fractions qui constituent la fraction continue dont* 1 *sera le numérateur de chacune.*

Règle ii. Pour trouver toutes les fractions qui en moindre termes approchent de plus en plus d'un autre fraction donnée en plus grands termes.

Trouvez d'abord tous les quotients par la règle précédente ; puis écrivez tous ces quotients sur une ligne ; et si la fraction donnée est plus grande que 1, *prenez le premier quotient pour le numérateur, et* 1 *pour dénominateur de la première fraction, que vous écrivez sous le second quotient ; mais si la fraction donnée est moindre que* 1, *prenez le premier quotient pour dénominateur, et* 1 *pour numérateur de la première fraction. Pour la seconde fraction, multipliez les deux termes de la première fraction par le quotient qui est au-dessus, et ajoutez* 1 *au produit du terme qui était le premier quotient : le résultat est la seconde fraction ; que vous écrirez sous le troisième quotient. Pour avoir les autres fractions successives, multipliez les termes de chaque fraction trouvée, par le quotient qui est au-dessus, et aux produits ajoutez séparément les termes de la fraction précédente.*

1227. On a deux longueurs, l'une est de 1327 pieds, et l'autre 1631 pieds, trouver une serie de fractions convergentes qui expriment aussi près que possible le rapport exact de ces deux longueurs.

Opération. Les quotients trouvés sont 1, 4, 2,

1631	1327	304	111	82	39	24	5	4	1
	1	4	2	1	2	1	4	1	4

. 1, 2, 1, 4, 1, 4 ; et les fractions convergentes seront trouvées d'après la seconde règle

1 4 2 1 2 1 4 1 4 Les quotients, ou dénominateurs

$\frac{1}{1}$. $\frac{4}{5}$ $\frac{9}{11}$. $\frac{13}{16}$, $\frac{35}{43}$ $\frac{48}{59}$, $\frac{227}{338}$ $\frac{1327}{1631}$.

étant arrangés par ordre sur une même ligne ; nous prenons le premier quotient 1 pour dénominateur de la première fraction, et nous donnons 1 aussi pour numérateur. Puis, multipliant les deux termes par le quotient 4 qui est au-dessus, et ajoutant 1 au produit résultant du dénominateur, parcequ'il était le premier quotient, nous obtenons ^{4} pour la seconde fraction. Multipliant ensuite les deux termes de cette nouvelle fraction par 2, quotient qui est au-dessus, et ajoutant terme à terme ceux de la première fraction, nous avons $\frac{9}{11}$. Faisant la même opération sur $\frac{9}{11}$; nous avons $\frac{13}{16}$; puis, $\frac{35}{43}$, etc.

1228. La circonférence d'un cercle dont le diamètre est 1, est exprimée par 3.1415926.. Soit proposé de trouver approximativement le rapport de la circonférence au diamètre.

Puisque ce rapport est connu en décimales ; prenons 3.14159 qui l'exprime à moins d'un cent-millième près : Ce nombre peut s'écrire $\frac{314159}{100000}$.

En réduisant ce nombre en fraction continue, on trouve.

$$\frac{314159}{100000}=3+\frac{1}{7}+\frac{1}{15}+\frac{1}{1}+\frac{1}{25}+\frac{1}{1}+\frac{1}{7}+\frac{1}{4}$$

Ce qui donne pour les réduites consécutives d'après la règle II.

3	7	15	1	25	1	7	4
$\frac{3}{1}$,	$\frac{22}{7}$,	$\frac{333}{106}$.	$\frac{355}{113}$.	$\frac{9208}{2931}$	$\frac{9563}{3044}$.	$\frac{76149}{24239}$.	$\frac{314159}{100000}$.

D'où l'on voit que le rapport du diamètre à la circonférence est de 1 à 3, ou plus près, de 7 à 22, ou plus près encore de 106 à 333, et bien plus près encore 113 à 355. En prenant 7 et 22. le degré d'approximation est suffisant ; car le nombre proposé étant compris entre $\frac{22}{7}$ et $\frac{333}{106}$ dont la différence est $\frac{1}{742}$, l'erreur commise est beaucoup moindre que $\frac{1}{700}$. Aussi ce nombre $\frac{22}{7}$ ou 3 $\frac{1}{7}$; est-il fréquemment employé pour exprimer le rapport de la circonférence au diamètre. *C'est le rapport donné par* ARCHIMÈDE.

Si l'on prend $\frac{355}{113}$ qui n'est guère plus compliqué que $\frac{333}{106}$ l'erreur est encore bien moins grande ; la différence entre ce nombre proposé étant compris entre $\frac{355}{113}$ et $\frac{9208}{2931}$; la différence entre ce nombre $\frac{355}{113}$ est moindre que $\frac{1}{113 \quad 2931}$, fraction évidemment plus petite que 0.00001. *C'est le rapport donné par Adrien* MÉTIUS.

1229. La hauteur du Mont-Hécla est de 4900 pieds, et celle du Mont-Perdu dans les Pyrénées, 11283 pieds. Quel est le rapport approché de leur hauteur ?

Réponse, $\frac{1}{2}$, $\frac{8}{7}$, $\frac{10}{23}$, $\frac{33}{76}$, $\frac{76}{175}$, $\frac{565}{1301}$, etc.

1230. La hauteur du Mont-Etna est de 10963 pieds et celle du Mont-Vésuve, 3900 pieds ; quel est le rapport approché entre ces deux hauteurs ?

Réponse. $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{5}{14}$, $\frac{37}{104}$, $\frac{90}{253}$, $\frac{127}{357}$.

DEUXIÈME PARTIE.

APPLICATIONS.

CHAPITRE PREMIER,

APPLICATIONS ARITHMÉTIQUES.

§I. RAPPORTS ET PROPORTIONS.

346. *On appelle* RAPPORT *ou* RAISON, *le résultat de la comparaison de deux quantités.* Lorsqu'on compare deux quantités, on a pour but de savoir de combien l'une surpasse l'autre, ou combien de fois l'une contient l'autre. Ainsi dans le premier cas le rapport de 15 à 5 est $15-5=10$, et dans le second il est $\frac{15}{5}=3$.

On voit donc qu'il y a deux sortes de rapports : *le rapport par différence* ou *arithmétique*, et *le rapport par quotient* ou *géométrique.*

347. *On appelle* PROPORTION *l'expression de l'égalité de deux rapports de même espèce.* Comme il y a aussi deux sortes de rapports, il y a aussi deux sortes de proportions ; la proportion par différences, ou *l'équidifférence*, et la proportion par quotient ou simplement la *proportion.*

Ainsi l'égalité des deux rapports, $15-5$ et $12-2$ forme une *équidifférence* qu'on écrit ainsi :

$$15.\ 5 : 12.\ 2.$$

De même l'égalité des rapports $\frac{15}{5}$ et $\frac{12}{4}$ forment une *proportion* qu'on écrit

$$15 : 5 :: 12 : 4,$$

et oui s'énonce : 15 est à 5 comme 12 est à 4.

348. Dans les deux cas, on appelle *antécédent* celui des deux nombres qu'on énonce le premier, *conséquent* le second. Les deux nombres pris ensemble s'appellent les deux termes du rapport.

• Les rapports par différence sont peu employés dans le calcul. Il ne sera plus question dans ce qui va suivre que des rapports par quotient.

349. Le rapport par quotient de deux nombres s'indique en séparant l'antécédent du conséquent par deux points placés l'un sous l'autre ou bien par le trait des fractions.

Ainsi le rapport de 15 à 5 s'indique par 15 : 5 ou $\frac{32}{40}$ $\frac{15}{5}$; si l'on comparait au contraire 5 à 15, le rapport s'indiquerait par 5 : 15, ou $\frac{5}{15}$, et il serait l'inverse du précédent.

Un rapport par quotient ne change pas quand on multiplie ou qu'on divise ses deux termes par un même nombre.

En effet, le quotient de deux nombres reste le même quand on les multiplie ou qu'on les divise tous les deux par le même nombre.

350. On simplifie un rapport de même qu'on simplifie une fraction en divisant ses deux termes par un même nombre.

Ainsi le rapport 480 : 360 pour s'exprimer par les nombres plus simple 4 : 3.

351. Pour trouver le rapport entre deux fractions, on les réduit au même dénominateur et l'on prend le rapport des deux numérateurs.

Ainsi le rapport $\frac{4}{5}:\frac{7}{8}$ ou $\frac{35}{40}$ est le même que le rapport 32 : 35 ; en effet, cela revient à multiplier les deux termes du rapport par 40 au reste, la division des deux fractions aurait donné plus promptement le même résultat ; car $\frac{4}{5}:\frac{7}{8}=\frac{4}{5}\times\frac{8}{7}=\frac{32}{35}:\frac{35}{40}$ est le même que le rapport 32 : 35 ; en effet, cela revient à multiplier les deux termes du rapport par 40.

Au reste, la division des deux fractions aurait donné plus promptement le même résultat; car $\frac{4}{5}:\frac{7}{8}=\frac{4}{5}\times\frac{8}{7}=\frac{32}{35}$ qu'on peut aussi exprimer par 32 : 35.

352. Deux rapports sont égaux lorsqu'ils sont réductibles aux mêmes termes les plus simples.

Ainsi 36 : 45 et 40 : 50 sont deux rapports égaux parcequ'ils peuvent être réduits l'un et l'autre au rapport 4 : 5.

353. Il suit de là que les deux termes d'un rapport non réduit sont les mêmes multiples des termes du rapport irréductible qui lui correspond.

Ainsi $36=4\times9$ et $45=5\times9$, de même que $40=4\times10$ et $50=5\times10$.

354. Par conséquent, si l'on y ajoute terme à terme deux ou plusieurs rapports égaux les deux sommes formeront encore le même rapport.

Car les deux termes de ce dernier rapport seront encore les mêmes multiples des termes du rapport irréductible qui correspond aux rapports égaux.

Ainsi les rapports 36 : 45 ; 40 : 50 ; 24 : 30. donnent par la somme des termes $36+40+24=100$: $45+50+30=125$, qui est réductible pareillement à 4 : 5 comme les rapports proposés.

2. PROPRIÉTÉ DES PROPORTIONS.

355. On appelle proportion par quotient, ou simplement proportion, l'égalité de deux rapports par quotient.

Ainsi, les quatre nombres 36, 9, 24, 6, tels que le rapport entre 36 et 9 est le même que le rapport entre 24 et 6, formant une proportion, que l'on écrit de la manière suivante :

36 : 9 :: 24 : 6.

en séparant par deux points les deux termes de chaque rapport, et les deux rapports par quatre points.

On énonce la proportion en disant : 36 *est à* 9 *comme* 24 *est à* 6, ainsi que nous l'avons dit (N° **347**) 36 est l'antécédent du premier rapport, 9 le conséquent, 24 l'antécédent du second rapport, 6 le conséquent ; 36 et 6, situés aux extrémités de la proportion, sont dits les *extrêmes* ; 9 et 24, placés au milieu sont les *moyens*.

D'après la difinition même des proportions, on peut écrire la proportion précédente sous la forme $\frac{36}{9}=\frac{24}{6}$.

356. PROPRIÉTÉ FONDAMENTALE. *Dans toute pro-*

portion par quotient, le produit des extrêmes est égal au produit des moyens.

Démonstration. En effet, soit la proportion

$$36 : 9 :: 24 : 6$$

dans laquelle le rapport constant est 4.

Au lieu des antécédents 36 et 24, je puis écrire 9×4 et 6×4 ; car dans tout rapport par quotient, l'antécédent est égal au produit du conséquent par la valeur du rapport, puisque l'antécédent est le dividende, le conséquent le diviseur, et la valeur du rapport le quotient ; j'aurai donc

$$9\times4 : 9 :: 6\times4 : 6 \text{ ; ou } 9\times4\times6=9\times6\times4.$$

où l'on voit que les produits des extrêmes et des moyens se composent des mêmes facteurs.

357. On peut encore démontrer cette propriété de la manière suivante.

La proportion proposée peut s'écrire $\frac{36}{9}=\frac{24}{6}$, ce qui donne par la réduction au même dénominateur :

$$\frac{36\times6}{9\times6}=\frac{24\times9}{9\times6}$$

Et les dénominateurs étant égaux, puisque $9\times6=9\times6$ on conclut que

$$36\times6=24\times9$$

ce qui démontre la propriété énoncée.

368. Cette propriété est tellement importante par ses applications, qu'il est nécessaire de prouver qu'elle n'appartient qu'aux proportions par quotients. *Si quatre nombres écrits sur une même ligne, à la suite les uns des autres ne sont pas en proportion, le produit des extrêmes ne sera pas égal au produit des moyens.*

Démonstration. Soit par exemple, les nombres 12,4,20,5 ; la valeur du rapport entre 12 et 4 étant $\frac{12}{4}$, ou 3, et celle du rapport entre 20 et 5 étant $\frac{20}{5}$, ou 4 ; je peux remplacer 12 par 4×3, 20 par 5×4, et écrire les quatre nombres dans le même ordre ;

$$4\times3,\ 4,\ 5\times4,\ 5.$$

Où l'on voit que le produit des extrêmes $4\times3\times5$, n'est pas égal au produit des moyens $4\times5\times4$; et cela vient de ce que la valeur 3 du premier rapport n'est pas égale à la valeur 4 du second rapport, car les deux autres facteurs des deux produits sont exactement les mêmes

359. Réciproquement. *Si quatre nombres écrits sur une même ligne sont tels que le produit des extrêmes soit égal au produit des moyens, ces quatre nombres forment une proportion.*

Démonstration. Car s'ils ne formaient pas une proportion, le produit des extrêmes ne serait pas égal au produit des moyens; ce qui serait contraire à la supposition.

360. Il résulte de la propriété fondamentale des proportions qu'on peut, dans toute proportion, changer la place des moyens, renverser les termes de chaque rapport, changer la place des rapports sans que la proportion cesse d'exister. Ce qui donne huit manières d'écrire la proportion.

Ainsi, dans la proportion :	36 : 9 : : 48 : 12 (1)
J'obtiens successivement en changeant la place des moyens	36 : 48 : : 9 : 12 (2)
En renversant les termes de chaque rapport	9 : 36 : : 12 : 48 (3)
En changeant les moyens de place	9 : 12 : : 36 : 48 (4)
En changeant les rapports de place dans la proportion (1).	48 : 12 : : 36 : 9 (5)
En faisant sur cette dernière proportion des changements analogues aux précédents	48 : 36 : : 12 : 9 (6)
	12 : 48 : : 9 : 36 (7)
	12 : 9 : : 48 : 36 (8)

On voit, en effet, que 9 et 48 sont toujours moyens ou extrêmes ensemble ainsi que 36 et 12.

361. *Il résulte encore de la propriété fondamentale qu'on peut multiplier ou diviser les deux antécédents, multiplier ou diviser les deux conséquents par un même nombre sans altérer la proportion.*

En effet, on multiplie ou l'on divise à la fois l'un des extrêmes et l'un des moyens, ou bien l'un des moyens et l'un des extrêmes par un même nombre, et par conséquent le produit des extrêmes reste toujours égal à celui des moyens.

362. Mais la conséquence la plus importante de la propriété fondamentale, c'est qu'on peut toujours déterminer le quatrième terme d'une proportion dont les trois termes sont connus, d'après la règle suivante, à laquelle on a donné le nom de ***règle de trois.***

363. Règle de trois. *Pour déterminer le quatrième terme d'une proportion dont les trois termes sont connus, si le terme inconnu est un extrême, on fait le produit des moyens et on divise ce produit par l'extrême connu ; si c'est un moyen, on divise le produit des extrêmes par le moyen connu.*

Démonstration. En effet, soit la proportion :

$$25 : 48 :: 50 : x.$$

x désignant le terme inconnu.

Puisque ces quatre nombres sont en proportion, le produit des extrêmes $25 \times x$ doit être égal au produit des moyens 48×50. Je connais dans un produit 48×50 et un des facteurs 25 de ce produit, j'obtiendrai l'autre facteur x en divisant le produit 48×50 par le facteur connu 25, et j'aurai par conséquent en indiquant la division.

$$x = \frac{48 \times 50}{25}$$

Simplifiant cette expression fractionnaire, en supprimant au numérateur et au dénominateur le facteur 25, j'obtiens $x = 96$.

Pareillement, soit la proportion,

$$43 : 129 :: x : 15.$$

Comme le produit $129 \times x$ doit être égal au produit 43×15, j'aurai par le même raisonnement,

$$x = \frac{43 \times 15}{129} = \frac{1 \times 15}{3} = 5.$$

364. Les proportions ont encore d'autres propriétés qui peuvent servir à simplifier la solution des problèmes.

On peut les ramener aux propriétés suivantes :

1re. Propriété. *Si l'on ajoute chaque conséquent à son antécédent, ou si on l'en retranche, il y aura encore proportion entre les quatre nombres.*

Démonstration. Soit la proportion.

$$25 : 5 :: 30 : 6.$$

En y ajoutant le conséquent à l'antécédent dans chaque rapport, j'aurai la nouvelle proportion.

$$30 : 5 :: 36 : 6.$$

En effet, chacun des nouveaux antécédents contiendra une fois de plus son conséquent, par conséquent, il y a égalité entre les deux rapports. Il en serait de même si l'on retranchait le conséquent de l'antécédent ; les deux nouveaux rapports seraient seulement diminués d'une unité.

365. 3ᵐᵉ PROPRIÉTÉ. *La somme des antécédents est à la somme des conséquents comme un antécédent est à son conséquent.*

DÉMONSTRATION. Soit la proportion.

$$45 : 9 :: 35 : 7 ;$$

changeant les moyens de place j'aurai.

$$45 : 35 :: 9 ; 7 ;$$

et ajoutant le conséquent à l'antécédent dans chaque rapport, j'obtiens

$$45+35 : 35 :: 9+7 : 7 ;$$

et changeant les moyens de place,

$$45+35 : 9+7 :: 35 : 7 ;$$

On démontrerait de même pour la différence des antécédents et des conséquents, et l'on aurait

$$45-35 : 9-7 :: 45 : 9.$$

On peut étendre cette propriété à autant de rapports égaux qu'on voudra.

Dans toute suite de rapports égaux, la somme de tous les antécédents est à la somme de tous les conséquents comme un antécédent est à son conséquent.

DÉMONSTRATION. Soit à la suite de rapports égaux

$$3 : 9 :: 4 : 12 :: 5 : 15 :: 6 : 18 ;$$

Je ne considère que les deux premiers rapports égaux qui forment une proportion, et d'après la propriété ci-dessus, que la somme des antécédents est à la somme des conséquents comme un antécédent est à son conséquent, j'ai

$$3+4 : 9+12 :: 4 : 12,$$

Au lieu du rapport 4 : 12, mettant le rapport égal, 5 : 15, j'aurai la proportion

$$3+4+5 : 9+12 :: 5 : 15$$

Appliquant à cette nouvelle proportion la même propriété ; j'aurai

$$3+45+ : 9+12+15 :: 5 : 15 ;$$

et au lieu du rapport 5 : 15, mettant le rapport 6 : 18,

$$3+4+5 : 9+12+15 :: 6 : 18,$$

proportion qui donne encore, en vertu de la même propriété,

$$3+4+5+6 : 9+12+15+18 :: 6 : 18,$$

A la place du rapport 6 : 18 je pourrais mettre un autre quelconque des trois autres rapports égaux, ce qui donnerait en tout quatre proportions, c'est-à-dire autant qu'il y a de rapports égaux dans la suite proposée.

367. 4me Propriété. *Si, après avoir placé les unes sous les autres deux ou plusieurs proportions, on les multiplie terme à terme, les quatre produits résultants forment aussi une proportion.*

Démonstration. Soit, par exemple, les trois proportions suivantes :

$$3 : 4 :: 6 : 8$$
$$6 : 3 :: 4 : 2$$
$$5 : 15 :: 9 : 27$$

Je peux les écrire sous la forme suivante :

$$\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$$
$$\frac{6}{3} = \frac{4}{2}$$
$$\frac{5}{15} = \frac{9}{27}$$

Et multipliant ces égalités membre à membre, les deux produits seront évidemment égaux. J'aurai donc, en indiquant seulement les produits,

$$\frac{3\times6\times5}{4\times3\times15} = \frac{6\times4\times9}{8\times2\times27}$$

que je puis écrire sous la forme ordinaire des proportions.

$$3\times6\times5:4\times3\times15::6\times4\times9:8\times2\times27;$$

Ce qu'il fallait démontrer.

368. On appelle *proportion continue* une proportion dans laquelle les deux moyens sont égaux, telle que 36:12::12:4 qu'on écrit pour abréger $\div\!\div$36:12:4 mais qu'on énonce toujours 36 est à 12 comme 12 est à 4.

Dans ce cas, le produit du moyen par lui-même est égal au produit des deux extrêmes.

Si l'on avait la proportion continue $3:x::x:27$ comme on a $x\times x=3\times27$, il faudrait trouver pour x un nombre qui, multiplié par lui même, reproduisît $3\times27=81$.

Ce nombre est évidemment 9.

On l'appelle moyen proportionnel entre les deux nombres 3 et 27.

On verra plus loin comment on peut trouver un moyen proportionnel entre deux nombres.

QUESTIONNAIRE.

Qu'est-ce qu'un rapport ? (346.)

Combien y a-t-il de sortes de rapports ? (346)

Qu'appelle-t-on proportion ? (347)

Combien y a-t-il de sortes de proportions ? (347)

Que signifient les mots *antécédents* et *conséquents ?* (348)

Qu'entend-on par les termes d'un rapport ? (348)

Comment indique-t-on un rapport par quotient ? (349)

Démontrez qu'un rapport par quotient ne change pas quand on multiplie ou qu'on divise ses deux termes par le même nombre ? (349)

Comment simplifie-t-on un rapport par quotient ? (350)

Comment trouve-t-on le rapport entre deux fractions ? (351)

Démontrez que si l'on ajoute terme à terme deux ou plusieurs rapports égaux, les deux sommes forment le même rapport ? (354)

Qu'est-ce qu'une proportion par quotient ou simplement proportion ? (355)

Quelle est la propriété fondamentale des proportions par quotient ? (356)

Comment peut-on déterminer le quatrième terme d'une proportion dont les trois autres termes sont connus ? (363)

Démontrez que dans toute proportion la somme ou la différence des antécédents est à la somme ou à la différence des conséquents comme un antécédent est à son conséquent ? (365)

Quelle est la propriété des rapports égaux ? (366)

Démontrez cette propriété ? (366)

Démontrez que si l'on multiplie terme à terme deux ou plusieurs proportions, les quatre produits résultants forment aussi une proportion ? (367)

Qu'entend-on par une proportion continue ? (368)

Comment détermine-t-on le terme moyen dont les deux autres termes sont connus ? (368)

Déterminer le terme inconnu x dans les proportions suivantes :

1231.

1°. $7:18::21:x$ R. $x=45$.

2°. $10:35::x:255$ R. $x=72\frac{6}{7}$.

3°. $144:x::740:370$ R. $x=72$.

4°. $x:28::2:8$ R. $x=7$.

5°. $3\frac{1}{3}:x::4\frac{1}{2}:1$ R. $x=\frac{14}{17}$.

1232.

1°. $0,3:x::0,48:0,9$ R. $x=0.5625$

2°. $18,2:54,60::x:180$ R. $x=0.60$

3°. $2\frac{1}{2}:3\frac{3}{5}::2,50:x$ R. $x=3\frac{1}{3}$

4°. $4,20:x::21:0,6$ R. $x=0.12$.

5°. $x:2\frac{1}{2}::2,50:2,60$ R. $x=2.50$.

1233. 1°. $\frac{1}{2}:\frac{1}{3}::2\frac{1}{4}:x$ R. $x=1\frac{1}{2}$.

2°. $3\frac{1}{4}:x::8\frac{2}{3}:4\frac{1}{5}$ R. $x=1\frac{299}{520}$.

3°. $548:12\frac{1}{2}::x:\frac{2}{3}$ R. $x=29\frac{17}{75}$.

4°. $1\frac{1}{2}:x::2\frac{1}{3}:3\frac{1}{4}$ R. $x=2\frac{5}{56}$.

5°. $1,2:3,6::x:3,9$ R. $x=1.3$

Trouver les valeurs des inconnus dans les rapports égaux suivants :

1234. $x:2::y:6$ R. $x=6$, $y=18$.

$x+y=24$

1235. $x:13::y:18$ R. $x=124.8$; $y=172.8$.

$y-x=48$

1236. $x:2::y:3::z:4$ R. $x=14$; $y=21$ et $z=28$.

$x+y+z=63$

1237. $x:\frac{1}{2}::y:\frac{1}{3}::z:\frac{1}{4}$ R. $x=36$; $y=24$ et $z=18$.

$x+y+z=78$

1238. $x:2::y:3::z:4::u:5$

$x+y+z+u=14000$.

R. $x=2000$; $y=3000$; $z=4000$ et $u=5000$.

§ 2. APPLICATIONS DES PROPORTIONS.

369. Dans les questions que l'on peut résoudre par les proportions, il y a au moins trois nombres connus, et on en demande un quatrième qui doit former avec les trois autres une proportion, qui prend le nom de RÈGLE DE TROIS.

370. Il faut commencer par s'assurer si cette condition est remplie.

Pour cela, on examinera si l'énoncé du problème se compose de deux parties, dont la première renferme deux nombres respectivement de la même espèce que deux autres nombres renfermés dans la seconde partie. Ensuite après avoir rangé ces nombres par espèce d'ordre, x représentant le nombre inconnu, on s'assurera si x devient 2 fois, 3 fois plus grand ou plus petit que le nombre de même espèce, lorsque le nombre d'espèce différente correspondant à x devient 2 fois, 3 fois plus grand ou plus petit que le nombre de même espèce que lui.

1239. Si l'on avait à résoudre ce problème : 320 verges d'étoffe ont coûté $544 ; combien coûteront 450 verges de la même étoffe ? On reconnaîtrait facilement les deux parties dont l'énoncé se compose : 1ère. PARTIE, 320 *verges d'étoffe ont coûté* $544 ; 2me. PARTIE, *combien coûteront* 450 *verges de la même étoffe ?*

On verrait de plus que les deux nombres 320 verges, $544 renfermés dans la première partie, ont pour correspondants, dans la deuxième partie, les nombres respectivement de même espèce, 450 verges, $$x$.

Ensuite, après avoir disposé les nombres de même espèce ainsi qu'il suit :

320 verges $544.
450 do $$x$.

On verrait que d'après la nature de la question, pour un nombre de verges double et triple de 320 on devra payer une somme double ou triple de $544.

Ces quatre nombres pourront former une proportion.

AUTRE EXEMPLE. 30 verges ont coûté $28 ; combien coûteront 25 gallons ?

On voit sur le champ que les nombres 30 verges, 25 gallons ne sont pas de même espèce ; on ne pourra donc pas former une proportion avec ces quatre nombres.

371. Lorsqu'on s'est assuré que le problème peut être résolu par une proportion, il n'y a plus qu'à assigner aux quatre nombres la place qu'ils doivent occuper dans la proportion. C'est ce qu'on appelle mettre le problème en proportion.

RÈGLE. *Pour mettre un problème en proportion on commence par écrire le second rapport en prenant pour conséquent le nombre inconnu qu'on désigne par x, puis on écrit le premier rapport en ayant soin de prendre pour conséquent le plus grand ou le plus petit des deux nombres, selon que x doit être d'après l'énoncé plus grand ou plus petit que son antécédent.*

Ainsi, dans le problème précédent, j'écris pour deuxième rapport :

$$544 : x.$$

Ensuite observant que $$x$ prix correspondant à 450 verges, doit être nécessairement plus grand que $544 prix correspondant à 320 verges, le conséquent du premier rapport sera le plus grand des deux nombres 320 verges, et 450 verges, j'aurai la proportion :

320 ver. : 450 ver. : : $544 : $$x$.

et considérant les deux termes du premier rapport comme des nombres abstraits, ce qui est toujours permis :

$$320 : 450 :: \$544 : \$x ;$$

d'où $$\$x = \frac{\$544 \times 450}{320} = \$765.$$

Les 450 verges coûteront donc \$765.

On aurait pu simplifier la proportion en divisant les deux antécédents par 32, ce qui eût donné la proportion :

$$10 : 450 :: 17 : x,$$

Et divisant par 10 les deux termes du premier rapport de celle-ci on aurait eu $1 : 45 :: 17 : x$; d'où $x = 17 \times 45 = \$765$.

Lorsque la solution d'un problème donne lieu à une proportion analogue à celle qui précède, on dit que c'est une RÈGLE DE TROIS SIMPLE.

1240. 60 ouvriers ont mis 40 jours pour faire un certain ouvrage ; combien faudra-t-il d'ouvriers pour faire le même ouvrage en 25 jours ?

SOLUTION. Soit x le nombre d'ouvriers demandé. Il y aura proportion entre les trois nombres donnés et ce nombre inconnu ; en effet, un nombre d'ouvriers 2, 3 fois plus grands mettra 2, 3 fois *moins* de jours pour faire le même ouvrage.

J'écris pour deuxième rapport $60 : x$.

Maintenant, puisque, d'après l'énoncé, x. conséquent du deuxième rapport correspondant à 25 jours, doit être plus grand que 60 correspondant à 40, je prendrai pour conséquent du premier rapport le plus grand des autres nombres, et j'aurai la proportion :

$$25 \text{ j.} : 40 \text{ j.} :: 60 : x,$$

et simplifiant le premier rapport en divisant les deux termes par 5,

$$5 : 8 :: 60 : x,$$

d'où $$x = \frac{60 \times 8}{5} = 96.$$

Il faudra donc 96 ouvriers pour faire le même ouvrage en 25 jours.

372. Lorsque le nombre inconnu de la deuxième espèce et son correspondant de la première doivent former les deux conséquents de la proportion, et que par conséquent les deux termes du premier rapport sont ***écrits dans le même ordre*** que leurs correspondants qui forment le second rapport, on dit que les deux nombres de la seconde espèce sont en *rapport direct* avec les deux nombres de la première, où bien qu'ils sont *directement proportionnels* avec eux.

373. Lorsque, au contraire, le nombre inconnu de la seconde espèce étant toujours le conséquent du deuxième rapport, son correspondant de la première espèce est l'antécédent du premier rapport, de manière que les termes du premier rapport sont écrits *dans un ordre inverse* relativement à leurs correspondants qui forment le second rapport, on dit que les deux nombres de la première espèce sont en rapport inverse avec les deux nombres, de la seconde espèce, ou bien qu'ils sont *inversement* ou *réciproquement proportionnels* avec eux. Ainsi, dans le premier problème les deux nombres de verges sont directement proportionnels aux nombres qui expriment les prix, et dans la deuxième problème les nombres d'ouvriers sont réciproquement proportionnels aux nombres de jours.

Au lieu de dire que deux quantités d'une première espèce sont en rapport direct ou inverse avec deux autres d'une seconde espèce, on dit aussi que chaque quantité de la première espèce est en *raison* direct ou *inverse* de sa correspondante de la seconde espèce.

Ainsi dans les achats et ventes, les prix sont en raison directe du nombre des objets achetés ou vendus ; ainsi le nombre d'ouvriers nécessaire pour faire un même ouvrage est en raison inverse du nombre des jours de travail.

374. Le raisonnement fait connaître dans chaque problème si les quantités sur lesquelles on opère sont en raison *directe* ou *inverse ;* il sera donc toujours facile de mettre le problème en proportion.

1241. Un vaisseau qui n'avait de vivres que pour 12 jours est rejeté par les vents contraires loin de sa route, ce qui augmentera probablement le voyage de 18 jours ; à combien devra-t-on réduire la ration de chaque homme par jour?

Je désigne par 1 la ration de chaque homme avant que le vaisseau fut écarté de sa route et par x la ration de chaque homme quand le voyage doit durer $12+18=30$ jours.

La ration de chaque homme sera évidemment en raison inverse du nombre de jours que durera le voyage ; j'écrirai donc la proportion

$$30 : 12 :: 1 : x \text{ d'où } x = \frac{12}{30} = \frac{2}{5}.$$

La ration de chaque homme sera réduite aux $\frac{3}{5}$ de ce qu'elle était auparavant.

PROBLÈMES SUR LA RÈGLE DE TROIS SIMPLE.

1242. Si 16 barils de farine coûtent $112, combien coûteront 192 barils de la même farine ? Rép. $1344.

1243. Un homme qui a fait banqueroute convient avec ses créanciers de leur payer $0.64 cts. par dollar ; combien recevra-t-on sur une dette de $2563.50 ? Rép. $1640.64.

1244. Si 90 livres de poivre valent 72 lbs. de gingembre ; combien aura-t-on de lbs. de gingembre pour 64 lbs. de poivre ? Rép. 51$\frac{1}{5}$ lbs.

1245. Si 148 gallons de liqueur coûtent £119 10s. combien en aura-t-on pour £89 12s 6d ? R. 111 gallons.

1246. 52 cwt. 1 qr. 14 lbs de farine coûtent £114, quel sera le prix de 122 cwt. R. £266.

1247. Ayant payé £51 pour 10 cwt. 2 qr. 14 lbs, de sucre : combien dois-je payer pour 3 cwt. 1 qr. 14 lbs. ? R. £16 4s.

1248. Si 19 cwt. 3 qr. 21 lbs. de bœuf, coûtent £37 : combien coûteront 46 cwt. 1 qr. 20 lbs. R. £83 16s. 8d. $\frac{40}{2233}$

1249. La rente de 10 arpents de terre étant de £4 13s. 4d : combien en louera-t-on pour £70 10s. 6d. ? R. 151 arp. 1p. 4½p.

1250. Si 6 cwt. 3 qr. 12 lbs. de farine coûtent £9 ; quel est le prix de 4 cwt. 2qr. ? R. £5 18s. 1½d.

1251. Combien coûteront 13 cwt. de lard : si 39 cwt. 1 qr. 11 lbs. coûtent £59 1s. 3d ? R. £19 10s. 3d. $\frac{21}{113}$

1252. Si 63 gallons de vin coûtent £41 10s. 6d ; combien coûtent 10 gallons ? R. £6 11s 9¾d $\frac{7}{8}$.

1253. 4½ verges de drap coûtent £5 14s. 4½d : combien coûteront 20 verges au même prix ? R. £26 18 2¾d. $\frac{5}{17}$,

1254. Si 1¼ verge de coton coûte 2s. 6d. : combien coûtent 24½ verges ? R. £2 9s.

1255. Combien coûteront 24 lbs. de thé : si 1¼ once coûte 6¼d. ? R. £8.

1256. Si 2½ cwt. de café coûtent £42 : quel sera le prix de 12 onces ? R. 2s. 3d.

1257. Si 1½ once de tabac coûte 6d. : quel est le prix de 3 cwt. 3 qr. 18 lbs. ? R. £116 16s.

1258. Quel est le prix de 7 paniers de thé de chacun 2¾ cwt : si 51 lbs. coûtent £8 10s ? R. £359 6s. 8d.

1259. Combien aura-t-on de thé pour 78s. $5\frac{1}{4}$d. : quand 14cwt. 3 qr. coûtent £436 8s. $1\frac{1}{2}$d. ? R. 1 qr. 1 on. 8dr. $\frac{8}{21}$

1260. Quel est le prix dc 6 fromages de chacun $14\frac{3}{4}$ lbs. si 7lbs. coûtent 3s. $4\frac{3}{4}$d. ? R. £2 2s. $4\frac{3}{4}$d. $\frac{1}{2}$.

1261. Si 641 moutons coûtent $1923 ; combien coûteront 75 moutons au même prix ? R. $225.

1262. Lorsque 30 vaches coûtent $480 ; combien devra-t-on payer pour 173 vaches ? R. $2768.

1263. Si 48 hommes peuvent construire un vaisseau en 84 jours ; combien foudrait-il de jours à 16 hommes pour le construire ? R. 252 jours.

1264. Si les $\frac{6}{7}$ d'une verge de florence (*Sarçenet*) coûtent $\frac{3}{4}$ d'un dollar ; combien coûteront $3\frac{3}{5}$ verges ? R. $3.15c.

1265. Quel serait le prix de 165 melons ; si l'on paie $\frac{4}{5}$ de dollar pour 5 melons ? R. $26.40.

1266. Un homme a acheté les $\frac{5}{8}$ d'un vaisseau, et a revendu les $\frac{4}{5}$ de ce qu'il a acheté $8240, qui est précisément le prix qu'ils lui ont couté. Quel est le prix total du vaisseau ? R. $16480.

1267. Quand on paie $8200 pour la $\frac{1}{2}$ des $\frac{4}{5}$ d'une acre de terre dans Broadway, à New-York ; quel sera le prix du $\frac{1}{6}$ des $\frac{5}{8}$ d'un acre ? R. $2562.50.

1268. Les roues de devant d'une voiture ont une circonférence de 7 pieds 6 pouces, et celle de derrière 9 pieds 2 pouces ; combien feront-elles de tours dans une distance de 100 milles : R. 70400 tours ; 57600 tours

1269. Deux nombres sont entre eux comme 8 est à 12, et le plus petit est 320 ; quel est le plus grand ? R. 480.

1270. Deux troupeaux de moutons sont entre eux comme 15 est à 20, et le plus grand en contient 500 ; combien y en a-t-il dans le plus petit ? R. 375 moutons.

1271. Une meule (*stack*) de foin nourrirait une vache pendant 20 semaines ; et un cheval 15 semaines seulement ; combien de temps durerait-elle pour tous les deux ensemble ?
R. 8 $\frac{4}{7}$ semaines.

1272. Si les $\frac{3}{7}$ d'une corde de bois coûtent $1.35 ; quel sera le prix des $\frac{6}{7}$ d'une corde ? R. $2.70.

1273. Pour les $\frac{3}{5}$ d'une livre de chocolat on paie $\frac{1}{5}$ d'un dollar ; combien paiera-t-on pour $25\frac{2}{3}$ livres ? R.$8.555

1274. La poudre à canon est composée des 76 parties de nitre, de 14 parties de charbon de bois et de 10 parties de soufre ; combien y aura-t-il de livre de chaque ingrédient dans un tonneau de cette poudre ?

R. 1520 lbs. de nitre, 280 lbs. de charbon, et 200 lbs. de soufre.

2. RÈGLE DE TROIS COMPOSÉE.

375. Lorsque l'énoncé du problème renferme plus de trois nombres connus, on détermine le nombre ou les nombres inconnus à l'aide de deux ou plusieurs proportions.

1275. 40 *ouvriers ont employé* 24 *jours à faire* 600 *verges d'un certain ouvrage ; en combien de jours* 25 *ouvriers pourraient-ils faire* 500 *verges du même ouvrage ?*

Solution. Je suppose pour un moment que l'ouvrage à faire par les deux troupes d'ouvriers soit le même et égal au premier, c'est-à-dire à 600 verges ; la question ainsi simplifiée reviendrait à celle-ci :

40 ouvriers ont mis 24 jours à faire 600 verges d'un certain ouvrage ; combien 25 ouvriers emploieraient-ils de temps pour faire le même ouvrage ?

Désignant par x le nombre de jours correspondant à cet énoncé et observant que les nombres de jours sont en raison inverse des nombres d'ouvriers, j'aurai la proportion :

$$25:40::24:x \qquad [1]$$

de laquelle je pourrais tirer la valeur de x ; mais je puis me dispenser de faire ce calcul, il me suffira de raisonner sur x comme s'il était connu.

En effet, x désignant le nombre de jours nécessaires pour faire les 600 verges, j'ai maintenant à résoudre cette seconde question :

25 ouvriers ont mis x jours pour faire 600 verges ; combien de jours les mêmes ouvriers emploieront-ils à faire 500 verges ?

Je désigne par X, qu'on énonce grand x, le nombre de jours correspondant à ce nouvel ouvrage, lequel est véritablement le nombre de jours demandé, et observant que les nombres de jours de travail sont en raison directe des nombres de verges à faire, on aura la proportion :

$$600:500::x:X \qquad [2]$$

Multipliant terme à terme les deux proportions (1) et (2) j'aurai :

$$600\times25:500\times40::24\times x:x\times X.$$

Supprimant le facteur x commun aux deux termes du second rapport, j'obtiens :

$$600 \times 25 : 500 \times 40 :: 24 : X \qquad [3]$$

d'où
$$X = \frac{500 \times 40 \times 24}{600 \times 25}.$$

Afin de simplifier les calculs indiqués, je supprime les facteurs communs au numérateur et au dénominateur, et j'obtiens successivement :

$$X = \frac{5 \times 40 \times 24}{6 \times 25} = \frac{5 \times 40 \times 4}{25} = \frac{5 \times 8 \times 4}{5} = 8 \times 4 = 32,$$

en supprimant d'abord le facteur 100, puis le facteur 6, puis le facteur 5, et enfin une seconde fois le facteur 5.

Remarque. Le premier rapport de la proportion [3] qui a servi à déterminer X, $600 \times 25 : 500 \times 40$ ou $\frac{600 \times 25}{500 \times 40}$, qui se réduit à $\frac{3}{4}$ n'est autre chose que le produit des rapports $\frac{600}{500}$ et $\frac{25}{40}$, autrement dit, ce rapport est composé des deux autres.

La proportion [3] elle-même est composée des proportions [1] et [2], de là vient le nom de *règle de trois composée* que l'on donne quelquefois à cette méthode.

1276. 25 hommes, travaillant 9 heures par jour, ont mis 12 jours à creuser un fossé de 50 verges de long sur 4 verges de larges et 6 verges de profondeur ; combien faudra-t-il employer d'hommes, travaillant 10 heures par jour pendant 18 jours, pour creuser un fossé de 100 verges de long sur 3 de large et 4 de profondeur, dans un terrain deux fois plus difficile à travailler.

Voici le tableau du calcul qu'il sera facile d'expliquer par le raisonnement.

$$\begin{array}{rrlll}
18: & 12 :: & 25 & : x & \\
10: & 9 :: & x & : x' & (x \text{ prime}) \\
50: & 100 :: & x' & : x'' & (x \text{ seconde}) \\
4: & 3 :: & x'' & : x''' & (x \text{ tierce}) \\
6: & 4 :: & x''' & : x^{iv} & (x \text{ quarte}) \\
1: & 2 :: & x^{iv} & : X & (x \text{ grand})
\end{array}$$

$$18 \times 10 \times 50 \times 4 \times 6 \times 1 : 12 \times 9 \times 100 \times 3 \times 4 \times 2 :: 25 : X$$

Les quantités x, x', x'', x''', x^{iv} disparaissent comme facteurs communs des deux termes du deuxième rapport.

$$X = \frac{12 \times 9 \times 100 \times 3 \times 4 \times 2 \times 25}{18 \times 10 \times 50 \times 4 \times 6 \times 1},$$

et supprimant les facteurs communs au numérateur et au dénominateur, on obtient facilement

$$X=30$$

Il faudrait par conséquent 30 hommes.

376. On peut se dispenser d'avoir recours à la règle de trois composée et résoudre par une seule règle de trois simple, tous les problèmes qui pourraient donner lieu à ces combinaisons de proportions.

Pour le problème précédent, je résonnerais ainsi : 25 hommes, travaillant pendant 12 jours, et 9 heures par jour, font autant que $25\times12\times9$ hommes, travaillant pendant une heure.

Un fossé de 50 verges de long sur 4 de large, et 6 de profondeur, est la même chose qu'un fossé de $50\times4\times6$ verges (cubes.)

Pareillement, x hommes travaillant 18 jours, et 10 heures par jour, font autant que $x\times18\times10$ hommes, travaillant pendant une heure.

Un fossé de 100 verges de long sur 3 de large et 4 de profondeur est la même chose qu'un fossé de $100\times3\times4$ verges (cubes) ; et puisque le terrain est deux fois plus difficile à travailler, c'est comme s'il s'agissait d'un fossé double du précédent, c'est-à-dire $100\times3\times4\times2$ verges (cubes).

Maintenant, puisque les nombres d'hommes sont en raison directe des nombres de verges, j'aurai la proportion

$$50\times4\times6:100\times3\times4\times2::25\times12\times9:x\times18\times10.$$

d'où $x\times18\times10=\dfrac{100\times3\times4\times2\times25\times12\times9}{50\times4\times6}$

Connaissant un produit et un des facteurs (18×10), j'obtiendrai l'autre facteur par la division, ce qui donne

$$x=\frac{100\times3\times4\times2\times25\times12\times9}{50\times4\times6\times18\times10}=30$$

même résultat que précédemment.

QUESTIONNAIRE.

Quels sont les problèmes que l'on peut résoudre par les proportions ? (369)

Comment peut-on s'assurer que les quatre nombres renfermés dans l'énoncé, y compris le nombre inconnu forment une proportion ? (370)

Dans quel cas deux quantités sont-elles en rapport direct de deux autres ? (372)

Que signifie cette expression ? (372)

Dans quel cas deux quantités sont-elles en rapport inverse de deux autres ? (373)

Que signifie cette expression? (373)

Dans quel cas peut-on résoudre un problème au moyen de plusieurs proportions? (375)

Ne peut-on pas résoudre ces sortes de proportions par une seule proportion? (376)

Quelle est la règle pour mettre un problème en proportion? (371)

PROBLÈMES SUR LA RÈGLE DE TROIS COMPOSÉE.

1277. Si 6 hommes gagnent $60 en 15 jours ; combien 10 hommes gagneront-ils en 27 jours? Rép. ~~$45.~~ 180

1278. Si 7 hommes gagnent $16 en 3 jours : combien 14 hommes mettront-ils de temps pour gagner $224? Rép. 21.

1279. Douze personnes ayant dépensé $640 en 4 mois : combien faudra-t-il de personnes pour dépenser 34115.33\frac{1}{3}$ cts. en 8 mois? Rép. 32.

1280. On a nourri 1050 soldats, avec 250 minots de blé pendant 6 mois : combien en nourrira-t-on avec 960 minots pendant 4 mois? Rép. 6048.

1281. Si 18 chevaux mangent 12 minots d'avoine en 36 jours : combien en faudra-t-il pour nourrir 12 chevaux pendant 48 jours? Rép. 10$\frac{2}{3}$

1282. Si 3 chevaux mangent 14 minots d'avoine en 7 jours : combien en nourrira-t-on avec 266 setiers dans le même temps? Rép. 57.

1283. Combien 48 maçons feront-ils de toises d'ouvrage en 24 jours, quand 12 maçons en font 7 toises en 36 jours? Rép. 18t.

1284. Si 15 ouvriers font 37 toises d'ouvrage en 27 jours : quel temps mettront 20 ouvriers pour faire 48 toises? Rép. 26$\frac{10}{37}$ jours.

1285. On sait que 21 hommes ont fauché 72 arpents d'herbe en 60 jours : combien doit-on employer d'hommes pour en faucher 460 arpents 83 perches en 72 jours? Rép. 112$\frac{7}{960}$.

1286. Si 12 onces de laine sont suffisantes pour faire 2$\frac{1}{2}$ verges de drap de 1$\frac{1}{2}$ pied de large : combien en faudra-t-il pour en faire 150 verges de 1 pied de large? Rép. 30.

1287. Si 10 onces de laine font 5 verges de drap de 3 quarts de large ; combien fera-t-on de drap de 5 quarts de large avec 250 ballots de laine de chacun 14 lbs.? Rép. 18800.

1288. On a employé 66 rames de papier pour faire 3000 copies d'un livre de 11 feuilles : combien faudra-t-il de papier pour faire 5000 copies d'un livre de $12\frac{1}{2}$ feuilles ? Rép. 125.

1289. Si un homme fait 90 milles en 3 jours marchant 8 heures par jour : en combien de temps fera-t-il 540 milles en marchant 10 heures par jour ? Rép. 18.

1290. Si 3 personnes peuvent passer 4 semaines dans un hôtel avec £7 : combien de temps pourront y passer 14 personnes avec £112 ? Rép. 13 sem. 5 j.

1291. On peut porter 30 cwt. 15 milles de chemin pour £5 8s 9d. à quelle distance pourra-t-on porter 80 cwt. pour £29 ? Rép. 30.

1292. Si 12 caisses sont transportées 18 milles pour £16 quand le transport est à 1s. 3d. le quintal : à quelle distance portera-t-on 18 caisses pour £72 quand le transport coûte 10d. ? Rép. 81.

1293. Combien faudra-t-il d'hommes en 64 jours, travaillant 6 heures par jour, pour creuser un fossé de 60 verges : sachant qu'il a fallu 24 jours à 18 hommes travaillant 8 heures par jour pour en creuser un de 30 verges ? Rép. 18 hommes.

1294. Si 36 hommes creusent un fossé long de 64 pieds sur 16 de large et 8 de profondeur en 16 jours et 9 heures par jour : quelle longueur aura un autre fossé qui a 18 pieds de large et 9 de profondeur, si on y emploie 6 hommes travaillant 72 jours et 6 heures par jour ? Rép. 25 pieds. 3 pouces. $\frac{11}{27}$.

1295. Si 248 hommes en 11 jours et 11 heures par jour creusent un roc de 7 degrés de densité, ayant 465 toises de long, sur 50 de large et 14 de profondeur : combien faudra-t-il de temps à 24 hommes, travaillant 9 heures par jour pour en creuser un de 675 pieds de long sur 84 de large et 21 de profondeur ayant 4 degrés de densité ? Rép. 290 jours $\frac{2}{5}$.

1296. Soixante-dix hommes avaient 108 caisses de provisions pour 12 mois ; mais comme il est survenu 102 hommes : combien de temps dureront les provisions ? R. 4 mois 26 j. 12 h. $\frac{12}{43}$.

1297. Pour 12 habits complets, on a employé 140 verges d'une étoffe de $\frac{3}{4}$ de verge de largeur : combien en aurait-il fallu si l'étoffe avait eu $\frac{7}{8}$ de large ? R. 120 verges.

1298. Un écrivain a fait 100 pièces d'écriture en 15 jours, travaillant 12 heures par jour : on demande combien il lui aurait fallu de jours de plus pour faire le même nombre de pièces, s'il n'avait travailler que 9 heures par jour ? R. 5 jours de plus.

1299. 6000 hommes sont en garnison dans une ville de guerre, et ils ont du pain pour six mois, en donnant chaque jour une ration de 18 onces à chaque homme. En augmentant cette garnison de 1200 hommes, de combien d'onces devrait être chaque ration, pour que la même quantité de pain durât 10 mois ? R. 9 onces,

1300. Il y a dans un fort une garnison de 1500 hommes, qui ont du pain pour 7 mois, à 18 onces par jour. Combien faudra-t-il en faire sortir, pour que les vivres pussent durer 15 mois en ne donnant que 14 onces chaque jour ? R. 600 hommes.

1301. On a payé $7236 pour 120 verges d'un premier ouvrage et $8040 pour un certain nombre de verges d'un deuxième ouvrage. Il s'agit de déterminer ce dernier nombre de verges, sachant que les difficultés des deux ouvrages sont dans le rapport de 3 à 4 ? R. 100 verges.

1302. Quatre personnes se sont partagé une somme de $5290, de manière que la part de la première était à celle de la seconde comme 3 à 4 ; celle de la seconde à celle de la troisième comme 4 à 7, et celle de la troisième à celle de la quatrième comme 7 à 9. Combien ont-elles eu chacune ?

R. 1ère $690, 2me $920, 3me $1610 et 4me $2070.

1303. Dans un atelier, il y a 4 compagnies d'ouvriers : la force de la première est à celle de la deuxième comme 6 à 5 ; celle de la deuxième à celle de la troisième comme 7 à 6, et celle de la première à celle de la quatrième comme 3 à 2. On leur a payé, pour 15 jours de travail, $6075. On demande combien chaque ouvrier gagne par jour, et combien il y dans chaque compagnie, sachant que dans la 2me il y a dix hommes de plus que dans la 3me ?

R. $1.50c. 1ère compagnie 84 hommes, 2me 70, 3me 60 et 4me 56.

1304. Diviser 44 en deux parties, telles que la plus grande augmentée de 5 soit à la plus petite augmentée de 7, comme 4 est à 3. R. 27 et 17.

1305. Dans une manufacture composée de 40 ouvriers qui travaillent 12 heures par jour, il s'est fait en 15 $\frac{3}{16}$ jours, 8 pièces d'étoffe qui contiennent 567 verges, et qui ont $\frac{3}{4}$ de verge de largeur. Il reste encore à faire 756 verges de pareille étoffe, mais à laquelle on veut donner $\frac{7}{8}$ de large ; on demande combien il faudra employer d'ouvriers, s'ils veulent travailler 14 heures par jour, pour que l'ouvrage soit fini en 18 jours ? R. 45 ouv.

1306. 75 ouvriers, travaillent 5¾ heures par jour, ont mis 6¼ jours pour creuser un fossé de 92 verges de long, sur 2 verges de large et 3 verges de profondeur : combien 150 ouvriers, travaillant 8⅓ heures par jour, mettront-ils de jours pour creuser un fossé de 120 verges de long, sur 3 verges de large et 4 verges de profondeur ? R. 5⅝ jours.

1307. Avec 4 charues, attelées chacune de 2 chevaux, il a fallu 5¼ jours pour labourer un champ, l'ardeur des chevaux étant représentée par 9, et la dureté du terrain par 6 : avec 3 charues, attelées chacune de 3 chevaux, combien faudra-t-il de jours pour labourer un champ de la même étendue, l'ardeur des chevaux étant représentée par 8, et la dureté du terrain par 7 ? R. 6⅛ jours.

3. RÈGLE CONJOINTE.

377. Quand chaque *antécédent* d'un rapport composé est *égal* en valeur à son *conséquent*, la proportion est appelée *proportion conjointe.*

La règle conjointe s'emploie principalement pour comparer les monnaies, les poids et mesures de deux pays, par le medium de ceux d'autres pays, dont les valeurs relatives sont données, et dans les hautes opérations de change. Le terme qui n'a pas son *pair* est quelquefois appelé *demande.*

1308. Si 20 lbs. des Etats-Unis font 12 livres d'Espagne ; et 15 lbs. d'Espagne 20 lbs. du Danemark ; et 40 lbs. du Danemark 60 lbs. de Russie, combien 100 lbs. des Etats-Unis font-elles de livres de Russie ?

Opération.

20 lbs. Etats-Unis. = 12 lbs. d'Espagne.
15 lbs. Espagne=20 lbs Danemark.
40 lbs. Danemark=60 lbs. Russie.
x lbs. Russie=100 lbs. Etats-Unis.

Ayant arrangé les nombres donnés deux à deux sur deux colonnes ; faisant le premier terme l'antécédent et son égal conséquent ; maintenant puisqu'il est requis combien il en faudra de la dernière espèce pour égaler un nombre donné (100 lbs.) d la première, je place le terme impair au conséquent

D'où $20\times15\times40:12\times20\times60::100:x$

$$\text{D'où } x=\frac{12\times20\times60\times100}{20\times15\times40}=12\times10=120 \text{ lbs.}$$

378. De l'opération précédente on en déduit la

RÈGLE DES PROPORTIONS CONJOINTES.

Prenez les termes en nombres pairs, placez le premier à gauche du signe d'égalité pour l'antécédent, et son égal à droite pour le conséquent, et ainsi de suite. Si la réponse doit être de la même espèce que le premier terme ; placez le terme impair sous les antécédents, si non, placez le sous les conséquents.

Puis supprimez les facteurs communs et divisez le produit par le multiple de x le quotient donnera la réponse.

PREUVE. *Renversez l'opération, prenant les conséquents pour les antécedents, et la réponse pour le terme impair, si le résultat est le même que le terme impair donné de la question, l'opération a été bien faite.*

En arrangeant les termes il serait a propos que le *premier antécédent* et le *dernier conséquent* fussent toujours de la *même espèce.*

379. La règle conjointe prend le nom *d'arbitrage* quand elle sert à comparer des monnaies de divers pays ; ce qui est d'un fréquent usage dans les opérations de banque.

1309. Si 480 francs font 227 florins d'Amsterdam ; 141 florins d'Amsterdam, 160 marcs de banque (le marc vaut 16 sous) de Hambourg, et 37 sous de Hambourg 4 roubles de Russie ; combien 4309 fr. 20 valent-ils de roubles de Russie ?

Opération.

480 francs = 227 florins.
141 florins = $160 \times 16 = 2560$ sous de Hambourg.
37 sous de Hambourg = 4 roubles.
4309.20 francs = x roubles.
D'où $480 \times 141 \times 37 : 227 \times 2560 \times 4 :: 4309.20 : x$

D'où $x = \dfrac{227 \times 2560 \times 4 \times 4309.20}{480 \times 141 \times 37} = 4000$ roubles.

1310. Quand 100 lbs. des Etats-Unis font 95 lbs. d'Italie ; et 19 lbs. d'Italie, 25 lbs. de Perse ; combien faut-il de livres des Etats-Unis pour faire 50 lbs. de Perse ? R. 40 lbs.

1311. Si 10 verges anglaises font 9 verges d'Athènes ; et 90 verges d'Athènes, 112 verges de Canton ; combien de verges de Canton pour faire 50 verges anglaises ? R. 56 verges de Canton.

1312. Si 50 verges de drap à Boston valent 45 barils de farine à Philadelphie ; et 90 barils de farine à Philadelphie valent 127 balles de coton à New Orleans ; Combien faut-il de balles de

coton à New Orleans pour avoir 100 verges de drap à Boston?
R.127 balles de coton à New Orleans.

1313. Si $18, valent 8 ducats à Frankfort; 12 ducats à Frankfort 9 pistoles à Genève; et 50 pistoles de Genève 24 rupees à Bombay: Combien faut-il de rupees de Bombay pour faire $100? R. 16 rupees.

§III. Analyse.

380. Le mot *analyse*, dans les sciences physiques, signifie la *décomposition* d'un corps composé en ses *éléments*, ou *parties composantes.*

Analyse, en arithmétique, signifie décomposer un nombre en ses *facteurs*, et déterminer les *rapports* qu'ils ont entre eux.

L'analyse peut être appliquée avec avantage non-seulement au *développement* des vérités mathématiques; mais aussi à la *solution* d'une grande variété de problèmes, tant en arithmétique que dans la vie ordinaire. En effet, c'est par cette méthode que les hommes d'affaires, généralement résolvent les questions pratiques.

Avec un peu d'usage les élèves acquéront une grande facilité pour l'application de cette méthode.

381. Dans tous les problèmes d'arithmétique, *l'énoncé* renferme des nombres connus et des nombres inconnus.

Résoudre un problème c'est déterminer les nombres inconnus à l'aide d'opérations faites sur les nombres connus.

382. Tous les problèmes que l'on peut proposer sur les nombres se réduisent toujours à une ou plusieurs des opérations fondamentales exposées dans la première partie. Il ne peut être donnée aucune règle spéciale pour résoudre un problème par l'analyse; et en effet aucune n'est requise; le jugement seul d'après l'examen des conditions énoncées, doit suggérer les procédés à employer; de sorte que *l'analyse* peut, avec raison, être appelée la Règle du sens commun.

En opérant analytiquement on amène les *nombres donnés* à exprimer 1, ou la valeur de 1, et de 1 on remonte aux *nombres* *requis*; ce qui fait que l'analyse s'appelle quelquefois la MÉTHODE DE L'UNITÉ.

1314. On paie \$240 pour 60 verges de drap; combien coûteront verges 85 du même drap?

Solution analytique. Puisque 60 verges coûtent \$240. 1 verge ne coûtera que $\frac{1}{60}$ de \$240; $\frac{240}{60}=\$4$. Maintenant si 1 verge coûte \$4, 85 verges coûteront 85 fois autant; ou $\$4\times85=\$340$. Cette question et celles analogues, sont placées parmi les *règles de trois simples*, et peuvent se résoudre par les proportions; ainsi on aurait dit:

$$60:85::240:x\ ;\ x=\frac{240\times85}{60}=\$340.$$

1315. Un homme achète un cheval et paie comptant \$54 qui ne sont que les $\frac{9}{11}$ du prix convenu; combien a-t-il payé le cheval?

Analyse. Puis les $\frac{9}{11}$ du prix du cheval sont \$54. $\frac{1}{11}$ de ce prix ne sera que $\frac{1}{9}$ de \$54, ou $\frac{54}{9}$; et les $\frac{11}{11}$ du prix, qui font le prix total, seront évidemment 11 fois autant que le prix de $\frac{1}{11}$; ou $\frac{54\times11}{9}=\$66$.

1316. Quel est le nombre dont la $\frac{1}{2}$, le $\frac{1}{3}$ et le $\frac{1}{4}$ réunis font 39. Solution $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}=\frac{13}{12}$.

Je puis donc simplifier l'énoncé et dire quel est le nombre dont les $\frac{13}{12}$ font 39.

Si les $\frac{13}{12}$ du nombre inconnu font 39, $\frac{1}{12}$ sera 13 fois plus petits que 39 ou $\frac{39}{13}$, et les $\frac{12}{12}$ ou le nombre lui-même seront 12 fois plus grands que $\frac{39}{13}$, $\frac{39}{13}\times12=\frac{39\times12}{13}=36$.

Avant de faire le calcul, on pourrait remarquer que $\frac{39}{13}=3$, dès lors le résultat était tout trouvé: $3\times12=36$.

1317. 30 ouvriers ont fait 135 verges d'un certain ouvrage. Combien 43 ouvriers de la même force en feraient-ils?

Solution. Puisque 30 ouvriers ont fait 135 verges, 1 seul ouvrier en ferait 30 fois moins ou $\frac{135}{30}$ et 43 ouvriers, 43 fois plus que $\frac{135}{30}$ ou $\frac{135\times43}{30}=193$ verges $\frac{1}{2}$.

1318. 5 livres d'une marchandise ont coûté \$7.50 combien coûteront 28 livres.

Solution. Puisque 5 livres coûtent \$7 50c. 1 seule livre coûtera 5 fois moins, ou $\frac{7.50}{5}$ et 28 livres 28 fois plus que $\frac{7.50}{5}$ ou $\frac{7.50\times28}{5}=\$42$

1319. 10 ouvriers ont mis 24 jours pour faire un certain ouvrage, combien faudra-il d'ouvriers pour faire le même ouvrage en 40 jours.

Solution. Puisqu'il faut 24 jours à 10 ouvriers pour faire l'ouvrage, pour l'achever en 1 jour il faudrait 24 fois plus d'ouvriers ou 10×24 : et pour faire en 40 jours il faudra 40 fois moins d'ouvriers ou $\frac{10\times24}{40}=6$ ouvriers.

1320. 25 verges d'étoffe à $\frac{3}{4}$ de large ont coûté \$ 48, à combien reviendraient 12 verges d'étoffe de la même qualité, mais qui aurait $\frac{3}{4}$ de large ?

Solution. Si 25 verges à $\frac{3}{8}$ de large ont couté \$ 48, 1 verge à $\frac{2}{3}$ coûtera 25 fois moins ou \$ $\frac{48}{25}$; 1 verge à $\frac{1}{3}$ coûtera 2 fois moins ou $\frac{48}{25\times2}$; 1 verge à $\frac{3}{3}$ ou 1 verge de large, 3 fois plus ou $\frac{48\times3}{25\times2}$; 1 verge à $\frac{3}{4}$ coûtera les $\frac{3}{4}$ du prix précédent ou $\frac{48\times3\times3}{25\times2\times4}$ enfin, 12 verges à $\frac{3}{4}$ coûteront 12 fois plus ou $\frac{48\times3\times3\times12}{25\times2\times4}$.

On achevera les calculs en supprimant le facteur 8 commun au numérateur et au dénominateur ce qui donne $\frac{6\times3\times3\times12}{25}$ $=\frac{54\times12}{25}=\frac{648}{25}=\$$ 25. 92 cents.

On obtiendra promptement le résultat en observant que $\frac{648}{25}=648\times\frac{1}{25}=648\times\frac{4}{100}=\frac{2592}{100}=\$25.$ 92 cent. Ce qui revient à multiplier 648 par 4 et à séparer deux chiffres décimaux sur la droite du produit.

1321. Si 172 quintaux 2 quarts 18 livres de blé coûtent £87 6s. 3d. combien peut-on en acheter au même prix pour £3 19s. 1½d.

Solution. Si pour £87 6s. 3d. on a 172 cwt. 2 qrs. 18 lbs.; pour 1 denier on en aura autant de fois moins qu'il a de deniers en £87 6s. 3d.; et par conséquent pour 1 denier on aura $\frac{\text{cwt. } 172 \ 2 \ 18}{\text{£}87 \ 6\text{s. } 3\text{d.}}$

et pour £3 19s. 4½d. on en aura autant de fois qu'il y a de deniers dans la somme ; donc pour £3 19s. 4½d. on aura

$$\frac{\text{cwt. 172 qr. 2 lbs. } 18 \times \text{£3 19s. } 4\tfrac{1}{2}\text{d.}}{\text{£87 6s. 3d.}} = \frac{19338 \times 1905}{41910} = 879 \text{ lbs. ou}$$

7 cwt 39 11lbs.

1322. Deux ouvriers travaillent au même ouvrage ; le premier pourrait le faire en 15 jours et le second en 18 jours ; combien de temps mettront-ils pour l'achever en travaillant ensemble.

Solution. Puisque les 2 ouvriers travaillant seuls pourraient achever l'ouvrage ; en 15 jours et 18 jours ; en 1 jour le premier ne fait que $\frac{1}{15}$ et le second que $\frac{1}{18}$ de l'ouvrage ; à eux deux ils en feront en 1 jours $\frac{1}{15}+\frac{1}{18}=\frac{33}{270}$ puisqu'ils font le $\frac{33}{270}$ de l'ouvrage en 1 jour, ils en feront $\frac{1}{270}$ en 33 fois moins de temps, ou $\frac{1 \times 270}{33}=8$ jours 2 heures, en supposant la journée de travail de 11 heures.

1323. Trois fontaines coulent ensemble dans un bassin, la première le remplirait seule en 18 heures, la deuxième en 20 heures, et la troisième en 24 heures ; dans combien d'heures le bassin sera-t-il rempli ?

Solution. Les fontaines rempliraient séparément en 1 heure, $\frac{1}{18}$, $\frac{1}{20}$, $\frac{1}{24}$ du bassin, et par conséquent en 1 heure à elles trois elles remplissent $\frac{1}{18}+\frac{1}{20}+\frac{1}{24}$ du bassin.

Je réduis ces trois fractions au même dénominateur 360 ce qui donne pour la somme $\frac{53}{360}$; par conséquent puisqu'elles remplissent les $\frac{53}{360}$ du bassin en 1 heure, elles rempliront $\frac{1}{360}$ en $\frac{1}{53}$ d'heure et les $\frac{360}{360}$ ou le bassin en $\frac{1 \times 360}{53}$ 6 heures $\frac{42}{53}$.

Si l'on voulait réduire la fraction $\frac{42}{53}$ d'heure en minutes, on aurait qu'à prendre les $\frac{42}{53}$ de 60 minutes, ce qui donne

$$\frac{60 \times 42}{53}=\frac{2520}{53}=47^{\text{mes}}\,\frac{29}{53}$$

1324. Les deux aiguilles d'une montre marquent midi ; à quelle heure se rencontreront-elles pour la première fois, et combien de fois dans douze heures ?

Solution. L'aiguille des minutes allant plus vite que celle des heures, ne rencontrera celle-ci qu'après avoir fait une fois le tours du cadran, plus la distance que l'aiguille des heures aura parcourue. Elle a donc 60 divisions du cadran de retard sur l'aiguille des heures ; mais comme l'aiguille des minutes parcourt en 1 heure 60 divisions pendant que l'aiguille des heures n'en parcourt que 5, elle gagne sur celle-ci 55 divisions en 1 heure. Elle gagne donc une seule division en $\frac{1}{55}$ d'heure et les 60 divisions en $\frac{60}{55}$ d'heure=1 heure $\frac{1}{11}$; il sera donc 1 heure 5 minutes $\frac{4}{11}$. Les aiguilles se rercontreront 11 fois en 12 heures ;

$$\text{Car 12 heures}: \frac{60}{55} = \frac{12 \times 55}{60} = 11.$$

1325 Pour $270 on a acheté un certain nombre de verges de drap on en aurait eu 20 de plus pour $306 ; combien de verges a-t-on acheté et quel est le prix de la verge.

Solution. $306—$270=$36 représentent le prix de 20 verges; par conséquent la verge coûtera $\frac{36}{20}$=$1, 80 et le nombre de verges est $\$\frac{270}{1.80}=150$ verges

1326. Trouver deux nombres dont la somme soit 96 et la différence 18.

Solution. Je suppose pour un moment que les deux nombres cherchés soient égaux entre eux et à la moitié de 96 c'est-dire $\frac{96}{2}$. Comme la différence entre ces 2 nombres serait 0 au lieu de 18 ce ne sont pas les nombres demandés ; mais chaque $\frac{1}{2}$ que j'ôterai à l'un pour l'ajouter à l'autre, donnera 1 de différence entre les nombres ainsi modifiés ; donc pour que la différence soit 18, il faudra retrancher de l'un $\frac{18}{2}$ pour l'ajouter au second.

Le plus grand nombre sera donc $\frac{96}{2}+\frac{18}{2}=\frac{96+18}{2}=57$, et le plus petit $\frac{96}{2}-\frac{18}{2}=\frac{96-18}{2}=39$.

De là cette règle générale :

RÈGLE. *Connaissant la somme et la différence de deux nombres inconnus, on trouve le plus grand en ajoutant à la demi-somme donnée la demi-différence aussi donnée, et le plus petit en retranchant de la demi-somme la demi-différence.*

1327. On a payé $69 pour 25 gallons de brandy de deux qualités différentes à $2.40c. et à $ 3 ; combien a-t-on acheté de gallons de chaque espèce ?

Solution. A $3 le gallon les 25 gallons seraient revenus à $75., c'est-à-dire à $6 de plus que le véritable prix d'achat ; mais chaque gallon de $2.40c. substitué à un gallon de $3 diminue la dépense de $3—$2, 40=$0. 60 ; il faudra donc substituer $\frac{6}{0.60}=10$ gallons a $2, 40c. On a donc acheté 10 gallons de la seconde qualité et 15 de la première.

1328. Trouver deux nombres entiers dont le produit soit 84 et la somme 19.

Solution. Je cherche les diviseurs de 84 ainsi qu'il suit : 84 est divisible par 2 puisqu'il est terminé par un chiffre pair, et en prenant la moitié de 84 pour avoir le facteur correspondant, je trouve 42 et par conséquent 2 et 42 pour les deux facteurs correspondants.
84 est divisible par 3, puisque la somme 12 de ses chiffres est un nombre divisible par 3, j'obtiens donc pour facteurs correspondants ;

3 et 28

Et en continuant ainsi, j'obtiens pour les autres facteurs correspondants :

4 et 21
6 et 14
7 et 12

$7+12=19$; les deux nombres cherchés sont donc 7 et 12.

1329. Trouver trois nombres entiers dont la somme soit 19 et le produit 84.

Solution. Je cherche les diviseurs de 84 en prenant les faccorrespondants 2 à 2 comme dans l'exemple précédent et je décompose chacun des facteurs en 2 autres, ainsi qu'il suit

2 et 42 donne	2. 2. 21.	2. 3. 14.	2. 6. 7
3 et 28 "	3. 2, 14.	3. 4. 7.	
4 et 21 "	4. 3. 7.	2. 2. 21.	
6 et 14 "	2. 3. 14.	6. 2. 7.	
7 et 12 "	7. 2. 6.	7. 3. 4.	

Les nombres demandés sont 2, 3 et 14 ; car $2+3+14=19$.

1330. Un passementier (*lace-man*), a acheté 2 coupons d'étoffe de qualités différentes ; pour le coupon d'étoffe de première qualité qui coûte $7, de plus par verge, il a payé $345 ; pour le coupon de deuxième qualité qui a 23 verges de plus, il a payé $368 : combien chaque coupon contient-il de verges et quel est le prix de la verge de chaque coupon.

Solution. Je cherche les facteurs correspondants de 345 et 368, je trouve pour 345

3 et 115
5 et 69
15 et 23

Pour 368

2 et 184
4 et 92
8 et 46

Les nombres 15 et 23, 8 et 46 satisfont à l'énoncé, le passementier (*lace-man*) a donc acheté 23 verges d'étoffe à $15, et 46 verges à $8.

Ce petit nombre de problèmes ainsi developpés, suffit pour donner une idée de la méthode qui a pour basse le simple raisonnement. Il est donc facile de l'appliquer à toutes les questions de la vie ordinaire, et particulièrement aux opérations commerciales et industrielles, qui sont l'origine et le but essentiel de l'arithmétique.

2 DE L'INTÉRÊT SIMPLE.

383 On appelle INTÉRÊT la somme payée par l'emprunteur au prêteur, pour *l'usage* d'une certaine *somme de monnaie* que l'on appelle CAPITAL. L'intérêt se règle, d'après des conventions particulières ou légales, et se paie à tant *pour cent par an ;* c'est-à-dire, que l'on paie tant de dollars pour l'usage de $100 pour *un an ;* tant de cents pour 100 cents ; tant de louis pour £100 ; etc. L'intérêt pour 100 pour un an s'appelle le *taux* (1).

384. RÈGLE. *Pour trouver l'intérêt d'un capital quelconque pour un an à un taux donné, on multiplie le capital par le taux, et on divise le produit par* 100.

DÉMONSTRATION. En effet, soit proposé de trouver l'intérêt de $6893 à 5 pour 100 par an.

Puisque $100 rapportent $5. d'intérêt, $I rapportera $\$\frac{5}{100}$, et

$6893. rapporteront $\$\frac{5}{100}\times 6893 = \frac{6893\times 5.}{100}$

Effectuons les calculs, après avoir séparé deux chiffres décimaux sur la droite du produit j'obtiens pour l'intérêt demandé $344. 65.

---

(1) En *Canada*, dans la *Nouvelle Ecosse*, et dans la plupart des Etats de la grande *République Américaine*, le taux légal est 6 pour cent. En *France* et en *Angleterre* le taux légal est 5 pour cent; en *Irlande*, 6 pour cent. Tout intérêt au-dessus du taux légal, est appelé USURE et est puni d'après les lois du pays. Si dans une transaction commerciale, aucun intérêt n'est spécifié, il est toujours sous entendu que c'est l'intérêt légal qui sera payé.

L'intérêt à 5 pour 100 d'un capital quelconque s'obtient en prenant le 20^me du capital.

En effet, d'après la règle, il faut multiplier le capital par 5 et diviser le produit par 100, ce qui revient à prendre les $\frac{5}{100}$ du capital, ou, en simplifiant la fraction, le $\frac{1}{20}$ du capital.

385. Règle. *Pour trouver le capital, connaissant l'intérêt pour un an et le taux, on multiplie l'intérêt par 100 et l'on divise le produit par le taux.*

Démonstration. En effet, soit proposé de trouver le capital qui placé a 6 pour 100, a rapporté en un an $1140 d'interêt

Puisque $6 sont l'interêt pour un an de $100; $1 le sera de $\frac{\$100}{6}$, et $1140 de $\frac{\$100}{6}\times 1140=\frac{1140\times 100}{6}=\$19000$

Le capital demandé est $19000

Lorsque le taux est 5 il suffit de multiplier l'intérêt par 20.

386 Règle. *Pour trouver le taux; connaissant le capital et l'intérêt pour un an, on multiplie l'intérêt par 100 et on divise le produit par le capital.*

Démonstration. En effet soit proposé de trouver à quel taux a été placé un capital de $2670 qui a rapporté $186.90 d'intérêt en un an.

Puisque $2670 ont rapporté $186.90 en un an, $1 rapporterait $\frac{\$186.90,}{2670}$ et $100 $\frac{186.90\times 100}{2670}=7$. Le taux est 7 pour cent

387. Cette règle sert à résoudre un très grand nombre de questions dans lesquelles il s'agit de trouver le taux de l'argent, soit beneficié soit perdu.

1331. Une propriété qui a coûté $100000 rapporté net, année commune $3500; à quel taux a-t-on placé son argent en achetant cette propriété?

Solution. $100000 rapportent $3500; $100 mille fois moindre, rapporteront $\frac{3500}{1000}=\frac{35}{10}=3{,}50=3\frac{1}{2}$ pour 100.

1332. On a fait construire une maison qui a coûté en tout $14000, et dont la location rapporte chaque année $588; à quel taux a-t-on placé son argent?

Solution. $14000 rapportent $588; $100 rapporteront $\frac{588}{140}=4\frac{1}{5}$. On a placé à $4\frac{1}{5}$ pour 100.

388. Souvent l'intérêt n'est pas demandé que pour une année, ou peut le demander pour plusieurs années ou pour une portion de l'année. Delà la règle suivante :

RÈGLE. *Pour trouver l'intérêt d'un capital pour un temps donné on multiplie l'intérêt d'un an par le temps.*

Si le temps donné est moindre qu'une année, on l'exprime en jours.

Si, par exemple, l'intérêt était pour 123 jours, il faudrait multiplier l'intérêt d'un an par 123 et diviser le produit par 365 ; car 123 jours $=\frac{123}{365}$ de l'année. Dans ce cas, la règle générale devient.

RÈGLE. *Pour trouver l'intérêt d'une somme pour un nombre de jours donnés, à un taux donné, on multiplie le capital par le taux, puis ce premier produit par le nombre de jours, et l'on divise le produit total par* 36500.

Dans le commerce, le taux étant généralement 6 pour 100, et l'année considérée comme n'ayant que 360 jours, il suffit de multiplier le capital par le nombre de jours et diviser le produit par 600.

389. Pour compter le nombre de jours entre deux dates, on compte d'abord tous les mois comme s'ils n'avaient que 30 jours ; mais on doit ajouter autant d'unités qu'il y a de mois intermédiaires de 31. Ainsi du 13 Juin au 28 Septembre, je trouve 3 mois intermédiaires ou 90 jours, mais comme juillet et août sont des mois de 31 jours, je compte 2 jours de plus, ce qui fait 92 jours du 15 juin au 15 septembre ; mais du 15 au 28 il y a 13 jours, il faut donc ajouter encore 13 a 92, ce qui donne 105 jours entre le 15 juin et le 28 septembre. Les règles précédentes sont trop simples pour avoir besoin de démonstration.

1333. Quel est le capital qui, placé à 5 pour 100 par an, a produit en capital et intérêt, au bout de 6 ans, la somme de $6500.

$100 en un an produisent $5 d'intérêt ; en 6 ans, ils produiront $5×6=$30 ; je dirai donc :

Puisque $130 proviennent d'un capital de $100, ; $1 proviendrait de $\frac{100}{130}$, et $6500 de $\frac{100\times6500}{130}=5000$.

Le capital demandé est donc $5000.

1333 bis. Pour une somme de $4850, le débiteur a rendu à son créancier au bout de 3 ans $\frac{1}{3}$, une somme de \$5820 en capital et intérêts ; à quel taux avait-il emprunté ?

Je retranche \$4850 de \$5820, et je trouve \$970 pour les intérêts seuls pendant 3 ans $\frac{1}{3}=\frac{10}{3}$ ans ; donc pendant $\frac{1}{3}$ d'année, le capital a produit $\frac{\$970}{10}=\$97$, et pendant une année $\$97\times3$ \$291.

Connaissant le capital \$4850, et l'intérêt pour 1 an, \$291, on trouve facilement que le taux est 6 pour 100.

390. Anciennement on se servait d'une autre expression pour indiquer le taux de l'argent : ainsi l'on disait prêter au denier 15, 20, 25 pour désigner le capital qui rapportait \$1 d'intérêt.

D'après cela prêter au denier 20 ou à 5 pour 100 c'est exactement la même chose.

Cette simple définition permettra de résoudre toute les questions d'intérêt, d'après l'ancienne dénomination du denier.

391. Dans l'application de l'intérêt aux transactions commerciales, il est important de remarquer que l'on appelle ; Un *billet promissoire*, (promissory note) un écrit contenant une promesse du paiement de monnaie, ou autre propriété, à une époque spécifiée, ou avant, pour des valeurs reçues par le *prometteur* ou *faiseur* du billet.

Si le billet ne contient pas les mots *pour valeur reçue*, il est regardé par plusieurs autorités comme *nul*. Ces mots devraient donc toujours y être insérés.

2. La personne qui signe le billet est appelée *faiseur*, ou *donneur* du billet. Celui à qui il doit être payé, est appelé le *dernier porteur* (payee) ; et celui qui en a la possession légale, le *porteur* (holder).

3. Un billet payable *à ordre, ou au porteur* est *négociable*, c'est-à-dire, que le porteur (holder) peut le vendre ou le transmettre à qui il lui plaît, et il peut être *encaissé* (collected) par qui que se soit qui en a la légitime possession. Les billets qui n'ont pas ces mots ne sont pas négociables, parce qu'ils ne peuvent être encaissés ou poursuivis que par celui en faveur de qui il est fait.

4. Si le porteur d'un billet *payable à ordre* désire le vendre, ou le transférer, la loi requiert qu'il *l'endosse*, ou écrive son nom derrière le billet. La personne à qui il est ainsi transféré a le droit d'en percevoir le paiement de celui qui en doit le montant

si celui-ci se trouvait *incapable*, ou *refusait* de payer, *l'endosseur* serait responsable du paiement.

5. Quand le billet est payable au *porteur*, le *possesseur* peut le vendre ou le transmettre sans l'endosser, et par conséquent sans être responsable du paiement. Tels sont les billets de banque.

6. Quand aucun temps n'est mentionné, il est convenu que l'on doit payer à présentation du billet. Selon la coutume un billet n'est payable que trois jours après le temps spécifié. Ces trois jours sont appelés *jours de grâce*. Quand le dernier jour de grâce arrive un dimanche ou un jour de fête nationale, il est d'usage de payer le jour avant.

7. Un billet qui n'a pas ces mots, *avec intérêts*, ne porte point intérêt; mais s'il n'était pas payé à l'échéance, il porterait l'intérêt légal à partir de ce jour; alors il est important que le porteur préviennent légalement *l'endosseur* dans le plus bref délai, de ce non-paiement; sans quoi la responsabilité de l'endosseur cesse. Il est inutile de mentionner le taux de l'intérêt à moins qu'il ne soit convenu de payer au-dessous du taux légal.

8. Quand le billet est payable en un jour donné, et en articles spécifiés de marchandises, comme grains, drap, etc., si l'article spécifié n'est pas *présenté* en temps et lieu, le possesseur du billet peut exiger le paiement en monnaie. Un tel billet n'est pas négociable et le *faiseur* n'a pas droit aux jours de grâce.

9. La somme portée sur le billet s'appelle *principal du billet* et doit être toujours écrite en toutes lettres.

392. Quand il est requis de calculer l'intérêt d'un billet, il faut d'abord trouver le temps pendant lequel ce billet a dû porter intérêt, ce qui s'obtient en soustrayant une date de l'autre, ou comme au (No 389), ensuite on trouvera l'intérêt par l'une des règles précédentes.

1334. Quel est l'intérêt dû pour un billet de $625 du 2 février 1857, au 20 juin 1858, à 6 pour cent?

Opérations.				
années.	mois.	jours.	$625	Principal.
			0,083	int. de $1, p. 16 mois 18 juin.
1858	6	20		
1857	2	2	1875	
			5000	
Temps 1	4	18		
			$51,875	Réponse.

$525. Calculez l'intérêt des billets suivants :

Montréal, 3 janvier 1858.

1335. Soixante jours après date, je promets payer à William Morrisson la somme de cinq cent vingt-cinq dollars avec intérêt, valeur reçue. J. B.

Réponse $5.25 d'intérêt.

$630. Toronto, 5 avril 1858.

1336. Trente jours après date, je promets payer à Messieurs B. T. et M. O., ou au porteur, six cent trente dollars, avec intérêt, valeur reçue. E. D.

R. $3.15 intérêt.

$1660. Québec, 17 mars 1858.

1337. Quatre mois après date, je promets payer à H. P. mille six cent soixante dollars avec intérêt, valeur reçue. R. F.

R. $33.20 intérêt.

$2000. Montréal, 25 janvier 1858.

1338. Pour valeur reçue, nous conjointement et séparément, nous promettons de payer aux ordres de W. D. M. et compagnie deux mille dollars en un an de cette date, avec intérêt.

J. N., S. Z.

R. $120 intérêt.

1339. Quel est l'intérêt d'un billet de $634, du 1er Janvier 1857 au 7 Mars 1858, à 7 pour cent? R. $45.014.

1340. Quel serait l'intérêt d'un billet de $615.44 du 1er Octobre 1854, au 13 Juin 1858, à 4 pour cent? R. $91.085.

1341. Quel sera le montant d'un billet de $25000, à son échéance le 17 Juin 1858 ; l'intérêt étant à 7 pour cent à partir du 17 Janvier même année? R. $25729.166.

393. Le calcul des intérêts, pour la monnaie sterling ou le louis courant, se fait d'après les règles ci-dessus développées.

1342. Quel est l'intérêt de £241 10s. 6d. pour un an à 6 pour cent?

Opération.

£241	10	6
		6
£14|49	3	0
20		
9|83		
12		
9|96		

Je multiplie d'abord le capital par le taux 6, et je divise par 100, ce qui donne £14 et £$\frac{49}{100}$; je multiplie par 20 pour avoir des chelins ; ce qui donne $\frac{983}{100}$s. en ajoutant les $\frac{3}{100}$s. du produit ; j'ai donc 9s. et $\frac{83}{100}$ s. ; je les multiplie par 12 pour avoir des deniers.

R. £14 9s. $9\frac{96}{100}$d. ; ou £14 9s. $9\frac{3}{4}$d. $\frac{21}{25}$.

394. On aurait pu réduire les 10s. 6d. en décimales de louis ; ainsi : 10s. 6d. = 126d. et £1=240. Maintenant 126d. sont les $\frac{126}{240}$ de £1 ; ce qui revient à réduire en décimales la fraction $\frac{126}{240}$ (No. 248) et on a £0.525. Le nombre ci-dessus devient donc £241,525. Alors l'opération se fait de la manière suivante :

Opération.

£ 241.525 Principal
6 taux
£14.49150 intérêt d'un an
20 s.=£1
s. 9.83000
12 d. =1s,
d. 9.96000
4 far. =1d.
far. 3.84000
Réponse £14 9s 9d$\frac{3}{4}$ $\frac{21}{25}$.

A chaque multiplication on sépare à droite du produit autant de chiffres décimaux qu'il y en a au multiplicande (1) ; les chiffres à gauche du point décimal donnent le nombre d'unités de chaque ordre ; c'est-à-dire. Louis, shelins, etc.,

TABLEAU.

Indiquant le temps requis pour qu'un capital soit doublé, étant placé à l'intérêt simple de 1 à 20 pour cent.

p. cent.	années,	p. cent.	années.	p. cent.	années.	p. cent.	années.
1	100	6	$16\frac{2}{3}$	11	$9\frac{1}{11}$	16	$6\frac{1}{4}$
2	50	7	$14\frac{2}{7}$	12	$8\frac{1}{3}$	17	$5\frac{15}{17}$
3	$33\frac{1}{3}$	8	$12\frac{1}{2}$	13	$7\frac{9}{13}$	18	$5\frac{5}{9}$
4	25	9	$11\frac{1}{9}$	14	$7\frac{1}{7}$	19	$5\frac{6}{19}$
5	20	10	10	15	$6\frac{2}{3}$	20	5

QUESTIONNAIRE.

Qu'entend-on par l'intérêt de l'argent. (383)

Quel est l'intérêt légal. (383)

Qu'entend-on par le taux de l'intérêt. (383)

Comment trouve-t-on l'intérêt d'un capital, pour un an, à un taux donné. (384)

Comment trouve-t-on l'intérêt d'un capital pour un temps donné. (388)

(1) Ici on a d'abord séparé cinq chiffres quoiqu'il n'y en eût que trois au multiplicande ; c'est qu'il fallait multiplier par le taux 6, et diviser par 100, ce qui revient à séparer deux chiffres décimaux et trois qu'il y avait déjà, cela fait bien cinq.

Qu'entendait-on par le denier dans les questions d'intérêt. (390)

Qu'est-ce qu'un billet promissoire? (391)

Comment calcule-t-on l'intérêt d'un billet? (392)

Comment calcule-t-on l'intérêt d'un capital exprimé en Louis? (393. 394)

PROBLÈMES SUR L'INTÉRÊT SIMPLE.

1343. Quel est l'intérêt de $6895 à 6 pour 100 par an? R. $413.80

1344 Quelle est la somme qui vaut au bout de l'année $6300 intérêt et capital compris, le taux étant 5? R. $6000

1345. Quelle est la somme qui a rapporté en un an $3600 d'intérêt à 4½ par 100? R. $80000.

1346. A quel taux a-t-on placé un capital de $8000 pour avoir au bout de l'année $8280; capital et intérêt compris? R. 3½ pour cent.

1347. Une personne a acheté pour $200000 une propriété qui a rapporté dans l'année $13400; une autre personne a fait construire pour $150000, une maison qui lui a rapporté, bénéfice net, $10800; laquelle des deux a fait la meilleure spéculation? R. La seconde spéculation est la meilleure.

1348. Un capitaliste consent à faire valoir à 6 pour 100 par an la somme de $40000 qu'on lui a confié; au bout de 2 ans 50 jours; il rend la somme totale avec les intérêts; quelle somme a-t-il rendue? $45128.77c.

1349. Pour un capital de $450, on a retiré au bout de 8 ans $576; intérêt et capital compris, à quel taux le capital avait-il été placé? R. 3½ pour cent.

1350. Quel est le capital qui, placé à 4 pour 100 à produit au bout de trois ans $3360, intérêt et capital compris? R. $3000.

1351. Un voyageur avait prêté au moment de son départ $3400 à 5 par 100; à son retour, il reçoit, pour les intérêts et le capital, la somme de $4080; combien de temps est-il resté absent? R. 4 ans.

1352. Une personne voudrait en plaçant un capital à 5 pour 100 retirer au bout de 8 ans la somme de $14800; quel capital doit-elle placer? R. $10571. 42c. $\frac{6}{7}$.

1353. J'ai prêté £584 à 5 pour cent: combien dois-je recevoir au bout de 55 jours? R. £4 8s.

1354. Quatre négociants disent qu'ayant placé un capital de £15276 14s. à 5 pour cent, il leur a procuré une somme de £2291 10s.: combien leur capital a-t-il dû rester de temps à intérêts? R. 2 ans 11 mois 29 jours $\frac{12407}{152767}$.

1355. Quelqu'un a placé $25000 à raison de 9 pour cent par an, et il ne doit en toucher les intérêts simples qu'à l'époque du remboursement; à cette époque, il reçoit $38500. Pendant combien de temps l'argent est-il resté placé? R. 6 ans.

1356. Un marchand a perdu $4. 50c. par $100 d'achat sur une partie de marchandises qu'il a achetée. Sachant qu'il a perdu $684, on demande pour combien il avait acheté de cette marchandise. R. $15200.

1357. Quelqu'un qui doit $11645. 25c., a placé, à $7\frac{1}{2}$ pour cent, une somme telle, qu'en laissant chaque année les intérêts à son créancier, la sixième année il lui reviendra $354. 74c. Quelle est cette somme? $26666. 66c. $\frac{2}{3}$.

1358. Quelqu'un qui a prêté $45000 à 7 pour cent, pendant 9 ans 10 mois 15 jours, convient de retoucher les intérêts qu'a cette époque. Combien recevra-t-il en tout?

R. $76106. 25c.

1359. Quelqu'un a placé un capital, à raison de 5 pour cent; après quatre ans, il retire ce capital, il y joint les intérêts simples qu'il a produit pendant ce temps, et il place le tout à 7 pour cent; alors il se trouve qu'il a $3500 de revenu. Quelle somme avait-il d'abord? R. 41666. $66\frac{2}{3}$c.

1360. Combien une somme devra-t-elle être placée d'années à $4\frac{1}{2}$ pour cent, pour que l'intérêt simple soit égal aux $\frac{4}{5}$ du capital? R. 17 ans 9 mois 10 jours.

1361. En vendant une partie de marchandise à raison de $2. 40c la verge, un marchand gagne $6\frac{1}{4}$ pour cent. Combien coûtait-elle la verge? R. $2. 25c. $\frac{15}{17}$.

1362. On a reçu $88500 pour le capital et les intérêts d'une somme placée pendant 11 ans, à raison de 7 pour cent par an. Quel était ce capital? R. $50000.

1363. Une somme mise à intérêt monterait, en 8 mois, à $297. 60c., et en 15 mois à $306. Quelle est cette somme? Quel est le taux de l'intérêt? R. somme $288, 5 pour cent.

1364. Trois personnes ont mis une somme de $1000 à intérêt ; aprés 12 ans, elles ont retiré, tant pour le capital et les intérêts simples ; savoir : la première $800, la seconde $480, et la troisiéme $320. On veut connaître les mises particulières. et à quel taux l'argent était placé ?

R. 1er $500, 2me $300 3me 200 ; 5 pour 100.

1365. Un marchand a acheté 1000 pièces de drap pour une certaine somme. S'il eût payé le tout $5 de plus, et qu'il l'eût revendu $35750, il aurait gagné 10 pour cent. A combien ce drap lui revient-il la pièce ? R. $32. 49½ c.

1366. Quel intérêt produiront $34000 placés à 5 ¼ pour cent par an, pendant 4 ans 2 mois 20 jours ? R. $7536. 66c. ⅔

1367. Deux particuliers possèdent chacun $15000 ; le premier place tout son argent à 5 pour cent par an, et le second place $8000 à 4 pour cent et $7000 à 6 pour cent : quel est celui qui a placé de la manière la plus avantageuse ? R. 1re

1368. Quel est le capital qui, placé à 5½ pour cent par an pendant 11 mois 9 jours, a produit $1864. 50c. ? R. $36000

1369. Une somme a été placée à un taux tel, qu'après 11 mois le capital et les intérêts simples s'élevaient à $6302. 50c. et après 2½ ans à $6825: quel est ce capital, et à quel taux a-t-il été placé ? R. Capital $6000, 5 ½ pourcent.

1370. Quel est le capital dont les ⅘ étant placé à 6 pour 100, et le reste à 7 pour cent donne pour intérêt $4340 ? R. $70000.

1371. Quel est le capital dont l'intérêt de ses ⅖ à 8 pour cent étant soustrait de l'intérêt du reste à 9 pour cent donne $220 ?

R. $10000.

1372. Un particulier a placé une certaine somme pour 8 ans, à raison de 8 pour cent par an ; au bout de trois ans, celui à qui il l'a prêtée lui paye les intérêts échus et offre de lui faire le remboursement du capital, en lui tenant compte de la moitié des intérêts qu'il aurait dû lui payer, s'il eût gardé la somme le temps convenu. Cette condition acceptée, ce particulier reçoit $14400. On demande à connaître le capital. R. $12000.

1373. Un particulier achète un panier de poires qui en contient 621 ; il convient de les payer $1.50c. le 100, a condition qu'il en aura 8 en sus sur chaque 100. Combien a-t-il dû payer pour le tout ? R. $8.62½c.

1374. Quelqu'un a placé une somme à un taux tel, qu'après

quinze mois, l'intérêt et le capital, qui étaient de $3705, étaient après quatre ans de $3936. Quel était le capital et le taux de l'intérêt? R. Capital $3600, 2½ pour cent.

1375. Un particulier prête $45000 à 7 pour cent, pendant un certain nombre d'années, à condition qu'il ne recevra les intérêts simples qu'à l'époque où on lui fera le remboursement de son capital. A l'époque dite, il reçoit $76106.25c. Pour combien d'années l'argent était-il placé? R. 9 ans 10 m. 15 j.

3. DE L'INTÉRÊT COMPOSÉ

395. Lorsque l'intérêt s'ajoute chaque année au capital pour produire lui-même un intérêt, on dit que l'intérêt est composé.

1376. A quelle somme s'élève un capital de $8000, au bout de 4 ans, en ayant égard à l'intérêt composé au taux de 6 pour 100?

Il suffit de faire le calcul indiqué dans la définition même. En voici le tableau :

Au commencement de la 1re année capital	$8000
Intérêts à 6 pour 100	480
2me année capital	$8480
Intérêts à 6 pour 100	508.80
3me année capital	$8988.88
Intérèts à 6 pour 100	539.33
4me année capital	$9528.13
Intérêts à 6 pour 100	571.69
Capital et intérêt des intérêts, somme à payer	$10099.82

396. Pour juger de la puissance de l'intérêt composé, on cherchera par un calcul semblable, à quelle somme s'élève un capital de $1, par exemple, au bout de 1, 2, 3... 40 années.

On trouvera que le capital est doublé après 12 ans environ, triplé après 19, quadruplé après 24, quintuplé après 28 ans, etc.

TABLE

Indiquant la valeur de $1, ou de £1, à 3, 4, 5, 6, et 7 pour cent, à intérêt composé de 1 an à 40 ans.

ann.	3 p. cent.	4 p. cent.	5 p. cent.	6 p. cent.	7 p. cent.
1	1.030,000	1.040,000	1.050,000	1.060,000	1.070,000
2	1.060,900	1.081,600	1.102,500	1.123,600	1.144,900
3	1.092,727	1.124,864	1.157,625	1.191,016	1.225,043
4	1.125,509	1.169,859	1.215,506	1.262,477	1.310,796
5	1.159,274	1.216,653	1.276,282	1.338,226	1.402,551
6	1.194,052	1.265,319	1.340,096	1.418,519	1.500,730
7	1.229,874	1.315,932	1.407,100	1.503,630	1.605,781
8	1.266,770	1.368,569	1.477,455	1.593,848	1.718,185
9	1.304,773	1.423,312	1.551,328	1.689,479	1.838,457
10	1.343,916	1.480,244	1.628,895	1.790,848	1.967,150
11	1.384,234	1.539,451	1.710,339	1.898,299	2.104,850
12	1.425,761	1.601,032	1.795,856	2.012,196	2.252,190
13	1.468,534	1.665,074	1.885,649	2.132,928	2.409,843
14	1.512,590	1.731,676	1.979,932	2.260,904	2.578,532
15	1.557,967	1.800,944	2.078,928	2.396,556	2.759,030
16	1.604,706	1.872,981	2.182,875	2.540,352	2.952,162
17	1.652,848	1.947,900	2.292,018	2.692,773	3.158,813
18	1.702,433	2.025,817	2.406,619	2.854,339	3.379,930
19	1.753,506	2.106,849	2.526,950	3.025,600	3.616,525
20	1.806,111	2.191,123	2.653,298	3.207,135	3.869,681
21	1.860,095	2.278,768	2.785,963	3.399,564	4.140,560
22	1.916,103	2.369,919	2.925,261	3.603,537	4.430,400
23	1.973,587	2.464,716	3.071,524	3.819,750	4.740,528
24	2.032,794	2.563,304	3.225,100	4.048,935	5.072,364
25	2.093,778	2.665,836	3.386,355	4.291,871	5.427,430
26	2.156,592	2.772,470	3.555,673	4.549,383	5.807,350
27	2.221,289	2.883,369	3.733,456	4.822,346	6.213,864
28	2.287,928	2.998,703	3.920,129	5.111,687	6.648,834
29	2.356,566	3.118,651	4.116,136	5.418,388	7.114,252
30	2.427,262	3.243,398	4.321,942	5.743,491	7.612,250
31	2.500,080	3.373,133	4.538,039	6.088,101	8.145,110
32	2.575,083	3.508,059	4.764,941	6.453,386	8.715,270
33	2.652,335	3.648,381	5.003,189	6.840,590	9.325,338
34	2.731,995	3.794,316	5.253,348	7.251,025	9.978,111
35	2.813,862	3.946,089	5.516,015	7.686,087	10.676,578
36	2.898,278	4.103,933	5.791,816	8.147,252	11.423,938
37	2.985,227	4.268,090	6.081,407	8.636,087	12.223,613
38	3.074,783	4.438,813	6.385,477	9.154,252	13.079,266
39	3.167,027	4.616,366	6.704,751	9.703,507	13.994,814
40	3.262,038	4.801,021	7.039,989	10.285,720	14.974,451

On trouvera le même résultat par la règle suivante :

397. Règle. *Pour trouver à quelle somme s'élève après un temps donné un capital prêté à intérêt composé, on ajoute à 1 l'intérêt de $1 par an, au taux donné, et l'on forme un produit composé d'autant de facteurs égaux à ce nombre qu'il y a d'unités dans le nombre d'années, on multiplie le capital par le produit, et le résultat est la somme demandée.*

En effet, dans le problème précédent, par exemple, au bout de la première année, le capital est augmenté de $\frac{6}{100}$ à cause des intérêts, il est donc $8000 + les $\frac{6}{100}$ de $8000=les $\frac{106}{100}$ de $8000 ; au bout de la deuxième année ce nouveau capital devient par la même raison les $\frac{106}{100}$ des $\frac{106}{100}$ de $8000=$8000$\times\frac{106}{100}\times\frac{106}{100}$; et ainsi de suite jusqu'à la fin de la quatrième année, où il est devenu 8000\times\frac{106}{100}\times\frac{106}{100}\times\frac{106}{100}\times\frac{106}{100}$; et comme $\frac{106}{100}$=1.06, on a pour la somme demandée 8000\times$(1,06) (1,06) (1,06) (1,06)... (4 fois facteur). L'emploi de la table ci-contre dispense de ce calcul préparatoire. Car en multipliant le principale $8000. par la valeur de $1, après 4 ans, à 6 pour cent, qui est de $1, 262477 : on trouve le même résultat. En effet 8000\times$1.262477 =$10099. 816=$10099. 82.

398. Les caisses d'épargne offrent une des plus utiles applications de l'intérêt composé. Ces caisses sont destinées à recevoir les économies que les ouvriers laborieux et prévoyants viennent y verser à la fin de chaque semaine. Le nom du déposant est inscrit sur un régistre, et on lui délivre, sur un livret, le reçu de la somme qu'il a versée. L'intérêt à 4 pour 100 par an est ajouté à son compte au capital.

QUESTIONNAIRE.

Q'est-ce que l'intérêt composé ? (395)

Comment trouve-t-on le montant d'un capital prêté à intérêt composé, après un temps donné ? (397)

PROBLÈMES SUR L'INTÉRÊT COMPOSÉ.

1377. A combien s'élève avec les intérêts composés une somme de $3600 après cinq ans, le taux a 4 pour 100 ?

R. $4379.950.

1378. Une personne veut acquitter en 4 ans une dette de $80000 à 5 pour cent avec les intérêts des intérêts, au moyen de paiements annuels qui seront; la promière annéc $18000; la deuxième de $24000; la troisième de $30000; quel sera le montant du quatrième et dernier paiement? R. $7753.75

1379. Une personne place tous les ans une somme de $6000, et laisse les intérêts s'accumuler; au bout de 5 ans quelle somme aura-t-elle? R. $34811.4768

1380. Au lieu de placer une somme de $10000 au taux de 6 pour 100 par an, si on la plaçait au même taux, mais qu'on accumulât les intérêts de chaque mois, quel serait le montant avec les intérêts accumulés? R. $10616.78. environ.

1381. Un employé qui gagne $3000 place chaque année le dixième de son traitement à la caisse d'épargne, qui sert 4 pour 100: au bout de 5 ans, quelle somme pourra-t-il retirer de la caisse d'épargne. R. $1689.89c.

1382. A quelle somme s'élève avec les intérêts composés, un capital de $4000 à 3 pour 100 au bout de 8 ans, et quel serait le capital qui, placé à 5 pour 100 pendant le même temps, produirait, avec les intérêts simples, la même somme?

R. $3619.34c.

1383. Calculer à combien s'élèvent les intérêts seuls accumulés d'un capital de $10000 placé à 5 pour 100 au bout de 6 ans, et comparer ce résultat avec le montant des intérêts simples pour le même temps. R. différence $400.96.

1384. Tous les ans une personne place $10000 dont elle laisse les intérêts s'accumuler. Le taux de l'intérêt est de $4\frac{1}{2}$; quelle somme pourra-t-elle retirer au bout de 5 ans et demi?

R. $5716.892.

1385. Au bout de combien d'années une somme de $1000 est-elle doublée par le moyen des intérets composés à 6 pour cent?

R. 12 ans.

1386. Quelle somme faudra-t-il placer à intérêt simple à 6 pour 100 pour avoir au bout de l'année la même somme qu'en plaçant $3000 à intérêts composés à 5 pour 100 au bout de 3 ans? R. $3276.29c.

1387. Que deviendront $24000 placés pendant 3 ans à 5 pour cent, et à intérêts composés? R. $27783.

1388. Que deviendront $9500 placés pendant 2 ans 7 mois à 6 pour cent, et à intérêts composés? R. $11047.797c.

1389. Que deviendront £12000 placés pendant 5 ans, à 5 pour cent à intérêts composés? R. $15315.37c.

1390. Que deviendront \$8000 placés pendant 4 ans 4 mois, à 6 pour cent par an, et intérêts composés? R. \$10301. 80c.

1391. Quel est le capital qui placé pendant 3 ans, à 5 pour cent par an et à intérêts composés, est devenu \$18522?
R. \$16000.

1392. Un particulier a emprunté une somme de \$110000 à raison de 10 pour cent; mais les circonstances font qu'il est 6 ans sans en payer les intérêts. Après ce temps, il en fait le remboursement et paye les intérêts des intérêts. Combien devra-t-il rembourser? R. \$194871.71c.

1393. Quelqu'un a placé £8375, pour 3 ans 8 mois, à raison de 10 pour cent. A l'époque du remboursement, combien recevra-t-il pour le capital et les intérêts des intérêts? R. \$13310.

1384. On a placé \$1000 à raison de 10 pour cent. Combien devrait-on toucher, après 4 ans 2 mois 12 jours, pour le capital et les intérêts des intérêts? R. :1493. 38$\frac{1}{3}$c.

1395. Un capital de \$50000, dont une partie rapportait 5 pour cent et l'autre 10, a augmenté de \$9615 en trois ans. On demande à connaître les sommes placées à 5 et à 10, en calculant les intérêts des intérêts. R. \$40000 à 5, \$10000 à 10.

1396. Quel est le taux annuel d'une somme placée à raison de 1$\frac{1}{2}$ pour cent par trimestre, intérêts composés?
R. \$6. 13c. 155 etc., pour cent.

1397. Quel est le taux annuel d'une somme placée à raison de $\frac{1}{2}$ pour cent par mois, intérêts composés?
R. \$6. 14c. 726, etc. pour cent.

1398. Après combien d'années le bénéfice d'un capital, qui rapporte 20 pour cent par an, sera-t-il égal à ce même capital, ayant égard aux intérêts des intérêts? R. 3 ans 10. m. 9 jo.

1399. £29172 3s. sont le produit d'un capital et de 4 ans d'intérêts composés, d'une somme placée à raison de 5 pour cent. Quelle était cette somme? R. £24000.

1400. Quelqu'un est convenu de s'acquitter d'une certaine somme en 5 paiements de \$500, effectués au commencement de chaque année. On demande à connaître la somme dont-il s'est acquitté, et combien il devrait payer, s'il ne s'acquittait qu'à la fin de la cinquième année Le taux des intérêts composés est 5$\frac{1}{2}$ pour cent.

R. Il a acquitté \$2252.57c. et il devrait payer \$2944.02c.

1401. Un banquier possède en lettres d'échange $345-025251 payables dans 5 ans et $397953 payables dans 3 ans. Il doit acquitter $260100 payables dans 2 ans et $338260-050 payables dans 4 ans. Sachant que le taux des intérêts composés est calculé sur le pied de 2 pour 100, on demande quel est l'état actuel de sa fortune? R. $125000.

399 La règle (N°388) sur l'intérêt peut être modifiée de la manière suivante lorsqu'il s'agit d'opérer sur des Louis, l'année étant comptée pour 365 jours au lieu de 360.

Si le taux est 4 pour cent pour trouver l'intérêt pour un certain nombre de jours; multipliez le capital par ce nombre de jours; augmentez le produit ainsi obtenu de son dixième; du résultat retranchez quatre fois ce même produit dont les trois chiffres à droite ont été ôtés; divisez le reste par 10,000 (N°225); *le quotient sera la réponse très-près. Quand l'intérêt est considérable; il le faut diminuer d'autant de farthings, qu'il contient de fois* £10.

Quand le taux n'est pas 4 pour cent, après avoir multiplié le capital par le nombre de jours; si le taux n'est que 3 pour cent, on diminue ce produit de son quart, et puis on opère suivant la règle. Si au contraire, le taux était 5, 6, etc. pour cent: on augmenterait le produit de son quart, ou de sa moitié, etc., puis on opérerait d'après la règle; c'est-à-dire, qu'après avoir retranché ou ajouté le quart du produit; on augmenterait le résultat de son dixième, etc.

1402. Lamouche demande quel est l'intérêt de £8985 14s. pour 60 jours à 4 pour cent par an?

Opération

£8985 14s.
60
———
539142
53914
———
593056
2156
———
59.0900
———
£59 1 9½
—1
———
£59 1 8½ Rép.

Ici le produit du capital par les jours est £539142; et le dixième de ce produit lui étant ajouté on a 593056 pour résultat duquel il faut retrancher 539×4=2156. Le produit du capital par les jours étant 539142; si on en ôte les trois chiffres à droite il devient 539 qui étant multiplié par 4 et retranché de 593056 donne 59.0900 qui étant divisé par 10000 donne pour quotient £59 1s. 9½d. duquel on retranche 4 farthings parce qu'il contient 4 fois £10 et £59 1s. 8½ d. est l'intérêt requis

La raison de cette règle, si aisé et si expéditive, sera facilement comprise par les élèves qui auront étudié ce qui a été dit des fractions décimales dans la première partie.

Ils trouveront par la règle (N°388) que l'intérêt de £1 pour 1 jour à 4 pour cent, par an, est £4:36500=£0.0001096, très-près, ou à peu près £0.00011—£0.0000004; et avec un peu d'attention ils verront facilement que l'opération ci-dessus revient à multiplier par 0.00011 et 0.0000004 et prendre la différence des deux résultats.

Cette correction est nécessaire, la décimale £0.0001096, n'étant pas l'intérêt exact d'un Louis pour 1 jour.

1403. Laflamme propose de trouver l'intérêt de £2684 10s. pour 60 jours à 6 pour cent par an.

Opération

```
£2684 10
      60
--------
  161070
   80535
--------
  241605
   24160
--------
  265765
     964
--------
  264801
--------
 £26 9 7
      —½
--------
£26 9 6½
```

Après avoir multiplié le principal par le nombre de jours, comme le taux est 6 pour cent; on augmente le produit de sa moitié; ce qui donne 241605, que l'on augmente de son dixième d'après la règle; du résultat 265765 on retranche 964 produit de 241 par 4, le résultat 264801 étant divisé par 10,000 donne £26 9 7 duquel on retranche 2 farthings parce qu'il contient deux fois £10. Enfin on a £26 9 6½d. pour l'intérêt requis.

1404. Quel est l'intérêt de £70 6s. du 9 juin au 6 Décembre à 4 pour cent par an? R. £1 7s. 8¾d.

1405. On demande l'intérêt de £247 du 14 mars au 8 juin à 6 pour cent par an. R. £3 9s. 10d.

1406. Trouver l'intérêt de £176 11s. 4d. du 17 mars, au 25 août, à 5½ pour cent par an. R. £4 5s. 8d.

5. DE L'ESCOMPTE.

400. L'ESCOMPTE est la *diminution* ou *déduction* faite sur un paiement en monnaie avant qu'elle soit *due.* Par exemple, si je dois à quelqu'un $100 payables dans un an sans intérêt, la *valeur présente* du billet est évidemment moindre que $100 ; car, si je dois à quelqu'un $100 étaient placés à intérêt pour un an, à 6 pour cent, ils monteraient à $106 ; à 7 pour cent, à $107, etc. En considération, donc, du *paiement comptant* du billet, il est de toute justice qu'il soit fait une *déduction* sur la somme mentionnée dans le billet. Cette déduction est appelée *Escompte.*

401. La *valeur comptant* ou *actuelle* d'une dette payable à une époque avenir déterminée, sans intérêt, est la somme qui, étant placée à l'intérêt légal *s'élèverait au montant de la dette*, au moment de l'échéance.

1407. Quelle est la valeur actuelle d'un billet de $1296 payable dans 1 an et 4 mois, sans intérêt, la monnaie valant 6 pour cent ?

Analyse. La somme $1296 contient le capital et l'intérêt de 16 mois à 6 pour cent par an. Maintenant, comme nous savons que 6 pour cent pour 12 mois, c'est 8 pour cent pour 16 mois, nous dirons $100 actuellement, deviennent $108 au bout de 16 mois ; et $1 devient $1.08 ; c'est-à-dire qu'après 16 mois il devient $\frac{108}{100}$ du principal $1. La question revient maintenant à celle-ci : de quel capital $1296 sont les $\frac{108}{100}$? D'où, les $\frac{108}{100}$ d'une certaine somme sont $1296 ; $\frac{1}{100}$ est $\frac{1296}{108}$, et $\frac{100}{100}$ sont $\frac{1296 \times 100}{108}$ $=$1200.

On aurait pu raisonner ainsi : Puisque pour $1.08 il faut $1 de capital pour le temps donné ; pour $1296 il faudra autant de dollars que $1.08 est contenu de fois dans $1296 ; et $1296 : $1.08=$1200.

PREUVE. $1200×0.08=$96, intérêt de $1200 pour 1 an et 4 mois ; et $1200+96=$1296 somme portée sur le billet à escompter.

402. Pour trouver la *valeur actuelle* d'une somme payable dans un temps à venir sans intérêt ; *Il faut d'abord calculer ce que deviendrait $1 à l'époque fixée pour le paiement au taux donné comme pour l'intérêt simple ; puis diviser la somme mentionnée par ce montant, le quotient donnera la valeur actuelle du billet. Cette valeur étant soustraite de la dette donnera le vrai escompte.*

403. On pourrait néanmoins trouver directement l'escompte après avoir calculé le montant de $1, ou £1, pour le temps donné, ainsi soit proposé de résoudre la question suivante :

1408. Quel sera l'escompte à déduire de la somme £1622 18s. $4\frac{3}{4}$d. payable dans 6 mois ; si l'on paie comptant, le taux étant 8 pour cent par an ?

Analyse. Le taux étant 8 pour cent pour 12 mois ; il ne sera que de 4 pour cent pour 6 mois. Par conséquent £100 actuellement vaudront £104 dans 6 mois. Donc £104 donne un escompte de £4 ; £1 donne £$\frac{4}{104}$; et £1622 18 $4\frac{3}{4}$ donneront

$$£\frac{4 \times 1622\ 18\ 4\frac{3}{4}}{104} = \frac{£6491\ 13\ 7}{104} = £62\ 8\ 4\tfrac{3}{4}.$$

Et £1622 18 $4\frac{3}{4}$ — £62 8 $4\frac{3}{4}$ = £1560 10s. valeur actuelle de la dette. D'où l'on déduit la règle suivante.

404. Pour trouver l'escompte d'une somme payable dans un certain temps à venir ; *multipliez cette somme par le taux de l'intérêt, multiplié par le temps et divisez le produit par cent augmenté du taux multiplié par le temps ; le quotient donnera l'escompte ; lequel étant soustrait du montant du billet donnera sa valeur actuelle, ou la somme qu'il faut payer comptant.*

Cette manière de calculer l'escompte, la seule exacte et selon la justice, n'est pourtant pas généralement adoptée, on lui a préféré la méthode employée pour le calcul de l'intérêt simple, parce qu'elle est plus expéditive. Cette différence de méthode donne lieu à deux sortes d'escompte ; celui qui s'obtient d'après les règles (N°402, 404), s'appelle *escompte en dedans* parcequ'on prend l'escompte d'une somme *renfermée* dans celle énoncée dans le billet ; l'autre escompte est appelé *escompte des banques* ou *escompte en dehors*, parcequ'il est pris sur toute la somme mise *en dehors*, indiqué par le billet lui-même.

1409. Quelle est la valeur actuelle d'une dette de $1000, payable dans 1 an, quand le taux de l'intérêt est 7 pour cent ?

R. $934.579.

1410. Combien doit-on payé comptant pour $1645 payables dans 1 an et 6 mois, le taux de l'intérêt étant 7 pour cent?
R. $1488.687.

1411. Quel est l'escompte d'un billet de $2300, payable dans 6 mois, le taux de l'intérêt étant 8 pour cent? R. $88.461.

1412. Un homme vend sa ferme pour $3915, payables dans $2\frac{1}{4}$ ans: quelle est la valeur actuelle de la ferme, à 6 pour cent d'escompte? R. $3404.347.

ESCOMPTE DES BANQUES.

405. Une *Banque*, en commerce, est une institution établie pour la sûreté, et la circulation de la monnaie, pour escompter les billets, faire les échanges, etc. (1)

Il y a *trois* sortes de banques; les banques de *dépôts*, *d'escompte*, et de *circulation*.

Une *banque de dépôt* reçoit la monnaie qu'elle tient à la disposition du *déposant*. C'était pour cette fin que les banques avaient d'abord été établies.

Une *banque d'escompte* est celle qui prête de l'argent, ou escompte les *billets*, les *traites*, et les *lettres de changes*.

Une *banque de circulation* émet des *billets* (Bank-notes), en son nom, qui sont remboursables en espèces, au lieu où elle est domiciliée, et deviennent ainsi un agent monétaire d'échange. Les banques d'Amérique sont généralement de ces trois catégories à la fois.

Les affaires d'une banque sont administrées par un *conseil de directeurs*, choisis annuellement par les actionnaires (stockholders). Les directeurs nomment un *président* et un *caissier*, qui signent les billets, et font les affaires ordinaires de la banque.

Un *check* est un ordre de paiement tiré sur un banquier, ou le caissier, par un déposant, payable au porteur.

406. Il est d'usage dans les *banques* d'escompter un billet, ou une traite, en déduisant à l'avance *l'intérêt légal*, de la somme totale mentionnée dans le billet, pour le temps à écouler jusqu'à l'échéance. Par conséquent *l'escompte de banque* est le même que l'intérêt simple payé *en avance*. Ainsi *l'escompte de banque* sur un billet de $106, payable dans 1 an, à 6 pour cent est $6.36, tandis que le vrai escompte n'est que $6. (N°402).

La différence entre *l'escompte de banque* et le *vrai escompte*

(1) Les banques ont pris naissance en Italie. La première fut établie à Venise en 1171, sous le nom de Banque de Venise.

est l'intérêt du vrai escompte pour le temps donné. En outre les banques font payer l'intérêt pour trois jours de grâce.

1413. 1er CAS. Quel serait l'escompte de banque sur un billet de $8596 pour 6 mois, à 6 pour cent ?

Opération.

$8596. Principal
$3.05 int. $100 pour, 6 mois 3 jours de grâce.
42980
257880
$262,1780 Escompte de banque

Et $8596—$262 17=$8333.83, valeur du billet.

407. Pour trouver l'escompte de banque d'un billet ;

Il faut calculer l'intérêt simple de la somme totale pour trois jours de plus qu'il n'est spécifié, le résultat sera l'escompte, lequel étant soustrait de la somme mentionnée donnera la valeur actuelle du billet, escompté en banque.

Dans chacun des problèmes suivant l'intérêt devra être calculé pour les *trois jours de grâce.*

1414. Quel est l'escompte de banque sur une traite de $628, payable à 60 jours de vue, à 5 pour cent? R. $5.495

1415. Le taux étant 7 pour cent, quel serait l'escompte de banque sur un billet de $1492, payable dans 3 mois ? *R.* $26.98

1416. J'ai un traite de $1747, payable à 90 jours de vue, quel en sera l'escompte de banque à 5½ pour cent? R. $24.822

1417. On présente à la banque pour être escompté un billet de $6721 payable dans 10 mois ; combien recevra-t-on, le taux étant 6 pour cent ? R. $6381.59.

1418. Quelle est la différence entre le vrai escompte et l'escompte de banque, sur $5000 payables dans 10 ans, à 6 pour cent ? R. $1126.523.

1419. 2me CAS. Un homme qui a besoin de $200 comptant se présente à la banque et propose de donner un billet payable dans 1 an ; de quelle somme doit-il le faire, le taux étant 6 pour cent?

Analyse. D'après ce qui précède la valeur actuelle de $100 payable, dans 1 an, à 6 pour cent d'escompte, est $100—6= 94 ; c'est-à-dire ; que la valeur actuelle n'est que $\frac{94}{100}$ de la somme escomptée ; maintenant la question revient à celle-ci : de quelle somme $200 (valeur comptant) sont $\frac{94}{100}$? Donc si $\frac{94}{100}$

d'une somme sont $200 ; $\frac{1}{100}$ sera $\frac{200}{94}$; et les $\frac{100}{100}$ seront $\frac{200\times100}{94}$=$212.766.

On aurait pu raisonner ainsi ; puisque 94 *cents* valeur comptant requièrent $1. (100 cents). de principal, ou somme à escompter pour un temps donné, $200 comptant requerront autant de dollars que $0.94 cents sont contenus de fois dans $200; et $200 : 0.94=$212.766.

PREUVE. $212.766×0.06=$12.7659 escompte de banque pour 1 an ; et $212.766—$12,7659=$200. somme requise.

408. Pour trouver quelle somme il faudrait sur un billet, payable dans un temps donné, pour recevoir comptant à une banque, une somme voulue, à un taux d'escompte déterminé ;

Il faut diviser la somme donnée par la valeur actuelle de $1 au taux d'escompte de banque donné, et le quotient donnera la somme requise à escompter.

1420. Quel billet dois-je faire payable dans 6 mois, pour recevoir comptant $400, l'escompte de banque étant 7 pour cent ; R. $414.507.

1421. Un homme a acheté une ferme payable comptant, pour le somme de $4268 ; de quelle somme sera le billet qu'il lui faudra faire s'il se présente à une banque pour avoir cette somme, ne pouvant la rembourser que dans 4 mois, et l'escompte étant 6 pour cent ? R. $4355.124.

1422. Quelle est la somme qui, payable dans 8 mois, et étant escomptée à une banque, à 6 pour cent, s'est réduite à $10000 ? R. $10416.666

1423. Un marchand présente un billet à une banque, payable à 60 jours, on lui escompte à 5 pour cent, et il reçoit $46250 : quelle était la valeur du billet ? R. $46638.655

1424. Un homme désire payer une dette de $8246 à une banque en donnant un billet payable dans 30 jours ; quel doit être le montant de ce billet, l'escompte étant 8 pour cent ? R. $8301.342

Dans les problèmes qui suivent, il n'est pas question des *trois jours de grâce* à moins qu'il ne soit dit autrement.

PROBLÈMES SUR L'ESCOMPTE EN DEDANS.

1425. Quelle doit être la diminution sur £1865 payés 11 mois avant le terme convenu : si on obtient 6 pour cent d'escompte par an ? R. £97 4s. 6½d. $\frac{83}{221}$.

1426. La somme de £975 est payable dans 13 mois : quelle sera la diminution si l'on obtient 4 pour cent d'escompte par an en payant comptant ? R. £40 9s. $10\frac{3}{4}$d. $\frac{125}{313}$.

1427. Lorsque pour un achat de drap, à 21 mois de crédit, on est débité de £2860 : combien faudra-t-il payer comptant, si l'on obtenait $\frac{2}{3}$ pour cent d'escompte par mois ?

R. £2508 15s. $5\frac{1}{4}$d. $\frac{1}{19}$.

1428. Louis a acheté pour £1640 à 20 mois de crédit ; à quelle époque a-t-il payé, sachant qu'il a obtenu $\frac{2}{3}$ d'escompte par mois et qu'il n'a déboursé que £1519 ?

R. £1 an 26 *jours* $\frac{23561}{229369}$.

1429. Sur la somme de £1200 je n'ai payé que £1140 : de combien pour cent était l'escompte ? R. 5 pour cent.

1430. Je paie £1850 pour une somme que je devais : quelle était cette somme, sachant qu'on m'a accordé $5\frac{1}{4}$ pour cent d'escompte ? R. £1951 15s.

1431. Escompter le 4 mai, à 6 pour cent par an et en dedans, un billet de $3450 payable le 4 octobre de la même année.

R. $3363.75.

1432. Quel était le montant d'un billet qui escompté pour 210 jours, à 6 pour cent par an et en dedans, s'est trouvé reduit à $640 ? R. $662.40.

1433. Un billet de $721 escompté en dedans pour 9 mois, s'est trouvé réduit à $700 : quel a été le taux de l'escompte ?

R. 4 pour cent.

1434. Escompter à 5 pour cent par an, et en dedans, un billet de $3187.50c. payable dans 15 mois. R. $187.50c.

1435. Une personne ayant emprunté une somme d'argent pour 11 mois, a souscrit un billet de $2510, qui représente la somme empruntée, plus l'intérêt de cette somme pendant les 11 mois, au taux de 5 pour cent par an : quelle somme a-t-elle empruntée ? R. $2400.

1436. Sur un billet de $25600, un banquier a retenu un escompte de $600, l'escompte en dedans étant de 6 pour cent ; à quelle date était l'échéance du billet ? R. 146 jours

1437. Quel est le capital qui, escompté pour 7 mois, a $5\frac{1}{2}$ pour cent par an et en dedans, se trouve réduit à $715.75c. ?

R. $738.71c.

1438. A quel taux a été porté l'escompte d'un capital de

$3000, réduit à $2870.81c., l'escompte étant pris en dedans pour un an? R. 4½ pour cent.

1439. Un billet de$ 500, payable à la fin de l'année, a passé successivement entre les mains de trois personnes : la première l'a reçu le 15 mars, la seconde le 10 juillet, et la troisième le 30 Septembre. Quelle était à ces trois époques la valeur réelle du billet, l'escompte étant à 6 pour cent par an?

R. 1er $477.33c. 2me $486.22c. 3me $492.61c.

1440. Un marchand a acheté pour $2480 de marchandises, à huit mois de crédit ; il offre de donner comptant $2331.20c. ; ce que le vendeur accepte. A combien cette somme se trouve-t-elle escomptée par an? R. 9 pour cent.

1441. On veut escompter $7092 pour 40 jours, à raison de ½ pour cent par mois. De combien sera cet escompte? R. $47.28c.

1442. Un billet de $2850.45., escompté à 6 pour cent par an, a donné $2280.36c. A quelle époque était-il payable?

R. Après 40 mois.

1443. Quelqu'un qui a les effets suivants, désirerait les faire escompter.

Le 1er à 126 jours, est de $1560.30c., et l'escompte à ¾ par mois.

Le 2me à 65 jours, est de $1800, et l'escompte à ⅔.

Le 3me à 50 jours, est de $345.20c. et l'escompte ⅝.

Le 4me à 125 jours, est de $9400, et l'escompte à ½.

Le 5me à 72 jours, est de $645, et l'escompte à 1¾.

On demande quel sera le total de l'escompte pour les 5 billets?

R. $299.33c.

1444. Un marchand doit $10800 à New-York, reçoit d'un banquier de Montréal une lettre de change de cette valeur, et lui donne $11178. A combien pour cent se monte l'escompte?

R. 3½ pour cent.

1445. Un marchand a acheté pour £1280 de marchandises ; le vendeur lui accorde un an de crédit, et convient avec lui de lui escompter le billet, à raison de 6 pour cent par an, dans le cas où il anticiperait le paiement. Il arrive qu'au bout d'un certain temps, l'acheteur donne £1222 8s., et se trouve quitte. Après combien de temps a-t-il payé? R. 3 mois.

1446. Un particulier a un billet de $3646 à recevoir ; ce billet a encore 9 mois d'échéance ; mais, ayant besoin d'argent, il en demande le paiement immédiat, et on le lui escompte à 6 pour cent par an. Combien a-t-il reçu? 3488.99\frac{108}{209}$c.

PROBLÈMES SUR L'ESCOMPTE EN DEHORS.

1447. £8600 sont payables dans un an, £54500 le sont dans 18 mois : mais en payant comptant on peut obtenir 5 pour cent par an pour la première somme, et 4$\frac{1}{2}$ pour la seconde. Quelle est la diminution sur ces deux sommes? R. £3678 15s.

1448. Quel sera l'escompte de £1766 à 6 pour cent pour 9 ans? £953 12s. 9$\frac{1}{2}$d. $\frac{2}{5}$.

1449. On demande l'escompte pendant 6 mois de £40000 15s. à 3 pour cent? R. £1400 0s. 6$\frac{1}{4}$d. $\frac{1}{5}$.

1450. Une facture se monte à £6007; et on accorde 2$\frac{1}{2}$ pour cent d'escompte au comptant : à quelle somme se réduit cette facture? R. £5856 16s. 6d.

1451. Une personne doit £45000 4s. payables dans 6 mois; si elle paie comptant avec 2 pour cent d'escompte, combien paiera-t-elle? R. £44100 3s. 11$\frac{1}{25}$.

1452. Si j'avais acheté pour £875 de marchandises, j'aurais gagné £120 par les escomptes qu'on m'aurait accordés; mais je n'ai acheté de marchandises que pour £620 les escomptes ne se montent qu'à £93 : je demande si j'ai obtenu plus de diminution à proportion de mes achats, et à combien pour cent ce surplus s'élève? R. £15 et £13 14s. 3d. $\frac{3}{7}$, il gagne £1 5s. 8$\frac{4}{7}$d.

1453. Escompter, le 5 juin, à $5 pour cent par an, un billet de $1950 payable le 10 septembre de la même année.
R. $28.28c., et le billet ne vaut plus que $1921.72c.

1454. Escompter à $\frac{1}{3}$ pour cent par mois, un billet de $2500 payable dans 5 mois.
$R. 1.66c., le billet ne vaut plus que $2458.34c.

1455. Quelle était la valeur d'un billet qui, escompté pour 18 jours, à 6 pour cent par an, s'est trouvé réduit à $3686? R. $3800

1456. Un billet de $4200 escompté pour 8 mois, s'est trouvé réduit à $4046 : quel a été le taux de l'escompte? R. 5$\frac{1}{2}$ p. cent.

1457. Une personne ayant acheté pour $3200 de marchandises, et ne pouvant payer comptant, fait au vendeur un billet payable dans 120 jours; quel sera le montant de ce billet, l'escompte étant à 6 pour cent par an? R. $3264.

1458. Un particulier a un billet de $3646 à recevoir; ce billet a encore 9 mois d'échéance ; mais ayant besoin d'argent, il en demande le paiement immédiat, et on le lui escompte à 6 pour cent par an. Combien a-t-il reçu ? R. 3481.93c.

1459. Quelqu'un a réalisé trois lettres de change : pour le 1^{re} qui est de \$3500, il a payé \$166.25 ; pour la 2^{me} qui est de \$2149, il a payé \$116.66c., et pour la 3^{me} qui est de \$1250, il a payé \$115. On demande à connaître l'escompte pour cent de chacune de ces lettres ? R. 1^{re} $4\frac{3}{4}$, 2^{me} $5\frac{3}{7}$, 3^{me} $9\frac{1}{3}$.

1460. Un marchand a vendu pour \$1920 de marchandises ; il a accordé un délai d'un an, et il est convenu de rembourser l'escompte à un taux fixé, si on le paye avant le temps. Après cinq mois, on ne lui paye que \$1875.20c. A quel taux était l'escompte ? R. A 4 pour cent.

COMMISSION, COURTAGE, ASSURANCE, ETC.

409. On appelle *commission* ce qui est payé *par cent* à un agent qui achète et vend des marchandises, *ou* fait toute autre affaire commerciale pour un autre.

Un *agent* qui achète ou vend des marchandises pour un autre est appelé, un *marchand commissionnaire*, un *facteur*, un *correspondant*.

410. Le *courtage* (Brokerage) est le tant *par cent*, payé à un courtier (Broker), pour la négociation d'une *lettre de change*, et autres opérations monétaires ; il est de la même nature que la commission.

411. *L'assurance* est une *garantie* contre la *perte* ou le *dommage* qu'une propriété peut subir par le feu, une tempête sur mer, ou autres accidents. Cette assurance est ordinairement donnée par une compagnie, qui, pour une somme stipulée s'engage, par contrat, à rembourser aux propriétaires les valeurs assurées sur leurs maisons, vaisseaux, et autres propriétés ; s'ils venaient à être détruits ou endommagés durant le temps déterminé par le contrat d'assurance.

412. Le *contrat d'assurance* est appelé *Police*.

La *somme* payée pour l'assurance est appelée *Prime* (Premium)

La prime payée est un *tant par cent* sur la valeur de la propriété assurée pour 1 an, ou durant un voyage sur mer ou un autre temps de risque spécifié.

413. Le terme *stocks*, signifie le *capital* d'une institution monétaire, comme les Banques incorporées, aussi bien que les compagnies de chemin de fer et d'assurance, etc., lorsqu'elles sont incorporées; comme aussi *les débentures ou obligations*, (*Bonds*) du gouvernement; dans ce derniers cas *stocks* signifie Fonds Publics.

Le capital est ordinairement divisé en portions de $100 chacune appelées *parts* (*shares*), ou *actions;* et les possesseurs de ces *actions* sont appelés les *actionnaires* (stock holders).

L'association ou compagnie ainsi formée, s'appelle une *corporation;* et on appelle *charte* l'acte qui leur donne les pouvoirs, droits et priviléges nécessaires à leur administration.

414. La valeur *primitive* d'une *action* est appelée *nominale, valeur au pair;* la somme pour laquelle elle peut-être vendue, est sa *valeur réelle.*

La *hausse* ou la *baisse* d'une *action* est comptée à un tant pour cent, sur sa valeur au pair. Quand les actions se vendent par leur valeur primitive, au nominale, elles sont *au pair;* quand elles se vendent plus qu'elles ne coûtent; on dit qu'elles sont *au-dessus du pair, à une prime*, ou *en avance;* quand elle se vendent moins qu'elles ne coûtent on dit qu'elle sont *au-dessous du pair*, ou *à escompte.*

415. La *commission* payée à un *correspondant* et à un *courtier;* comme aussi la *hausse* et la *baisse* des *Fonds publics* ou *actions;* sont ordinairement calculées à un *certain pour cent* sur la *somme* employée dans la transaction, ou sur la *valeur au pair* des actions données.

416. Pour trouver la commission, le courtage, la prime d'assurance, etc., sur une somme donnée, à un taux pour cent donné; *Multipliez la somme donnée par le taux pour cent et divisez le produit par* 100.

Quand on opère sur des Louis il est quelquefois plus expéditif de se servir des parties aliquotes.

1461. Quelle serait la commission à payer sur £8460 à $2\frac{1}{2}$ pour cent?

Je multiplie par $2\frac{1}{2}$ et je divise par 100 et je trouve pour réponse £211 10s. Le même résultat aurait pu s'obtenir en divisant la somme donnée par 40, puisque $2\frac{1}{2}$ est la quarantième partie de 100.

1462. Quel serait le courtage sur £9876, à 3s. 6d. pour cent?

Opération.

	£	s.	d.
	9876	0	0
2s. 6d.$=£\frac{1}{8}$	1234	10	0
1s. 0d.$=£\frac{1}{20}$	493	16	0
100)	1728	6	0
	£ 17	5	$7\frac{3}{4}\frac{17}{25}$

Ici on a opéré par les parties aliquotes de 3s. 6d., et le résultat étant divisé par 100, le quotient £17 5 $7\frac{3}{4}$ est le courtage requis. Le taux aurait-il été $£\frac{1}{2}$, $£\frac{3}{4}$ ou n'importe quel autre taux fractionnaire l'opération aurait été la même.

1463. Un commissaire priseur (*auctioneer*) a vendu des marchandises pour la somme de $6849, à 3 trois pour cent de commission ; combien doit-il recevoir? R. $205.47

1464. Un receveur des impositions à reçu $12250 ; sachant qu'il a un droit de commission de $6\frac{1}{2}$ pour cent sur cette somme ; combien doit-il recevoir? R. $673.75

1465. Un commissaire priseur a vendu des tapis pour la somme de $2136.63 ; il fait payer $2\frac{1}{4}$ pour cent pour la vente, et $2\frac{3}{4}$ pour garantir le paiement ; combien a-t-il remis au propriétaire ?
R. $106.831, et remis $2027.798

1466. Un libraire envoie $1500 à son agent pour lui acheter des livres ; pour quelle somme en achètera-t-il, après avoir déduit sa commission à 5 pour cent, et quelle est sa commission?
R. $71.43 de commission ; $1428.57 en livres.

Il est évident que le commissionnaire ne doit prendre sa commission que sur la somme qu'il dépense ; et par conséquent la question revient à trouver l'*escompte vrai* de $1500 à 5 pour cent (N°402) ; et on trouve la réponse ci-dessus.

1467. Un marchant de la campagne envoie $3560 à son agent en ville pour lui acheter des marchandises ; après avoir pris sa commission, à $3\frac{1}{2}$ pour cent, que restera-t-il pour acheter des marchandises? R. $3439.613

1468. Quel est le courtage sur $94265 à $1\frac{1}{2}$ pour cent?
R. $1413.975

1469. Combien paierait-on de commission sur £942 16s. 3d., à $4\frac{1}{2}$ pour cent? R. £42 8s. $6\frac{1}{4}$d.

1470. Que devrait-on payé à un courtier pour $8845.50 à $\frac{1}{4}$ pour cent? R. $22.113

417. Pour trouver l'assurance qu'il faut payer pour 1 an, ou un temps spécifié ; *Il faut, comme pour l'intérêt simple, mul-*

tiplier la somme assurée par le taux et divisé par 100. C'est le premier CAS.

1471. Un homme a assuré sa maison pour $15000, à $1\frac{1}{4}$ pour cent par an : quelle prime paie-t-il? R. $187 50

Solution. $15000×1.25(le taux) = $18750 : 100=$187.50

1472. Quelle prime d'assurance faut-il payer pour assurer des marchandises valant $6280, de Montréal à Liverpool, à $1\frac{1}{2}$ pour cent? R. $94.40

1473. Quelle est l'assurance annuelle d'une manufacture de la valeur de $65000, à $\frac{3}{4}$ pour cent? R. $487.50

1474. On assure à £5 13 9 pour cent, une marchandise qui vaut £675 11 8 ; quelle est la prime à payer? R. £38 8 $5\frac{3}{8}$

1475. Combien faudrait-il pour assurer un vaisseau et son chargement, valant £3649 8 0, à $3\frac{1}{4}$ pour cent?

R. £118 12 $1\frac{1}{4}$

1476. 2me CAS. Si un homme paie $16 annuellement pour assurer $800 sur son magasin, combien paie-t-il pour cent?

Analyse. Pour assurer $800 il faut payer $16, pour en assurer 1 il faut payer $16 : 800=$0.02 ; et pour $100, il faudra payer $0.02×100=$2. pour cent.

418. Pour trouver le taux d'assurance, quand la somme assurée, et la prime annuelle sont données. *Il faut multiplier la prime donnée par cent et diviser par la somme assurée, le quotient sera le taux demandé.*

1477. Un marchand paie $122.50 de prime sur un chargement de farine, qui vaut $12250, de Montréal à Chicago; combien paie-t-il par cent? R. $1

1478. Un importateur paie $350 d'assurance sur une quantité de drap de la valeur de $28000, du Hâvre à Montréal : combien paie-t-il pour cent? R. $1\frac{1}{4}$ pour cent.

1479. 3me CAS. Un homme paie $45 annuellement pour l'assurance de sa bibliothèque, ce qui est 3 pour cent sur la somme portée sur sa police ; pour combien est-il assuré?

Analyse. Puisque $3 assurent $100; $1 assure $100 : 3; et $45, $100 : 3×45=$1500.

419. Pour trouver la *somme assurée* quand la prime et le taux pour cent sont donnés; *Il faut multiplier la prime par* 100 *et diviser le produit par le taux, le quotient donnera la somme demandée.*

1480. **Un importateur paie $650 de prime sur des marchandises de Hambourg à New-York ; ce qui est $1\frac{1}{4}$ pour cent sur la valeur assurée, quelle est cette valeur?** R. $52000.

1481. Une prime de $840.50 a été payée pour une cargaison de coton de New-Orleans au Hâvre, ce qui était $\frac{3}{4}$ pour cent de sa valeur, quel était le montant de la cargaison? R. $65000.

1482. A $\frac{3}{5}$ pour cent par an, quelle somme peut-on faire assurer sur une maison, pour $205 ? R. $$34166\frac{2}{3}$.

1483. 4^{me} CAS. Si un homme possède un petit vaisseau de $1920 pour quelle somme doit-il le faire assurer, à 4 pour cent, pour que en cas de naufrage, il puisse retirer la valeur du vaisseau et sa prime :

Analyse. Il est évident que, quand le taux d'assurance est 4 pour cent, sur une police de $100 le propriétaire ne recevra que $96 pour sa perte ; car il a payé $4 d'assurance. Donc puisque pour recevoir $96 il faut faire assurer $100 pour recevoir $1 il faudra 96 fois moins ou $100:96 ; et pour recevoir $1920 ; il faudra $100:96×1920=$2000.

PREUVE. $2000×0.04=$80, la prime payée, et $2000-80= $1920, la valeur du vaisseau.

420. Pour trouver quelle somme doit être assurée sur une valeur donnée d'une propriété, de sorte que si elle est détruite, la valeur de la propriété et la prime soient remboursées ; *Il faut soustraire le taux de* 100 ; *diviser la valeur de la propriété par le reste, et multiplier le quotient par* 100 ; *le résultat donnera la somme qui doit être assurée.*

1484. Quelle somme faut-il faire assurer sur une propriété de $8240 à $1\frac{1}{2}$ de manière que le propriétaire ne perdre rien si la propriété venait à être détruite? R. $8365.482.

1485. Quelle somme faudrait-il faire assurer, à $5\frac{3}{4}$ pour cent sur des marchandises valant £1938 12s. 6d., pour que, en cas de perte, la valeur de la marchandise et la prime soient remboursées? R. £2056 17s. 11d.

1486. A £2 5s. 6d. pour cent, quelle sera la prime à payer pour assurer des marchandises de la valeur de £1560, pour que, en cas de perte, le propriétaire puisse recevoir la valeur de sa marchandise et sa prime? R. £36 6s. $3\frac{1}{4}$.

1487. **Si j'achète 20 actions du chemin de fer de New-York à Erié, à 7 pour cent de prime, combien paierai-je?** R. $2140.

Les actions étant (N°. 413) de $100 chacune, (1) la prime étant$ 7 pour $100 ; une action vaut donc $107 ; et 20 actions ; 107×20=$2140.

1488. Un marchand qui achèterait 45 actions d'une banque, et qui serait ensuite obligé de les vendre à 50 pour cent d'escompte : combien perdrait-il ? R. $2250.

1489. Si vous achetez 71 actions de la compagnie du gas, à 5½ pour cent de prime, quelle somme devez-vous débourser ?
R. $7490.50.

1490. Mon agent m'achète 78 actions du chemin de fer de New-York à Philadelphie, à 15 pour cent de prime, et me prend ¾ pour cent de courtage, combien dois-je payer pour le tout ?
R. $9028.50.

421. Cette partie de l'arithmétique qui traite des bénifices, et des pertes que l'on peut faire dans les transactions commerciales, est appelée Profits et Pertes.

1491. Si un quintal de riz est acheté pour £2 8s. et revendu à 6½d. la livre, quel est le bénéfice ?

Opération.

	112 lbs. à 6½d.		
6d.= ½ de 1s. 0d.	5	6	
½d.= $\frac{1}{12}$ de 0s. 6d.	4	8	
	6	0s.	8d.
Prix de vente,	£3	0	8
Prix d'achat	2	8	0
Gain	£0	12	8

Le quintal étant acheté à £2 8s., et vendu pour £3 0s. 8d., il est évident que la différence des deux prix £0 12s. 8d. est le gain.

1492. Si un marchand achète 93 quintaux 3 quarts, 12 lbs. de résine à 9s. 4d. par quintal, et paie pour divers frais £3 4s. 6d ; combien gagne-t-il en vendant 27 cwt. 2 qrs., à 12s. 4d. par cwt. ; 29 cwt. 1 qr. 20lbs. à 12s. 8d. par cwt. et le reste à 12s. 9d. par cwt ? R. £12 2s. 3¼d.

On obtient le résultat demandé en calculant d'abord le prix des 93 cwt., 3 qrs., 12 lbs. à 9s. 4d. le cwt. et y ajoutant £3 4s. 6d. de frais, puis calculant les trois prix de vente et faisant la différence des deux sommes.

1493. Une pièce de toile contient 25½ verges, et coûte £3 8s. 3d. que gagnera-t-on en la revendant 3s. 9½d. la verge ?
R. £1 8s. 5¼d.

1494. Combien gagnera-t-on sur une pipe de vin contenant 138 gallons, qui coûtent £113 15s. si on les revend à 18s. 6d. le gallon? R. £13 18s.

Les quatre exemples précédents n'ont besoin d'aucune règle particulière pour être opérés ; mais lorsque l'on calcule le bénéfice ou la perte à tant pour cent, il faut faire usage des règles suivantes.

1495. 1^er cas. On achète une certaine quantité de farine pour $84, et on la revend à 7 pour cent de bénéfice, combien gagne-t-on sur le tout?

Analyse. Puisque pour $100, on gagne $7 ; pour $1 on ne gagne que $\frac{7}{100}$; et pour $84 on gagne $\frac{7}{100}\times 84=\$5.88$

422. Donc pour trouver le *bénéfice* ; ou la *perte* quand le prix coûtant et le taux pour cent sont connus ; *Il faut multiplier le prix coûtant par le taux et diviser le produit par* 100 ; *le quotient sera la réponse.*

Pour avoir *exactement* le bénéfice ou la perte dans les opérations commerciales, il est évident que l'on doit tenir compte de *l'intérêt* du prix des marchandises depuis l'achat jusqu'au moment qu'on en reçoit le paiement.

1496. J'achète une pièce de drap $120 ; après 6 mois je la vend à 8 pour cent au-dessus du prix, et à 6 mois de crédit ; quel est mon gain, si je paie 7 pour cent d'intérêt pour l'argent employé en marchandise? R. $1, 20

1497. Un spéculateur a acheté une quantité de coton pour $24850, et l'a revendu à 5½ pour cent de bénéfice ; quel est son gain total? R. $1366.75c.

1498. 2^me cas. Un homme achète un terrain pour $625, qu'il vend ensuite à 10 pour cent de bénéfice ; combien l'a-t-il vendu?

Opération

$625 prix coûtant
10 prix pour cent

$62. 50 gain

$687. 50 prix de vente.

Puisqu'il gagne 10 pour cent ; il est évident qu'il l'a vendu le prix coûtant plus 10 pour cent de ce prix. Donc trouver les 10 pour cent du prix coûtant, (N° 384) et l'additionner avec lui-même.

1499. Un homme a acheté une petite maison pour $1840, qu'il a revendue à 10 pour cent au-dessous du prix coûtant ; quelle somme a-t-il reçue?

Opération.

$1840 prix d'achat.
10 perte pour cent

$184.00 somme perdue

$1656.00 prix de vente.

Ayant trouvé la perte comme s'il s'agissait de trouver l'intérêt simple (N° 384), on le retranche du prix coûtant ; le reste est le prix de vente.

423. Pour trouver combien il faut vendre un objet pour *gagner* ou perdre un certain taux pour cent donné quand le prix coûtant est donné ; *Il faut d'abord trouver le montant du bénéfice, ou de la perte au taux ; puis l'ajouter au prix coûtant, ou l'on retranche suivant le cas ; le résultat sera le prix de vente.*

1500. On a acheté 2500 balles de coton pour $30575, qui ont été revendues à $3\frac{1}{2}$ pour cent de perte ; combien a-t-on reçu ?
R. $29504.875

1501. Combien faut-il vendre une toile qui coûte 3s. $1\frac{1}{4}$d. pour gagner 16 pour cent ? R. 3s. $7\frac{1}{2}$d.

1502. On a payé l'ichtyocolle (*isinglass*), 8s. 6d, la livre, et on l'a revendue à 11 pour cent de perte, à quel prix l'a-t-on vendu et combien a-t-on perdu sur 17 cwt. 1qr. ?
R. 6s. 6 $\frac{38}{50}$d., et £90 6s. $5\frac{1}{25}$d.

1503. J'achète des marchandises pour $3460 ; combien dois-je les revendre pour gagner $22\frac{1}{2}$ pour cent ? R. $4238.50

1504. 3^{me} CAS. Une marchandise qui coûte $750, est vendue pour $900 ; quel est le bénéfice pour cent ?

Analyse. En retranchant le prix d'achat du prix de vente, on trouve que le gain est de $150. Maintenant ; $750 donnent $150 ; $1 donne $\frac{150}{750}$; et $100 donnent $\frac{150\times100}{750}$ = $20. On gagne donc 20 pour cent.

424. D'où, pour trouver le *taux pour cent* du profit ou de la perte, quand le prix coûtant et de vente sont donnés :

Il faut d'abord trouver la différence des deux prix, ce qui donne, le gain ou la perte, qu'il faut multiplier par cent ; puis en diviser le produit par le prix coûtant ; le quotient donne le taux demandé.

Il est important de remarquer que le *taux pour cent* de *gain* ou de *perte*, est toujours calculé sur le prix *d'achat* et non sur le prix de *vente*.

1505. On a acheté une certaine quantité de coton à $6\frac{1}{2}$ cents la verge ; on l'a revendu à 8 cents la verge ; combien a-t-on gagné pour cent ? R. 23 $\frac{1}{13}$ pour cent.

1506. On a vendu 38 cents le minot le maïs qui en avait coûté 45 ; combien a-t-on perdu pour cent ? R. 15 $\frac{5}{9}$ pour cent.

1507. Des noix muscades (*nutmegs*) qui coûtent 17s. 6d. la livre ont été revendues £1 0s. $3\frac{3}{5}$d , combien a-t-on gagné pour cent ? R. 16 pour cent.

1508. Quand le savon coûte £3 5s. par cwt. ; combien faut-il le revendre pour gagner 10 pour cent ; 20 pour cent, et 30 pour cent ? R. £3 11s. 6d. ; £3 18s. ; £4 4s. 6d. par cwt.

1509. Combien faut-il vendre la cire qui coûte £14 5s. le quintal pour gagner 21 pour cent ? Et quelle quantité faudra-t-il en vendre à ce prix pour gagner £100 ?

R. £17 4s. $10\frac{1}{5}$d., et 33 cwt. 1 q. $18\frac{1}{2}$ lbs.

1510. On a acheté 2688 verges de batiste (cambric) à 8s. 8d. la verge ; et on en a vendu un quart à 10s. 2d., un tiers à 10s. $11\frac{1}{2}$d., et le reste à 11s. $4\frac{1}{2}$d. la verge. Combien a-t-on gagné sur le tout, et combien pour cent ?

R. £304 14s. 8d. ; et £26 3s. $2\frac{3}{4}$ pour cent.

1511. Un spéculateur a acheté pour \$75000 d'actions ; qu'il a revendues pour \$77625 ; combien a-t-il gagné pour cent dans cette opération ? R. $3\frac{1}{2}$ pour cent.

1512. 4^me^ CAS. On vent une marchandise pour \$360, ce qui est 20 pour cent de plus qu'elle ne coûte ; combien l'avait on payée ?

Analyse. Vendre à 20 pour cent de bénéfice c'est retirer \$120 de ce qui ne coûte que \$100 ; d'où, si \$120 viennent de \$100, \$1 vient de $\frac{100}{120}$; et \$360 de $\frac{100 \times 360}{120} = \$300$.

1513. Un meunier a vendu une quantité de farine pour \$170, ce qui était 15 pour cent au-dessous du prix coûtant ; combien lui avait-elle coûté ?

Analyse. Puisqu'il a perdu 15 pour cent ; il n'a reçu que les $\frac{85}{100}$ du prix d'achat ; donc les $\frac{85}{100}$ d'une somme sont \$170 ; $\frac{1}{100}$, est $\frac{170}{85}$, et les $\frac{100}{100}$, sont $\frac{170 \times 100}{85} = \$200$.

425. Pour trouver le *prix coûtant* quand le prix *de vente* et le *taux pour cent* de *gain* ou de *perte* sont donnés ; *Il faut multiplier le prix de vente par* 100 *augmenté du taux s'il y a gain ; ou bien diviser par* 100 *diminué du taux s'il y a perte.*

1514. Un importateur a vendu une librairie pour \$3420, ce qui était $12\frac{1}{2}$ pour cent au-dessus du prix coûtant; combien lui avait-elle coûté ? R. \$2736.

1515. Un entrepreneur a vendu une maison pour \$17450, ce qui était 2 pour cent de moins que le prix coûtant; combien lui coûtait-elle ? R. \$17806.122.

1516. Si l'on perd 11 pour cent en vendant 128 verges de drap pour £98 18s. 8d., quel était le prix coûtant par verge ?
R. £0 17s. $4\frac{1}{2}$d.

1517. En vendant des livres £4 19s. 9d., on gagne 17 pour cent; quel est le prix coûtant ? R. £4 5s. $3\frac{1}{13}$.

1518. Si l'on gagne 7 pour cent en vendant de la toile à 2s. 9d. la verge; combien faudrait-il la vendre pour gagner 25 pour cent ? R. 3s. $2\frac{59}{107}$d.

Cette question pourrait être résolue en trouvant le prix coûtant et puis le prix de vente, comme dans les exemples précédents. Il sera pourtant plus court d'opérer d'après la règle ainsi modifiée. *Multipliez le premier prix de vente donné par* 100 *augmenté du premier taux donné et divisé le produit par* 100 *augmenté du premier taux donné ; ou multipliez le second prix de vente par* 100 *augmenté du premier taux et divisez par le premier prix de vente pour avoir le second taux.*

1519. En vendant de la melasse £2 10s. le baril, on gagne 15 pour cent; combien gagnerait-on pour cent, en la vendant £2 5s. 6d. le baril ? R. £4 13s.

1520. Si en vendant de la mousseline 3s. $1\frac{1}{2}$d. la verge, on perd 2 pour cent, combien aurait-il fallu la vendre pour gagner 25 pour cent ? R. 3s. $11\frac{163}{196}$d.

426. Toutes les questions de *commissions*, *assurances*, etc., peuvent être résolues par les règles données pour l'intérêt simple et l'escompte, ou par les proportions. Il faut pourtant observer que l'intérêt se calcule proportionnellement au capital et au temps ; tandis que l'on prend la commission sur la somme sans avoir égard au temps.

427. Droits d'entrée, en terme de commerce signifie une *somme de monnaie*, prélevée par le gouvernement sur des marchandises *importées.*

Dans tous les ports d'entrée le gouvernement a un établissement appelé Douane (*Custom House*) auquel les droits sur les marchandises étrangères, qui entrent dans ce port doivent être payés.

Les personnes chargées d'inspecter les cargaisons des vaisseaux qui font le commerce étranger ; d'examiner les factures des marchandises, de percevoir les droits, etc., sont appelées *officiers de douane* (*custom house officers*), ou *douaniers*.

428. Il y a deux sortes de droits ; ceux *spécifiés*, et ceux *ad valorem*. Un *droit spécifié* est celui qui est imposé pour un tonneau, un quintal, une barrique (hogshead), un gallon, une verge carrée, etc., sans avoir égard à la valeur de l'article. Un droit *ad valorem* est celui qui est perçu à tant pour cent sur la *valeur* de la marchandise, ou *prix d'achat*.

429. Avant de calculer les *droits spécifiés* ; il est d'usage de faire une certaine déduction appelée *tare*, *bon poids*, (*draft* or *tret*), coulage (leakage), etc.

Par *Tare* on entend la diminution d'un certain nombre de livres sur le poids brut de la marchandise, pour la caisse ou le tonneau, etc., qui la contient.

Le *bon poids* est une diminution par cent (ordinairement 4 pour cent) sur le poids de la marchandise ; pour ce qui peut-être gâté, ou de rebut.

Le *coulage* est une certaine diminution par cent, (ordinairement 2 pour cent) sur la liqueur contenue dans un tonneau, pour ce qui peut-être perdu, ou coulé.

Les droits *spécifiés* et *ad valorem* sont déterminés par les gouvernements des divers pays, et varient suivant les temps et les lieux.

1521. 1er Cas. Quel est le droit spécifié sur 15 barriques de melasse à 10 cents par gallon, faisant une déduction de 2 pour cent de coulage ?

Analyse. Puisqu'il y a 63 gallons dans une barrique ; en 15 barriques il y en a 15 fois autant, $63 \times 15 = 945$ gal. Mais 2 pour cent sur 945 gallons, est égal à $945 \times 0.02 = 18.9$ gal. (No. 384) et 945 gal.—18.9 gal.$=$926.1 gallons *net.* Maintenant si les droits sur 1 gallon sont 10 cents ; sur 926.1 gal. ils seront $926.1 \times 10 = \$92.61$, les droits requis. D'oû.

430. Pour trouver les droits *spéficiés* sur une marchandise. *Déduisez le bon poids, tare, ou coulage, etc., légal de la quantité de la marchandise donnée ; puis multipliez le reste par le droit donné, par gallon, livre, verge, etc., et le produit sera le droit demandé.*

1522. A $5\frac{1}{2}$ cents par livre, quels sont les droits spécifiés sur 430 boîtes de peinture, pesant chacune 175 lbs., la tare 15 lbs. par boîte ? R. $3784.

1523. Les droits spécifiés étant 22 cents par gallon, combien paiera-t-on sur 50 barriques de vin, le coulage étant 2 pour cent? R. $679.14c.

1524. On paie $3\frac{1}{2}$ cents de droits spécifiés sur 1 lb. de café ; combien paiera-t-on pour 250 sacs de café, pesant chacun 65 lbs. le bon poids étant 4 pour cent? R. $546.

431. 2^{me} CAS. Quand les droits sont calculés sur la valeur de la marchandise, d'après *facture*, (1) on ne fait point de déduction ; mais on calcule simplement le tout pour cent légal sur le montant de la facture donnée ; ce qui se fait d'après la règle (384).

1525. Quels sont les droits à payer sur une facture de drap du montant de $1240 à Manchester, le droit étant 20 pour cent? R. $248.

1526. Les droits étant 33 pour cent sur la toile d'Irlande ; combien paiera-t-on pour une facture de $3187? R. $1051.71.

1527. A 35 pour cent quels seraient les droits à payer sur une facture de montres de la valeur de $45385? R. $15884.75.

DU CHANGE.

432. Par *change*, on entend en commerce, recevoir, ou payer une somme de monnaie dans une ville, pour une égale somme dans une autre ; par le moyen d'une *traite* (draft,) ou une *lettre de change*, (bill of exchange).

433. La *valeur intrinsèque* des monnaies en espèce des différentes nations, dépend de leur *poids* et de la *pureté* du métal dont elles sont composées.

Le Louis en espèce de la Grande-Bretagne, est une pièce en or composée de 22 parties *d'or pur*, et de 2 parties de *cuivre*. Le degré de pureté, ou le titre est donc $\frac{1}{12}$ d'alliage.

---

(1) Dans le commerce on appelle *Facture* (invoice) ; un *Etat* qui indique en détail la sorte, la quantité, la qualité et le prix des marchandises qu'un fabricant ou un négociant adresse à quelqu'un de ses confrères, de ses associés, à un commissionnaire, etc ; et, dans un sens plus restreint, une *Note* délivrée par un marchand des fournitures qu'il a faites à ses chalands, à ses pratiques.

Le *souverain* ou louis sterling pèse 5 pwts. 3 $\frac{171}{623}$ grains.

La *monnaie sterling en argent* est composée de 37 parties *d'argent pur*, et de trois parties de *cuivre;* c'est-à-dire, à $\frac{3}{40}$ d'alliage. Le poids du chelin sterling est de 3 pwts. 15 $\frac{3}{11}$ grains:

Les monnaies d'*or* et d'*argent* des Etats-Unis contiennent $\frac{1}{10}$ d'alliage (No. 259). L'*Aigle* pèse 258 grains de cet *or*, la moitié, et le quart d'*Aigle* en proportion. Le dollar d'argent contient 412½ grains de cet alliage d'argent, les autres pièces en proportion.

434. La *valeur relative* des monnaies étrangères est déterminée par les lois du pays et les usages du commerce. Ainsi la valeur intrinsèque du Louis sterling est de $4.861, (1) tandis que sa valeur relative avait été fixée à 4.44$\frac{4}{9}$ par le Congrès des Etats-Unis, en 1799; en 1832 la même autorité l'éleva à $4.80; et en 1842 à $4.84. D'où.

435. Pour réduire les Louis sterling en dollars; *multipliez la valeur légale d'un Louis*, $4.84, *par le nombre donné de Louis, et placez le point décimal comme dans la multiplication des décimales, et le résultat sera la réponse requise.*

Si le nombre contient des chelins, des deniers, des farthings, il faut les réduire en décimales de Louis.

1528. 1er Cas. Changez £625 sterling en dollars.

Solution. Puisque £1 vaut $4.84; £625 valent 625 fois autant, et $4.84×625=$2725.

Changez en dollars £88 7s. 6d.

Opération.	
$4.84	On réduit d'abord les 7s. 6d. en décimales de Louis; (No. 394) puis on multiplie $4.84,
88.375	par £88.375, et on sépare les décimales
———	(No. 235) au produit.
$427.735	

On donne encore quelquefois la règle suivante pour réduire les Louis sterling en dollars. Réduisez les chelins, deniers, etc., en décimales de Louis, et après les avoir écrits à droite des Louis donnés, divisez le tout par $\frac{9}{10}$. Cette règle est basée sur la loi de 1799 qui avait fixé la valeur du Louis à 4.44\frac{4}{9}$, et celle du dollar à 4s. 6d. Mais 4.44\frac{1}{9}$, est 9 pour cent ou 40 cents au-dessous de $4.84, valeur légale actuelle de £1; conséquemment

---

(1) Quelques compagnies d'assurance estiment £1 sterling à $4.866; et £100, $486.67.

le résultat obtenu, doit être 9 pour cent trop *petit*. Un dollar vaut maintenant 49. 6d. très-près, au lieu de 54d. comme autrefois. Le chelin sterling vaut 24$\frac{1}{5}$ cents.

436. De ce qui précède, il est évident que les *Guinées*, les *Francs*, les *Doublons*, etc., et toutes les *monnaies* peuvent être réduites en dollars, en multipliant la *valeur légale d'une* par le nombre donné.

1529. Changez en dollars les sommes suivantes :

£850 10s. ; £1000 4s. 6d. ; £50173 12s. 6$\frac{3}{4}$d.

R. \$4116.42 ; \$4841.089 ; \$242840.369.

1530. £85 13s. 6d. ; £12531 10s. 4$\frac{1}{2}$d. ; £76387 15s. 7$\frac{2}{3}$d.

R. \$414.667 ; \$60652.55 ; \$369716.864.

1531. 2^{me} Cas. Changez \$40.535 en monnaie sterling.

Solution. Puisque \$4.84 font £1 ; \$40.535 font autant de Louis que \$4.84 sont contenus de fois dans \$40.535 ; et \$40.535 : \$4.84=£8.375. Maintenant réduisant les décimales en chelins, deniers, etc., (No. 394) et l'on a pour réponse £8 7s. 6d.

437. *Pour réduire les dollars en louis sterling ; il faut* diviser le nombre donné par \$4. 84, valeur de £1, et placer au quotient obtenu le point décimal comme indiqué au (N^o 239). Les chiffres à gauche du point décimales seront les louis ; ceux à droite, les décimales de £1, qui peuvent être facilement réduits en cheling, deniers. etc.

1532. Réduisez en monnaie sterling, les sommes suivantes : \$396.88 ; \$2160. 50 ; \$25265.

R. £82 ; £446 7s. 8$\frac{1}{4}$d. £5220 0s. 9$\frac{3}{4}$d.

1533. \$1265. 33 ; \$5300. 75 ; \$100,000.

R. £261 8s. 7$\frac{1}{2}$d. ; £1095 3s. 11$\frac{3}{8}$d. ; £20661 3s. 1$\frac{1}{2}$d.

438. Les monnaies contenues dans la liste suivante ont cours dans les Etats-Unis, pour la valeur y mentionnée, par acte du Congrès.

Louis sterling de la Grande-Bretagne.	\$4.84
Louis du Canada, Nouvelle-Ecosse ; New-Brunswick et Terre-Neuve, (nominal).	4.00
Franc de France et de Belgique.	0.186
Florin des Pays-Bas. (Netherlands),	0.40
Florin des Etats sud d'Allemagne,	0.40
Guilder des Pays-bas (Netherlands),	0.40
Réal vellon d'Espagne,	0.05
do Plate do	0.10

Milree de Portugal,	1.12
do des Açores (Azores)	0.83$\frac{1}{3}$
Marc de Banque de Hambourg,	0.35
Thaler ou Rix dollar Prusse et Nord de Germanie,	0.69
Rix Dollar de Brême,	\$0.78$\frac{3}{4}$
Dollar du Danemark,	1.05
do. de Suède et Norwège,	1.06
Rouble d'argent de Russie,	0.75
Florin d'Autriche,	0.485
Lire du Royaume-Lombardo Venitien et Toscane,	0.16
Lire de Sardaigne,	0.186
Ducat de Naple,	0.80
Once de Cicile,	2.40
Livre de Livourne,	0.16
Tael de Chine	1.48
Roupie, Compagnie et des Indes Anglaises	0.445
Pagode de l'Inde	1.84

439. Outre les monnaies ci-dessus il y en a un grand nombre d'autres, dont la valeur n'est pas déterminée par la loi ; mais par les douanes et les usages du commerce.

Les principales sont contenues dans le tableau suivant.

Guinée Anglaise	(or)	\$5.00
Crown "	(argent)	1.12
La pièce d'un chelin anglais,	(ar)	0.23
Bank token anglaise	(ar)	0.25
Florin de Bâle "	(ar)	0.41
Moidore du Brézil "	(ar)	4.80
Livre de Catalogne	(ar)	0.53$\frac{1}{3}$
do de Florence	(ar)	0.15
Louis d'or Français	(or)	4.56
Pièce de six livres "	(ar)	1.06
do de 40 francs "	(or)	7.66
do de 5 francs "	(ar)	0.93
Livre de Genève	(ar)	0.21
10 Thalers, Allemagne	(or)	7.80
10 Pauls, Italie	(ar)	0.97
Lois Jamaïque, *nominal*		3.00
Dollar de Livourne	(ar)	0.90
Scudo de Malte	(ar)	0.40
Doublon du Mexique	(or)	15.60
Livre de Neufchatel	(ar)	0.26$\frac{1}{2}$
Demi Joè, Portugal	(or)	8.53
Florin de Prusse	(ar)	0.22$\frac{3}{4}$
Impérial de Russie	(or)	7.83
Rix Dollar, Renish	(or)	0.60$\frac{3}{4}$
do de Saxe	(or)	0.69
Pistole, Espagne		3.97
Réal "	(ar)	0.12$\frac{1}{2}$
Croix Pistareen	(ar)	0.16
Autres do	(ar)	0.18
Livre de Suisse	(ar)	0.27
Ecu (crown) de Toscane		1.05
Piastre de Turquie	(ar)	0.05

La vraie méthode pour estimer, ou déterminer la valeur d'une pièce de monnaie, c'est de la *peser* et de savoir quel est le degré de *pureté* du métal qui la constitue.

440. Une *lettre de change* est un ordre écrit, adressé à une personne, lui enjoignant de payer à un temps spécifié, une certaine somme de monnaie à une autre personne, ou à son ordre. (1) La personne qui la *signe* est appelée le *tireur* (drawer) ou *faiseur* ; (maker) la personne en faveur de qui elle est tirée, *l'acheteur* (buyer), ou *preneur* (remitter) ; la personne sur qui elle est tirée, le *tiré* (*drawee*), et après qu'il a accepté *l'accepteur*(*acceptor*); la personne à qui doit être payé le montant mentionné, est appelée *le dernier porteur* (payee) ; et la personne qui en a la possession légale ; le *porteur* (holder). Quand on reçoit une lettre de change, elle doit être présentée immédiatement au *tiré* pour son *acceptation.*

441. *L'acceptation* d'une lettre de change, ou d'une traite, est une promesse de la payer à *l'échéance spécifiée.* La manière d'accepter une traite est que le *tiré* écrit son nom sous le mot *accepté* en travers du billet sur l'un des deux côtés. Le *tiré* n'est responsable pour le paiement que lorsqu'il a *accepté.*

Si le *dernier porteur* (*payee*) désire *vendre* ou *transférer* sa lettre de change, il doit *l'endosser* ; c'est-à-dire écrire son nom sur le *dos* du billet. (N° 391)

Si *l'endosseur* indique sur le billet une personne à qui il doit être payé ; *l'endossement* est spécial ; et la personne nommée, le *porteur* (endorsee). Si l'endosseur écrit son nom simplement sur le dos du billet, l'endossement est en *blanc.* Quand l'endossement est *blanc*, ou quand le billet est payable au *porteur* (bearer), il peut être transféré de l'un à l'autre à volonté, et le *tiré* est obligé de le payer au porteur à son échéance. Si le *tiré* ou *accepteur* refuse de payer, l'endosseur devient responsable.

442. Quand le tiré refuse d'accepter ou payer le billet, le porteur doit en donner avis aux endosseurs et au tireur par un *protêt* légal ; autrement ils ne seraient pas responsable du paiement.

Un *protêt* est une attestation écrite, faite par un officier civil appelé *notaire-public*, à la requête du porteur d'un billet, du refus *d'acceptation* ou de *paiement.*

---

(1) L'invention des lettres de change est attribuée aux Juifs qui, s'étant refugiés en Lombardie après avoir été chassés de France, de 1181 à 1316, donnèrent à des voyageurs des lettres portant ordres aux dépositaires des fonds qu'ils y avaient laissés de les remettre à ces voyageurs, qui leur en avaient payé la valeur. Cependant il paraît que le change n'était pas inconnu aux Romains.

Quand un billet retourne protesté pour refus d'acceptation, le tireur doit payer immédiatement, quoique l'échéance ne soit pas arrivée, autrement il peut être poursuivi.

Le *temps de l'échéance* d'un billet dépend des conventions entre les parties. Quelques-uns sont payables à *vue*, d'autres après un certain nombre de *jours* ou *mois* après vue, ou après *date*. Quand ils sont payables après *vue* ou *date*, le jour de leur présentation n'est pas compté. Quand le temps est exprimé en mois, il est toujours entendu que ce sont des mois du *Calendrier*. Ainsi un billet daté du 25 Janvier serait payable le 25 Février; et s'il était daté du 28, 29, 30, ou 31 Janvier, il serait payable le dernier jour de Février. Néanmoins on accorde généralement trois jours de grâce sur les lettres de change.

443. Les lettres de change sont ordinairement divisées en billet sur *l'intérieur* (inland) et sur *l'étranger* (foreign bills). Quand le *tireur* et le *tiré* résident dans le même pays; on l'appelle *billet sur l'intérieur ou traite* (inland bill or draft); quand ils résident dans des pays différents; *billet sur l'étranger*.

Pour la négociation des billets sur l'étranger, il est d'usage d'entrer *trois* de la *même date* et de la *même somme*, qui sont appelées *première*, *seconde* et *troisième de change*. Elle sont envoyées par différents vaisseaux ou autres moyens de transport; la *première* qui arrive est acceptée et payée, et les *autres* deviennent *nulles*. Cette précaution est prise pour éviter les retards qui pourraient arriver par suite d'un accident quelconque.

MODÈLE D'UNE LETTRE DE CHANGE SUR L'ÉTRANGER.

Montréal, le 27 Juillet, 1858.

Change pour £1000.

A Soixante jours de vue il vous plaira payer par cette première de change, (la seconde et la troisième de la même teneur et date, ne l'étant pas) à Monsieur J. A. Duhomme, ou à son ordre, mille livres sterling, valeur reçue, que vous voudrez bien passer en compte avec ou sans avis de

Votre dévoué serviteur,

G. P. Bonald.

A Messieurs Rothchild et Cie.,

Banquier à Londres.

MODÈLE D'UNE TRAITE SUR L'INTÉRIEUR.

Montréal, le 15 Juin, 1858.

$2500.

A trente jours de vue, il vous plaira payer par cette seule de change à l'ordre de Monsieur H. Chabaud, la somme de deux mille cinq cents dollars, valeur reçue, que vous voudrez bien passer en compte avec ou sans avis de

Votre dévoué serviteur,
L. PICARD.

À Monsieur LENORMAND BASSEVILLE,
Québec.

444. Par le *pair du change* on entend la valeur à laquelle on compare les monnaies des autres pays pour leur estimation. Il est *intrinsèque* ou *commercial.* Le *pair intrinsèque* est la valeur réelle de la monnaie en espèce des différents pays, déterminée d'après le *poids* et la *pureté* de leur métal. Le *pair commercial* est une valeur nominale, déterminée par la loi, ou les usages commerciaux, d'après laquelle une monnaie est estimée.

Le pair intrinsèque d'une pièce de monnaie ne change pas le poids ou la pureté de son métal, mais le pair commercial étant de pure convention; peut varier suivant les lois et les douanes.

445. Par le *cours du change* on entend le *prix courant* qui est payé sur une place pour une traite, ou lettre de change d'une certaine somme tirée sur une autre place.

Le *cours du change* est rarement *stationnaire* au *pair.* Il varie selon les affaires commerciales.

446. Les *cours du change avec l'Angleterre* sont communément calculés à un tant pour cent, sur le *vieux pair commercial*, au lieu du *nouveau pair.* (N°. 434) Comme le vieux pair est 9 pour cent *au-dessous* du *nouveau pair*, il faut que le taux du change s'élève jusqu'à la prime nominale de 9 pour cent pour atteindre le pair actuel.

Tableau de change contenant la valeur de £1 sterling de 1 à 12½ pour cent de prime sur l'ancien pair de 4.44\frac{4}{9}$.

Vieuxpair		$4.4444	5½	pour ct.	$4.6888	8	pour c.	$4.8000	9¾	pour ct.	$4.8777
1	pour ct.	4.4888	6	"	4.7111	8¼	"	4.8111	10	"	4.8888
2	"	4.4333	6½	"	4.7333	8½	"	4.8222	10½	"	4.9111
3	"	4.5777	7	"	4.7555	8¾	"	4.8383	11	"	4.9333
4	"	4.6222	7¼	"	4.7666	9	no. pair.	4.8444	11½	"	4.9555
4½	"	4.6444	7½	"	4.7777	9¼	pour c.	4.8555	12	"	4.9777
5	"	4.6666	7¾	"	4.7888	9½	"	4.3666	12½	"	5.0000

D'après les trois tableaux précédents il sera facile de résoudre les questions de change.

1534. Un marchand de Montréal prend une lettre de change de £560 sterling sur Londres à la Banque du Peuple ; combien doit-il payer, le change étant à 11½ pour cent vieux pair ?
R. $2775.08

1535. Combien faudra-t-il payer pour avoir une traite sur la France de 1500 francs, à 2 pour cent au-dessus du pair qui est de $0.186 par franc ? R. $284.58

1536. Combien coûterait une lettre de change sur Paris pour 56245 francs, le change étant 5 francs 54 centimes pour $1 ?
R. $10162.527

1537. Que coûterait une lettre de change sur Hambourg pour 2000 marcs de banque, à un pour cent au-dessus du pair qui est de 35 cents par marc? R. $707.

1538. Quel est le prix d'une lettre de change sur Saint-Pétersbourg de 8640 roubles, à 1 pour cent d'escompte, le pair étant 75 cts par rouble ? R. $6350.40

1539. On prend une lettre de change sur Londres, de £5265, 13s. 6d. à 8½ pour cent du vieux pair ; Combien paiera-t-on ?
R. $25392.138

1540. Quel serait le prix d'une lettre de change à Montréal sur New-York de $15265.85, à 1 pour cent de prime ?
R. $15418.509

1541. Une lettre de change de $35678, est prise à Québec sur New-York à 2¼ de prime, combien a-t-on payé ? R. $36480.755

DES RÈGLES DE SOCIÉTÉ ET DE PARTAGE.

447. Il arrive assez fréquemment que deux ou plusieurs personnes se réunissent en une *société* pour une entreprise commerciale et industrielle, à laquelle la fortune d'une seule personne ne pourrait suffire. Chaque associé fournit à cet effet une certaine somme d'argent appelée *mise de fonds*. Après un certain temps, il s'agit de partager le fonds commun restant, c'est-à-dire de faire la part de chacun, laquelle doit être nécessairement d'autant plus grande ou plus petite que sa mise de fonds aura été plus ou moins considérable.

La question revient donc à partager un nombre en parties qui soient entre elles comme deux ou plusieurs nombres donnés.

448. RÈGLE DE RÉPARTITION. *Pour partager un nombre en deux ou plusieurs parties qui sont entre elles comme des nombres donnés, on multiplie le nombre à partager par chacun des nombres donnés, et l'on divise le produit par la somme des nombres donnés.*

1542. *Partager* 3240 *en trois parties qui soient entre elles comme les nombres* 2 3 *et* 5

Je multiplie 3240 par 2, et divise le produit 6480 par $2+3+5=10$

Ce qui donne pour la première partie 648

De même la deuxième partie sera $\frac{3240\times 3}{10}=972$

Et la troisième partie sera $\frac{3240\times 5}{10} = 1620$

Total 3240

DÉMONSTRATION. En effet, partager 3240 en trois parties qui soient entre elles comme les nombres 2,3,5 c'est décomposer 3240 en trois parties telles que la seconde soit les $\frac{3}{2}$, et la troisième les $\frac{5}{2}$ de la première. Or, la première est les $\frac{2}{2}$ d'elle-même; je peux donc dire en faisant la somme des trois parties : les $\frac{2}{2}$ plus les $\frac{3}{2}$ plus les $\frac{5}{2}$ de la première partie font 3240 ; d'où, ce qui est la même chose, les $\frac{10}{2}$ de la première partie font 3240; $\frac{1}{2}$ de la première partie fait $\frac{3240}{10}$; les $\frac{2}{2}$ ou la première partie font $\frac{3240\times 2}{10}=648$

La seconde partie étant les $\frac{3}{2}$ de la première, sera exprimée par $\frac{3240\times 2}{10}\times\frac{3}{2}=\frac{3240\times 3}{10}$; et la troisième par $\frac{3240\times 2}{10}\times\frac{5}{2}=\frac{3240\times 5}{10}$.

Ce qui démontre la règle.

On pourrait encore dire, si l'on partageait 3240 en 10 parties égales, que la première partie aurait 2 de ces parties ; la deuxième 3 ; et la troisième 5, ce qui conduit au même résultat.

449. Si l'on observe que les valeurs précédentes peuvent s'écrire $\frac{3240}{10}\times 2$, $\frac{3240}{10}\times 3$, $\frac{3240}{10}\times 5$, on pourra modifier la règle précédente ainsi qu'il suit : *Chaque part s'obtient en multipliant le rapport constant entre le nombre à partager et la somme des nombres donnés par chacun des nombres donnés.*

Lorsque ce rapport peut être exprimé par un nombre fini entier ou décimal, le calcul devient très-facile.

450. Règle de Société. *Pour connaître la part de chaque associé, on multiplie la somme à partager par sa mise et l'on divise par la somme des mises.*

1543. Trois personnes s'étant associées, ont fourni la première une mise de \$40000 ; la seconde une mise de \$35000 ; la troisième une mise de \$45000. La somme à partager est \$15840 ; quelle est la part de chacune?

Solution. La somme des mises est \$120000. Je dirai donc ; si \$120000 ont produit \$15840, \$1 aurait produit $\frac{15840}{120000}$; \$40000, produisant $\frac{15840\times 40000}{120000}$, et ainsi des autres ; ce qui démontre la règle.

La première part est $\frac{15840\times 40000}{120000}=\frac{15840\times 4}{12}=\$5280.$

La deuxième part est $\frac{15840\times 35000}{120000}=\frac{1584\times 35}{12}=\$4620.$

La troisième part est $\frac{15840\times 45000}{120000}=\frac{1584\times 45}{12}=\$5940.$

Total,............ \$15840

Si l'on observait que $\frac{15840}{120000}=\frac{1,5840}{12}=0,132$, il suffira de multiplier 0,132 successivement par 40000, par 35000 et par 45000 pour obtenir les trois parts demandées.

451. Lorsque les mises des associés ne sont pas restées pendant le même temps dans la société, on réduit le problème au précédent, ainsi qu'il suit.

1544. Trois personnes ont mis en commun ; la première \$3000, qui sont restés 6 ans dans la société, la deuxième \$4000, qui sont restés pendant 5 ans ; et la troisième, \$8000, pendant 9 ans ; la somme à partager est \$33000, quelle est la part de chaque associé ?

Solution. J'observe que la mise de \$3000 pendant 6 ans a dû produire autant que \$3000×6=\$18000, pendant un an, de même la mise de \$4000 pendant 5 ans, autant que \$4000×5=

$20000 pendant 1 an ; et enfin la mise de $8000×9=$72000 pendant 1 an.

La question est donc ramenée à celle-ci ; la mise des associés étant $18000, $20000, $72000, combien revient-il à chacun dans le partage de $33000 ?

En raisonnant comme précédemment, je trouve pour les parts demandées : $5400 ; $6000 ; $21600 ; dont le total est $33000.

452. Dans les grandes opérations industrielles ou commerciales, telles que chemin de fer, canaux, exploitations de mines, constructions de ponts, etc., le projet fait connaître quelle est la somme présumée nécessaire. Cette somme est partagée en sommes partielles égales, qu'on nomme *actions*. Chacune des personnes qui consentent à prêter le montant d'une ou plusieurs de ces sommes partielles, ce qu'on appelle *prendre des actions* devient *actionnaire*, et a droit au partage des bénéfices de l'entreprise ; l'intérêt de l'action se nomme *dividende*.

Les actions peuvent être achetées ou vendues comme effet public et leur valeur est déterminée par l'intérêt de l'action au moment de la vente.

1545. Une société industrielle, dont le fonds commun est de $8000000, partagé en 8000 actions de $1000, chacune, paye à chaque actionnaire un dividende annuel de $81 quel est le prix d'une action ?

SOLUTION. Le prix de l'action est le montant du capital qui, placé à 6 pour cent, rapporterait $81 d'intérêt. Ce capital, d'après la règle (No. 385), est $1350 ; c'est le prix demandé.

1546. Partager 2420 en trois parties qui soient entr'elles comme les nombres $2\frac{1}{2}$, $3\frac{1}{3}$, $4\frac{1}{4}$.

Je commence par réduire les entiers et les fractions le tout en fraction, ce qui donne $\frac{5}{2}$, $\frac{10}{3}$, $\frac{17}{4}$, puis je réduis ces fractions au même dénominateur 12, ce qui donne $\frac{30}{12}$, $\frac{40}{12}$, $\frac{51}{12}$. Et la question revient à partager 2420 en trois parties qui soient entre elles comme les fractions $\frac{30}{12}$, $\frac{40}{12}$, $\frac{51}{12}$, ou ce qui est la même chose, comme les nombres entiers 30, 40, 51, car on ne change pas un rapport quand on multiplie ses deux termes par un même nombre (No. 349). Et la question revient à la précédente.

On trouve pour la 1re part $\frac{2420}{121}\times30=20\times30=$ 600
" pour la 2me part $=20\times40=$ 800
" pour la 3me part $=20\times51=$ 1020

Total, ... 2420

La question suivante offre une petite difficulté.

1547. *Partager 194 en trois parties telles que la première soit à la deuxième comme les nombres $\frac{5}{8}$ et $1\frac{1}{2}$, et que la deuxième soit à la troisième comme les nombres $1\frac{1}{3}$ et $3\frac{1}{2}$.*

Je réduis les entiers en fractions et ensuite les fractions au même dénominateur, ce qui donne $\frac{10}{16}$ et $\frac{24}{16}$ et pour les deux premiers nombres, et $\frac{8}{6}$ et $\frac{21}{6}$ pour les deux derniers, et la question revient à partager 194 en trois parties telles que la première soit à la deuxième comme les nombres 10 et 24; et que la deuxième soit à la troisième comme les nombres 8 et 21.

Je multiplie les deux premiers nombres par 8 et les deux seconds par 24, ce qui ne change pas les rapports, (No. 349), et j'aurai 80 et 192 pour les deux premiers nombres, et 192 et 504 pour les deux seconds. De cette manière la question est ramenée à partager 194 en trois parties qui soient comme les nombres 80,192, et 504, et simplifiant en divisant chacun des trois nombres par 8 comme les trois nombres 10, 24, 62.

Et appliquant la règle générale, (No. 448), je trouve pour les trois parties cherchées; 20; 48; 126, dont la somme est 194.

En effet, la deuxième doit être les $\frac{24}{10}$ de la première, et la troisième les $\frac{21}{8}$ de la deuxième; et par conséquent, les $\frac{21}{8}$ des $\frac{24}{10}$ de la première$=$les $\frac{21\times24}{8\times10}$ de la première, réduisant les fractions au même dénominateur, on aura pour la deuxième les $\frac{24\times8}{8\times10}$ de la première; pour la troisième les $\frac{21\times24}{8\times10}$ de la première, et par conséquent, les trois parties sont entre elles comme les nombres 8×10, 24×8, 21×24, ou 80, 192 et 504.

QUESTIONNAIRE.

Qu'entend-on par société commerciale ou industrielle? (447)

Qu'entend-on par les mots *mise de fonds*, *fonds commun*? (447)

Qu'entend-on par la règle de répartition? (448)

En quoi consiste cette règle? (449)

Quelle est la règle de société? (450)

Lorsque les mises des associés ne sont pas restées pendant le même temps dans la société, comment doit-on opérer? (451)

Que signifient les mots *action*, *actionnaire*, *dividende*? (452)

PROBLÈMES SUR LA RÈGLE DE SOCIÉTÉ ET DE PARTAGE.

1548. Avec £800 deux hommes ont gagné £200 ; le 1er avait mis £500, et le 2me £300 : combien chacun doit-il avoir en proportion de sa mise ? R. 1er £125 et 2me £75.

1549. Trois hommes s'étant associés, ont gagné £1150 ; le 1er avait mis 400 verges de toile à 4s. la verge, le 2me 350 verges de drap à 8s., et le 3me 450 verges de casimir à 3s. : combien chacun doit-il avoir sur le gain ?
R. 1re £320, 2me £560 et 3me £270.

1550. Trois hommes ont gagné la somme de £2025 ; le 1er avait mis en société £1200, le 2me £1500, la mise du 3me est égale a la moitié de la mise totale des deux autres : combien chacun aura-t-il sur le gain ? R. 1er £600, 2me £750 et 3me £675.

1551. Quatre personnes ayant fait un traité d'association, conviennent que la 1re mettra £5000, la 2me un quart de plus que la 1re, la 3me autant que les deux autres ensemble, et la 4me son industrie pendant l'année qu'elle estime £8000 : combien chacune aura-t-elle sur le profit, s'il s'élève à £6100 ?
R. 1er £1000, 2me £1250, 3me £2250 et 4me £1600.

1552. Louis, Pierre et André, s'étant associés ont perdu £600 ; Louis ayant mis £600, Pierre £800 et André £1000 : combien chacun doit-il supporter de cette perte ?
R. £150, 2me £200 et 3me £250.

1553. Quatre marchands ayant fait un fonds de £15000, retirent £24000 à la fin de la société : combien chacun doit-il avoir sur le profit, sachant que le 1er avait mis £2800, le 2me £2900, le 3me £3000, et le 4me le reste ?
R. 1er £1680, 2me £1740, 3me £1800 et 4me £3780.

1554. Trois négociants ont fait un fonds de £665, le 1er a mis £190 pour 8 mois, le 2me £225 pour 15 mois, le 3me £200 pour 6 mois, et le reste pour 12 mois : on demande quelle part chacun doit avoir au gain, montant à £70 ? R. 1er £15 17s. 10d. $\frac{254}{1337}$, 2me £35 5s. 9d. $\frac{9}{1337}$ et 3me £18 16s. 4d. $\frac{1074}{1337}$.

1555. Deux personnes ont contribué inégalement à faire un fonds, la 1re a mis £2300 pour 2 ans, et la 2me £1500 pour 18 mois : dites quelle part chacune doit avoir au gain montant à la somme de £1400 ? R. 1er £940 2s. 11d. $\frac{15}{411}$ et 2me £459 17s. $\frac{396}{411}$.

1556. Trois individus ont fait un fonds avec lequel ils ont gagné £4550, le 1er a mis £800 pour 2½ ans, le 2^{me} £500 pour 25 mois, et le 3^{me} £995 pour 35 mois : on demande quelle somme chacun doit avoir sur le gain ? R. 1er £1531, 0s. 4d. $\frac{252}{3171}$, 2^{me} £797 8s. 1d. $\frac{473}{951}$ et 3^{me} £2221 11s. 5d. $\frac{873}{951}$.

1557. Trois marchands ont gagné $1542 ; le 1er avait mis $1200 pour 13 mois, le 2^{me} $1800 pour 15 mois, et le 3^{me} $200 pour 14 mois : combien chacun doit-il avoir sur le gain ?

R. 1er $648, 2^{me} $810 et 3^{me} $84.

1558. Un garçon de boutique s'étant associés avec un colporteur, firent un fonds de £800 ; au bout de 2 ans ils se partagèrent le gain, et le colporteur qui avait mis £450 reçu £90 : dites ce que reçu son compagnon, sachant qu'il ne laissa ses fonds en société que pendant 20 mois ? R. £58 6s. 8d.

1559. Trois particuliers voulant faire le commerce des toiles, firent un fonds commun ; le 1er qui eut $400 avait mis $1200 pour 8 mois, le 2^{me} avait mis $1200 pour 10 mois, et le 3^{me} $1800 pour 5 mois : on demande quel fut le gain total de la société et celui des deux derniers associés ?

R. Gain total $1275, 2^{me} $500 et 3^{me} $375.

1560. On doit répartir un impôt de $800 entre trois villages, dont le premier renferme 240 habitants, le second 510 habitants, et le troisième 450 habitants : quelle partie de l'impôt chaque village supportera-t-il, eu égard à sa population ?

R. Premier $160, second $340 et troisième $300.

1561. Un particulier meurt, laissant à ses 3 neveux une fortune de $6750 à partager en proportion de leur âge. Sachant que le premier a 30 ans, le second 25 ans, et le trosième 20 ans, on demande ce qu'il revient à chacun d'eux ?

R. Premier $2700, le second $2250 et le troisième $1800.

1562. Trois négociants se reunissent pour acheter une partie de marchandises ; le premier met $25000, le second $35000, et le troisième $12000. La vente des marchandises terminée, on trouve un bénéfice de $14400 ; mais comme le troisième s'est occupé seul de la vente ; il prélève d'abord 6 pour cent sur le gain, puis les trois associés se partagent le reste en proportion de leur mise : que revient-il à chacun ? R. 1er $4700, 2^{me} $6500, et 3^{me} $2256+864 pour les 6 p. 100=$3120.

1563. Trois personnes se réunissent pour une entreprise ; la première met $5400, qu'elle laisse dans la société pendant 9 mois ; la seconde met $4800 qu'elle laisse pendant 1 an et 3 mois, et la troisième met $3900 qu'elle laisse pendant 2 ans, Au bout de ce temps, l'entreprise est terminée, et a produit un bénéfice de $3000 : quelle partie de ce bénéfice revient-il à chaque personne ?

R. 1er, $680.67c. 2me £1008.40c, et 3me $1310.92c.

1564. Partager le nombre 1028 en trois parties, qui soient entre elles comme les fractions $\frac{2}{3}$, $\frac{7}{8}$, et $\frac{3}{5}$? R. 320, 420. 288.

1565. Trois marchands forment une société pour 18 mois ; D. met £500, après 5 mois il retire £200 ; après 10 mois il remet £300, et à la fin de 14 mois il retire £130 : E met £400 et à la fin de 3 mois il ajoute £270 ; après 9 mois il retire £140, mais il met à la fin de 12 mois £100, et retire £99 après 15 mois : F. met £900, après 6 mois il retire £200 ; à la fin de 11 mois il met £500, mais il les retire et £100 de plus à la fin de 13 mois. Ils gagnent £200 : je désire savoir quelle est la part du gain de chaque associé ?

R. D. £50 7s. 6d., E. £62 12s. 5¼d. F. £7 0s. 0¼d.

1566. Dans une société composée de 126 personnes, il y a deux fois plus d'hommes que de femmes, et deux fois plus de femmes que d'enfants ; combien y a-t-il d'hommes, de femmes et d'enfants ? R. 72 hommes, 36 femmes et 18 enfants.

1567. Partager $450 entre trois personnes de manière que la deuxième ait les $\frac{3}{4}$ de la première, et que la troisième ait les $\frac{2}{7}$ de ce qu'auront les deux autres ensemble. R. $200, $150, $100.

1568. Partager une somme de $100 entre deux personnes, de manière que la seconde ait les $\frac{2}{3}$ de ce qu'aura la première.

R. Premier £60, et second $40.

1569. Partager une somme de $180 entre deux personnes de manière que la seconde ait de plus que la première, $\frac{1}{4}$ de la part de celle-ci. R. La première $80 et la seconde $100,

1570. Partager la fraction $\frac{3}{5}$ en deux parties qui soient entre elles comme les nombres 4 et 7. R. Première $\frac{12}{55}$ et le seconde $\frac{31}{55}$.

1571. La force d'une machine étant à celle d'une autre comme 6 est à 7, pendant que la première fait 48 verges d'ouvrage, combien la seconde en fera-t-elle ? R. 56 verges.

1572. A la porte d'une église se trouve habituellement deux pauvres, savoir : une pauvre femme tous les jours, et alternativement un aveugle et un boîteux. Une dame charitable envoie son fils avec $52 et lui dit : Si tu trouves la pauvre femme et l'aveugle, tu donneras à celui-ci les $\frac{3}{4}$ de la somme, et la femme le $\frac{1}{4}$; mais si tu y trouves le boîteux, tu ne lui donneras que le $\frac{1}{4}$ de la somme, et la femme en aura les $\frac{3}{4}$. Par extroardinaire les trois paavres se trouvent ce jour-là à la porte de l'église ; quelle aumône chacun d'eux recevra-t-il ?

R. L'aveugle \$36, la femme \$12 et la boîteux \$4.

1573. Partager \$582 entre trois personnes, de manière que la part de la première soit à la part de la seconde comme $\frac{1}{2}$ est à $\frac{3}{4}$, et que la part de le deuxième soit à la part de la troisième comme $\frac{2}{3}$ est à $\frac{3}{7}$. R. La 1re \$168, la 2me \$252 et la 3me \$162.

1574. Partager \$10236 en cinq personnes, de manière que la part de la première soit à la part de la deuxième comme 5 est à 3, que la part de la deuxième soit à la part de la troisième comme 4 est à 6 ; que la part de la troisième soit à la part de la quatrième comme 7 est à 2 ; et que la part de la quatrième soit à la part de la cinquième comme 8 est à 9.

R. 1re \$3360, 2me \$2016, 4me \$3024, 4me \$864 et la 5me \$972.

1575. On a employé trois ouvriers pour faire un certain ouvrage : le premier y a travaillé 6 jours et 10 heures par jour ; le second 7 jours et 8 heures par jour ; le troisième, 9 jours et 6 par jour ; l'ouvrage a été payé \$510 ; comment faire le partage entre les trois ouvriers ? R. le 1er \$180, le 2me \$168, et le 3me \$162.

1576. Deux entrepreneurs ont fait un ouvrage qui leur a été payé \$37000 : le premier a employé 50 ouvriers pendant 125 jours et travaillant 12 heures par jour ; le second 40 ouvriers pendant 90 jours et 10 heures par jour ; combien revient-il à chaque entrepreneur ? R. 1er. \$25000, 2me. \$12000.

1577. Trois personnes sont associées pour deux ans : la 1re. a mis au commencement \$4000 qu'elle a laissés pendant toute la durée de la société, la 2me. a mis au commencement \$300, et 6 mois après encore \$300 ; la 3me. a mis \$200 au commencement et un an après \$500 ; le bénéfice de la société étant de \$6600 ; combien revient-il à chaque sociétaire ?

R. 1er. \$1920, 2me. \$2520 et 3me. \$2160.

DES RÈGLES DE MÉLANGE OU D'ALLIAGE.

453. Les questions de *mélange* ou *d'alliage* sont de deux sortes : dans l'une, il s'agit de trouver la valeur *moyenne* de plusieurs choses, connaissant le nombre et la valeur particulière de chacune ; dans l'autre, il s'agit de déterminer les quantités de chaque espèce qui entrent dans un mélange, lorsqu'on connaît la valeur de chaque espèce et la valeur totale du mélange.

Le mélange se dit des liquides, des marchandises sèches de même nature et susceptibles d'être mélangées : l'alliage se dit des métaux que l'on combine à l'état de fusion.

Souvent dans le commerce, on mélange des marchandises de même nature, soit afin de corriger les moins bonnes en les mêlant avec d'autres de meilleure qualité soit afin de pouvoir vendre les meilleures dont le débit est plus lent à cause de leur prix plus élevé.

454. 1°. RÈGLE DE MÉLANGE OU D'ALLIAGE DE PREMIÈRE ESPÈCE. *Pour connaître le prix moyen d'un mélange ou d'un alliage, on divise le prix total par le nombre de choses mélangées.*

1578. Un homme a mélangé 25 minots de pois à 6s. le minot, avec 15 minots de blé à 4s., et 20 minots d'avoine à 3s.; quel est le prix de 1 minot de ce mélange ?

Analyse.	25 minots de pois à 6s.=150s.,	valeur des pois.	
	15 minots de blé à 4s.= 60s.,	"	du blé.
	20 minots d'avoine à 3s.= 60s.,	"	de l'avoine.
Le mélange=60 minots,	270s.,	valeur du mélange.	

Maintenant, si 60 minots du mélange valent 270s., 1 minot ne vaut que 270s. : 60=4s. 6d. ; ce qui démontre la règle.

RÈGLE DES MOYENNES. *Pour trouver la moyenne entre deux ou plusieurs quantités, on additionne toutes les quantités et on divise la somme par le nombre des quantités additionnées.*

1579. On a mesuré 4 fois une distance, et l'on a trouvé pour chaque opération ; 648 verges, 647¾ verges, et 649½ verges : quelle est la moyenne de ces longueurs ? La somme des longueurs est 2594 verges qui, divisée par 4 donne 648½ verges.

On évalue de la même manière, *le revenu moyen d'une propriété, en divisant la somme des revenus pendant un certain nombre d'années, par le nombre des années.*

455. DE L'ÉCHÉANCE COMMUNE. On a souvent besoin, dans le commerce, et dans la banque de ramener à une seule et même époque de paiement la totalité des différentes sommes qui doivent être payées à des époques différentes. Cette opération, qu'on appelle *réduction à l'échéance commune*, n'est qu'une application de la règle d'alliage.

RÈGLE GÉNÉRALE DE L'ÉCHÉANCE COMMUNE. *Pour trouver l'é-*

chéance commune de deux ou plusieurs billets payables à diverses époques, on multiplie le montant de chaque billet par le nombre de jours à courir jusqu'à son échéance, ce qui donne autant de produits qu'il y a de billets à réduire ; ensuite, on additionne d'une part tous les totaux des billets, de l'autre, tous les produits, et l'on divise la somme des produits par le montant total des billets ; le quotient *est le nombre de jours à courir jusqu'à l'échéance demandée.*

1580. Un banquier à quatre billets, savoir: Le premier de \$2500 payable dans 90 jours; le deuxième de \$1600, payable dans 128 jours; le troisième de \$4000 dans 150 jours, et le quatrième de \$2000 payable dans 40 jours; il voudrait les réduire en un seul, dans combien de jours ce billet sera-t-il payable ?

Solution. \$2500 × 90 jours = 225000
\$1600 × 128 " = 204800
\$4000 × 150 " = 600000
\$2000 × 40 " = 80000

Total des billets.. \$10100 Produits 1109800

Maintenant 1109800 : 10100 = 109 $\frac{89}{101}$ = 110 jours pour l'échéance.

456. D'après des principes déjà expliqués, il est manifeste que le *taux* étant fixé, *l'intérêt* dépend du capital et du temps. Ainsi, un capital donné produit un certain intérêt en un temps donné, *deux fois* ce capital produit *deux fois* cet intérêt, et *moitié* de ce capital produit *moitié* de cet intérêt, etc., et en *deux fois* ce temps ce même capital produira *deux fois* cet intérêt; en *moitié* de ce temps, *moitié* de cet intérêt; etc.

457. Ainsi il est évident qu'un capital donné produira le même intérêt dans un temps donné, que *moitié* de ce capital en *deux fois* ce temps; *un tiers* de ce capital en *trois fois* ce temps, *deux fois* ce capital en *moitié* de ce temps; *trois fois* ce capital, en *un tiers* de ce temps, etc.; ce qui démontre la règle.

458. Les questions de mélange de la deuxième espèce offrent une certaine indétermination qui augmente avec le nombre des substances mélangées.

459. 1er Cas. Pour trouver la quantité de chaque espèce qui doit entrer dans un mélange, connaissant le prix de chacune d'elle, et le prix moyen du mélange.

I. *Ecrivez les prix de chaque espèce l'un sous l'autre, commen-*

çant par le plus petit ; puis joignez, par une ligne courbe, chaque prix qui est moindre que le prix du mélange avec un ou plus de ceux qui sont plus grands ; et chacun des plus grands prix avec un ou plus des plus petits.

II. *Ecrivez la différence entre le prix du mélange et celui de chaque espèce, à côté du prix auquel il est joint. S'il y a seulement une différence à côté d'un prix, elle marquera la quantité qu'il faut prendre de ce prix ; mais s'il y en a davantage, leur somme sera cette quantité.*

Preuve. *Trouver la valeur de toutes les quantités à leurs prix donnés ; si elle est égale à la valeur totale du mélange au prix moyen donné, l'opération est bien faite.*

1581. Un marchand a mélangé quatre espèces d'huile, à 8s., 9s., 11s. et 12s. le gallon ; le prix du mélange étant 10s. le gallon : on demande combien de gallons de chaque espèce.

	Première Rép.			Deuxième Rép.			Troisième Rép.	
10	8	2 gal.	10	8	1 gal.	10	8	2+ | = 3 gal.
	9	1 gal.		9	2 gal.		9	2 = 2 gal.
	11	1 gal.		11	2 gal.		11	2 = 2 gal.
	12	2 gal.		12	1 gal.		12	2+ | = 3 gal.

Il est évident que l'on pourrait avoir d'autres réponses en combinant les prix de différentes manières ; comme aussi on peut multiplier ou diviser par un nombre quelconque les réponses déjà obtenues ; conséquemment le nombre des réponses est illimité.

1582. Un orfèvre a de l'or de 18, 20, 22, et 24 carats de fin : combien doit-il en prendre de chaque espèce pour faire un alliage à 21 carats de fin ?

R. 3 grains à 18 carats ; 1 gr. à 20 ; 1 gr. à 22 ; et 3 grs. à 24.

460. 2^{me} Cas. Quand la quantité de l'une des matières ; et le prix moyen du mélange sont donnés ; *Il faut d'abord trouver la différence entre le prix de chaque quantité et le prix moyen du mélange, comme ci-dessus* (*N°.* 458) *; puis on multiplie séparément le nombre donné par les différences placées devant les prix des quantités, dont le nombre n'est pas connu, puis on divise ces produits par la différence qui est devant le prix dont le nombre est donné ; les divers quotients seront les nombres demandés.*

1583. Combien faudrait-il mélanger de livres de sucre à 10, 14 et 16 cents la livre, avec 84 lbs. à 9 cents ; pour que le prix du mélange soit 12 cents la livre ?

Solution. Opérant d'abord sur les prix d'après la règle (N°.458), les différences sont par ordre 4, 2, 2 et 3 ; 4 étant placé devant le prix de 84 livres devient le diviseur ; ainsi 84×2=168 ; et 168:4=42 lbs. à 10 cents ; 84×2=168 ; et 168:4=42 lbs. à 14 cents ; 84×3=252 ; et 252:4=63 lbs. à 16 cents. Vérifier l'exactitude du calcul par la preuve (N°. 458).

1584. Combien faut-il allier d'or de 16, 18 et 22 carats de fin, à 10 onces de 24 carats de fin, pour que l'alliage puisse être à 20 carats de fin ?

R. 10 onces de 16 carats ; 5 onces de 18 ; et 5 onces de 22 carats.

1585. On a 95 lbs. de laine à 50 cents la livre ; combien faut-il en mettre à 20, 30 et 54 cents la livre ; pour que le prix du mélange soit 40 cents la livre ?

R. 133 lbs. à 20 cts. ; 95 lbs. à 30 cts., et 190 lbs. à 54 cts.

461. 3^{me} Cas. Quand la quantité du mélange et le prix moyen sont donnés ; pour trouver la quantité qu'il faut de chaque espèce. *Il faut trouver la différence entre le prix de chaque espèce et le prix moyen du (N°. 458) mélange ; ces différences indiqueront dans quel rapport ces diverses quantités devront entrer dans le mélange requis.*

1586. Un épicier a du raisin à 8, 10 et 16 cents la livre, combien doit-il en prendre de chaque espèce pour former un mélange de 443 lbs. à 12 cents la livre ?

Solution. Les différences sont 6 cts., 4 cts., 4 cts. Il faut maintenant partager 448 en 3 partie qui soient comme 6, 4 et 4 ce qui s'obtiendra par la règle du partage (No, 448) et l'on aura 192 lbs. à 16 cts. ; 128 lbs. à 10 cts. ; et 128 lbs. à 8 cts.

PROBLÈMES SUR LA RÈGLE DE MÉLANGE.

1587. On a du vin de 9s. le gallon ; combien faut-il mettre d'eau pour remplir une pipe, et que le gallon du mélangepuisse être vendu 7s. ? R. 28 gallons d'eau et 98 gallons de vin.

1588. Un marchand de blé en a 80 minots du prix de 17s. le minot ; mais comme il n'en trouve pas le débit, il se propose de les mêler avec 40 minots de 11s. : combien pourra-t-il céder le minot du mélange ? Rép. 15.

1589. Un commis reçoit 582s. par semaine pour solder 18 ouvriers, dont il a la surveillance : combien aura-t-il de reste s'il en paie 5 à 8s. par jour, 4 à 6s., 6 à 3s., et 3 à 2s. ; combien gagnerait-il sur chaque ouvrier, s'il recevait le reste pour ses honoraires, et quel serait son traitement annuel ?

R. 1er 54s. 2me 2808s.

1590. Un fondeur doit faire une cloche de 9000 lbs., il y met 2 fois autant de cuivre que d'étain : à combien reviendra cette cloche, sachant que le cuivre vaut 2s. 8d. la lb. et l'étain 2s. 1½d. ? R. £1118 15s.

1591. Un marchand de blé en a 60 minots à 8s., 70 à 9s., 80 à 10s., et 90 à 11s. ; il veut mêler ces différentes qualités et gagner 160s. sur le tout : combien doit-il vendre le minot ?

R. 10s. 2¼d. $\frac{3}{5}$.

1592. Un aubergiste a 140 gallons de vin à 30s. et 250 à 40 ; il voudrait mêler ces vins et gagner 5s. par gallon : combien doit-il vendre le gallon ? R. £2 1s. 4¾d $\frac{9}{13}$.

1593. Un marchand de blé en a à 6s., à 8s., à 12s., à 15s., et à 18s. ; il veut faire un mélange de 650 minots, mais de manière qu'en le vendant 10s., il ne perde ni ne gagne : combien doit-il mettre de chaque espèce ?

R. 203⅛ à 6s. et à 8s. ; 81¼ à 12s., 15s., et à 18s.

1594. Un épicier a de l'huile à 19s., à 17s., à 15s., et à 13s. le gallon ; il voudrait les mélanger de manière à pouvoir vendre le gallon 14s. : combien doit-il en mettre de chaque sorte pour remplir une pièce contenant 240 gallons ?

R. 20 gallons à 19 sous, à 17, à 15 et 180 gallons à 13 sous.

1595. Un détaillant demande quelle quantité d'eau il doit mettre dans un gallon de vin de 15s. pour qu'il ne lui revienne qu'à 12s. Rép. $\frac{1}{5}$.

1596. On a de la farine à 6s., à 7s., à 9s., à 12s., et à 15s. le quintal : combien en faudra-t-il mettre de chaque sorte avec 40 cwt. de 16s. pour faire un mélange de 800 cwt. qu'on puisse vendre 10s. ? R. 222$\frac{8}{11}$ cwt. à 7s. et à 9s. ; et 127$\frac{3}{11}$ à 12s. et à 15s.

1597. Dans quelle proportion faut-il mêler un liquide de 25s. et 19s. le gallon, pour avoir un mélange de 21s. ?

Rép. Le double à 19 sous.

1598. J'ai acheté 2 pièces de vin qui coûtent ensemble 190s. ; la première coûte 30s. de plus que la deuxième ; elles contiennent chacune 240 pintes ; je trouve à en vendre 350 pintes à raison de 4½d. : combien dois-je en mettre de chaque pièce ?

R. 233⅓ à 4½d. et 116⅔ à 4d.

1599. On a 150 pintes de vin que l'on vend 9d.: combien faut-il mettre de pintes d'eau pour qu'on puisse livrer la pinte du mélange à $7\frac{1}{2}$d. et quelle sera la quantité du mélange ?

R. 30 pintes d'eau et 180 pintes de vin.

1600. Un aubergiste a acheté 450 pintes de vin qu'il a payé à raison de $7\frac{1}{2}$d. la pinte ; il ne peut le vendre que 7d. ; dites combien il y mettra d'eau pour ne rien perdre, sachant qu'il a dépensé 16s. pour le port, etc. R. $59\frac{4}{7}$ pintes.

1601. On a vendu 5 verges de satin et 4 verges de velours pour $10. 60c. ; une autre fois, on a vendu 3 verges du même satin et 8 verges du même velours pour $14. 20c. Quel est le prix de la verge de satin, et le prix de la verge de velours ?

R. $1 le satin, et $1. 40 le velours.

1602. On allie 27 grains d'argent au titre de $\frac{19}{20}$, avec 38 grains au titre de $\frac{4}{5}$: quel est le titre de l'alliage ainsi obtenu ?

R. $\frac{431}{500}$.

1603. Un marchand a de la planche à $15, à $13, à $9 et à $8 le cent : combien de cents de chaque qualité doit-il prendre pour obtenir 6600 planches à $10 le cent ?

R. 9 cents à $15 et à $13, et 24 cents à $9 et à $8.

1604. Un marchand a 5 qualités de café, et il en a fait une caisse de 300 lbs qui lui a rapporté $72. Il y avait autant de café à 15c. qu'à 21c. et autant de celui à 40c. que de ceux à 36c, et 28c. Combien en a-t-il mis de chaque prix ?

R. 36 lbs à 40c. à 36c. et à 28c., 96 lbs à 21c. et à 15c.

1605. Un orfèvre a de l'or à 15, 17, 18 et 22 carats, il veut en faire 40 onces à 20 carats. Combien en a-t-il mis de chaque titre?

R. 5 onces à 15, 17 et 18 carats ; 25 once à 22.

1606. Un banquier place $10000, partie à 5 pour cent, partie à 7 pour cent et il retire $580 d'intérêts. Quelle est la valeur de chaque placement ? R. $4000 à 7, $6000 à 5 pour cent.

PROBLÈMES SUR LA RÈGLE DU TEMPS POUR LES PAIEMENTS, OU ÉCHÉANCE COMMUNE.

1607; Un marchand de drap en a acheté pour $9500, il doit en payer $\frac{1}{5}$ chaque mois : de combien sera chaque paiement ?

R. $1900

1608. Un particulier doit $15960 payables $\frac{1}{4}$ contant, $\frac{2}{5}$ dans 6 mois, et le reste au bout de 1 an : de combien sera chaque paiement ? R. Le premier $3990, le second $6384 et troisième $5586.

1609. Je dois £848 8s, payables comme suit : la $\frac{1}{2}$ comptant le $\frac{1}{4}$ du reste dans 6 mois, le $\frac{2}{3}$ de ce qui restera à payer dans 8 mois, et solder le reste de la dette au bout de 1 an : quel sera le montant de chaque paiement ?

R. 1er £424 4s., 2^{me} £106. 1s. 3^{me} £212 2s, et le 4^{me} £106 1s.

1610. J'ai acheté pour une certaine somme de marchandises que je dois acquitter par $\frac{1}{8}$, de mois en mois : dites quelle est cette somme, et de combien sera chaque paiement, sachant que £340 que j'ai donnés à compte, sont à la somme totale :: 5:350.

R. Somme 23800, £2932 10s. chaque paiement.

1611. J'ai acquitté une dette en quatre paiements le premier a été de $1800 ; pour le second j'ai donné deux fois et un tiers de plus que pour le premier ; pour le troisième j'ai donné autant que pour les deux premiers, moins $1369 et pour le quatrième la moitié du second, et les $\frac{3}{4}$ du troisième : combien devais-je, et quel est le montant de chaque paiement ? R. Somme £16221 15s. ; 1er £1800, 2^{me} £4200, 3^{me} 4641, et 4^{me} £5580 15s.

1612. Louis a fait le remboursement de £5856 en trois fois ; le premier paiement a été du $\frac{1}{5}$ de la dette, plus £25 ; le second égalait le premier, plus le $\frac{1}{3}$ de la dette ; le troisième était le reste ; on demande la valeur de chaque paiement ?

R. Premier £1195, second £3145 et le troisième £1510.

1613. En 3 paiements on acquitte une dette ; le premier est 4 fois plus grands que le second, et le second trois fois moindre que le troisième qui est de £506 11s. : quelle était cette dette ?

R. £1350 16s.

1614. La somme de $3560 doit être payée en deux fois, la $\frac{1}{2}$ dans 6 mois, et le reste dans 10 : si l'on ne voulait faire qu'un seul paiement quand devrait-on le faire ? R. 8 mois.

1615. 25 pièces de vin ont coûté £112 10s. payables à deux termes, savoir ; £52 10s. dans 6 mois, et le reste 3 mois après ; l'acheteur ne pouvant faire le premier paiement désire n'en faire qu'un seul ; le vendeur y consent, à condition de ne rien perdre : quand devra se faire cet unique paiement ? R. 7 mois 18 j.

1616. Un marchand ayant acheté pour $3600 à 15 mois de crédit ; mais ayant payé une partie de la somme il garde $1200 pendant 3 ans 9 mois pour compenser l'avance qu'il avait faite : on demande à quelle époque il avait donné les $2400 ?

R. Comptant.

1617. Un marchand fait un achat pour $8000, dont il devrait payer $\frac{1}{5}$ dans 6 mois, $\frac{1}{5}$ dans 8 mois, et le reste dans 10 mois ; mais il désire faire qu'un seul paiement : quand doit-il le faire ?

R. 8 mois 24 jours.

1618. Dans quel temps faudra-t-il payer £1560 pour ne perdre ni gagner, sachant que d'après les premières conventions on aurait dû payer $\frac{1}{2}$ à 8 mois, $\frac{1}{4}$ à 10, et le reste au bout de l'an?

R. 9 mois 15 jours.

1519. Israël ayant vendu pour $8400 de drap à 12 mois de crédit, n'a reçu le $\frac{1}{3}$ de cette somme qu'au bout de 15 mois : à quelle époque avait-il reçu les $\frac{2}{3}$ de cette somme ? R. 10 mois 15 j.

1520. Louis doit à Casimir £800, dont £200 doivent être payés dans 3 mois, £100 dans 4 mois, £300 dans 5 mois, et £200 daus 6 mois ; mais ils conviennent de ne faire qu'un seul paiement je veux savoir au bout de quel temps ? R. 4 mois 18 jours.

1621. Paul doit à Joseph £250 pour des marchandises qu'il devait payer comme suit : £120 dans 2 mois, et £200 dans 4 mois, et le reste dans 5 mois, mais les parties désirent que le tout soit payé dans un seul paiement ; je désire savoir quand doit se faire cet unique paiement ? R. 3 mois 13 jours.

1522. Ignace doit à Zotique une certaine somme, qu'il doit payer en 6 paiements ; le premier est de $\frac{1}{4}$ de la somme dans 6 mois, le second $\frac{1}{8}$ dans trois mois, $\frac{1}{8}$ dans 4 mois, $\frac{1}{4}$ dans 5 mois $\frac{1}{8}$ dans 6 mois, et le reste qui est de $70 à 7 mois : on demande après quel temps devrait-il payer ne voulant faire qu'un paiement? R. 4 mois $7\frac{1}{2}$ jours.

RÈGLE DE FAUSSE POSITION.

462. Les *règles de fausse position* sont des méthodes à l'aide desquelles on resout les problèmes, en *supposant* un ou deux nombres que l'on soumet aux conditions de l'énoncé comme pour les vérifier.

463. On distingue la règle de fausse position *simple* et la règle de fausse position *double*, selon que l'on fait une seule ou deux suppositions ?

1re RÈGLE DE FAUSSE POSITION SIMPLE.

464. *On prend à volonté un nombre sur lequel on fait les opérations indiquées dans l'énoncé.*

Si le résultat obtenu est précisément celui qu'on devait obtenir, le nombre pris à volonté est précisément le nombre qu'on cherche.

S'il est différent, on écrit la proportion, résultat obtenu : résultat qu'on devait obtenir :: nombre supposé : x, nombre inconnu.

1623. *Trouver un nombre dont la moitié, le tiers, le cinquième ajoutés ensembles donnent pour somme* 434.

Solution. Je prends à volonté le nombre 60 que je choisis, pour la facilité du calcul, divisible à la fois par 2, 3 et 5.

La moitié de 60 est	30
Le tiers..........	20
Le cinquième	12
Somme	62

Le résultat 62 étant différent du résultat donné 434, j'écris la proportion.

$$62:434::60:x=\frac{434\times 60}{62}=420$$

Le nombre demandé est 420.

1624. On a partagé une somme entre quatre personnes, de manière que la première en a eu le $\frac{1}{5}$, la deuxième les $\frac{3}{10}$, la trisième les $\frac{5}{16}$ et la quatrième a eu pour sa part $7500 : quelle était la somme à partager ?

Solution. Je prends le nombre 80 divisible à la fois par 5, par 10 et par 16.

Le $\frac{1}{5}$	de 80 est	16
Les $\frac{3}{10}$	" "	24
Les $\frac{5}{16}$	" "	25
	Somme,	65

80—65=15 ; j'écris donc la proportion.

$$15:7500::80:x=\frac{80\times 7500}{15}=80\times 500=\$40000 \text{ à partager.}$$

1625. Divisez £2000 entre, A, B, et C, donnant à A autant qu'à B et un cinquième de plus, à C autant qu'aux deux autres ?

R. Part de A £545 9s. 1d. ; de B £454 10s. 11d. ; de C £1000.

1626. Le tiers d'un bâtiment appartient à A, le cinquième à B, et la part de A vaut £1000 de plus que celle de B, : quelle est la valeur du bâtiment ? R. £75000.

1627. Divisez 252 en trois parties de manière que le tiers de la première partie, le quart de la seconde, et le cinquième de la troisième soient égales l'un à l'autre ? R. 63, 84, et 105.

1628. Quel est le nombre qui, étant multiplié par 10, et le produit divisé par 13, le quotient augmenté du nombre lui-même, plus 80 le résultat est 1000? R. 520.

1629. Quel est le nombre, auquel en ajoutant la moitié de lui-même, plus le tiers de cette moitié, et le quart de ce tiers, la somme sera 820? R. 480.

1630. Un père laisse à ses trois fils £22470 de manière que si les parts du premier, du second et du troisième sont séparément multipliés par 5, 6 et 7 les produits seront tous égaux : quelles sont les parts. R. £8820 ; 7350 ; £6300.

RÈGLE DE FAUSSE POSITION DOUBLE.

465. La règle de fausse position est dite *double* lorsqu'on fait deux suppositions pour découvrir le nombre inconnu. Chacune de ces suppositions entraine une erreur, à moins qu'on ne soit tombé précisément sur le nombre que l'on cherche.

RÈGLE. *On multiplie chaque erreur par l'autre supposition, ce qui donne deux produits ; on retranche ces deux produits l'un de l'autre, et l'on divise le reste par la différence des deux erreurs. Si les erreurs sont en sens contraire, c'est-à-dire l'une par excès et l'autre par défaut, on ajoute les deux produits, et l'on divise la somme par la somme des deux erreurs.*

1631. Partager 51 en deux parties dont la différence soit 13. Je suppose que le plus petit soit 8, le plus grand sera $8+13=21$; et leur somme $8+21=29$ au lieu de 51 ; erreur en moins ou par défaut 22.

Je suppose maintenant que le plus petit soit 10, le plus grand sera $10+13=23$, et leur somme $10+23=33$ au lieu de 51 ; erreur en moins 18.

J'écris les nombres ainsi qu'il suit :

Première supposition 8, erreur en moins 22
Seconde supposition 10, erreur en moins 18

Différence des erreurs 4

Je multiplie en croix, ce qui donne $22\times 10=220$
$18\times 8=144$

Différence 76

Divisant 76 par 4, je trouve $\frac{76}{4}=19$ pour le plus petit nombre.

Si au lieu de prendre 10 pour le plus petit nombre j'avais pris 20, le plus grand eut été $20+13=33$, et la somme $20+33=53$

aurait dépassé le nombre 51 ; donc erreur en plus ou par excès 2.

J'aurais donc : première supposition 8, erreur en moins 22,
seconde supposition 20, erreur en plus 2.

Multipliant en croix et aditionnant les produits, j'ai $8 \times 2 + 20 \times 22 = 16 + 440 = 456$ et divisant 456 par la somme des erreurs $22+2=24$, j'obtiens pour le petit nombre cherché $\frac{456}{24}=19$.

1632. On a payé \$80 pour 29 verges d'étoffe de deux espèces, l'une à \$3, et l'autre à \$2.50 cents la verge ; combien a-t-on acheté de verges de chaque espèce ?

Je suppose qu'on a acheté 9 verges de la première espèce, et par conséquent 20 de la seconde ;

	\$3	× 9	=	\$27
	\$2.50	× 20	=	\$50
Total				\$77

Au lieu de \$80 ; erreur par défaut 3.

Je suppose en second lieu qu'on ait acheté 11 verges de la première espèce, et par conséquent 18 de la seconde ;

	\$3	× 11	=	\$33
	\$2.50	× 18	=	\$45
Total				\$78

Au lieu de \$80 erreur par défaut 2.

Je dispose les nombres ainsi qu'il suit :

Première supposition 9, erreur par défaut 3,
Seconde supposition 11, erreur par défaut 2,
Différence des produits en croix 33—18=15,
Différence des erreurs 1
Nombre véritable $\frac{15}{1}=15$.

466. Autre règle. *Après avoir fait deux suppositions qui entrainent chacune une erreur, on écrit la proportion*, différence des erreurs : différence des suppositions :: première ou seconde erreur : différence entre la première ou la seconde supposition et le nombre véritable.

Ainsi, dans le problème précédant, on écrirait la proportion :

$3-2$ ou $1:11-9$ ou $2::3:x-9$, d'où $x-9=6$ et $x=15$,
au lieu $3-2$ ou $1:11-9$ ou $2::3:x-11$, d'où $x-11=4$ et $x=15$.

467. La règle de fausse position simple ou double n'est pas applicable dans tous les problèmes ; et même dans les cas où elle est applicable, il reste toujours un peu d'incertitude pour savoir laquelle des deux, de la simple ou de la double, donnera la solution cherché ; bien que les problèmes qui se résolvent par la règle de fausse position simple puissent toujours se résoudre par la règle de fausse position double. Le raisonnement, au contraire conduit infailliblement au résultat.

Pour reconnaître si la règle de fausse position est applicable, on fait trois suppositions de nombres formant entre eux une proportion par différence continue. Ainsi dans l'exemple qui précède la première supposition 9 a donné pour résultat 77, la deuxième 11 a donné pour résultat 78 ; en prenant 13 pour troisième supposition, on obtient pour résultat 79. Les trois nombres 9, 11 et 13 forment une équidifférence continue, ainsi que 77, 78 et 79. On a en effet 9.11:11.13 et 77. 78:78.79.

QUESTIONNAIRE.

Qu'entend-on par règle de fausse position ? (462.)

Combien d'espèces de règles de fausse position ? (463).

En quoi consiste la règle de fausse position simple ? (464).

En quoi consiste la règle de fausse position double ? (465).

Dans quels cas les règles de fausse position sont-elles applicables ? (467).

Quelle est celle qui est le plus souvent applicable ? (467).

1633. Un marchand a augmenté son capital chaque année de sa quatrième partie, excepté une dépense de £300 par année, à la fin de 4 ans il s'est trouvé possesseur de £5000. Quel était son capital primitif ? Rép. 2756 9s. $7\frac{1}{3}$d.

1634. Supposez que toutes choses soient telle que dans le dernier problème, excepté qu'à la fin des quatres années il s'est trouvé possesseur de deux fois son premier capital : avec quoi a-t-il commencé ? Rép. £3918 11s. 8d.

1635. On demande la même chose que dans les deux exercices précédents, supposé chaque chose comme auparavant, excepté qu'à la fin du temps, le marchand se trouvait possesseur seulement de la moitié de son premier capital ? R. £890 18s. 11d.

1636. Un nombre est tel que si vous en ôtez 84, 3 fois le restant surpassera le nombre lui-même de son quart : quel est-il ? Rép. 144.

1637. Quel est le nombre qui étant multiplé par 11, et retranchant 220 du produit, la dixième partie du reste sera 20 de moins que le nombre lui-même ? R. 120.

1638. Quel est le nombre dont la moitié est autant au-dessous de 1000, que son double est plus grand que 999 ? R. 799$\frac{3}{5}$.

1639. Un fermier a engagé un laboureur, pour 1s. 4d. pour chaque jour de travail ; et il doit lui retenir 9d. pour chaque jour qu'il ne travaillera pas ; à la fin de l'année (313 jours) le laboureur a reçu £12 0s. 3d. Combien de jours a-t-il travaillé ? Rép. 228 jours.

1640. Combien de dollars à 4s. 6d., et de guinée à 21s. faudra-t-il pour payer un billet de £120 sterling, le nombre des pièces devant être de 240 ? R. $160 et 80 guinées.

NOMBRES DUODÉCIMAUX.

468. Les nombres duodécimaux sont des nombres composés, dont les diverses dénominations augmentent on diminuent uniformément dans le rapport de douze ; c'est-à-dire, que chaque espèce d'unité est égale à douze fois celle qui lui est immédiatement inférieure. Ces dénominations sont *pieds*, *pouces*, ou *primes*, *secondes*, *tierces*, *quartes*, *quintes*, etc.

12 quartes ('''')	font	1 tierce	marquée	'''
12 tierces	"	1 seconde	"	''
12 secondes	"	1 pouce ou prime	"	pou. ou '
12 pouces ou primes	"	1 pied	"	pi.

D'où $1' = \frac{1}{12}$ de 1 pied.

$1'' = \frac{1}{12}$ de 1 pouce, ou $\frac{1}{12}$ de $\frac{1}{12}$ de 1 pied$= \frac{1}{144}$ de 1 p.

$1''' = \frac{1}{12}$ de $1''$, ou $\frac{1}{12}$ de $\frac{1}{12}$ de $\frac{1}{12}$ de 1 pied$= \frac{1}{1728}$ de 1 p.

L'accent employé pour distinguer les subdivisions du pied s'appelle *indice*.

469. L'addition et la soustraction des nombres duodécimaux se font de la même manière que celle des nombres composés (No. 315 et 317).

470. Les nombres duodécimaux sont principalement employés au mesurage des *surfaces* et des *solides* (No. 270 et 271).

1641. Combien y a-t-il de pieds carrés dans une planche de 12 pieds 7 pouces de long, et 4 pieds 3 pouces de large ?

Opération.

	12 pds. 7′
	4 pds. 3′
	50 pds. 4′
	3 pds. 1′ 9″
	53 pds. 5′ 9″

On multiplie d'abord chaque dénomination par les pieds du multiplicateur, commençant par la droite. Ainsi 4 fois 7′ font 28′, qui font 2 pieds et 4′. On écrit 4 sous les pouces et on retient 2 pieds pour les joindre au produit suivant : 4 fois 12 pds. font 48 pds. et 2 font 50 pds.

Ensuite, puisque $3' = \frac{3}{12}$ de 1 pied, et $7' = \frac{7}{12}$ de 1 pied ; $3' \times 7' = \frac{21}{144} = 21''$, ou 1′ et 9″ ; on écrit 9″ à une place à droite des pouces ; et on retient 1′ pour le joindre au produit suivant. Puis 3′ ou $\frac{3}{12}$ de 1 pied multiplié par 12 pieds$=\frac{36}{12}$ de 1 pied ou 36′, et 1′ de retenu font 37′ ; mais 37′=3 pds. 1′. Puis faisant la somme des produits partiels, le total est 53 pds. 5′ 9″. D'où l'on voit que des pieds, multipliés par des pieds, produisent des pieds ; pieds par pouces ; des pouces ; pouces par pouces, des *secondes*, etc. C'est-à-dire que le produit de deux facteurs a autant d'accents que les deux facteurs eux-mêmes.

471. De sorte que pour trouver de quelle dénomination est le produit de deux facteurs duodécimaux, *il faut additionner les indices des deux facteurs, leur somme sera l'indice du produit.* Le pied étant considéré comme l'unité n'a pas d'indice.

De ce qui précède on peut déduire la règle suivante pour la multiplication des nombres duodécimaux.

1. *Ecrivez les divers termes du multiplicateur sous les termes correspondants du multiplicande. II. Multipliez chaque terme du multiplicande par chacun des termes du multiplicateur ; commençant par la plus petite dénomination du multiplicande et la plus haute du multiplicateur, et écrivez le premier chiffre de chaque produit partiel une place à droite de celui du produit précédent, sous sa dénomination correspondante. III. Enfin, faites l'addition des produits partiels, retenant 1 pour chaque 12 tant pour la multiplication que pour l'addition ; la somme sera la réponse demandée.*

On pourrait demander si dans les nombres duodécimaux les pouces sont *linaires*, *carrés*, *cubiques*. Ils ne sont ni l'un ni l'autre. Un *pouce* c'est la *douzième* partie d'un pied. D'où en mesurant une surface ; un pouce est $\frac{1}{12}$ de 1 pied *carré* qui est une surface de 1 pied de *large* sur 1 pouce de *long*. En mesurant les solides 1 pouce est $\frac{1}{12}$ de 1 pied cube. Dans la mesure du bois de construction les pouces sont appelés *pouces de charpentiers*.

1642. Combien de pieds carrés dans une pièce de marbre qui a 9 pieds, 7 pouces 2″ de long, et 3 pieds 4 pouces 7″ de large?
R. 32 pieds 5′ 5″ 10‴ 2⁗.

1643. Combien de pieds carrés dans une planche de 15 pieds 7 pouces de long et 1 pied 10 pouces de large?
R. 28 pieds carrés 6′ 10″.

1644. Combien de pieds cubes dans une poutre de 15 pieds 3 pouces de long sur 2 pieds 4 pouces de large, et 1 pied 8 pouces d'épaisseur? R. 59 pieds cu. 3′ 8″.

1645. Combien de cordes de bois dans une pile de 50 pieds 6 pouces de long, 8 pieds 3 pouces de large, et 7 pieds 4 pouces de haut? R. 23 cor. 111 pieds 3′.

1646. Combien faudrait-il de briques de 8 pouces de long, sur 4 pouces de large, et 2 pouces d'épaisseur, pour faire un mur de 50 pieds de long, 10 pieds de haut, et 2 pieds 6 pouces d'épaisseur? R. 33750 briques.

472. Pour la division des fractions décimales, quand le diviseur contient plusieurs chiffres, le procédé donné (Nᵒ· 228, 240) peut être modifié et l'opération abrégée, car au lieu d'écrire un zéro à droite de chacun des restes, ou un chiffre périodique, on peut supprimer un chiffre du diviseur. Dans ce cas chaque produit doit être augmenté de la *retenue* que donnerait le produit du dernier chiffre écrit au quotient par le chiffre supprimé au diviseur.

1647. Soit proposé de diviser 2.3748 par 1.4736 de manière qu'il y ait trois chiffres au quotient.

Ayant disposé les nombres d'après la règle (No. 240) et le premier chiffre du quotient étant trouvé, au lieu d'ajouter un zéro au reste, 9012, on omet le dernier chiffre du diviseur; pour l'indiquer on place un point dessous. Puis 6 étant écrit au quotient, on multiplie 6, le chiffre supprimé au diviseur, pour 6 du quotient, et sans rien écrire on retient 4; parce que le produit 36 étant soustrait aurait donné 4 de

Diviseur.	Dividende.	Quotient.
14736	23748	1.611
···	14736	
	9012	
	8842	
	170	
	147	
	23	
	15	
	8	

Diviseur.	Dividende.		Quotient.
14736	23748		1.611
	14736		
	9012	0	
	8841	6	
	170	40	
	147	36	
	23	.040	
	14	736	
	8	304	

retenue. Après quoi 3 est supprimé de la même manière, et puis 7. Le quotient est 1.611, ou plus exactement 1.612 parce que le reste 8 est plus de la moitié de 14. L'opération entière placée à droite donne la raison du procédé, la ligne verticale faisant voir distinctement la partie rejetée.

1648. Divisez 0.079085 par 0.83497. R. 0.094716.

1649. Quel est le quotient de 23.6 divisé par 0.037538.
R. 628.6962545.

1650. Le soleil contient 354936 fois autant de matière que la terre, et 1048.69 fois autant que Jupiter. De ces données trouvez combien de fois Jupiter contient autant de matière que la terre? R. 338.456 fois.

1651. Combien de fois la terre contient-elle autant de matière que la lune; la matière de la lune étant représentée par 0.0125172, quand celle de la terre est représentée par 1?
R. 79.89 fois.

CHAPITRE SECOND.

PUISSANCES ET RACINES DES NOMBRES.

1. DÉFINITIONS PRÉLIMINAIRES.

473. On appelle puissance d'un nombre, le produit de ce nombre pris plusieurs fois comme facteur.

La première puissance d'un nombre est ce nombre lui-même.

La seconde puissance d'un nombre, que l'on nomme aussi carré de ce nombre, est le produit de ce nombre deux fois facteur.

La troisième puissance, autrement dite aussi le cube d'un nombre, et le produit de ce nombre trois fois facteur.

La quatrième puissance est le produit d'un nombre quatre fois facteur, et ainsi de suite.

Les puissances s'indiquent par un petit chiffre placé à la droite et un peu au-dessus du nombre, et qui prend le nom d'exposant; ainsi, pour indiquer la 2e puissance de 9, on écrit 9^2, qu'on énonce neuf puissance deux, et le carré de 9. De même, 12^5 exprime la 5e puissance de 12 et équivaut à $12\times12\times12\times12\times12$, cinq fois facteur.

Le nombre sans exposant est à la première puissance.

474. On appelle racine 2^e, 3^e, 4^e, etc. d'un nombre, le nombre qui, élevé à la puissance 2^e 3^e 4^e etc., reproduit le nombre proposé.

Les racines s'indiquent par le signe $\sqrt{}$ qu'on énonce racine; dans le coin à droite on met le chiffre indicateur et le nombre au-dessous du trait horizontal. Ainsi $\sqrt[3]{27}$ s'énonce racine troisième, ou mieux racine cubique de 27.

Le signe $\sqrt{}$ sans indice exprime la racine carrée

2 DU CARRÉ ET DE LA RACINE CARRÉE.

475. On appelle *carré* d'un nombre le produit de ce nombre par lui-même.

476. Règle. *Pour faire le carré d'un nombre on le multiplie par lui-même.*

Les carrés des neuf premiers nombres sont

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81.

Le carré de 10=100 : le carré de 100=10000, etc.

477. Théorème. Le carré d'un nombre composé de deux parties contient le carré de chaque partie plus le double de leur produit.

Démonstration. En effet, suit 13=6+7 dont il s'agit de former le carré. Au lieu de multiplier 13 par 13, je multiplie 6+7 par 6+7, ce qui se fera en multipliant chaque partie du multiplicande, d'abord par 6, ensuite par 7, et additionnant les produits ; effectuant cette multiplication, j'obtiens.

13	6+7	carré de 6=36
13	6+7	2 fois 6×7=84
—	————	carré de 7=49
39	6×7+6×7	——
13	+6×7+7×7	169
——	————————	
169	Le carré de 6+2 fois 6×7+ le carré de 7.	

478. Principe. *Le carré d'un nombre quelconque compo é de dizaines et d'unités contient:* 1°. *Le carré des dizaines;* 2°. *Denx fois le produit des dizaines par les unités;* 3°. *Le carré des unités.*

479. Le carré d'une fraction ordinaire s'obtient en faisant le carré du numérateur et le carré du dénominateur.

480. Le carré d'un nombre décimal s'obtient comme celui des nombres entiers. Il contient toujours un nombre de chiffres décimaux double de celui que renferme le nombre proposé.

481. On appelle *racine carrée* d'un nombre, le nombre qui, multiplié par lui-même, reproduit le nombre proposé. Ainsi la racine carrée de 36 est 6, puisque $6\times6=36$.

482. Regle générale. *Pour extraire la racine carrée d'un nombre entier, on partage ce nombre en tranches de deux chiffres, en allant de droite à gauche. Le nombre de ces tranches est exactement le même que celui des chiffres de la racine*

Puis, commençant par la gauche, on extrait la racine du plus grand carré contenu dans la première tranche, et l'on écrit le chiffre de la racine à la droite du nombre proposé dont on le sépare par un trait vertical.

On fait le carré de la racine et on le retranche de la première tranche à gauche.

A la droite du reste on abaisse la tranche suivante, et l'on sépare le dernier chiffre par un point. On fait le double de la racine et on l'écrit en regard du nombre précédent dont on divise la partie séparée à gauche par le double de la racine. On écrit le chiffre du quotient à la droite du chiffre dejà obtenu à la racine; on fait le carré de toute la racine et on le soustrait des deux premières tranches sur lesquelles on a opéré.

A la droite du reste, on abaisse la tranche suivante, ce qui donne un second nombre sur lequel on opère comme sur le précédent.

On continu ainsi cette suite d'opérations jusqu'à ce qu'on ait abaissé successivement toutes les tranches.

1652. Soit proposé d'extraire la racine carré de 2916.

J'écris le nombre proposé 2916, et je tire un trait vertical pour le séparer de la racine que j'ecrirai à droite.

Ensuite je partage le nombre en tranches de deux chiffres, puis commençant par la première tranche à gauche, je dis : le plus grand carré contenu dans 29 est 25 dont la racine est 5.

29. 16	54	54
25		54
41. 6	10	216
		270
0		2916

J'écris 5 à la racine. Je fais le carré de 5 qui est de 25, et je le soustrais de 29, ce qui me donne pour reste 4. A la droite de ce reste, j'abaisse la tranche suivante, ce qui donne 416, dont je sépare le dernier chiffre à droite par un point.

Je double la racine, ce qui donne 10, que j'écris en regard de 416, et je divise 41 par 10; j'écris le chiffre 4 qui vient en quotient à la droite du chiffre 5 dejà obtenu à la racine, et je fais le carré de 54. J'obtiens ainsi 2916, qui soustrait du nombre supposé, donne pour reste 0

La racine demandée est 54

2916	54
416	——
0	104

Afin de simplifier les calculs, je vérifie le chiffre 4 avant de le porter à la racine. Pour cela, je l'écris à la droite de 10, et je multiplie le nombre resultant 104 par ce même chiffre 4, et je soustrais en même temps le produit de 416 ce qui donne pour reste 0.

483. Démonstration. En effet, 2916 étant plus grand que 100, carré de 10, la racine aura au moins deux chiffres. Elle contiendra donc des dizaines et des unités, et le nombre proposé qui en est considéré comme le carré devra renfermer les trois parties ci-dessus, savoir : le carré des dizaines, le double produit des dizaines par les unités et le carré des unités.

Mais le carré des dizaines étant un nombre de centaines ne peut se trouver que dans les centaines du nombre proposé. J'ai donc séparé par un point les deux derniers chiffres à droite, et j'ai cherché le plus grand carré contenu dans la partie à gauche de 29, lequel est 25 dont la racine 5 est véritablement le chiffre des dizaines ; car le nombre proposé 2916 étant compris entre 2500 et 3600, sa racine sera comprise entre 50 et 60.

Ayant trouvé le chiffre des dizaines, il reste à trouver le chiffre des unités ; pour cela, après avoir abaissé la tranche suivante, j'ai remarqué que le nombre 416 qui reste après que j'ai eu retranché le carré des dizaines ne contient plus que les deux autres parties, savoir le double produit des dizaines par les unités et le carré des unités. Or, le double produit des dizaines par les unités est un nombre de dizaines qui, par consequent, ne se trouve que dans les dizaines de 416 ; voilà pour quoi j'ai séparé le dernier chiffre à droite par un point.

Maintenant, connaissant les dizaines de la racine 5, je les double, 10 ; et, divisant 41, qui renferme le produit de deux facteurs dont l'un est le double des dizaines et l'autre les unités, par le double des dizaines, j'obtiendrai, soit le chiffre des unités, soit un chiffre qui n'en différera pas beaucoup, et que, du reste, je pourrai vérifier. Ce que je fais, en effet, lorsque écrivant le quotient 4 à la droite de 10 double des dizaines, je multiplie 104 par 4. Car, en multipliant 4 par 4, je fais le carré des unités, et en multipliant 10 par 4, je multiplie le double des dizaines par les unités.

484. On résonnerait et on opérerait de l. même manière, si le nombre proposé devait avoir plus de deux chiffres à sa racine.

1653. Soit proposé d'extraire la racine carrée de 23609881.

23,60,98,81	4859
76,0	
56,98	88
87381	965
0	9709

Le nombre proposé étant plus grand que 100, la racine contiendra au moins des dizaines et des unités. Le carré du nombre des dizaines ne peut se trouver que dans la partie 236098 que j'obtiens après avoir séparé les deux derniers chiffres à droite par un point. Je suis donc conduit d'abord à extraire la racine du plus grand carré contenu dans 236098.

Mais ce nombre 236098 étant lui-même plus grand que 100, sa racine contiendra aussi des dizaines et des unités, et le carré de ces nouvelles dizaines ne pourra se trouver que dans la partie 2360, après avoir encore séparé deux chiffres.

Ce nombre étant encore plus grand que 100, sa racine aura donc aussi deux chiffres, et le carré de ces nouvelles dizaines ne se trouvera que dans la partie 23 en séparant encore les deux derniers chiffres ; je suis donc amené à partager le nombre proposé en tranches de 2 chiffres, en allant de droite à gauche.

Puis extrayant la racine du plus grand carré contenu dans la dernière tranche à gauche, j'obtiens 4 pour premier chiffre de la racine. Je fais le carré de 4 qui est 16, je le retranche de 23, ce qui donne 7 pour reste, à côté duquel j'abaisse la tranche suivante, ce qui donne 760, dont je sépare le dernier chiffre à droite par un point. Je double la racine, ce qui donne 8 que j'écris en regard de 76.0:je divise 76 par 8, ce qui donne 8 que j'écris à la droite du premier 8 qui a servi de diviseur.

Pour vérifier ce nouveau chiffre de la racine, je multiplie 88 par 8 et je soustrais en même temps le produit de 760, ce qui donne pour reste 56. J'écris 8 à la racine, j'abaisse la tranche suivante, ce qui donne 5698, dont je sépare le dernier chiffre à droite.

Je double la racine 48 et j'ai pour diviseur de 569, 96; le quotient est 5 que j'écris à la droite de 96; et je multiplie 965 par 5, en soustrayant en même temps le produit de 5698, et j'ai pour reste 873. J'écris 5 à la racine, j'abaisse la tranche suivante et dernière, et j'ai 87381, dont je sépare le dernier chiffre.

Le double de la racine 485 est 970, et je divise 8738 par 970 ; il vient pour quotient 9 que j'écris à la droite de 970, et je multiplie 9709 par 9 ; le produit, soustrait de 87381, donne 0 pour reste. Je porte 9 à la racine. La racine demandée est donc 4859.

485. Les chiffres trouvés successivement par la division seront convenables: 1°. Si la soustraction a pu se faire, ce qui montre que le chiffre n'est pas trop fort; 2°. Si le reste obtenu est plus petit que le double de la racine déjà trouvée augmentée de 1, ce qui montre que le chiffre n'est pas trop faible. En effet, la différence entre les carrés de deux nombres consécutifs est égale au double du plus petit augmenté de 1, ce qu'on peut vérifier sur les carrés des premiers nombres.

486. Si, à la fin de toutes les opérations, on n'obtient aucun reste, le nombre proposé est dit carré parfait et la racine exacte.

487. S'il y a un reste, le nombre n'est pas carré parfait; mais la racine obtenu est celle du plus grand carré contenu dans le nombre, et elle est exacte, à moins d'une unité près.

Le carré de la racine ajouté avec le reste doit reproduire le nombre proposé, ce qui peut servir de preuve de l'opération. Dans ce cas, il n'y a point de nombre qui, élevé au carré, donne le nombre proposé ; mais on peut approcher de la racine autant qu'on voudra, à l'aide de la règle suivante :

488. Règle. *Pour extraire par approximation, la racine carrée d'un nombre entier qui n'est pas un carré parfait, on abaisse successivement, à la droite des restes, autant de couples de zéros que l'on veut avoir de chiffres décimaux à la racine, et l'on continue par ce moyen l'opération d'après la règle.*

Démonstration. En effet, si l'on veut avoir deux chiffres décimaux à la racine, par exemple, il faut abaisser successivement deux couples de zéros ou quatre zéros, ce qui revient à multiplier le nombre proposé par 10000 ; mais la racine serait 100 fois trop grande, et on la réduit à sa juste valeur en la divisant par 100, c'est-à-dire en séparant deux chiffres décimaux sur la droite de la racine.

489. Règle. *Pour extraire la racine carrée d'une fraction ordinaire, si le dénominateur est un carré parfait, on extrait la racine du numérateur, laquelle pourra n'être pas exacte, mais alors avec l'approximation qu'on voudra, ensuite on extrait la racine du dénominateur. Si le dénominateur n'est pas un carré parfait, on multiplie les deux termes par le dénominateur ; et le nouveau dénominateur étant un carré parfait, on opère comme il vient d'être dit.*

490. Règle. *Pour extraire la racine carrée d'un nombre décimal, on fait en sorte que le nombre proposé ait le double du nombre de chiffres décimaux que l'on veut avoir à la racine. S'il y en a moins on y supplée par des zéros, s'il y en a davantage, on néglige le surplus, puis on opère comme sur un nombre entier, en ayant soin de séparer à la droite de la racine le nombre de chiffres décimaux qu'on veut avoir.*

491. Pour trouver un moyen proportionnel entre deux nombres, on multiplie ces deux nombres entr'eux, et on extrait la racine carrée du produit.

Exemple. Si l'on avait $6:x::x:24$, on en tirerait $x^2=6\times24$, et, par conséquent, $x=\sqrt{6\times24}=\sqrt{144}=12$, moyen proportionnel demandé.

492. Dans l'extraction de la racine carrée par approximation et que le nombre de décimales voulues est dèterminé ; on peut abréger beaucoup l'opération par la méthode(N°. 472)employée pour abréger la division des nombres décimaux, en faisant usage de la règle suivante. Trouvez par la règle (N° 488) la moitié des chiffres décimaux requis et 1 de plus ; ajoutez au reste un zéro au lieu de deux ; puis ayant trouvé le diviseur comme à l'ordinaire agissez comme au (N° 472) pour avoir les autres décimales.

1654. Soit donc proposé d'extraire la racine carrée de 4567 à moins de 1 billionnième près ; c'est-à dire, ayant neuf chiffres décimaux à la racine.

Ce nombre devant avoir deux chiffres avant les décimales, qui doivent être au monbre de neuf; la racine aura onze chiffres en tout; et par conséquent avant de commencer l'abréviation, il est nécessaire d'avoir déjà trouvé six chiffres à la racine. Ainsi, ayant opéré sur le nombre 4567 d'après la règle (N° 488), et ayant trouvé que les six premier schiffresde laracine sont 67.5795 ; que le reste est 1117975, et le diviseur 135190 ; j'écris ces nombres comme en marge (N° 472), puis j'écris un zéro à droite du reste, et je divise à l'ordinaire ; le premier chiffre que j'obtiens est 8, lequel, si on opérait sans abréviation devrait-être ajouté au diviseur je retiens donc 7 ; car 8 fois 8 soustrait du diviseur donnerait une retenue de 7; j'ajoute 7 au produit du zéro par 8. Après cela tout le reste se fait comme au (N° 472) pour l'abréviation de la division des décimales ; et je trouve que la racine carrée de 4567 est 67. 579582715.

Division.	Reste.	Racine carré.
1351590	11179750	67.579582715
....	10812727	
	367023	
	270318	
	96705	
	94612	
	2093	
	1351	
	742	
	676	
	66	

QUESTIONNAIRE.

Qu'appelle - t - on puissance d'un nombre ? (473)

Quel nom donne-t-on à la seconde, à la troisième puissance d'un nombre ? (473)

Comment indique-t-on une puissance donnée d'un nombre? (473)

Qu'appelle-t-on racine cinquième d'un nombre ? (474)

Comment indique-t-on la racine cinquième d'un nombre ? (474)

Qu'est-ce que le carré d'un nombre ? (475)

Comment fait-on le carré d'un nombre ? (476)

De quoi se compose le carré d'un nombre composé des dizaines et des unités ? (478)

Comment fait-on le carré d'une fraction ordinaire ? (479)

Comment fait-on le carré d'un nombre décimal ? (480)

Qu'appelle-t-on racine carrée d'un nombre? (481)

Comment extrait-on la racine carrée d'un nombre entier? (482)

Comment reconnaît-on le nombre de chiffres que doit avoir la racine? (482)

Comment peut-on savoir si le chiffre écrit à la racine n'est pas trop fort ou trop faible? (485)

Qu'entend-on par un nombre carré parfait? (486)

Comment trouve-t-on la racine carrée par approximation? (488)

Comment extrait-on la racine carrée d'une fraction? (489)

Comment extrait-on la racine carrée d'un nombre décimal? (490)

Comment trouve-t-on un moyen proportionnel entre deux nombres donnés? (491)

EXERCICES.

Former les carrés des nombres suivants.

1655.	49.	R.	2401
1656.	456.	"	207936
1657.	8349.	"	69705801
1658.	76437.	"	5842614969
1659.	123045.	"	15140072025
1660.	7654128.	"	58585675440384
1661.	98765432.	"	9754610558166624
1662.	80942121.	"	6551625951978641
1663.	47.65.	"	2270.5225
1664.	65.875.	"	4339.515625
1665.	0.856743.	"	0.735008568049
1666.	0.7500684.	"	0.56260260467856
1667.	$\frac{3}{7}$	R.	$\frac{9}{49}$
1668.	$\frac{5}{12}$	"	$\frac{25}{144}$
1669.	$16\frac{3}{4}$	"	$\frac{4489}{16}$
1670.	8.00016	"	64.0025600259
1671.	0.0000098		0.00000000009604
1672.	$\frac{9}{17}$	"	$\frac{81}{289}$
1673.	$4\frac{3}{5}$	"	$\frac{529}{25}$
1674.	$7\frac{6}{11}$	"	$\frac{6889}{121}$

Extraire la racine carrée des nombres suivants.

1675.	1296.	Rép.	36
1676.	20736.	"	144
1677.	9604.	"	98
1678.	18769.	"	137
1679.	15800625.	"	3975
1680.	82264900.	"	9070
1681.	152399025.	"	12345
1682.	2047.5625.	"	45.25
1683.	220618.09.	"	469.7
1684.	3224.990521.	"	56.789
1685.	1.53165376.	"	1.2376
1686.	901.440576.	"	30.024
1687.	123456789.	"	11111.1110605555
1688.	987654321.	"	31426.968052932

PROBLÈMES SUR LE CARRÉ ET LA RACINE CARRÉE.

1689. Un marchand a vendu 35 livres d'une marchandise au prix d'autant de cents par livre ; combien a-t-il retiré de sa vente ? R. $12.25

1690. Quel est le nombre dont la racine carrée, augmenté de 13 donne pour somme 29 ? R. 256

1691. Quel est le nombre dont le triple de la racine carrée est égal à $5\frac{1}{4}$? R. $\frac{1369}{441}=3\frac{46}{441}$.

1692. Trouver un nombre dont le carré augmenté de 7 est égal à 32. R. 5.

1693. Trouver un nombre dont le tiers multiplié par le quart donne pour produit 48. R. 24.

1694. Partager 25 en deux parties dont le produit soit 150. R. 15 et 10

1695. Quelle est la fraction telle que si on la divise par cette fraction même renversée, le quotient soit $\frac{25}{64}$? R. $\frac{5}{8}$

1696. Trouver deux nombres dont la différence soit 30 et le produit 2800. R. 70 et 40

1697. Sachant que la somme des carrés de deux nombres est 130 et la différence des carrés de ces mêmes nombres 32, déterminer ces deux nombres. R. 9 et 7

1698. La différence de deux nombres est 7, et la différence de leurs carrés est 350 ; quels sont ces nombres ? R. $28\frac{1}{2}$ et $21\frac{1}{2}$

1699. Quatre nappes et 36 serviettes ont été adjugées dans une vente à un particulier pour $10.39c. ; chaque nappe a 4.25 verges de longueur sur 0.30 de largeur ; chaque serviette a 0.75 verge de longueur sur 0.65 de largeur. La toile étant de même qualité, on demande combien ce particulier devra recevoir pour 1 nappe et 12 serviettes qu'il cède au prix coûtant à un de ses amis ? R. $2.90c. $\frac{3}{4}$.

1700. Une pièce de terre a 90.000 perches de superficie et elle est quatre fois plus longue qu'elle n'est large. Quelle est sa longueur et sa largeur ? R. 600 et 150 perches.

1701. Une personne a quatre terrains : le 1er contient 870 perches de superficie, le 2^{me} en contient 188, le 3^{me} en contient 400 et le 4^{me} 355. Elle les a échangés contre un seul terrain de même nature, parfaitement carré, dont l'un des côtés a 45 perches, et il a rendu $32.86c. A quelle prix l'arpent de ce terrain est-il estimée ? R. $15.50c.

1702. Un général voudrait disposer un corps de troupes en carré à centre plein ; mais, par son arrangement, il se trouve avoir 124 hommes de trop. Faisant une seconde disposition, il essaie de mettre un homme de plus sur chaque ligne, et il lui manque 129 hommes pour compléter son carré. Quel est le nombre des troupes qu'il commande ? R. 16000 hommes.

1703. Quel est le nombre qui, étant multiplié par 10, donne pour produit le $\frac{1}{3}$ de son carré ? R. 30.

1704. On demande de déterminer deux nombres dont le plus grand soit triple du plus petit, et dont le quintuple de la somme soit égal à la somme de leurs carrés ? R. 2 et 6.

1705. La somme de trois nombres est 126, et le 1er 105 est égal à la différence qui existe entre les carrés des deux autres. Déterminer le deuxième et le troisième nombre. R. 13 et 8.

1706. On a partagé $180 entre un certain nombre de personnes, de manière que chacune d'elles a eu autant de $5 qu'elles étaient de personnes. On veut savoir combien elles étaient et combien elles ont touché chacune ? R. 6 personnes, $30.

1707. Un terrain carré a 125 toises sur chaque côté, combien chaque côté d'un terrain parfaitement carré et 9 fois plus grand a-t-il de toises ? R. 375 toises.

1708. Deux jeunes gens ont reçu pour héritage, savoir : le 1er le $\frac{1}{5}$ du bien de son père, le 2me $\frac{1}{7}$ du bien du sien ; et ils ont reçu chacun la même somme. On demande ce qu'ils ont reçu chacun, sachant que le 2me ayant fait une acquisition pour laquelle il a employé les $\frac{2}{3}$ de sa part, ce qui lui reste, multiplié par l'héritage du 1er, est égal à $30000. R. $300.

1709. Deux corbeilles contiennent chacune un certain nombre d'oranges ; la moitié de l'un des deux nombres joint à l'autre, rend l'un des nouveaux nombres 5 fois plus fort que l'autre, et sans opérer de changement, si on multiplie un nombre par l'autre, le produit est égal à 1152. Combien y a-t-il d'oranges dans chaque corbeille ? R. 48 et 24.

1710. Un jardinier avait établi une pépinière dans un terrain où il avait mis 64 pieds d'arbres sur la longueur et 36 sur la largeur. Il transplante ces arbres dans un terrain qui a la même superficie que le premier, mais qui est parfaitement carré. On demande de combien d'arbres il devra augmenter ou diminuer chacune des premières dimensions. R. Diminuer 16, augmenter 12.

1711. Le quotient de deux nombres est $4\frac{1}{2}$, et le carré du plus petit multiplié par la différence et divisé par le $\frac{1}{9}$ du plus grand donne 448. Quels sont ces nombres ? R. 36 et 8.

1712. Trois nombres sont entre deux comme 9, 12 et 16, et la somme de leurs carrés est 4329. Déterminez ces nombres ?
R. 27, 36 et 48.

1713. Cinq nombres sont entre eux comme 1, 3, 5, 7 et 8, et la somme de leurs carrés est 2368. Déterminez ces nombres ?
R. 4, 12, 20, 28 et 32.

1714. Denis le Tyran s'empara du champ d'un pauvre homme : ce champ était carré et contenait 80 perches de contour ; il lui en donna un autre qui avait aussi 80 perches de contour, et qui cependant ne contenait en surface que les $\frac{7}{16}$ du premier. Quelles étaient les dimensions du dernier champ ? R. 35 et 5.

1715. Deux joueurs se mettent au jeu avec chacun la même somme ; la partie terminée, le premier perd les $\frac{3}{5}$ de sa mise, et le deuxième quadruple la sienne, plus $8. Sachant qu'alors le produit des deux résultats est 832, on demande combien avait chaque joueur en quittant la partie ? R. $104 et $8.

1716. Un certain nombre d'individus se sont partagé également $1521 : leur nombre est égal au $\frac{1}{9}$ de la somme que chacun a reçue. Combien y avait-il de personnes et combien chacune a-t-elle reçu ? R. 13 personnes, $117.

1717. Un maquignon qui a acheté un cheval pour une certaine somme, le revend pour $119, et à ce prix, il gagne autant pour cent que le cheval lui coûte. Quel est le prix d'achat ? R. $70.

1718. La somme de deux nombres est 38 et celle de leurs carrés est 1114. Quels sont-ils ? R. 5 et 33.

1719. Un capital a 6 pour cent par an, étant multiplié par son intérêt simple de 25 mois, donne pour produit $1125000. Quel est ce capital ? R. $3000.

1720. Quel est le capital qui étant multiplié par ses intérêts simples pendant 9 mois à $4\frac{3}{4}$ pour cent, est devenu $52531200 ?
R. $38400.

1721. Quel est le capital qui étant multiplié par ses intérêts simples pendant 2 ans 3 mois 8 jours, à $5\frac{3}{4}$ pour cent, est devenu $677304000 ? R. $72000.

1722. Un capital à 6 pour cent par an, étant multiplié par son intérêt simple de 7 ans, donne pour produit $262500000 ?
R. $25000.

3. DU CUBE ET DE LA RACINE CUBIQUE.

493. On appelle cube d'un nombre le produit de ce nombre trois fois facteur.

494. RÈGLE. *Pour former le cube d'un nombre, on le multiplie d'abord par lui-même, ce qui donne le carré, et ensuite on multiplie encore le carré par le même nombre.*

Les cubes des neuf premiers nombres sont :

1,	2,	3,	4,	5,	6,	7,	8,	9,
1,	8,	27,	64,	125,	216,	343,	512,	729,

Le cube de 10 est 1000, le cube de 100 est 1000000, etc.

495. THÉORÈME. Le cube d'un nombre composé de deux parties contient le cube de la première partie, plus trois fois le carré de la première multipliée par la deuxième, plus trois fois la première multipliée par le carré de la deuxième, plus le cube de la deuxième.

DÉMONSTRATION. Soit en effet le même nombre $13=6+7$ dont il s'agit de former le cube. Au lieu de multiplier 13 par 13, ce qui donnerait le carré, et de multiplier ensuite le carré par 13, je multiplie $6+7$ par $6+7$ ce qui donne

(N° 477) $6\times6+2$ fois $6\times7+7\times7$

Je multiplie donc encore

$$6\times6+2 \text{ fois } 6\times7+7\times7$$

par

$$6+7$$

$$6\times6\times6+2 \text{ fois } 6\times6\times7+6\times7\times7$$

$$6\times6\times7+2 \text{ fois } 6\times7\times7+7\times7\times7$$

Et j'obtiens pour le cube de $(6+7)$

$(6+7)^3=6\times6\times6+3$ fois $6\times6\times7+3$ fois $6\times7\times7+7\times7\times7$

Ce qu'il fallait démontrer. Delà le principe suivant.

496. PRINCIPE. *Le cube d'un nombre quelconque composé de dizaines et d'unités contient:* 1° *le cube des dizaines ;* 2° *trois fois le carré des dizaines multipliées par les unités ;* 3° *trois fois les dizaines multipliées par le carré des unités* ; 4° *le cube des unités.*

497. Le cube d'une fraction ordinaire s'obtient en faisant le cube du numérateur et le cube du dénominateur.

498. Le cube d'un nombre décimal s'obtient comme celui des nombres entiers. Il contient toujours un nombre de chiffres décimaux triple de celui que renferme le nombre proposé.

499. On appelle *racine cubique* d'un nombre, le nombre dont le carré multiplié par le nombre lui-même reproduit le nombre proposé.

Ainsi la racine cubique de 512 est 8, parceque $8 \times 8 \times 8 = 512$

500. Règle générale. *Pour extraire la racine cubique d'un nombre entier, on partage le nombre en tranches de trois chiffres en allant de droite à gauche. Le nombre de ces tranches est exactement le même que celui des chiffres de la racine. Puis on tire un trait vertical pour séparer le nombre proposé de la racine que l'on écrit à droite et sur la même ligne.*

Cela fait, commençant par la gauche, on cherche la racine du plus grand cube contenu dans la première tranche, laquelle pourra n'avoir qu'un ou deux chiffres.

On écrit le chiffre trouvé à la place désignée pour la racine.

On fait le cube du chiffre trouvé à la racine, et on le soustrait de la première tranche à gauche.

A la droite du reste, on abaisse la seconde tranche, ce qui donne un nombre dont on sépare par un point les deux derniers chiffres à droite. Puis on divise la partie à gauche par le triple carré de la racine déjà trouvée, lequel doit être écrit en regard du dividende. On écrit le chiffre obtenu en quotient à la droite du chiffre déjà obtenu à la racine. On fait le cube de toute la racine et on le soustrait des deux premières tranches.

A la droite du reste on abaisse la tranche suivante sur laquelle on opère comme sur le nombre précédent.

On continue ainsi cette série d'opérations jusqu'à ce qu'on ait abaissé toutes les tranches.

501. Exemple et démonstration. Soit à extraire la racine cubique de 185193.

185.193	57		57
125	—		57
———			—
601.93	75		399
———			285
0			———
			3249
			57
			———
			22743
			16245
			———
			185193

Le nombre proposé étant plus grand que 1000 et moindre que 1000000 qui sont les cubes de 10 et 100 ne pourra avoir plus que deux chiffres à sa racine cubique, et le nombre 185193 qui est considéré comme le cube de ce nombre composé de dizaines et d'unités devra contenir les quatre parties énoncées ci-dessus; mais le cube des dizaines donne des mille, par conséquent le cube des dizaines de la racine n'est compris que dans les mille du nombre composé.

Je sépare donc par un point les trois derniers chiffres à droite.

Le plus grand contenu dans 185 est 125 dont la racine est 5. J'écris ce chiffre 5 à la racine et j'en soustrais le cube 125 pour reste. Le chiffre 5 est véritablement le chiffre des dizaines, car le nombre proposé étant compris entre 125000 et 216000 sa racine cubique sera comprise entre 50 et 60.

A la droite de ce reste, j'abaisse la tranche suivante ce qui donne le nombre 60193, lequel ne contient plus que les trois parties suivantes, savoir :

3 fois le carré des dizaines par les unités.

3 fois les dizaines par le carré des unités.

Le cube des unités.

Or, le carré des dizaines donnant des centaines, la première de ces trois parties ne peut être renfermée que dans les centaines de 60193. Je sépare donc les deux derniers chiffres à droite, et je divise la partie à gauche 601 par trois fois le carré des dizaines déjà trouvées à la racine. Ce triple carré est 75 que j'écris en regard de 601.93 comme pour la division.

Le quotient de 601 par 75 est 7.

J'écris ce chiffre 7 à la droite du chiffre déjà obtenu à la racine, et je fais le cube de 57 qui est précisément 185193, qui, retranché du nombre proposé, donne pour reste 0.

La racine cubique du nombre proposé est donc 57.

185193	57
60193	7) 75
9	105
	49
	8599

502. Avant d'écrire le chiffre 7 à la racine, il est important de vérifier s'il n'est par trop fort. Pour cela je l'écris un peu à gauche du diviseur 75, en le séparant par un petit crochet, et je forme, en supposant que 57 soit la racine, les trois parties qui doivent être contenues dans 60193 ; ou, ce qui revient au même, je forme trois fois le carré des dizaines, trois fois le produit des dizaines par les unités, le carré des unités ; je fais la somme de ces parties et je la multiplie par les unités. Or, 75 est déjà trois fois le carré des dizaines ; en triplant les dizaines 5, ce qui donnent 15, et multipliant ce produit par 7, j'obtiens 105 dizaines que j'écris sous 75, en avançant d'un rang du premier chiffre à droite ; car 75 représente des centaines et 105 seulement des dizaines. Le carré des unités 7 est 49 que j'écris sous 105 en avançant de même et par une raison semblable le premier chiffre d'un rang vers la droite. Je fais la somme de ces trois parties et je multiplie cette somme 8509 par 7, en soustrayant en même temps le produit de 60193, ce qui donne 0 pour reste.

Le procédé de vérification doit être employé pour chacun des chiffres qu'on écrit à la racine après le premier. Si la soustraction peut se faire, le chiffre n'est pas trop fort.

503. Pour former le triple carré de la racine qui doit servir de diviseur, on se sert des nombres formés précédemment, ainsi qu'il suit : on ajoute le double du troisième nombre avec le nombre qui est au-dessus et la somme qui est au-dessous, en ayant égard au rang des chiffres.

$$\begin{array}{r|l} 75 & 9747 = \text{triple carré de } 57. \\ 105 & \\ 59 & \\ \hline 8599 & \end{array}$$

Ainsi, dans l'exemple précédent, je double 49 et j'ajoute le résultat avec 105 et avec 8599, en disant : 2 fois 9=18+9=27, je pose 7 et retiens 2 ; 2 fois 4=8+2 de retenue=10+5=15+9 =24, je pose 4 et retiens 2 ; 2 de retenue+5=7, je pose 7 ; 1+ 8=9, je pose 9 ; et j'ai 9747 pour le triple carré de la racine 57.

En effet, la somme 8599 renfermant 75=3 fois le carré des dizaines, 105=3 fois le produit des dizaines par les unités, et 49=le carré des unités, si l'on ajoute à cette somme le nombre 105 et le double de 49, elle renfermera trois fois le carré des dizaines, six fois le produit des dizaines par les unités, et trois fois le carré des unités ; donc elle sera égale à trois fois le carré de 57.

504. On raisonnerait et on opérerait de même si le nombre proposé devait avoir plus de deux chiffres à la racine.

Le raisonnement est analogue à celui qu'on a vu pour l'extraction de la racine carrée.

Soit proposé d'extraire la racine cubique de 41314084993.

41314084993	3457		
14314	4)27	5)3468	7)357075
2010084	36	510	7245
250459993	16	25	49
0	3076	351925	35779999

La racine cubique demandée est 3457.

505. On reconnaît qu'un chiffre écrit à la racine est trop faible si le reste est au moins égal au triple carré de la racine plus le triple de cette même racine plus un ; car la différence entre les cubes et les deux nombres consécutifs est toujours égale à trois fois le carré du plus petit nombre, plus trois fois ce même nombre plus un.

506. Si à la fin de toutes les opérations, on ne trouve pas de reste, le nombre proposé est dit cube parfait et la racine exacte.

S'il y a un reste, le nombre n'est pas un cube parfait, et la racine trouvé n'est que la racine du plus grand cube contenu dans le nombre ; elle est exacte à moins d'une unité près.

Le cube de la racine trouvée ajouté avec le reste doit reproduire le nombre proposé ; ce qui peut servir de preuve de l'opération.

Dans ce cas il n'y a point de nombre qui, multiplié deux fois par lui-même, reproduise le nombre proposé ; mais on peut obtenir la racine avec tout le degré d'approximation qu'on voudra.

507. Règle. *Pour extraire par approximation la racine cubique d'un nombre entier qui n'est pas un cube parfait, on abaisse successivement à la droite des restes trois zéros autant de fois que l'on veut avoir de chiffres décimaux à la racine, et l'on continue par ce moyen l'opération d'après la règle.*

Démonstration. En effet, supposons qu'on veuille avoir la racine à moins d'un centième près, par exemple, on abaissera d'après la règle deux fois 3 zéros, ce qui revient à opérer comme si le nombre proposé avait été multiplié par 1000000, mais alors la racine trouvée serait 100 fois trop grande ; pour la rendre à sa juste valeur il faudrait la diviser par 100, c'est-à-dire séparer deux chiffres décimaux sur la droite de la racine.

508. Règle. *Pour extraire la racine cubique d'une fraction ordinaire, si le dénominateur est un cube parfait, on extrait la racine du numérateur, laquelle pourra n'être pas exacte, mais alors avec l'approximation qu'on voudra, ensuite on extrait la racine du dénominateur.*

Si le dénominateur n'est pas un cube parfait, on multiplie les deux termes par le carré du dénominateur, ce qui donne une fraction équivalente dont le dénominateur est un cube parfait, et sur laquelle on opère comme il vient d'être dit.

509. Règle. *Pour extraire la racine cubique d'un nombre décimal, on fait en sorte que le nombre proposé ait le triple du nombre de chiffres décimaux qu'on veut avoir à la racine, soit en y suppléant par des zéros, s'il y en a moins, soit en négligeant le surplus, s'il y en a davantage; puis on opère comme sur un nombre entier en ayant soin de séparer sur la droite de la racine le nombre de chiffres décimaux qu'on veut avoir.*

510. En étendant les raisonnements précédents à la formation des puissances des degrés supérieurs et à l'extraction des racines des indices supérieurs au troisième, on comprendra facilement la règle suivante :

Règle Générale. *Pour extraire une racine quelconque d'un nombre entier, on partage le nombre en tranches d'autant de chiffres qu'il y a d'unités dans l'indice de la racine, puis commençant par la gauche, on extrait la racine de la première tranche. On écrit le chiffre à la place indiquée par la racine et l'on soustrait de la première tranche à gauche la puissance de ce chiffre marquée par l'indice de la racine proposée.*

A la droite du reste, on abaisse la tranche suivante, et on sépare sur la droite un chiffre de moins qu'il y a d'unités dans l'indice de la racine; ensuite on divise la partie à gauche par un nombre formé de la puissance de la racine inférieure d'une unité, multiplié par l'indice de la racine.

On écrit à la racine le chiffre obtenu en quotient et l'on fait de toute la racine, la puissance marquée par l'indice, que l'on soustrait du nombre formé par les deux premières tranches employées.

A la droite du reste, on abaisse la tranche suivante, ce qui donne un nouveau nombre sur lequel on opère comme sur le précédent.

On continue ainsi cette série d'opérations jusqu'à ce qu'on ait abaissé successivement toutes les tranches.

La racine d'un nombre entier qui n'est point une puissance exacte ne peut être exprimée d'une manière finie par aucun nombre, ni fractionnaire, ni décimal. En effet, si l'on admettait pour un moment que cette racine fût égale à une expression fractionnaire qu'on peut toujours supposer réduite à sa plus simple expression, il faudrait que la puissance de cette fraction, du même degré que l'indice de la racine, reproduisît le nombre entier proposé. Ce qui est impossible, puisque les puissances de deux nombres premiers entre eux sont aussi des nombres premiers entre eux.

La racine d'un nombre entier qui n'est pas une puissance parfaite est dite *irrationnelle* ou *incommensurable*, c'est-à-dire qui n'a point de commune mesure avec l'unité, ni par conséquent avec un nombre entier ou fractionnaire.

PROPRIÉTÉS DES CARRÉS ET DES CUBES.

511. Les propriétés des nombres en général ont été données dans la première partie ; les suivantes appartiennent aux nombres *carrés* et *cubiques*.

1. Le produit de *deux* nombres *carrés*, ou plus, est un *carré* ; et le produit de *deux* nombres *cubiques*, ou plus est un *cube*. Ainsi, $2^2 \times 3^2 = 36$, carré de 6 ; et $2^3 \times 3^3 = 216$, cube de 6.
2. Si un nombre *carré* est divisé par un carré le *quotient* sera un carré. Ainsi $144 : 9 = 16$, carré de 4.
3. Si un nombre carré est *multiplié* ou *divisé* par un nombre qui n'est pas carré, ni le *produit* ni le *quotient* sont carrés.
4. Si l'on *double* le nombre de fois qu'un nombre est pris comme facteur, le *résultat* ne sera pas le *double* du *produit*, mais son carré. Ainsi $4 \times 4 = 16$, et $4 \times 4 \times 4 \times 4 = 256$, et non pas 32.
5. Le produit de *deux différents nombres* premiers ne peut pas être un carré.
6. Le carré et le cube d'un nombre *pair*, sont pairs ; et le carré et le cube d'un nombre *impair*, sont *impairs*. D'où.
7. La *racine carrée* ou *cubique* d'un nombre *impair*, est *impaire*.
8. Tout nombre carré est nécessairement *terminé* par un des

chiffres suivants, 1, 4, 5, 6, 9 ; ou par un nombre *pair* de zéros précédés de l'un de ces chiffres ; mais aucun nombre *carré* peut être terminé par 2, 3, 7, ou 8 ; tandis qu'un nombre cube peut être terminé par n'importe lequel des dix chiffres.

9. Un nombre qui est terminé par 5, aura toutes ses puissances terminées aussi par 5 ; de même un nombre terminé par 6 toutes ses puissances seront aussi terminées par 6.

10. Tout nombre carré est *divisible* par 3, et aussi par 4, ou le devient si on le *diminue d'une unité.* Ainsi, 4, 9, 16, 25, etc., sont tous divisibles par 3 et par 4, ou le deviennent étant diminués de 1.

11. Tout nombre carré est *divisible* par 5, ou le devient, s'il est augmenté ou *diminué* d'une unité. Ainsi, $36-1$, et $49+1$, sont divisibles par 5.

12. Tout carré *pair* est divisible par 4 ; un carré *impair* étant divisé par 4, donne 1 pour reste, et étant diminué de 1 il est divisible par 8.

13. Tout nombre est un *carré*, ou peut être divisé en *deux* ou *trois*, ou *quatre* carrés. Ainsi 30 est égal à $25+4+1$; $33=16+16+1$; $63=49+9+4+1$.

14. Le produit de la *somme* de deux nombres par leur *différence* est égal à la *différence* de leurs *carrés.* Ainsi, $(8+5)\times(8-5)=39$; aussi $8^2-5^2=39$.

15. Si deux nombres sont tels que la *somme* de leurs *carrés forme* un *carré*, le produit de ces deux nombres est divisible par 6. Ainsi 15 et 20, dont la somme des carrés, $225+400=625$ qui est un carré, leur produit 300, est divisible par 6. D'où.

16. Pour trouver deux nombres dont la *somme* des *carrés* fasse un *carré. Prenez deux nombres quelconques, multipliez les l'un par l'autre ; le double de leur produit sera l'un des deux nombres cherchés, et la différence de leurs carrés sera l'autre.* Soit par exemple 3 et 5 ; le double de leur produit est 30 ; la différence de leurs carrés est 16 ; et $30^2+16^2=1156$, carré de 34.

17. Quand deux nombres sont tels, que la *différence* de leurs carrés est un *carré ;* la *somme* et la *différence* de ces deux nombres sont des carrés, ou le double d'un carré; Ainsi, 8 et 10 dont la différence des carrés est 36 ; leur somme 18 est le double de 9 qui est un carré, et leur différence 2, est double de 1 qui est aussi un carré.

18. Lorsque la *différence* entre deux nombres est 2, leur produit étant augmenté de 1 donne le carré du nombre intermédiaire.

19. La *somme* ou la *différence* de deux nombres, divise la *différence* de leurs carrés.

20. La *somme* de deux nombres, dont la différence est 1, est égale à la *différence* de leurs carrés.

21. La *somme* de deux nombres divise la *somme* de leurs *cubes ;* et leur *différence* divise la *différence* de leurs cubes.

22. Si un carré *divise* un autre carré, ou un cube, la *racine divisera* la racine.

23. Si un nombre est *premier* avec un autre, son carré, cube, etc., sera aussi premier.

24. La différence entre un *cube entier* et sa racine, est toujours divisible par 6.

25. Si une série de nombres commençant par l'unité, sont en proportion géométrique continue, les 3^{me} 5^{me} 7^{me}, etc., seront des carrés ; les 4^{me}, 7^{me}, 10^{me}, etc., seront des cubes ; et le 7^{me} sera à la fois un carré et un cube. Ainsi, dans la série, 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, etc., les 3^{me}, 5^{me} et 7^{me} termes sont des carrés ; le 4^{me} et 7^{me} sont des cubes ; et le 7^{me} est en même temps un carré et un cube.

512. La règle donnée ci-devant (N°· 500) pour extraire la racine cubique peut très-bien être remplacée par la suivante : 1°· *Placez sur une ligne horizontale, et à une petite distance, deux zéros et le nombre donné ; ce qui formera le commencement de trois colonnes.* 2°· *Commençant par les unités ; partagez le nombre en tranches ; de trois chiffres.* 3°· *Pour le premier chiffre de la racine, prenez la racine du plus grand cube contenu dans la première tranche à gauche.* 4°· *Placez ce chiffre dans la première colonne, et, ayant ajouté ce qu'il y a au-dessus multipliez la somme par ce même chiffre, et écrivez le produit dans la seconde colonne.* 5°. *Additionnez de la même manière dans la seconde colonne, et multipliez la somme par le même chiffre, puis écrivez le produit dans la troisième colonne, et retranchez le du nombre qui est au-dessus.* 6°· *Répétez la même opération dans la première et la seconde colonne ; c'est-à-dire, ajoutez encore le premier chiffre de la racine à la première colonne, multipliez par ce chiffre le total obtenu et portez le produit dans la seconde colonne, puis addition-*

nez ; ajoutez encore une fois le premier chiffre de la racine au total de la première colonne. 7°. *Ecrivez un zéro à droite du nombre de la première colonne deux à celui de la seconde colonne, et à celui de la troisième écrivez y la tranche suivante du nombre donné, ou, s'il ne reste plus de chiffre, écrivez trois zéros.* 8°. *Pour trouver le chiffre suivant de la racine, divisez le nombre de la troisième colonne par celui de la seconde.* 9°. *Mettez ce chiffre dans la première colonne et opérez comme il est indiqué ci-dessus* (4°, 5°, *et* 6°) *puis ajoutez un zéro, etc., comme il est dit,* 7°. *et continuez exactement comme ci-dessus jusqu'à ce qu'il ne reste plus rien ; ou que la racine soit au degré d'approximation voulu.*

1723. Soit proposé de trouver la racine troisième de 961504803.

Opération. Le plus grand cube contenu dans la première tranche ; 961, est évidemment 729 dont la racine est 9, premier chiffre de la racine requise. Je le place sous le premier zéro, et additionnant; j'obtiens 9, dont le produit par lui-même est écrit sous le second zéro ; additionnant, je multiplie la somme 81 par 9 ; et le produit 729 est écrit sous la première tranche, 961, de laquelle il est retranché ; et au reste 232 j'écris la tranche suivante. Puis recommençant à la première colonne, j'ajoute 9, et multipliant la somme 18, par 9, j'écris le produit 162 dans la seconde colonne, et l'additionnant avec le nombre qui est au dessus ; j'obtiens 243 j'ajoute ensuite 9 à la première colonne, et j'écris un zéro à droite du total 27, et deux à droite du total 243 de la se-

0	0	961.504.803	987
9	81	729	
—	—	—	
9	81	232504	
9	162	212192	
—	—	—	
18	24300	20312803	
9	2224	20312803	
—	—	—	
270	26524	....	
8	2288		
—	—		
278	2881200		
8	20629		
—	—		
286	2901829		
8			
—			
2940			
7			
—			
2947			

conde colonne, ce qui termine la préparation pour trouver le second chiffre de la racine.

Pour trouver le second chiffre de la racine il faut diviser le nombre de la troisième colonne par celui de la seconde. Le quotient paraîtrait devoir être 9; mais après l'avoir essayé je vois que c'est 8; je l'ajoute à la première colonne, et je multiplie la somme 278 par 8; j'écris le produit 2224 dans la seconde colonne, et l'additionnant avec le nombre qui est au-dessus, j'obtiens 26524, dont le produit par 8 est soustrait de la troisième colonne, et à droite du reste 20312 j'écris la troisième tranche 803, j'ajoute ensuite 8 à la première colonne je multiplie la somme 286 par 8, et j'écris le produit 2288 dans la seconde colonne, que j'additionne avec le nombre qui est au-dessus; puis j'écris deux zéros à droite de la somme 28812; enfin ajoutant 8 à la première colonne et écrivant un zéro à droit du total 294, je complète la préparation pour trouver le troisième chiffre de la racine.

Pour trouver le troisième chiffre de la racine; je divise, comme ci-dessus, le nombre de la troisième colonne par celui de la seconde, j'obtiens ainsi 7 que j'ajoute à la première colonne; je multiplie la somme 2947 par 7; j'ajoute le produit 20629 à la seconde colonne, et le total 2901829 étant multiplié par 7, j'écris le produit 20312803 dans la troisième colonne, et comme il est égal au nombre qui s'y trouve, la soustraction ne donne pas de reste, et la racine exacte est 987.

513. Quelle est la racine cubique de 78384.8 à moins d'un millionième?

Opération. Après avoir obtenu les trois premiers chiffres: comme dans l'opération précédente, les nombres des trois colonnes sont 1281, 546987, et 530317. Pour employer la méthode d'abréviation je supprime un chiffre dans la seconde colonne; et deux dans la première; pour l'indiquer, je mets un point au-dessous, et

0	0	78,384,800	42,796734
4	16	64	
—	—	——	
4	16	14384	
4	32	10088	
—	—	——	
8	4800	4296800	
4	244	3766483	
—	——	——	
120	5044	530317	
2	248	493326	

je divise 530317 par	—	—	—
54698 et j'obtiens 9	122	529200	36991
pour le chiffre sui-	2	8869	32958
vant de la racine.	—	—	—
Je multiplie 12, par-	124	538069	4033
tie de la première	2	8918	3845
colonne qui n'est	—	—	—
pas supprimée, par	1260	546987	188
9, et au produit, 108	7	115	165
j'ajoute 7 qu'il au-	—	—	—
rait fallu retenir du	1267	54814	23
produit de 9 par 8	7	115	22
qui est le premier	—	—	—
chiffre du nombre	1274	54929	1
supprimé, et j'ajou-	7		
te la somme 115 à la	—		
seconde colonne et	1281		
ajoutant 1 du chiffre			

7 à droite supprimé dans cette colonne j'obtiens 54814, dont le produit par 9 est soustrait de la troisième ; ce qui donne 36991 pour reste. J'ajoute de nouveau 115 dans la seconde colonne, ce qui aurait fallu faire si l'on n'avait pas abrégé. Ensuite, supprimant un chiffre dans la seconde colonne, et deux dans la première ce qui la réduit à rien, et le reste de l'opération n'est plus qu'une division de décimales par abréviation (N° 472). La réponse est 42.796734; elle est exacte dans toute son étendue, excepté le dernier chiffre qui devrait-être 3 au lieu de 4 ; si l'abréviation n'avait pas commencé après le troisième chiffre, la racine aurait été plus rigoureusement exacte; et si on avait voulu une racine avec une décimale exacte de plus ; au lieu de faire comme ci-dessus il aurait fallu ajouter un zéro à droite de la troisième colonne, ne rien changer à la seconde, et supprimer seulement un chiffre à la première, pour deux chiffres de plus il aurait fallu écrire deux zéros à droite de la troisième colonne, un à la seconde et ne rien changer à la première. Dans l'un et l'autre cas l'opération se fait comme ci-dessus.

514. Par une extension des principes précédents on peut extraire une racine quelconque. Il faut diviser le nombre donné en tranches composées d'autant de chiffres que l'indique l'ordre de la racine que l'on veut avoir ; on emploie autant de colonne qu'il y a de chiffres dans les tranches, commençant chacune par un zéro et la dernière par le nombre donné. L'opération se fait ensuite exactement comme pour la racine cubique ; et s'il y a un reste on emploie avec avantage la méthode d'abréviation pour avoir les décimales.

1724. Quelle est la racine cinquième de 95.181818?

0	0	0	0	95.18182	2.4872061
2	4	8	16	32	
2	4	8	16	6318182	
2	8	24	64	4762624	
4	12	32	800000	1555558	
2	12	48	390656	1418496	
6	24	80000	1190656	137062	
2	16	17664	468224	133119	
8	4000	97664	1658880	3943	
2	416	19392	11424·	3825	
100	4416	117056	177312	118	
4	432	21184	11792	115	
104	4848	138240	189104	3	
4	448	46·	106·		
108	5296	1428	19017		
4	464	46	106		
112	005760	1474	19123		
4	· ·	46	····		
116		1520			
4		· ·			
0120					

Dans cet exemple la racine étant du cinquième ordre on a cinq colonnes, les quatre premières commençant par un zéro et la cinquième par le nombre donné. On n'a pris que cinq chiffres décimaux, ce nombre étant suffisant pour former la tranche requise pour l'extraction de la racine cinquième ; mais on a écrit 2 pour le dernier chiffre au lieu de 1 à cause de 8 qui suit et qu'on néglige. Le chiffre de la racine est 2 dont la cinquième puissance est 32 ; le chiffre 3 serait trop grand car sa cinquième puissance est 243, bien plus grand que 95.

Maintenant en opérant exactement comme pour la racine cubique, on trouve, que, en écrivant un zéro à droite du nombre de la première colonne ; deux à celui de la deuxième ; trois à celui de la troisième ; quatre à celui de la quatrième ; et écrivant la tranche de cinq chiffres à droite de celui de la cinquième ; les nombres des diverses colonnes qui doivent servir à trouver le second chiffre sont 100, 4000, 80000, et 6318182. L'on trouve ainsi 4 pour le second chiffre, et après les calculs ordinaires, les nombres dans les diverses colonnes qui doivent servir à trouver le troisième chiffre, deviennent 120, 5760, 138240, 1658880 et 1555558. Alors commençant l'abréviation, on supprime un chiffre dans la quatrième colonne, deux dans la troisième, trois dans la seconde et quatre dans la première ce qui la réduit à rien. Le reste de l'opération ne présente aucune difficulté, la voie à suivre étant toute tracée.

QUESTIONNAIRE.

Qu'est-ce que le cube d'un nombre ? (493).

Comment forme-t-on le cube d'un nombre entier ? (494).

De quoi se compose le cube d'un nombre composé de dizaines et d'unités ? (496).

Comment forme-t-on le cube d'une fraction ordinaire ?(497).

Comment forme-t-on le cube d'un nombre décimal ? (498)

Qu'appelle-t-on racine cubique d'un nombre ? (499).

Quelle est la règle pour extraire la racine cubique d'un nombre entier? (500, 512).

Comment peut-on reconnaître d'avance combien de chiffres aura la racine ? (500).

Comment peut-on s'assurer si le chiffre qu'on veut écrire à la racine ne sera ni trop fort ni trop faible ? (502, 505).

Qu'entend-on par un nombre cube parfait ? (506).

Comment peut-on extraire la racine cubique d'un nombre entier à tel degré d'approximation qu'on voudra ? (507, 513.)

Comment fait-on pour extraire la racine cubique d'une fraction ? (508).

Comment fait-on pour extraire la racine cubique d'un nombre décimal ? (509).

Comment extraire une racine quelconque d'un nombre entier? (510, 514.)

Extraire la racine cubique des nombres suivants.

1725.	3375.	Rép.	15.
1726.	2146689.	Rép.	129.
1727.	10972645048.	Rép.	2222.
1728.	2468593037000.	Rép.	13330.
1729.	43.614208.	Rép.	3.52.
1730.	1.939096223.	Rép.	1.247.
1731.	52313.624000.	Rép.	37.40.
1732.	0.80677568161.	Rép.	0.4321.
1733.	1234567.	Rép.	107.276572.
1734.	$\frac{4}{15}$.	Rép.	0.64365958974.
1735.	$\frac{8}{9}$.	Rép.	0.9614997135.
1736.	376.	Rép.	7.217652.

PROBLÈMES SUR LES CUBES ET LA RACINE CUBIQUE.

1737. Quel est le nombre dont la racine cubique diminuée de 3 est égale à 24? Rép. 19683.

1738. On a acheté 25 caisses renfermant chacune autant d'objets qui coûtent chacun autant de cents qu'il y a de caisses: quel est le prix total de ces objet? Rép. $156.25c.

1739. Quel est le nombre dont la moitié, le tiers et le quart multipliés ensemble, donnent pour produit 9 ? Rép. 6.

1740. Trouvez un nombre dont le tiers multiplié par son carré donne pour produit 1944 ? Rép. 18.

1741. On sait qu'un nombre est tel que si l'on divise sa quatrième puissance par sa huitième partie, l'excès de ce quotient sur 2000 est 197 ; quel est ce nombre ? Rép. $6\frac{1}{2}$.

1742. On a acheté pour $164.64c. des oranges renfermées dans un certain nombre de caisses dont chacune contient trois fois autant d'oranges qu'il y a de caisses ; chaque orange coûte deux fois autant de cents qu'il y a de caisses. Combien de caisses et d'oranges ? Rép. 14 caisses, 588 oranges.

1743. En divisant le cube d'un certain nombre par les $\frac{2}{3}$ du carré du même nombre, on a $13\frac{1}{2}$ au quotient. Quel est ce nombre ? Rép. 9.

1744. Un réservoir contient 99840 pieds cubes d'eau. Sa longueur est à sa largeur comme 13 à 5, et sa profondeur comme 13 à 3. Quelles sont les dimensions de ce réservoir ?

Rép. 104 pieds long., 40 p. larg., et 24 p. prof.

1745. Le cube d'un nombre est 575100098496, et en supprimant à sa racine le chiffre des mille et celui des unités, il reste 31. Quelle est cette racine ? Rép. 8316.

1746. Un nombre est tel qu'en multipliant son carré par la neuvième partie de ce même carré, on obtient 1029 fois ce nombre. Quel est-il ? Rép. 21.

1747. Un nombre est composé de trois chiffres, dont la somme est 18, et en le multipliant par son carré le produit est 796597983. Quel est ce nombre ? Rép. 927.

1748. Trois nombres ont entre eux le rapport 3, 7 et 11, et leur produit est 118272. Quels sont-ils ? Rép. 24, 56 et 88.

1749. Cinq nombres sont entre eux comme 5, 7, 8, 11 et 13, et leur produit est 672952280. Quels sont ces nombres ?
Rép. 35, 49, 56, 77 et 91.

1750. Des négociants ont fait une société pour laquelle chacun a mis 1000 fois autant de dollars qu'ils sont d'associés; cette affaire leur ayant rapporté $2500, il se trouve qu'ils ont gagné précisément la moitié autant pour cent qu'ils sont d'associés. Combien sont-ils d'associés ? Rép. 8.

1751. A combien s'élève un capital de $30000 placé à intérêts composés, au bout de 3 ans, au taux de 5 pour cent ?
Rép. $34928.25c.

1752. Partager le nombre 130 en deux parties dont la somme des cubes soit 637000 ? Rép. 80 et 50.

1753. Un capital de $10000 placé à intérêts composés, s'est élevé au bout de 3 ans à $11576 25c.; à quel taux était-il placé ? Rép. 5 pour cent.

1754. Trouvez trois nombres tels que si l'on multiplie, 1°. le carré du premier par le deuxième, le résultat soit 112 ; 2°. le carré du deuxième par le troisième, 588 ; 3°. le carré du troisième par le premier, 576 ? Rép. 4, [illegible] t 12.

PROGRESSIONS.

515. On appelle en général *progression* une suite de nombres tels que le rapport de deux termes consécutifs est constamment le même.

Il y a deux sortes de progressions, comme il y a deux sortes de rapports, la progression par différence et la progression par quotient.

On les nomme aussi progression arithmétique et progression géométrique ; mais ces démonstrations sont surrannées et peu exactes comme celles de proportion arithmétique et proportion géométrique pour désigner les proportions par différence et par quotient.

Le rapport constant d'un terme à celui qui le suit se nomme la raison de la progression.

1°. PROGRESSIONS PAR DIFFÉRENCE.

516. Une *progression par différence* est une suite de nombres tels que chacun surpasse celui qui le précède, ou en est surpassé, d'un nombre constant, qui est la raison de la progression.

Les suites des nombres suivants :

÷3.5.7.9.11........ ÷28.24.20.16........

forment deux progressions par différence : la première est dite croissante, parce que les termes vont en augmentant et la raison constante est 2, la deuxième est dite décroissante, parce que les termes vont en diminuant, et la raison est 4.

La manière d'exprimer la progression est motivée par la définition même de la progression. En effet, trois termes consécutifs quelconques forment une progression par différence continue.

On énonce la progression en disant : 3 est à 5 comme 5 est à 7, comme 7 est à 9, et ainsi de suite, ou plus simplement, en disant : soit la progression 3, 5, 7, etc.

517. Règle. *Un terme de rang quelconque d'une progression par différence, s'obtient en ajoutant au premier terme ; ou en retranchant du premier terme autant de fois la raison qu'il y a de termes avant lui selon que la progression est croissante ou décroissante.*

Démonstration. Soit proposé de déterminer le 15^{me} terme de la progression croissante : ÷3.8.13.18.......

Puisque, d'après la définition, chacun des termes surpasse celui qui le précède de la raison qui est ici 5, le 2^{me} terme sera égale au 1er. augmenté de 5, le 3^{me} sera égal au 2^{me} augmenté de 5, et par conséquent égal au 1er. augmenté de 2 fois 5, le 4^{me} sera égal au 3^{me} augmenté de 5, et parconséquent au premier, augmenté de 3 fois 5, et ainsi de suite, jusqu'au 15^{me} terme qui sera égal au 1er augmenté de 14 fois 5$=3+5\times4=73$.

Soit proposé de déterminer le 28^{me} terme de la progression décroissante : ÷625.621.617.613......

D'après la définition, on a le 2^{me} terme égal au premier diminué de la raison qui est ici 4 ; le 3^{me} égal au 2^{me} diminué de 4 et par conséquent égal au 1^{er} diminué de deux fois quatre ; le 4^{me} égal au 3^{me} diminué de 4 et par conséquent égal au premier diminué de 3 fois 4 et ainsi de suite, jusqu'au 28^{me} terme qui sera égal au premier diminué de 27 fois $4=625-4\times27=517$.

Cette règle dispense comme on le voit, d'écrire tous les nombres intermédiaires jusqu'au nombre cherché.

518. Règle. *Pour déterminer le premier terme d'une progression par différence dont on connaît le dernier terme le nombre des termes et la raison, on soustrait du dernier terme ou on lui ajoute, selon que la progression est croissante ou décroissante, autant de fois la raison qu'il y a de termes avant le dernier.*

519. Règle. *Pour déterminer la raison d'une progression par différence dont on connaît le premier terme et le dernier, ainsi que le nombre des termes, on divise la différence des deux termes par le nombre des termes diminué de* 1.

Ce qui donne le moyen de déterminer tous les termes intermédiaires.

520. Propriété fondamentale. Dans toutes progressions par différence la somme de deux termes à égale distance des extrêmes est constante et égale par conséquent à la somme du premier terme et du dernier.

Démonstration. En effet, soit une progression quelconque,

÷3.7.11.15.19.23.27.31.35.

Le 2^{me} terme est égal au 1^{er}, 3, augmenté de la raison 4 ; mais l'avant dernier 31 est égal au dernier 35, diminué de la raison 4 ; donc le 2^{me}+l'avant—dernier$=3+4+35-4=3+35$. Pareillement.

$$11+27=7+31 \text{ et par conséquent}=3+35$$
$$15+23=11+27 \text{ et par conséquent}=3+35.$$

et ainsi de suite.

521. Règle. *Pour trouver la somme de tous les termes d'une progression par différence dont on connaît le premier terme, le dernier et le nombre de termes, on multiplie la somme du premier et du dernier terme par le nombre de termes, et l'on prend la moitié du produit.*

Démonstration. Soit la progression.

$$\div 3.7.11.15.19.23.27.31.35$$

J'en renverse l'ordre des termes, ce qui donne la même progression, mais décroissante, que j'écris terme pour terme sous la première

$$\div 35.31.27.23.19.15.11.7.3$$

Maintenant si je fais la somme de ces deux progressions terme à terme, toutes les sommes partielles (3+35), (7+31), etc., seront égales entre elles et à (3+35), d'après la propriété fondamentale, et il y aura autant de ces sommes partielles qu'il y a de termes dans la progression, c'est-à-dire 9. La somme totale des deux progressions sera donc (3+35) 9 ; mais ces deux progressions sont composées des mêmes nombres, par conséquent leur somme est égale au double de la somme des termes d'une seule, de la progression proposée ; donc la somme des termes de la progression sera égale à

$$\frac{(3+35)9}{2}=\frac{38\times9}{2}=19\times9=171.$$

Cette règle dispense, comme on le voit, d'écrire tous les termes de la progression et d'en faire l'addition, ce qui serait très-long.

522. Si l'on ne connaissait que le premier terme, la raison et le nombre de termes, il faudrait commencer par calculer le dernier terme, et ensuite on trouverait la somme d'après la règle précédente.

QUESTIONNAIRE.

Qu'est-ce qu'une progression ? (515)

Combien y a-t-il de sortes de progressions ? (515)

Qu'est-ce que la raison d'une progression ? (515)

Qu'est-ce qu'une progression par différence ? (516)

Comment s'écrit une progression par différence ? (516)

Pourquoi l'écrit - on ainsi ? (516)

Comment trouve-t-on un terme de rang quelconque d'une progression par différence ? (517)

Comment trouve-t-on le premier terme d'une progression par différence dont on connaît le nombre de termes, le dernier terme et la raison ? (518)

Qu'elle est la règle pour trouver la raison d'une progression par différence dont on connaît le premier, le dernier et le nombre de termes ? (519)

Qu'elle est la propriété fondamentale des progression par différence ? (520)

Comment trouve-t-on la somme de tous les termes d'une progression par différence dont on connaît le premier, le dernier et le nombre de termes ? (521)

Ou seulement le premier, la raison et le nombre de termes. (522)

PROBLÈMES SUR LES PROGRESSIONS ARITHMÉTIQUES.

1755. On demande le 18^{me} terme d'une progression arithmétique dont le 1er est 4, et la raison 5 ? R. 89.

1756. Une dame charitable a donné tous les jours de l'année l'aumône à un pauvre ; le premier jour elle lui donne 10 sous, le second 25 : en augmentant ainsi de 15 sous : combien lui donna-t-elle le dernier jour ? R. £22 15s. 10d.

1757. Un particulier voulant favoriser un jeune homme, lui donna le 1er jour de l'an 10c. ; on ne dit pas combien il lui donna les autres jours, mais on sait que le don du dernier jour montait à $12. 96c. ; combien le jeune homme a-t-il reçu en tout ? R. $2383.45c.

1758. Un particulier doit une certaine somme, et il convient de s'acquitter en 15 mois, en payant $12 le premier mois, $15 le deuxième, et ainsi de suite jusqu'au quinzième mois. De combien sera son dernier paiement ? R. $54.

1759. Quelqu'un a payé une somme qu'il devait, en 15 paiements qu'il a augmentés successivement d'une même somme : le 1er paiement a été de $12, et le dernier de $54. De combien chaque paiement a-t-il été augmenté ? R. $3.

1760. Quelqu'un s'est acquitté d'une dette en 15 paiements de mois en mois : chaque mois il a augmenté de $3, et son dernier paiement a été de $54. De combien a été le premier paiement ? R. $12.

1761. Un particulier s'est acquitté d'une certaine somme en plusieurs paiements, de mois en mois ; le premier paiement a été de $12, le 2^{me} de $15, et ainsi de suite jusqu'au dernier qui a été de $54. Combien a-t-il été de mois pour payer ? R. 14 mois.

1762. Quelqu'un s'est acquitté de £495 en un certain nombre de paiements qui ont successivement augmenté de £3 : le premier paiement a été de £12. A combien monte le dernier paiement, et quel a été leur nombre ? R. £54 et 15 paiements.

1763. A combien monterait, après 7 ans, le produit d'un annuité de $250 qui aurait dû être payée tous les 6 mois. L'intérêt simple est calculé à 6 pour cent? R. $2091. 25c.

1764. La différence d'une progression de 18 termes est $\frac{3}{4}$ et sa somme est 204 $\frac{3}{4}$: quelle est cette progression ?

R. Le 1er terme 5, etc.

1765. Deux courriers partent de la même ville à la même heure. Le premier fera 12 lieues par jour, le second n'en fera que 5 le premier jour, 7 le deuxième, 9 le troisième, et ainsi de suite, en augmentant de deux lieues par jour. On demande après combien de jours il rattrapera le premier? R. 8 jours

1766. Deux ouvriers ont travaillé ensemble pendant 16 jours ; le 1er a gagné chaque jour une somme égale, tandis que l'autre qui a travaillé un jour de moins que lui, a gagné 50 cents le premier jour, $1 le deuxième, $1. 50c. le troisième, son gain augmentant chaque jour de 50c. il arrive que le deuxième n'a reçu que les $\frac{3}{4}$ de ce qu'a reçu le premier. Combien le 1er a-t-il gagné par jour? R. $5.

1767. 16 nombres forment une progression dont la somme est 320 ; le premier terme est au dernier comme 1 à 7. Quels sont ces nombres ? R. 5, 7, 9, etc. 35 dernier.

1768. Deux personnes viennent au devant l'une de l'autre ; l'une d'elles fait 10 lieues par jour, et l'autre en fait 5 le premier jour, et chaque jour elle augmente sa marche d'une lieue. Au moment de la rencontre, elles ont fait autant de lieues l'une que l'autre, on demande combien elles ont fait de journées de marche, et la distance qui sépare les deux points de départ.

R. 11 jours, 220 lieues

1769. Une personne économise une première année $900, chaque année elle augmente son bien de $600. Après combien d'années sera-t-elle deux fois aussi riche qu'une autre qui économise $1800 par an ? R. 10 ans.

1770. Une personne jouit d'une rente annuelle de $1000 qu'elle économise et fait valoir à intérêt simple de 5 pour cent. Une autre personne jouit d'une rente de $900, qu'elle économise aussi et qu'elle fait valoir à l'intérêt simple de 6 pour cent. Après combien d'années les deux produits seront-ils égaux ?

R. 15 ans.

2 PROGRESSIONS PAR QUOTIENT.

523. Une *progression par quotient* est une suite de termes tels que chacun est égal à celui qui le précède multiplié par un nombre constant, qui est la raison de la progression.

La progression est *croissante* ou *décroissante*, selon que la raison est plus grande ou plus petite que 1.

Les suites des nombres :

$$\div 2:6:18:54\ldots\ldots$$

$$\div 1296:354:81,\ 20\tfrac{1}{4}:5\tfrac{1}{16}\ldots\ldots$$

forment deux progressions, dont la première, est croissante, car la raison $\frac{6}{2}=3$ est plus grande que 1, et la seconde décroissante puisque la raison $\frac{324}{1296}=\frac{1}{4}$ est plus petite que 1.

On énonce les progressions par quotient de la même manière que les progressions par différence, (N° 516) ; et leur notation vient de ce que, d'après la définition même des progressions par quotient, trois termes consécutifs d'une suite semblable forment toujours une proportion continue par quotient, (N°. 368.)

524. Règle. *Un terme de rang quelconque d'une progression par quotient s'obtient en multipliant le premier terme par la raison élevée à une puissance marquée par le nombre de termes qui le précèdent.*

Démonstration. En effet, soit proposé de déterminer le 10^me terme de la progression $\div 3:6:12:24\ldots$ D'après la définition

$$6=\ 3\times 2$$
$$12=\ 6\times 2=3\times 2\times 2\times 2^2$$
$$24=12\times 2=3\times 2\times 2\times 3\times 2^3$$

et par conséquent le 10^me terme $=3\times 2^9=3\times 512=1536$.

On tire de la facilement les règles suivantes :

525. Règle. *Pour déterminer le premier terme d'une progression par quotient dont on connaît le dernier terme, le nombre de termes et la raison, on divise ce dernier terme par la raison élevée à une puissance marquée par le nombre de termes qui le précèdent.*

526. Règle. *Pour déterminer la raison d'une progression par quotient dont on connaît le premier et le dernier terme, ainsi que le nombre des termes, on divise le dernier par le premier terme, et l'on extrait du quotient une racine d'un degré marqué par le nombre de termes diminué de 1.*

Ce qui permet d'insérer un nombre donné de moyens proportionnels entre deux nombres.

527. PROPRIÉTÉ FONDAMENTALE. Dans toute progression par quotient, le produit de deux termes à égale distance des extrêmes est constant, et égal par conséquent au produit du premier par le dernier.

DÉMONSTRATION. En effet, soit encore la progression

$$\div\!\div 3:6:12:24:48:96:192$$

Le 2^{me} terme	$6=3\times 2$;
l'avant-dernier	$96=192\times\frac{1}{2}$
donc	$6\times 96=3\times 192\times 2\times\frac{1}{2}=3\times 192$
de même	$12\times 48=6\times 96$;
et par conséquent	3×192 et ainsi de suite.

528. RÈGLE. *Pour trouver le produit de tous les termes d'une progression par quotient, on multiplie entre eux les deux extrêmes, on élève ce produit à une puissance marquée par le nombre de termes, et l'on extrait la racine carrée du résultat.*

DÉMONSTRATION. En effet soit la progression

$$\div\!\div 3:6:12:24:48:96:192$$

J'écris la même progression, en renversant l'ordre des termes

$$\div\!\div 192:96:48:24:12:6:3.$$

Maintenant, si je fais le produit de ces deux progressions terme à terme, tous les produits partiels (3×192), (6×96), etc., seront égaux entre eux et à (3×192), d'après la propriété fondamentale, et il y aura autant de ces produits qu'il y a de termes dans la progression, c'est-à-dire 7 ; le produit de tous ces produits partiels sera donc égal à $(3\times 192)^7$; mais ces deux progressions sont composées des mêmes nombres, par conséquent leur produit est égal au carré du produit de tous les termes de chacune d'elles ; de la progression proposée ; donc le produit de tous les termes de la progression sera

$$\sqrt{(3\times 192)^7}.$$

529. RÈGLE. *Pour trouver la somme de tous les termes d'une progression croissante par quotient, on multiplie le dernier terme par la raison, on retranche du produit le premier terme, et l'on divise le reste par la raison diminuée de* 1.

DÉMONSTRATION. Soit, en effet, la progression par quotient

$$\div\!\div 2:6:18:54:162:486,$$

dont la somme sera $2+6+18+54+162+486$.

Je multiplie tous les termes par la raison qui est trois, et observant que le produit de chaque terme par la raison est égal au terme suivant, j'aurai pour résultat

$$6+18+54+162+486+486\times3$$

qui représente le triple de la somme de la progression ; retranchant ces deux sommes l'une de l'autre, et ayant égard aux termes qui disparaissent, j'aurai

$$(486\times3)-2,$$

qui ne représentera plus que le double de la somme, c'est-à-dire la somme multipliée par (3—1).

Connaissant un produit et un des facteurs, j'obtiendrai pour la somme demandée :

$$\frac{(486\times3)-2}{3-1}=\frac{1456}{2}=728.$$

530. Si l'on ne connaissait que le premier terme, la raison et le nombre de termes, il faudrait commencer par calculer le dernier terme, et l'on trouverait ensuite la somme d'après la règle précédente.

531. Si la progression était décroissante, on soustrairait du premier terme le produit du dernier multiplié par la raison, et l'on diviserait le reste par la différence entre l'unité et la raison, qui, dans ce cas, est plus petite que 1.

Exemple. Soit la progression par quotient décroisante

$$\div\!\!\div 16:8:4:2:1:\tfrac{1}{2}:\tfrac{1}{4}:\tfrac{1}{8}\ldots\ldots$$

Si l'on demandait la somme des neuf premiers termes, on trouverait d'abord que le neuvième terme est $\frac{1}{16}$ et par conséquent la somme demandée serait

$$\frac{16-\frac{1}{32}}{1-\frac{1}{2}}=\frac{\frac{512-1}{32}}{\frac{1}{2}}=\frac{511}{32}\times2=\frac{511}{16}=31\tfrac{15}{16}.$$

532. Remarque. Lorsqu'il s'agit de trouver la somme des termes d'une progression par quotient, si la progression est croissante, la somme est de plus en plus grande à mesure que le nombre des termes augmente ; mais cela n'a plus lieu quand il s'agit d'une progression décroissante. En effet, plus on avance dans la serie, plus les nombres sont petits au point que, lorsque le nombre des termes est très-grand, le dernier terme que l'on considère est extrêmement petit, et comme il doit être encore multiplié par la raison qui est plus petite que 1, le produit sera plus petit encore, et pourra être négligé à l'égard du premier terme, dont il fallait le soustraire.

La somme dans ce cas, s'obtient donc en divisant le premier terme par l'excès de l'unité sur la raison, c'est la limite que ne peut jamais dépasser la somme de tous les termes d'une progression par quotient, quel que soit le nombre de termes que l'on prenne.

533. Règle. *La limite de la somme de tous les termes d'une progression par quotient décroissante à l'infini, s'obtient en divisant le premier terme par l'excès de l'unité sur la raison.*

Ainsi la limite de la somme de tous les termes de chacune des progressions suiva[illegible] décroissante à l'infini :

$$\div 1 : \tfrac{1}{2} : \tfrac{1}{4} : \tfrac{1}{8} \ldots\ldots\ldots\ldots \text{etc} ;$$

$$\div 1 : \tfrac{1}{3} : \tfrac{1}{9} : \tfrac{1}{27} \ldots\ldots\ldots\ldots ;$$

est pour la première $\dfrac{1}{1-\frac{1}{3}} = \dfrac{1}{(\frac{1}{2})} = 2.$

pour la seconde, $\dfrac{1}{1-\frac{1}{3}} = \dfrac{1}{(\frac{2}{3})} = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$

Au surplus, on pourra déterminer l'erreur que l'on commet, en prenant la limite au lieu de la somme exacte d'un nombre donné de termes d'une progression décroissante.

Soit proposé de trouver la somme des quinze premiers termes de la progression décroissante

$$\div 1 : \tfrac{1}{10} : \tfrac{1}{100} : \tfrac{1}{1000} \ldots\ldots \text{etc.},$$

et qu'on prenne pour la somme demandée, la limite

$$\frac{1}{1-\frac{1}{10}} = \frac{1}{(\frac{9}{10})} = 1\tfrac{1}{9}.$$

comme le quinzième terme serait

$$\frac{1}{10^{14}} = \frac{1}{\text{1 suivi de 14 zéros}}$$

l'erreur serait que

$$\frac{\frac{1}{10^{14}} \times \frac{1}{10}}{1-\frac{1}{10}} = \tfrac{1}{9} \text{de} \frac{1}{10^{14}}$$

nombre extrêmement petit en effet.

534. Les fractions décimales périodiques peuvent être considérées comme la somme des termes d'une progression par quotient décroissante à l'infini.

En effet la fraction décimale périodique 0,373737..... peut être écrite sous la forme

$$\frac{37}{100}+\frac{37}{10000}+\frac{37}{1000000}\ldots\ldots \text{ ou bien}$$

$$\frac{37}{100}\left(1+\frac{1}{100}+\frac{1}{10000}+\ldots\ldots\right)$$

Or la limite de la somme de toutes les fractions renfermées dans la parenthèse, dans lesquelles on reconnaît facilement les termes d'une progression décroissante, est d'après la règle précédente :

$$\frac{1}{1-\frac{1}{100}}=\frac{1}{\left(\frac{99}{100}\right)}=\frac{100}{99};$$

par conséquent la limite de la fraction décimale proposée.

$$0,373737\ldots\ldots=\frac{37}{100}+\frac{100}{99}=\frac{37}{99},$$

Delà les règles données (N^{os}. 333, 337).

QUESTIONNAIRE.

Qu'est-ce qu'une progression par quotient ? (523)

Quand la progression est décroissante, qu'est-ce que la raison ? (523)

Quelle est la règle pour calculer un terme de rang quelconque connaissant le premier terme, la raison et le rang du terme inconnu ? (524)

La règle pour calculer le premier terme quand on connaît le dernier, le nombre des termes et la raison ? (525)

La règle pour calculer la raison, connaissant le premier, le dernier terme et le nombre de termes ? (526)

Comment fait-on pour trouver un nombre donné de moyen proportionnel entre deux nombres ? (526)

En quoi consiste la propriété fondamentale des progressions par quotient ? (527)

Comment calcule-t-on le produit de tous les termes d'une progression par quotient, connaissant le premier, le dernier terme et le nombre des termes ? (528)

Comment calcule-t-on la somme de tous les termes d'une progression par quotient, connaissant le premier, le dernier, le nombre de termes et la raison ? (529)

Ou seulement le premier, la raison et le nombre des termes ? (530)

Lorsque la progression est décroissante, quelle modification la règle reçoit-elle ? (531)

Qu'est-ce que la limite de la somme de tous les termes d'une progression par quotient décroissante à l'infini ? (533)

Comment obtient-on cette limite ? (533)

PROBLÈMES SUR LES PROGRESSIONS GÉOMÉTRIQUES.

1771. Quel est le 8^{me} terme d'une progression géométrique dont le 1^{er} terme est 4, ét la raison 3 ? Rép. 8748.

1772. On demande quel est le 1^{re} terme d'une progression géométrique dont la raison est 3, et le 5^{me} et dernier terme 324 ? Rép. 4.

1773. Le dernier terme d'une progression géométrique est 324, le 1^{er} terme est 4, et le nombre de termes est 5 : quel est la raison ? Rép. 3.

1774. Le premier terme d'une progression géométrique est 4, la raison 3, et le dernier terme 324 : quelle est la somme de tous les termes ? Rép. 484.

1775. Un particulier a commencé sa fortune avec 4s. ; la deuxième année elle est de 78732s. : dans quel rapport géométrique a-t-elle augmenté chaque jour ? Rép. 3.

1776. Un joueur ayant perdu 4s., dans une 1^{re} partie, voulut encore en faire quatre autres, qu'il perdit aussi en triplant le jeu à chaque partie : on demande combien il a perdu à la 5^{me} ? Rép. 324s.

1777. Un particulier assure que si l'on triplait successivement 4 fois son argent, il aurait \$324 : combien a-t-il ? Rép. 4.

1778. Pendant 5 jours un capitaine a distribué une somme à ses soldats ; le 1^{er} jour il ne leur a donné que 40 cents, et les jours suivants la somme a été multipliée par un nombre qu'on voudrait connaître sachant que le 5^{me} ils ont reçu \$32.40 ? Rép. 3.

1779. Un particulier achète 12 pèches, à condition qu'il ne paiera que la dernière ; on demande combien il devra débourser, sachant que pour la première il donne un farthing, 2 pour la 2^{me}, 4 pour la 3^{me}, etc. Rép. £2 2s. 8d.

1780. Un boucher voulant acheter des bœufs, se présente à une personne qui en avait 23 ; il lui demande quel en était le prix, cette personne lui dit £16 la pièce ; le boucher lui offre £15 et qu'il les acheterait tous ; l'autre lui répondit qu'il ne pouvait pas ; mais s'il voulait lui donner ce que coûterait le dernier, à 1 farthing pour le premier, et doublant ainsi jusqu'au dernier, il les aurait tous. Quel était le prix de ce bœuf ? R. £4360 1s. 4d.

1781. Une somme d'argent doit être divisée entre 8 personnes, la première doit avoir $20, la suivante $60, et de même en triplant; combien devra avoir la dernière? R. £43740.

1782. Un bon mathématicien s'offrit à travailler dans un bureau à la condition de 1 farthing pour le premier mois, 2 sous pour le deuxième, 4 deniers pour le troisième, etc., quel est le montant de ses appointements pour l'année? R. £5825 8s. 5¼d.

1783. Un homme acheta un cheval, à condition de donner 1 farthing pour le premier clou, 3 pour le deuxième, etc., il y avait 4 fers, et a chaque fer 8 clous; Quel était le prix du cheval? R. £965114681693 13s. 4d.

1784. On demande combien un jeune homme a eu pour ses héritages; sachant qu'il a reçu le premier mois 20 cents, avec la promesse de doubler cette somme tous les mois pendant un an? R. $819.

1585. Un passementier, vend à un monsieur 22 verges de riche brocard d'or, pour 2 épingles la première verge, 6 épingles la deuxième, etc., en proportion triplante; je désire savoir combien il a vendu le brocard, si les épingles étaient évaluées, à 100 pour un farthing; et combien le passementier a gagné ou perdu dans cette vente, supposant le brocard à $30 la verge.

R. Vente £326886 0s. 7d., gain £326732 0s. 9d.

APPLICATIONS GÉOMÉTRIQUES.

DÉFINITIONS PRÉLIMINAIRES.

535. La géométrie qui enseigne et démontre les propriétés, de toutes les espèces de grandeurs, ou étendues; comme les *solides*, les *surfaces*, les *lignes*, les *angles*.

536. La géométrie se divise en *géométrie théorique*, et en *pratique*. La *géométrie théorique* s'occupe des diverses propriétés de l'étendue abstractivement, et la *géométrie pratique* applique ces propriétés théoriques aux divers usages de la vie. Quand on ne considère que la longueur et la largeur, la science qui en traite s'appelle *géométrie plane;* mais quand on s'occupe de la longueur, largeur et épaisseur, la science qui en traite est appelée *géométrie solide.*

537. On donne généralement le nom de *corps* à tout ce qu'on peut voir, toucher et peser.

Les corps sont, ou *solides*, comme les métaux, les pierres, les bois ; ou *liquides*, comme l'eau, le vin, etc. ; ou enfin *gazeux*, comme l'air qu'on respire, le gaz qui sert à l'éclairage, etc.

538. On peut se figurer un corps qui ne soit étendu, c'est-à-dire qui n'occupe une certaine portion de l'espace.

539. *Le volume d'un corps est la portion de l'espace que ce corps occupe.*

540. *La surface d'un corps est la partie extérieure de ce corps, ce qui le sépare du reste de l'espace.*

On distingue les surfaces *planes*, comme la façade d'une maison, le dessus d'une table, une glace polie, etc. ; et les surfaces *courbes*, qui ne sont ni planes ni composées de surfaces planes, comme un rouleau, une boule, etc.

541. *La ligne est ce qui termine la surface.*

On distingue la ligne *droite*, comme le bord d'une règle bien dressée, comme la direction que prend un fil à l'extrémité duquel on suspend un objet pesant ; et la ligne *courbe*, qui n'est ni droite ni composée de lignes droites, comme la circonférence d'un cercle, le bord d'un bassin,

542. *Le point est l'extrémité de la ligne.*

543. Il est bien évident que l'on peut ne considérer que la surface d'un corps sans penser à son volume.

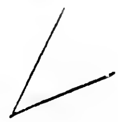
De même qu'on ne peut considérer que la ligne qui borne la surface sans songer à la surface elle-même ; que le point qui termine la ligne, sans penser à la ligne elle-même.

544. La forme d'un corps est celle de sa surface extérieure ; la forme d'une surface plane est celle de son contour.

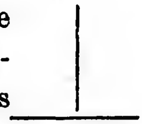
2. DES FIGURES OU FORMES GÉOMÉTRIQUES.

545. La distance entre deux points se mesure sur la ligne droite qui joint ces deux points ; car c'est la plus courte ligne qu'on puisse mener entre ces deux points.

546. L'*angle* est l'écartement de deux lignes qui se rencontrent ; le point de rencontre de ces deux lignes s'appelle le *sommet* de l'angle.



547. Lorsqu'une ligne rencontre une autre ligne, elle fait avec celle-ci deux angles généralement inégaux. Lorsque ces deux angles sont égaux, on dit que la première ligne est *perpendiculaire* sur l'autre, et les angles égaux s'appellent des angles *droits.*

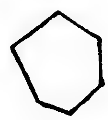


La distance d'un point à une droite se mesure sur la perpendiculaire menée de ce point à la droite ; car c'est la plus courte ligne qu'on puisse mener du point à la droite.

548. Deux lignes sont dites *parallèles* lorsqu'elles sont partout également éloignées l'une de l'autre.

La distance entre deux droites parallèles se mesure sur la perpendiculaire menée par un point de l'une de ces droites à l'autre. C'est encore la plus courte ligne qu'on puisse mener entre deux parallèles.

549. On appelle en général *polygone*, une figure géométrique formée par des lignes droites qui se coupent deux à deux, et qui renferment une certaine surface plane.



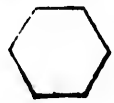
Les lignes droites qui composent la figure s'appellent les *côtés* du polygone.

On distingue les polygones par le nombre de leurs côtés.

550. La plus simple de toutes les figures est le triangle, qui se compose de trois angles et de trois côtés.

On appelle *quadrilatères*, *pentagone*, *hexagone*, *etc.*, la figure de *quatre*, *cinq*, *six*. etc., côtés, et d'autant d'angles.

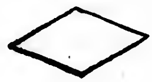
551. Un polygone régulier est celui dont tous les côtés sont égaux entre eux, ainsi que les angles.



552. Parmi les quadrilatères on distingue :

1°. Le *parallélogramme* dont les côtés opposés sont parallèles.

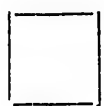
Le *losange* est un parallélogramme dont les quatre côtés sont égaux.



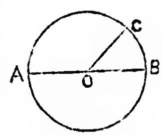
2° Le *trapèze* qui n'a que deux côtés parallèles.

Parmi les parallélogrammes, on distingue le *rectangle* dont les quatre angles sont des angles droits, et les côtés contigus inégaux.

Le *carré* est un rectangle dont les quatre côtés sont égaux.



553. La plus simple de toutes les lignes courbes est la *circonférence* de cercle dont tous les points sont également éloignés d'un point intérieur qu'on appelle *centre*.



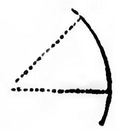
Le *cercle* est la surface comprise dans la circonférence.

On appelle *rayon* toute ligne droite qui va du centre à la circonférence, tous les rayons sont égaux entre eux.

On nomme *diamètre* toute ligne droite qui joint deux points de la circonférence en passant par le centre. Le diamètre se compose de deux rayons. Tous les diamètres sont égaux entre eux.

554. La circonférence du cercle se divise en 360 parties égales qu'on nomme degrés ; le degré en 60′ ; la minute en 60″, etc.

L'*arc* est une portion de la circonférence ; la *corde* de l'arc est la droite qui en joint les extrémités.



On nomme angle d'un degré, l'angle qui ayant son sommet au centre de la circonférence, intercepte entre ses côtés un arc d'un degré.

MESURE DES LONGUEURS, DES CIRCONFÉRENCES ET DES ANGLES.

555. On mesure une longueur en portant sur elle la longueur prise pour unité de mesure, le pied, la verge, la toise, etc.

556. Le contour d'un polygone n'est autre que la somme des longueurs de ses côtés.

Le contour d'une circonférence est la longueur de la circonférence supposée déroulée en ligne droite, en un mot la circonférence *rectifiée.*

Le rapport de toute circonférence à son diamètre est un nombre constant qu'on désigne généralement par la lettre grecque π (prononcez *pi*) et qui est égal à $\frac{22}{7}$, ou plus exactement à 3,1455926....

Ainsi, *pour trouver le contour d'une circonférence, d'un rayon ou d'un diamètre donné, on multiplie le diamètre par* $\frac{22}{7}$ *ou par* 3,1415926.. en s'arrêtant au chiffre décimal qu'on voudra, selon le degré d'approximation nécessaire.

Dans les usages ordinaires, on se contente de multiplier le diamètre par $\frac{22}{7}$ c'est-à-dire de multiplier le diamètre par 3 et d'ajouter $\frac{1}{7}$ du diamètre au produit.

557. *L'unité de mesure des angles est l'angle d'un degré. Pour mesurer un angle, on suppose décrit de son sommet* *comme centre, avec un rayon quelconque, une portion de circonférence*, et l'on cherche, à l'aide d'un instrument appelé *rapporteur*, demi-cercle dont la circonférence est divisée en degrés, le nombre de degrés compris dans l'arc intercepté par les côtés de l'angle. Si cet arc est de 60°, l'angle est égal à 60 petits angles d'un degré et l'on dit pour abréger, qu'il est de 60°. L'angle droit vaut 90°.

Dans tout triangle la somme des trois angles vaut toujours deux angles droits ou 180°.

QUESTIONNAIRE.

Qu'est-ce que la géométrie, et comment se divise-t-elle ? (535, 536.)

Qu'est-ce qu'un corps ? (537).

En combien de classes divise-t-on tous les corps ? (537.)

Qu'entend-on par le volume d'un corps ? (539.)

Qu'entend-on par la surface d'un corps ? (540.)

Comment divise-t-on les surfaces ? (540.)

Qu'est-ce qu'une ligne ?(541).

Comment divise-t-on les lignes ? (541.)

Qu'est-ce qu'un point ? (542.)

Qu'entend-on par la forme d'un corps ? (544.)

Qu'est-ce que la forme d'une surface plane ? (544.)

Qu'est-ce que la distance entre deux points ? (545.)

Qu'est-ce qu'un angle ? (546.)

Quand est-ce qu'une droite est perpendiculaire à une ligne droite ? (547).

Sur quoi mesure-t-on la distance d'un point à une ligne droite ? (547.)

Qu'est-ce que deux lignes droites parallèles ? Qu'est-ce que la distance entre deux droites parallèles ? (548.)

Qu'est-ce qu'un polygone ? Comment distingue-t-on les polygones ? (549.)

Qu'est-ce qu'un triangle ? (550.)

Qu'est-ce qu'un quadrilatère, un pentagone, un hexagone, etc. ? (550.)

Qu'est-ce qu'un polygone régulier ? (551.)

Qu'est-ce qu'un parallélogramme ? (552.)

Qu'est-ce qu'un losange ? (552.)

Qu'est-ce qu'un trapèze ? (552.)

Qu'est-ce qu'un rectangle ? (552.)

Que devient un rectangle

lorsque ses côtés contigus sont égaux? (552.)

Qu'est-ce que la circonférence? (553.)

Qu'entend-on par un rayon, un diamètre? (553.)

Qu'est-ce qu'un arc, une corde? (554)

De quelle manière mesure-t-on une longueur? (555)

Comment mesure-t-on le contour d'un polygone? (556)

Qu'est-ce que le contour d'une circonférence? (556)

Quel est le rapport constant entre toute circonférence et son diamètre? Comment indique-t-on ce rapport quand on ne veut pas l'écrire en chiffre? (556)

Quelle est l'unité des angles? Avec quel instrument mesure-t-on les angles? (557)

PROBLÈMES SUR LES LONGUEURS, LES CIRCONFÉRENCES ET LES ANGLES.

1786. Quel est le contour d'un triangle dont les côtes sont 25 verges 2 pieds et 6 pouces, 32 verges et 6 pouces, et enfin 48 verges? R. 106 verges.

1787. Combien faut-il de verges de corde pour entourer un rectangle dont les deux côtés adjaçents ont 185 verges et 129 verges de longueur? R. 628 verges.

1788. Quelle est la vitesse d'un cheval qui fait deux fois le tour d'une place rectangulaire dont les côtés ont 1080 verges et 450 verges en 3 minutes $\frac{1}{2}$? R. 1648 verges par minute.

1789. Une place rectangulaire est bordée d'arbres plantés à la distance de 10 verges, l'un des côtés du rectangle est le $\frac{1}{3}$ de l'autre, et il y a en tout 240 arbres : combien sur chaque côté? R. 90 arbres sur les grands côtés et 30 sur les petits.

1790. Quel est le contour d'un puits circulaire dont le diamètre à 2 verges $\frac{1}{2}$? R. 7 verges $\frac{6}{7}$.

1791. Pour déterminer le diamètre d'un bassin circulaire, on a mesuré sa circonférence, qui a donné 17 verges $\frac{2}{3}\frac{3}{5}$, quelle est la longueur du diamètre? R. 5 verges $\frac{3}{5}$.

1792. En supposant le rayon de l'équateur terrestre 6909500 verges; quelle est la vitesse d'un point de la terre situé sous l'équateur par suite de la rotation diverse? R. 503 verges environ par seconde.

1793. En supposant le rayon équatorial de 6909500 verges, quelle est la distance en milles de deux lieux situés sur l'équateur et la distance l'un de l'autre de 16° 28′ 45″ ?

R. 1137 milles environ.

1795. En admettant que la distance de la terre au soleil en moyenne est de 95,000,000 milles ; quelle est la vitesse de la terre par suite de son mouvement annuel de révolution autour du soleil ? Le degré terrestre, 360° parties du méridien, contient environ 69 milles ? R. 19 milles par seconde environ.

MESURE DES SURFACES PLANES.

558. La mesure des surfaces dépend de la mesure de certaines lignes qui en font partie.

559. L'unité de mesure des surfaces est la surface du carré qui a pour côté l'unité de mesure de longueur.

560. La surface d'un rectangle s'obtient en multipliant entre eux les deux côtés contigus d'un même angle.

Ce qui veut dire que si, en mesurant le plus grand côté on trouve 15 verges, par exemple, et 10 pour le plus petit le produit $15 \times 10 = 150$ exprimera que la surface du rectangle contient 150 fois la surface de la verge carrée, qu'elle est de 150 verges carrées.

On le démontre facilement en partageant l'un des côtés en 15 parties égales, l'autre en 10 et menant réciproquement des parallèles qui partageront la surface en 15×10 carrés égaux.

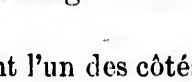
Le plus grand des deux côtés contigus est la *longueur* du rectangle, et le plus petit la *largeur*.

561. La surface d'un carré s'obtient en multipliant le côté par lui-même, c'est-à-dire en faisant le carré du côté.

Si, par exemple, le côté a 8 verges, le carré aura $8 \times 8 = 64$ verges carrées de surface.

En effet, le carré n'est autre chose qu'un rectangle dont deux côtés contigus sont égaux.

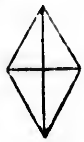
562. La surface d'un parallélogramme s'obtient en multipliant un de ces côtés par sa distance au côté qui lui est parallèle.



Si l'on regarde ce côté comme *base*, la distance de son parallèle sera la *hauteur* de la figure ; on dit pour abréger que la surface d'un parallélogramme est égale au produit de sa base par sa hauteur.

En effet, un parallélogramme a la même surface qu'un rectangle de même base et de même hauteur.

Pour le losange, il suffit de multiplier entre elles ses deux diagonales, et prendre la motié du produit.



563. La surface d'un triangle s'obtient en multipliant sa base par sa hauteur et prenant la moitié du produit.

Comme on peut considérer un triangle comme reposant sur chacun de ses côtés, chacun des trois côtés peut être considéré comme base du triangle, et sa hauteur est la distance du sommet de l'angle opposé, à ce même côté pris pour base.

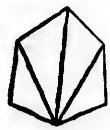
En effet, la surface d'un triangle est la moitié de celle d'un parallélogramme qui a même base et même hauteur.

564. On peut encore mesurer la surface d'un triangle d'après la règle suivante :

Après avoir mesuré successivement chacun des trois côtés, on fait la somme de ces trois longueurs et on en prend la moitié. De ce demi-contour du triangle, on retranche successivement chacun des côtés, ce qui donne trois restes ; on multiplie entre eux ces quatre nombres c'est-à-dire le demi-contour et les trois restes, et on extrait la racine carrée du produit.

Si l'unité de mesure de longueur est la verge, la racine exprimera en verges carrées la surface du triangle.

565. Pour obtenir la surface d'un polygone quelconque, on décompose la figure en autant de triangles qu'il y a de côtés moins deux, en menant de l'un quelconque des sommets à tous les autres des droites appelées *diagonales*.



On mesure la surface de chacun de ces triangles, et on en fait la somme.

Il suit de là que la surface d'un trapèze s'obtient en multipliant la somme de ses côtés parallèles par leur distance et prenant la moitié du produit.

566. Pour obtenir la surface d'un cercle, on multiplie sa circonférence par la moitié du rayon ou par le quart du diamètre.

Ou ce qui revient au même, on multiplie le carré du rayon par le nombre $\pi = \frac{22}{7}$ ou, 3, 1415926.....

La surface d'un secteur qui n'est qu'une portion du cercle comprise entre deux rayons et l'arc s'obtient en multipliant l'arc par la moitié du rayon.

QUESTIONNAIRE.

Quelle est l'unité de mesure des surfaces. (559)

Comment mesure-t-on la surface des rectangles ? (560)

Comment mesure-t-on la surface d'un carré ? (561)

Comment mesure-t-on la surface d'un parallélogramme ? (562)

Comment mesure-t-on particulièrement, la surface d'un losange. (562)

Comment mesure-t-on la surface d'un triangle ? (563)

Comment mesure-t-on la surface d'un polygone quelconque ? (565)

Comment mesure-t-on particulièrement la surface d'un trapèze ? (565)

Comment mesure-t-on la surface d'un cercle ? (566)

Comment mesure-t-on la surface d'un secteur ? (566)

PROBLÈMES SUR LES SURFACES PLANES A CONTOUR RECTILIGNE OU CIRCULAIRE.

1795. Combien de rouleaux de papier de 1 pied et 6 pouces de large et 10 verges de longueur pour tapisser une chambre qui a 4 verges de long 3 de large et 3 verges 2 pieds de hauteur ?

R. 11 $\frac{11}{15}$.

1796. Quelle est en acres la surface d'un terrain triangulaire dont la base est 1440 verges et la hauteur 840 verges ?

R. 604800 acres.

1797. Quel est le côté du carré qui aurait pour surface celle d'un triangle dont les côtés sont de 25 verges, 30 verges, 45 verges ? R. 18 verges $\frac{79}{100}$.

1798. Combien entre-t-il de payes dont la surface extérieure est un carré de 6 pouces de long sur 4 pouces de large, dans une chaussée qui a 360 verges de long sur 4 de large?

R. 86926$\frac{2}{3}$.

1799. Pour calculer le rapport d'un champ de blé ayant la forme d'un trapèze, on a mesuré les deux côtés parrallèles qui sont respectivement de 420 verges de 350 et de 280 verges.

En admettant qu'un acre rapporte 22 minots $\frac{1}{2}$ de blé, quelle est la production moyenne du champs mesuré ?

R. 242, minots $\frac{11}{20}$.

1800. Quelle est la surface d'un cercle dont le diamètre est de 3 verges $\frac{1}{2}$; et quel est le côté du carré qui aurait la même surface? R. 3 verges $\frac{1}{10}$ environ.

1801. Un terrain circulaire a 44 verges de circonférence; quelle est sa surface? R. 154.

1802. Un menusier a construit une porte ayant la forme d'un rectancle surmontée d'un cintre demi-circulaire. La hauteur total de la porte, y compris le cintre est 5 verges $\frac{2}{5}$ et la largeur de 2 vergés $\frac{1}{16}$; le bois qu'il a employé lui coûte $0.50c. la verge carrée. A combien lui revient le bois seul de la porte?

R. $5.64.

1803. Quel serait le rayon du cercle équivalent, c'est-à-dire ayant la même surface que deux autres cercles dont les rayons sont de 3 verges et de 4 verges? R. 5 verges.

1804. On a couvert la surface d'un champ avec des pièces d'un dollar, dont le diamètre est 0.037 de verne ; il y a 15 pièces sur chaque côté du carré ; combien d'espace vide ces pièces laissent-elles entr'elles ? R. 66005 $\frac{5}{14}$ mille verges carrées.

1805. Quelle est la superficie d'un terrain de forme carrée ayant 20 toises de côté ? R. 400 toises.

1806. Quelle est la superficie d'un jardin formant un carré long de 40 toises sur 30 de large? R. 1200 toises.

1807. Quelle est la surface d'un champ formant un triangle de 60 toises 2 pieds de base sur une hauteur de 48 toises 5 pieds?

R. 1474 $\frac{1}{12}$ toises.

1808. Quelle est la surface d'une cour formant un trapèze, dont un côté a 34 toises, l'autre 56, et dont la hauteur est de 25 toises? R. 1125 toises.

1809. Quelle est la surface d'un jardin en forme de lozange, ayant 44 $\frac{7}{10}$ toises de base, sur 38 $\frac{4}{10}$ toises le perpenticulaire ? R. 1716 $\frac{12}{25}$ toises.

1810. Quel est le diamètre d'un cercle de 44 pieds de circonférence ? R. 14 pieds.

1811. Quel est le rayon d'un cercle de 350 pieds de circonférence ? R. 55 pieds $\frac{15}{22}$.

1812. Quelle est la surface d'un étang de forme circulaire, ayant 50 toises de circonférence ? R. 198 $\frac{19}{22}$ toises.

1813. Quelle est la superfice d'une colonne de 17 pieds de hauteur sur 7 de circonférence ? R. 119 pieds.

1814. Un cône ayant 12 pieds de circonférence et 6 de hauteur, doit être peint à 3s. 6d, le pied. Combien faut-il payer ? R. £6 6s=$25. 20 cents.

1815. Un bassin a 136 pieds de diamètre ; quelle est sa superficie ? R. 14532 $\frac{4}{7}$ pieds.

1816. Quelle est la superficie d'un terrain régulier ayant 490 toises de longueur sur 320 de largeur ? R. 156800 toises carrées.

1817. On donne 10 sous par toise pour cultiver une terre de 30 arpents que faut-il payer pour ce travail ? R. $2250.00.

1818. Combien faut-il de planches de 12$\frac{1}{2}$ pieds de longueur et 6 pouces de largeur pour boiser une chambre de 30 pieds de longeur et 24 de largeur, si la boiserie doit monter à 6 pieds ? R. 103 planchds $\frac{17}{28}$.

1819. On a fait peindre une porte de 6 pieds de haut sur 4 pieds de large à 40 cents le pied pour le dehors et et 25c. pour le dedans, combien faut-il payer ? R. $15.60 cents.

1820. Que faut-il payer pour faire crépir une pyramide quadrangu laire, dont chaque triangle a 18 pieds de base et 60 de hauteur, à 25c. le pied ? R. $540.00.

1821. Un puits ayant 45 pieds de profondeur et 12 pieds de circonférence, a été cimenté pour $8 ; à combien revient le pied ? R. $1 cent $\frac{13}{27}$.

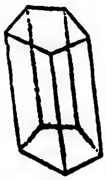
1822. Les 4 côtés d'une citerne ont été cimentés pour $38.04 cents quelle est sa hauteur sachant que les quatre côtés parfaitement égaux ont 12 pieds de large, et qu'on a papé 20c. du pied carré ? R. 4 pieds.

567. Les corps qui ont une forme géométrique sont terminés, soit par des surfaces planes, soit par des surfaces courbes, il n'y a que les corps solides qui conservent leur forme ; les corps liquides ou gazeux prennent la forme des vases ou bassins dans lesquels, ils sont renfermés.

Parmi les solides terminés par des surfaces planes, et qu'on nomme polyèdres, on distingue :

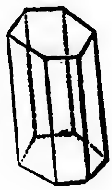
568. Le *prisme*, qui a pour base deux polygones égaux et parallèles, et dont les faces latérales sont des parallélogrammes.

Un prisme est dit triangulaire, quadrangulaire, pentagonal, hexagonal, etc., selon que sa base est un triangle, un quadrilatère, un pentagone, un hexagone, etc. ; on le désigne aussi par le nombre des faces latérales, qu'on nomme *pans* et l'on dit un prisme à six *pans* au lieu d'un prisme hexagonal.

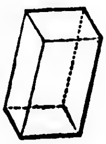


La hauteur d'un prisme est la distance entre les plans parallèles de ses deux bases.

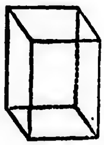
569. Les prismes sont droits lorsque leurs arêtes latérales sont perpendiculaires sur les deux bases, et réguliers lorsque les deux bases sont, en outre deux poligones réguliers.



570. Lorsque la base d'un prisme quadrangulaire, est un parallélogramme, il prend le nom de *parallélipipède* ; toutes les six faces sont alors des parallélogrammes égaux et parallèles deux à deux.

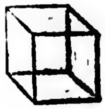


On l'appelle *parallélipipède rectangle* lorsque toutes ses six faces sont des rectangles, comme une boîte fermée, un chambre, un bloc de pierre bien équarri.

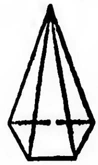


Le *cube* est une espèce de parallélipipède rectangle dont les six faces sont des carrés égaux.

571. La *pyramide* a pour base un polygone et pour faces latérales des triangles qui, ayant pour base chacun un des côtés du polygone, ont tous leurs sommets en un même point qu'on appelle aussi *sommet* de la pyramide.



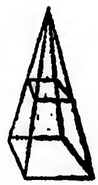
Les pyramides sont triangulaires, quadrangulaires, pentagonales, etc., selon que la base est un triangle, un quadrilatère, un pentagone, etc.



La hauteur d'une pyramide est la distance de son sommet à sa base, c'est-à-dire la longueur de la perpendiculaire abaissée du sommet sur le plan de sa base.

Une pyramide régulière est celle dont la base est un polygone régulier et dont la perpendiculaire menée du sommet tombe précisément au centre du polygone, qui est le même que le centre de la circonférence qui passerait par les sommets de tous les angles.

Si l'on coupe une pyramide par un plan parallèle à la base, ont obtient ce qu'on appelle un *tronc de pyramide.*

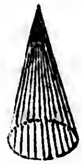


572. Parmi les solides terminés par des surfaces courbes, on distingue :

Le *cylindre*, vulgairement appelé *rouleau* dont les deux bases sont des cercles égaux et parallèles. On peut se le figurer comme un prisme dont la base serait un polygone d'un nombre infini de côtés.

La hauteur du cylindre est la perpendiculaire commune au deux bases. C'est la droite qu'on peut mener d'un point de la circonférence supérieure à l'inférieure.

573. Le *cône*, dont la forme est celle d'un pain de sucre, a pour base un cercle ; on peut se le figurer comme une pyramide dont la base serait un polygone d'une infinité de côtés.



La hauteur du cône est la distance du sommet au plan de sa base.

Le cône est *droit* quand la perpendiculaire abaissée du sommet tombe précisément sur le centre de la base ; dans toute autre cas le cône est oblique.

Le côté du cône droit est la droite qui joint le sommet à un point quelconque de la base.

Si l'on coupe un cône par un plan parallèle à la base on obtient ce qu'on appelle un *tronc de cône*.

574. Enfin, la *sphère*, vulgairement appelée *boule*, qui est terminée de toutes parts par une surface courbe dont tous les points sont également éloignés d'un point intérieur qu'on nomme centre.

Le *rayon* de la sphère est la droite qui joint le centre avec un point quelconque de sa surface ; tous les rayons d'une même sphère sont égaux.

Le *diamètre* de la sphère est la droite qui joint deux points de sa surface en passant par le centre ; le diamètre se compose de deux rayons ; tous les diamètres sont égaux dans une même sphère.

MESURES DES SURFACES EXTÉRIEURES DES CORPS.

575. La surface extérieure des solides terminés par des faces planes s'obtient en mesurant la surface de chacune des faces et faisant la somme de toutes ses surfaces.

576. La surface latérale d'un prisme droit s'obtient en multipliant le contour de la base par la hauteur, qui n'est autre chose que la longueur de chacune des arêtes latérales.

577. La surface latérale d'une pyramide régulière s'obtient en multipliant le contour de la base par la hauteur d'un des triangles latéraux et prenant la moitié du produit.

578. La surface convexe d'un cylindre s'obtient en multipliant la circonference de la base par le côté qui n'est autre chose que la hauteur du cylindre.

579. La surface convexe d'un cône s'obtient en multipliant la circonférence de la base par le côté du cône et prenant la moitié du produit.

580. La surface d'un tronc de cône s'obtient en multipliant la circonférence des deux bases par le côté, et prenant la moitié du produit.

581. La surface d'une sphère est égale à quatre fois la surface d'un cercle qui aurait le même diamètre, et par conséquent elle s'obtient en multipliant le carré de son diamètre par le nombre $\pi = \frac{22}{7}$ ou 3, 1415926.

On peut développer sur un plan la surface d'un cylindre ou d'un cône, de même qu'on peut donner à un plan la forme cylindrique ou conique, ainsi que font les ferblantiers pour construire des tuyaux cylindriques ou des entonnoirs coniques ; mais on ne pourrait dérouler la surface d'une sphère sur un plan sans la déchirer ou la plier. Cependant on doit comprendre qu'en prenant de très-petites portions de la surface, on pourrait les considérer comme de petites surfaces planes dont la réunion formerait la surface totale de la sphère.

QUESTIONNAIRE.

Qu'est-ce qu'un prisme ? (568)

Qu'est-ce qu'un prisme droit? (569).

Qu'est-ce qu'un prisme régulier? (569)

Qu'est-ce qu'un parallélipipède ? (570).

Qu'est-ce qu'un parallélipipède rectangle ? (570).

Qu'est-ce qu'un cube ? (570)

Qu'est-ce qu'une pyramide, une pyramide règulière ? (571)

Qu'est-ce qu'un cylindre ? (572)

Qu'est-ce qu'un cône ? (573)

Qu'est-ce qu'un cône droit ? (573)

Qu'est-ce que la hauteur, le côté d'un cône ? (573)

Qu'est-ce qu'un tronc de cône ? (573)

Qu'est-ce qu'une sphère ?(574)

Qu'est-ce que le diamètre, le rayon d'une sphère ? (574)

Comment mesure-t-on la surface des polyèdres ? (575)

Comment mesure-t-on la surface latérale d'un prisme droit? (576)

Comment mesure-t-on la surface latérale d'une pyramide regulière ? (577)

Comment mesure-t-on la surface convexe d'un cylindre ? (578)

Comment mesure-t-on la surface convexe d'un cône droit ? (579)

Comment mesure-t-on la surface convexe d'un tronc de cône droit ? (580)

Comment mesure-t-on la surface d'une sphère ? (581)

MESURE DES VOLUMES.

582. La mesure des volumes dépend de la mesure de certaines lignes qui en font partie.

583. L'unité de mesure des volumes est le cube qui a pour côté l'unité de longueur.

584. Le volume d'un prisme s'obtient en multipliant sa base par sa hauteur.

585. Le volume d'un parallélipipède rectangle a pour mesure le produit des trois arêtes qui se réunissent au même point. Ces trois lignes sont appelées *longueur*, *largeur* et *hauteur*. Ce sont en effet la longueur du grand côté du rectangle qui sert de base, la largeur de cette même base qui est aussi la largeur solide, et la hauteur. On dit pour abréger que le volume d'un parallélipipède rectangle est égal au produit de ses trois dimensions.

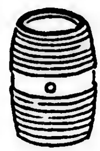
Si la longueur est, par exemple, de 5 verges, la largeur de 3 et la hauteur de 7, le volume sera exprimé par $5 \times 3 \times 7 = 105$, ce qui signifie que le volume équivaut à 105 verges cubes.

Le volume d'un cube est égal au cube de son côté ; car les trois dimensions sont égales.

586. Le volume d'une pyramide s'obtient en multipliant la surface de la base par la hauteur et prenant le tiers du produit.

587. Le volume d'un cylindre s'obtient en multipliant la surface du cercle de base par le côté ou hauteur.

588. Le volume d'un cône s'obtient en multipliant le cercle de la base par la hauteur et prenant le tiers du produit.



Pour un tronc de cône on fait la somme des deux bases et d'une moyenne proportionnelle entre ces deux bases, on multiplie cette somme par la hauteur, et l'on prend le tiers du produit.

589. Le volume d'une sphère s'obtient en multipliant sa surface par le rayon et prenant le tiers du produit ; ou ce qui revient au même, en multipliant la surface par le diamètre et prenant le sixième du produit.

Enfin comme la surface de la sphère est égale au carré de son diamètre ; multiplié par le nombre π, on peut évaluer le volume d'une sphère en multipliant le cube de son diamètre par le nombre $\pi = \frac{22}{7}$ ou 3, 1415926..., et prenant le sixième du produit.

590. Deux corps peuvent être semblables, sans être égaux ; il en est de même des figures tracées sur un plan qui peuvent se ressembler sans être égales.

Deux figures sont égales quand elles peuvent s'appliquer l'une sur l'autre.

Deux figures sont dites semblables quand elles ont la même forme sans être égales, telles sont deux circonférences de rayon différent, etc.

591. Les contours de deux figures semblables sont dans le rapport de deux lignes correspondantes dans ces figures.

Les surfaces, dans le rapport des carrés de deux lignes correspondantes dans ces figures.

Les surfaces, dans le rapport des carrés de deux lignes correspondantes.

Les volumes, dans le rapport des cubes.

Ainsi, deux circonférences sont entre elles comme leurs rayons ou leurs diamètres; les surfaces de deux cercles comme les carrés de leurs rayons ou de leurs diamètres.

Il en est de même des surfaces de deux sphères; les volumes de deux sphères sont entre eux comme les cubes de leurs rayons ou de leurs diamètres.

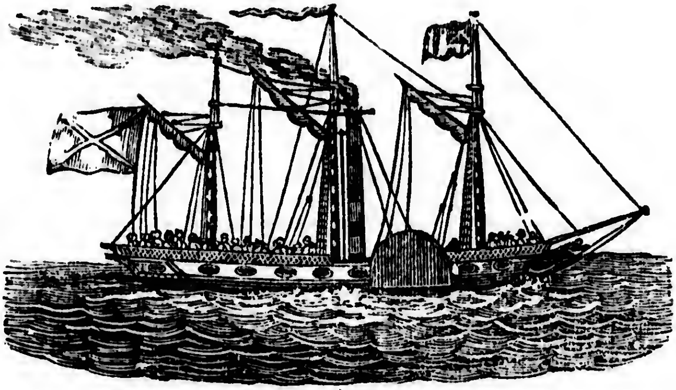
592. Pour que deux cylindres ou deux cônes soient semblables, il faut que les rayons de leurs bases soient dans le rapport des hauteurs.

JAUGEAGE.

593. Les procédés employés pour trouver la capacité, en contenance des *tonneaux* et autres *vaisseaux* s'appellent *jaugeage* (*gauging*).

594. *La contenance des tonneaux s'obtient en multipliant le carré du diamètre moyen par la longueur; puis ce produit étant multiplié par* 0,0034 *donne les gallons de vin, et multiplié par* 0.0028 *donne les gallons de bière.*

595. Le *diamètre moyen* d'un tonneau s'obtient en ajoutant au diamètre du bout les 0.7 de la différence entre le diamètre du milieu et celui du bout, quand les douves (*staves*) sont *très-courbes;* ou en ajoutant les 0.5 quand elles le sont *très-peu;* et en ajoutant les 0.55 quand elles sont *moyennement* courbes.



TONNAGE DES VAISSEAUX.

596. Les vaisseaux sont mesurés d'après les lois du gouvernement, et d'après les règles des charpentiers, ou constructeurs de navires.

597. *Règle du gouvernement.* 1. Si le vaisseau a *deux ponts*, prenez la longueur de la *proue* (*main stem*) à *l'étambot* (*stern-post*) qui termine la *poupe* sur le pont supérieur ; puis la largeur, à l'endroit le plus large, au-dessus des *préceintes* (*main wales*) ; la moitié de cette largeur est comptée pour la profondeur de ces vaisseaux ; de la longueur déduisez les trois cinquièmes de la largeur ; multipliez le reste par la largeur et le produit par la profondeur ; et divisez ce dernier produit par 95, et le quotient sera pris pour le vrai tonnage du vaisseau. 2. Si le vaisseau n'a *qu'un seul pont*, prenez la longueur comme pour le vaisseau à deux ponts ; déduisez les trois cinquièmes de la largeur, et prenez la profondeur en mesurant la hauteur de la *cale* (*hold*) au plafond du pont ; puis multipliez et divisez comme ci-dessus, et le quotient sera le vrai tonnage de ces vaisseaux.

598. *Règle des charpentiers.* Multipliez la longueur de la *quille* (*keel*) par la largeur au *maître bau* (*main beam*), et ce produit par la profondeur en pied en dessous du pont au fond de la cale, divisez le produit par 95, le quotient sera le tonnage d'un vaisseau à *un pont.* Pour un navire à *deux ponts*, on prend la moitié de la largeur au *maître bau* pour la profondeur.

QUESTIONNAIRE.

Quelle est l'unité de mesure des volumes? (583)

Comment mesure-t-on le volume d'un parallélipipède rectangle? (585)

Comment mesure-t-on le volume d'un cube? (585)

Comment mesure-t-on le volume d'un prisme droit? (584)

Comment mesure-t-on le volume d'une pyramide? (586)

Comment mesure-t-on le volume d'un cylindre? (587)

Comment mesure-t-on le volume d'un cône? (588)

Comment mesure-t-on le volume d'un tronc de cône? (588)

Comment mesure-t-on le volume d'une sphère? (589)

Quand est-ce qu'on dit que deux figures ou deux solides sont semblables? (590)

Dans quel rapport sont les contours de deux figures semblables? (591)

Dans quel rapport sont les surfaces de deux solides semblables? (591)

Dans quel rapport sont les contours de deux figures semblables? (591)

Dans quel rapport sont les surfaces de deux solides semblables? (591)

Dans quel rapport sont les volumes de deux solides semblables? (591)

Quand est-ce que deux cylindres ou deux cônes sont semblables? (592)

Comment évalue-t-on le volume et la capacité d'un tonneau? (594, 595)

Comment trouve-t-on le tonnage d'un vaisseau? (597, 598)

PROBLÈMES SUR LE VOLUME DES SOLIDES.

1823. Dans une boîte ayant la forme d'un parallélipipède rectangle et dont les dimensions seraient de 4, 3, 5 pieds combien pourrait-on mettre de petites boîtes de même forme et dont les dimensions seraient de 10, 8, 6 pouces? R. 216.

1824. Quel est le poids de l'eau destillée contenue dans une caisse dont les dimensions sont de 4 pieds 6 pouces, 4 pieds 8 pouces et 3 pieds? R. 3926 livres environ.

1825. Un cylindre dont la base a 3 verges de circonférence

et la hauteur 5 verges, est rempli d'eau destillée au $\frac{3}{4}$; quel est le poids de cette eau ? R. 223 livres environ.

1826. Pour calculer le volume de petits objets irréguliers on s'est servi d'un cylindre de 14 pouces de diamètre dans lequel on a versé 2 gallons d'eau. Après l'immersion des objets l'eau s'est élevée de $1\frac{1}{2}$ pouce dans le cylindre ; quelle est la hauteur de l'eau dans le cylindre et quel est le volume des objets ? (Le gallon a 231 pouces cubes).

R. l'eau s'élève à $4\frac{1}{2}$ pouces ; le volume des objets est de 231 pouces cubes.

1827. Quel est le rapport des surfaces et des volumes d'une sphère et d'un cylindre qui auraient la même dimension ?

R. la surface du cylindre est :: 3 à 2. Le vol. est comme 6 à 4 = 3 à 2.

1828. Quelle est la hauteur d'un cône qui aurait 2 verges $\frac{1}{10}$ de rayon de base, et même volume qu'une pyramide à base carrée de 3 verges de côté et 10 de hauteur ? R. $6\frac{1}{2}$ environ.

1829. Quel est le volume d'une sphère de 5 verges de rayon ? R. 523, 600.

1830. Quel est le diamètre d'une sphère dont le volume est de 480 verges cubes ? R. 9 verges $\frac{7}{10}$.

1881. Quel est le volume d'une sphère dont la surface est de 168 verges carrées ? R. 147, 2390.

1832. Quel est le côté d'un cube équivalent en volume à une sphère de 3 verges de rayon ? R. 4 verges 836.

1833. Quelle est la solidité d'un cube, ayant 6 pieds de côté ? R. 216.

1834. Quelle est la solidité d'un cube, dont chaque surface a 16 pieds carrés ? R. 64 pieds cubes.

1835. Quelle est la solidité d'un cylindre de huit pieds de hauteur, et dont chaque cercle est de 20 pieds carrés ? R. 160 pieds cubes.

1836. Quelle est la solidité d'un cône ayant 15 pieds de hauteur, et dont le cercle qui lui sert de base a 25 pieds de circonférence ? R. 125 pieds.

1837. Quelle est la solidité d'un cône tronqué dont le petit diamètre est de 16 pieds, le grand de 24 et la hauteur de 12 ? R. 3821 $\frac{5}{7}$ pieds.

1838. Quelle est la solidité d'une pyramide de 36 pieds de hauteur, et dont la base est un triangle ayant 18 pieds de base sur 12 de hauteur. R. 1296 pieds cubes.

1839. Quelle est la solidité d'une sphère de 36 pieds de circonférence ? R. 787 $\frac{29}{121}$.

1840. Un vase triangulaire, dont chaque surface est de 3 pieds et la hauteur de 4, est plein d'eau, combien en contient-il de pieds cubes ? R. 12 pieds cubes.

1841. L'eau contenue dans un puits de $3\frac{1}{2}$ pieds de diamètre et à la hauteur de 16 pieds, doit être mise dans un bassin de 4 pieds de long sur trois de large ; à quelle hauteur s'élèvera-t-elle ? R. 12 pieds $\frac{5}{6}$.

1842. Deux vases, l'un cylindrique, ayant 10 pieds de surface et 6 de hauteur, l'autre de forme cubique ayant 4 pieds de côté sont plein d'eau ; quel est celui qui en contient davantage ? R. Le cube a 4 pieds de plus.

1843. Quel est le cube d'une pièce de bois de 25 pieds de longueur, sur $1\frac{1}{6}$ pied de largeur, et $1\frac{1}{2}$ pied d'épaisseur ? R. 43 pieds $\frac{3}{4}$ cubes.

1844. Un puits de 7 pieds de circonférence contient 112 pieds cubes d'eau : à quelle hauteur est-elle ? R. 28 pieds $\frac{252}{345}$.

1845. Un bassin rond ayant 12 pieds de hauteur 132 de circonférence, est plein d'eau : combien en contient-il de pieds cubes ? R. 16632.

1846. Combien faut-il de pieds cubes d'eau pour remplir un bassin cylindrique ayant 11 pieds de hauteur et 132 de circonférence ? R. 15246.

1847. Quel est le cube d'une sphère de $3\frac{1}{2}$ pieds de diamètre ? R. 22, 45$\frac{5}{6}$.

1848. On a creusé un puits de 3 pieds 2 pouces de diamètre, et 45 pieds 3 pouces de profondeur : quelle quantité du déblai en a-t-on extrait ? R. 356 pieds $\frac{1055}{2016}$.

1849. Une citerne de 12 pieds de profondeur, de 15 pieds de longueur et de 9 pieds de largeur est pleine d'eau : combien en contient-elle de pieds cubes ? R. 1620 pieds cubes.

1850. Quelle quantité d'eau contient un fossé long de 120 pieds et dont le haut a 6 pieds 4 pouces de largeur et le bas 3 pieds 10 pouces, la profondeur étant de 6 pieds ? R. 3660 pieds cubes.

1851. Combien y a-t-il de gallons de vin dans un tonneau peu courbe dont la longueur est de 45 pouces et le diamètre du milieu 40, celui du bout 36?

R. 220 gallons 3 quarts 1 pot 1.824 gi.

1852. Combien y a-t-il de gallons de bière dans un tonneau bien courbe dont la longueur est 64 pouces, le diamètre du milieu 52 et celui du bout 46? R. 451 gallons 29 qts. 0.729344 pt.

1853. Quel est le tonnage d'un navire à double pont, dont la longueur est de 150 pieds et la largeur de 35? (mesure du gouvernement). R. 831, 71526 ton.

1854. Quel est le tonnage du même vaisseau? (mesure des charpentiers.) R. 967.10521 tonneaux.

1855. Quel est le tonnage d'un vaisseau à deux ponts de 80 pieds de long et 24 de large mesure du gouvernement?

R. 198.9 tonneaux.

PRATIQUE.

1856. Combien coûteront 768 verges de mousseline, à 2s. 6d. la verge?

Analyse. 2s. 6d.=£$\frac{1}{8}$. Donc si 1 verge coûte £$\frac{1}{8}$, 768 coûteront 768 fois autant; et £$\frac{1}{8}\times$768=£96.

1857. Lorsque 1 verge de soie coûte 50 cents, combien coûteront 674 verges?

Analyse 50 cts.=\$$\frac{1}{2}$. Maintenant si 1 verge coûte \$$\frac{1}{2}$, 674 verges coûteront 674 fois autant; et \$$\frac{1}{2}\times$674=\$337.

599. Les questions semblables aux deux précédentes, dans lesquelles le prix d'un objet est donné en parties aliquotes de 1 dollar, ou de £1, etc., sont ordinairement classées dans la règle de *Pratique.*

600. *Pratique* est définie par un auteur anglais assez en renom. "Une méthode abrégée pour opérer les règles des proportions par le moyen des *parties aliquotes*; elle est principalement employée pour calculer les prix des marchandises (*commodities.*)"

601. Après avoir donné plusieurs tables des parties aliquotes pour la monnaie, les poids, les mesures, le même auteur divise son sujet en *douze* subdivisions ou cas, et donne une *règle particulière* pour chacun de ces cas, que l'élève doit apprendre de mémoire. Il est néanmoins d'expérience que *tant de règle spéciales* sont *plus* qu'*inutiles*. Elles ont pour résultat d'empêcher l'exercice de l'intelligence et de la raison, pendant qu'elles prennent beaucoup de temps, surchargent la mémoire de l'élève d'une multitude de règles différentes pour la solution d'une classe de questions, que son bon sens, si on lui permettait de s'en servir, résoudrait bien plus rapidement par l'*analyse*.

TABLES DES PARTIES ALIQUOTES DE $1, £1, ET 1s.

Parties de $1.	Parties de £1.	Parties de £1.	Parties de 1s.
50 cents = $$\frac{1}{2}$	10s. = £$\frac{1}{2}$	10 d^{rs}. = £$\frac{1}{24}$	6 d^{rs}. = $\frac{1}{2}$ chel.
33$\frac{1}{3}$ " = $$\frac{1}{3}$	6s. 8d. = £$\frac{1}{3}$	8 " = £$\frac{1}{30}$	4 " = $\frac{1}{3}$ "
25 " = $$\frac{1}{4}$	5s. = £$\frac{1}{4}$	7$\frac{1}{2}$ " = £$\frac{1}{32}$	3 " = $\frac{1}{4}$ "
20 " = $$\frac{1}{5}$	4s. = £$\frac{1}{5}$	6 " = £$\frac{1}{40}$	2 " = $\frac{1}{6}$ "
16$\frac{2}{3}$ " = $$\frac{1}{6}$	3s. 4d. = £$\frac{1}{6}$	5 " = £$\frac{1}{48}$	1$\frac{1}{2}$ " = $\frac{1}{8}$ "
12$\frac{1}{2}$ " = $$\frac{1}{8}$	2s. 6d. = £$\frac{1}{8}$	4 " = £$\frac{1}{60}$	1 " = $\frac{1}{12}$ "
10 " = $$\frac{1}{10}$	2s. = £$\frac{1}{10}$	3 " = £$\frac{1}{80}$	0$\frac{3}{4}$ " = $\frac{1}{16}$ "
8$\frac{1}{3}$ " = $$\frac{1}{12}$	1s. 8d. = £$\frac{1}{12}$	2 " = £$\frac{1}{120}$	0$\frac{1}{2}$ " = $\frac{1}{24}$ "
6$\frac{1}{4}$ " = $$\frac{1}{16}$	1s. 4d. = £$\frac{1}{15}$	1$\frac{1}{2}$ " = £$\frac{1}{160}$	0$\frac{1}{4}$ " = $\frac{1}{48}$ "
5 " = $$\frac{1}{20}$	1s. 3d. = £$\frac{1}{16}$	1 " = £$\frac{1}{240}$	7 " = $\frac{1}{2}$s. + $\frac{1}{12}$
4 " = $$\frac{1}{25}$	1s. = £$\frac{1}{20}$		

1858. Quel sera le prix de 960 minots de blé à 87$\frac{1}{2}$ cents le minot ?

Analyse. Ici 87$\frac{1}{2}$ cents ne sont pas une partie aliquote de $1 ; mais 87$\frac{1}{2}$ cents = 50 + 25 + 12$\frac{1}{2}$ cents qui sont des parties aliquotes de $1. Maintenant, si le prix du minot était de $1 les 960 minots coûteraient $960 ; tandis que

A 50 cents ou $$\frac{1}{2}$	ils coûteraient	$\frac{1}{2}$ de $960, ou $480
A 25 cents $\frac{1}{2}$ de 50 cents	"	$\frac{1}{2}$ de $480, ou $240
A 12$\frac{1}{2}$ cents $\frac{1}{2}$ de 25 cent	"	$\frac{1}{2}$ de $240, ou $120
Par conséquent le prix total est de		$840

1859. Combien coûteront 1920 douzaines d'œufs à 12$\frac{1}{2}$ cents la douzaine ? R. $240.

1860. A 8$\frac{1}{3}$ cents la livre de lard ; combien coûtent 4200 lbs. ? R. $350.

1861. **Quel est le prix de 1620 verges de florence (*sarcenet*) à 0.66\frac{2}{3}$ la verge?** R. $1080.

1862. Combien coûteront 1260 verges de drap, à 6s. 8d. la verge?

Analyse. A £1 la verge, le prix total serait £1260; mais 6s. 8d. ne sont que £$\frac{1}{3}$; donc le prix ne doit-être que le $\frac{1}{3}$ de £1260 =£420.

1863. Combien paiera-t-on pour 720 gallons de vin à 16s. le gallon?

Analyse. 16s=10+5+1s. maintenant 10s=£$\frac{1}{2}$; 5s=£$\frac{1}{4}$ et 1s. =£$\frac{1}{20}$, ou $\frac{1}{5}$ de 5s.

Si donc le prix était de £1 par gallon; 720 gallons coûteraient £720.

A 10s. $\frac{1}{2}$ de £1	ils coûteront	$\frac{1}{2}$ de £720,	ou £360.
A 5s. $\frac{1}{2}$ de 10s.	"	$\frac{1}{2}$ de £360,	ou £180.
A 1s. $\frac{1}{5}$ de 5s.	"	$\frac{1}{5}$ de £180,	ou £ 36.

Le prix total est donc de £576.

1864. Combien coûteront 1240 verges de flanelle à 3s. 4d. la verge? R. £206. 13s. 4d.

1865. Que coûteront 2128 livres d'épice, à 2s. 6d. la livre? R. £266.

1866. Combien coûteront 56480 verges de galon vert à 1$\frac{1}{2}$d. la verge? R. £353.

PROLÈMES DE RÉCAPITULATION GÉNÉRALE.

1867. 70 livres de bœuf, première qualité, ont coûté $7; combien coûteront 47 livres? R. $4. 60c.

1868. Une machine a fait 34 verges d'étoffe en 8 heures; combien mettra-t-elle de temps pour en faire 248? R. 56h.

1869. 29 ouvriers ont achevé un ouvrage en 18 jours; combien de jours 87 ouvriers emploieront-ils pour faire le même ouvrage? R. 6.

1870. Une pièce de vin de 250 gallons a coûté $80; combien coûtera une pièce de 300 gallons? R. $96.

1871. On a payé $4. 50c. pour la façon de 2 douzaines de chemises; combien payera-t-on pour 5$\frac{1}{2}$ douzaines? R. $12. 37$\frac{1}{2}$c.

1872. Le sac de blé de 1 $\frac{1}{5}$ minot coûte 18 chelins; quel sera le prix d'un sac de même qualité contenant 1 $\frac{3}{5}$ minot? R. £1 4s.

1873. Une machine à vapeur a vidé 36 verges cubes d'eau en 2 heures 6 minutes ; combien mettra-t-elle pour vider 2140 verges cubes ? R. 124 heures 50m.

1874. Il faut 3 verges de toile à $\frac{3}{4}$ de largeur pour doubler une étoffe ; si l'on prend de la toile de $\frac{7}{8}$ de largeur, combien faudra-t-il de verges ? R. $2\frac{4}{7}$ verges.

1875. Avec 16 rouleaux de papier peint, à $\frac{16}{25}$ verges de largeur, on peut tapisser une chambre. Si l'on prend du papier à $\frac{1}{2}$ verge de largeur, combien faudra-t-il de rouleaux R. $20\frac{12}{25}$.

1876. Un ouvrier devait être payé pour un travail qui devait durer 18 jours, à raison de $27 : il n'a travaillé que 12 jours 6 heures, combien recevra-t-il ? La journée est de 12 heures.
R. $18.75c.

1877. 18 ouvriers ont mis 15 jours pour faire 60 verges d'ouvrage ; combien 30 ouvriers travaillant 20 jours en feront-ils ?
R. $133\frac{1}{3}$.

1878. Si 5 ouvriers travaillant 10 jours et 12 heures par jour ont fait 300 verges d'ouvrage, combien en feront 8 ouvriers de la même force qui travailleraient 6 jours et 10 heures par jour ?
R. 240.

1879. Il faut 360 livres de foin pour la nourriture de 6 chevaux pendant 4 jours ; combien en faudra-t-il pour nourrir 20 chevaux pendant 10 jours ? R. 3000 lbs.

1880. On a payé 450 chelins pour le transport de 120 ballots de marchandise pesant chacun 180 livres, combien paiera-t-on pour le transport de 340 ballots pesant chacun 160 livres ?
R. £56 13s. 4d.

1881. Une troupe de 20 ouvriers ont creusé en 8 jours un fossé de 160 verges de long, sur 2 verges de large et $1\frac{1}{3}$ verge de profondeur ; combien faudra-t-il de jours à une seconde troupe de 24 ouvriers pour creuser un fossé de 90 verges de long sur $1\frac{4}{5}$ verge de large et $1\frac{3}{5}$ verge de profondeur. R. $4\frac{1}{2}$ jours.

1882. Pour faire 360 pieds d'ouvrage, 20 ouvriers ont travaillé 6 jours et 12 heures par jour ; combien faudra-t-il de jours à 15 ouvriers pour faire 160 pieds du même ouvrage, s'ils travaillent seulement 10 heures par jour ; R. 4 jours et $\frac{4}{15}$.

1883. 4 voyageurs, ayant dépensé 45 chelins en 3 jours, rencontrent 3 amis avec lesquels ils continuent leur voyage, et ils dépensent $262\frac{1}{2}$ chelins en faisant la même dépense par personne qu'auparavant ; combien sont-ils restés de temps ensemble ? R. 10 jours.

1884. 40 ouvriers ont gagné 1600 chelins en 10 jours travaillant 10 heures par jour ; combien faudra-t-il que 25 ouvriers travaillent d'heures par jour pendant 6 jours pour gagner 550 chelins ? R. 11 h.

1885. On a employé 68 livres de laine pour faire 25 verges d'un tissu qui a $\frac{3}{5}$ verge de largeur ; avec 21 livres $\frac{3}{5}$ de la même laine, quelle serait la longueur du tissu qu'on pourrait faire, mais qui aurait $\frac{4}{5}$ verge de largeur ? R. 60 verges.

1886. L'entretien d'une famille de 6 personnes a coûté $156 pendant 39 jours ; la famille s'étant augmentée de 3 personnes, combien coûtera l'entretien pendant 45 jours ? R. $270.

1887. Une personne a fait venir 5 pièces de vin de Bordeaux qui lui coûtent sur place $45 la pièce de 250 bouteilles, les frais de transport s'élèvent à $25 et le droit d'entrée à $18. 50 cents par barrique ; à combien lui revient la bouteille ? R. $0.27c. $\frac{2}{5}$.

1888. Quel est le poids d'une pièce de vin de 250 bouteilles ; la bouteille de vin pesant $2\frac{1}{2}$ livres et le fût $35\frac{1}{2}$? R. $660\frac{1}{2}$ lbs.

En $2\frac{1}{2}$ jours un ouvrier a fait 35 verges ; combien mettra-t-il de temps pour faire $31\frac{1}{2}$ verges ? R. $2\frac{1}{4}$ jours.

1889. Quel est l'intérêt de $8409 pour $4\frac{1}{2}$ ans, à 7 pour cent par an ? R. $2646.

1890. Un marchand a acheté une pièce de vin de 250 bouteilles au prix de 100 chelins : il veut gagner 25 pour cent ; à combien doit-il vendre la bouteille ? R. $0.50c.

1891. Quel est le capital qui, placé à 4 pour %, est devenu $6840 après $3\frac{1}{2}$ ans ? R. $6000.

1892. Un épicier a acheté 200 livres de vermicelle à 80 chelins, il ne peut les revendre qu'un chelin la livre ; combien perd-il pour 100 ? R. $28\frac{4}{7}$ pour cent.

1893. Un capitaliste a retiré, après 5 ans 4 mois, $614400 pour un capital de $500000 ; à quel taux l'avait-il placé ?
R. $4\frac{29}{100}$ pour 100.

1894. Un marchand a acheté du sucre à 125 chelins les 200 livres ; il donne $\frac{1}{2}$ pour % au courtier et se reserve de gagner 10 pour % ; combien doit-il vendre la livre de sucre ? R. $8\frac{1}{4}$d. $\frac{3}{20}$.

1895. En revendant au détail $161.25 cents les 100 gallons d'huile ; un marchand a payé $\frac{1}{2}$ pour % de commission et a fait un bénéfice de 7 pour % ; combien avait-il payé les 100 gallons d'huile ? R. $150.

1896. Un négociant retiré des affaires s'est fait un revenu de \$15700 en plaçant à 5 pour $\frac{0}{0}$ le capital provenant de ses économies ; quel est ce capital ? R. \$314000.

1897. Trois personnes ont à partager une somme de \$6400 de manière que la deuxième ait le triple de la première et la troisième autant que les deux autres ensemble ; combien revient-il à chaque personne ? R. 1^er^ \$800, 2^me^ \$2400 et 3^me^ \$3200.

1898. Une personne a cédé pour \$1200 un billet de 1500 payable dans 3 ans ; à quel taux le billet a-t-il été escompté ? R. $6\frac{2}{3}$ pour cent.

1899. Un billet de \$2560, escompté en dehors à 6 pour 100, a été réduit à \$2500 ; à combien de jours d'échéance était-il ? R. $151\frac{67}{483}$ jours.

1900. Un marchand avait acheté le 10 février pour \$3600 de marchandise et fait un billet payable 15 septembre ; le 15 mars, il paie un acompte de \$1500 : combien de temps pourra-t-il garder le restant de la somme ? R. $348\frac{3}{7}$ jours.

1901. Un négociant a souscrit le 15 Janvier 4 billets, savoir : le premier de \$2500, payable le 10 Mars ; le deuxième de \$1800, payable le 25 Juin ; le troisième de \$1500, payable le 20 Septembre ; le quatrième de \$3000, payable le 15 Décembre ; il désire payer le montant des 4 billets en une seul fois ; à quelle époque ? R. $204\frac{9}{22}$ jours au 7 Août de la même année.

1902. Un marchand achète 94 barriques brut à \$57 la barrique avec 15 pour 100 de tare et remise de $3\frac{1}{2}$ pour 100 s'il paie comptant ; combien doit-il payer ? R. \$4366.77c.

1903. Un marchand a fait 3 billets : le premier de \$800, payable dans 3 mois ; le deuxième de \$900, payable dans 6 mois ; le troisième de \$1000, payable dans 9 mois ; il voudrait les échanger contre un seul billet de \$2700 ; quelle sera l'époque de l'échéance du billet ? R. 6 mois $\frac{2}{9}$.

1904. Partager \$48 entre 3 ouvriers qui ont travaillé, le premier 7 jours, le deuxième 6 jours et le troisième 5 jours ; combien revient-il à chacun ? R. 1^er^ $\$18.66\frac{2}{3}$c., 2^me^ \$16 et 3^me^ $\$13.33\frac{1}{3}$c.

1905. 2 ouvriers ont à partager \$6.70c. de gratification le premier a travaillé 10 jours et 8 heures par jour : le deuxième 6 jours et 9 heures par jour ; combien revient-il a chaque ouvrier ? R. Le premier \$4, et le deuxième \$2.70c.

1906. Une personne a laissé en mourant \$5400 à partager entre 3 serviteurs, en raison du nombre d'enfants qu'ils ont : le premier en a 2, le deuxième 3, le troisième 5 ; combien chaque domestique recevra-t-il ? R. 1^er^ \$1080, 2^me^ \$1620 et 3^me^ \$2700.

1907. 4 vieillards indigents, âgés de 75, 78, 81, 82 ans, ont reçu \$620 qu'ils doivent se partager en raison de leur âge ; combien revient-il à chaque vieillard ?

R. 1er $\$147\frac{12}{79}$, 2me $\$153\frac{3}{79}$ et 3m $\$158\frac{73}{96}$ et 4me $\$160\frac{70}{79}$.

1908. 4 personnes ont \$8745 à se partager entre elles, de manière que la deuxième ait le double de la première, la troisième la moitié de la somme des deux précédentes ; et la quatrième le tiers de la somme des précédentes ; combien chaque personne recevra-t-elle ?

R. 1er \$1457.50c. 2me \$2915, 3me \$2186.25c. et 4me \$2186.25.

1909. 2 négociants ont mis en commun : le premier \$50000, le deux \$60000 ; combien revient-il à chacun sur un bénéfice de \$4400 ? R. Le premier \$2000 et le deuxième \$2400.

1910. 3 marchands ont fait une société pour 3 ans ; dès le commencement, le premier a fourni \$2000 ; le deuxième six mois après, \$3000 ; le troisième, au commencement de la deuxième année, a fourni \$4000 ; l'association a rapporté \$3870, les associés, après avoir retiré leur mise, se partagent le bénéfice ; quelle est la part de chacun ?

R. 1er \$1080, 2me \$1350 et 3me \$1440.

1911. 2 personnes ont fait un fonds commun de \$9000 qui a rapporté, après deux ans d'association, \$3400 de bénéfice ; la première qui avait mis \$5000, dès le début a retiré \$2000, à quelle époque la deuxième a-t-elle fourni sa mise ?

R. 3 mois après le début de l'association.

1912. 3 entrepreneurs ont fait un ouvrage qui leur a été payé \$6060 ; le premier avait employé 30 ouvriers pendant 20 jours à 10 heures par journée ; le deuxième, 18 ouvriers pendant 15 jours à 12 heures par journée ; le troisième 15 ouvriers pendant 24 jours à 8 heures par journée ; combien revient-il à chaque entrepreneur ? R. Premier \$3000, deuxième \$1620 et troisième \$1440.

1913. 3 personnes s'étant associées ont fait une perte de \$2500 : la première avait mis \$2500 ; la deuxième \$6000 ; la troisième, \$9000 ; quelle est la perte de chaque sociétaire ?

R. Le premier $\$357\frac{1}{7}$, le deuxième $\$857\frac{1}{7}$ et le troisième $\$1285\frac{5}{7}$.

1914. 4 personnes ont acheté en commun une propriété ; la première, a contribué à cet achat pour $3000, la deuxième, $2500 ; la troisième, $2000 ; la quatrième $1500 ; la propriété a rapporté 6300 minots de blé ; combien revient-il à chaque associé ? R. 1^{er} 1200 minots, 2^{me} 1000 m., 3^{me} 800 m. et 4^{me} 600 m.

1915. 2 personnes ont fait une association pour 4 ans ; la première a mis au commencement $6000 et la deuxième au commencement de la deuxième année, $7000 ; la première, au commencement de la troisième, a retiré $2000, et la deuxième au commencement de la quatrième année, $3000 ; le bénéfice a été de $10000 ; comment se fera le partage ?

R. Le premier $5263 $\frac{3}{19}$ et le deuxième $4736 $\frac{16}{19}$.

1916. 3 capitalistes ont fait une association : le premier a mis $80000 pour 8 mois, et il a retiré $6000 de bénéfice, le deuxième a mis $60000 pour 10 mois, et le troisième $100000 pour 4 mois ; quel est le bénéfice total de la société et celui des deux derniers associés ? R. $15375, deuxième $5625 et troisième $3750.

1917. 2 négociants ont mis en commun ; le premier, $30000 qui sont restés 6 mois en société ; le deuxième, $40000 pendant 3 mois ; l'association a rapporté $84000 ; combien revient-il à chacun ? R. Le premier $50400 et le deuxième $33600.

1918. Partager $735 entre 3 personnes, de manière que la deuxième ait les $\frac{2}{3}$ de la première et la troisième les $\frac{3}{4}$ de la somme des deux précédentes. R. 1^{er} $252, 2^{me} 168 et 3^{me} 315.

1919. 2 marchands ont mis en commun les sommes provenant de la vente de leurs marchandises : le premier a fourni 20 pièces de drap à $45 la pièce ; le deuxième, 35 pièces de vin à $16 la pièce ; ils ont fait un bénéfice de $292 ; combien revient-il à chacun ? R. Le premier $180 et le deuxième $112.

1920. 2 négociants ont fait une société dans laquelle ils ont mis en commun $60000 ; le premier a retiré $3500 de bénéfice et le deuxième $1000 de moins ; quelle était la mise de chacun ?

R. Le premier $35000, deuxième $25000.

1921. 3 marchands ont mis une somme en commun de $28350 ; le premier a retiré pour sa part de bénéfice $3600 ; le deuxième les $\frac{3}{5}$ du premier ; le troisième la $\frac{1}{2}$ de la somme des deux précédents ; quelle a été la mise de chaque marchand ?

R. Le premier $10800, le deuxième $8100 et le troisième $9450.

1922. Un ouvrier qui travaille à la pièce a gagné pendant chaque jour de la semaine ; $3.40c, $3.75c, $3.20c, $4.15c, $3.80c., $4 ; combien gagne-t-il par jour ? $3.71c. $\frac{2}{3}$

1923. Un marchand fait un mélange de 3 pièces de vin dont la première de 240 gallons, lui coûte $120 ; la deuxième de 200 gallons, $80 ; la troisième de 160 gallons, $64 ; il veut gagner $60 sur le tout ; combien doit-il vendre le gallon du mélange ?

R: $0.54c.

1924. 4 personnes ont fait un fonds commun de $100000 ; les mises sont dans le rapport des nombres 1, 2, 3, 4 ; les temps pendant lesquels les mises sont restées dans l'association sont comme les nombres 5, 6, 7, 8 ; le bénénifice total a été de $78400 ; quels sont la mise et le bénéfice particulier de chaque associé ? R. Les mises sont $10000, $20000, $30000, $40000 et les bénéfices sont $5600, $13440, $23520 et 35840.

1925. Un marchand a acheté pour $4500 de marchandises pour laquelle somme il a fait deux billets, l'un de $\frac{1}{3}$ de la somme payable en 6 mois et l'autre du restant payable en 12 mois ; s'il voulait ne faire qu'un paiement ; quand devrait-il le faire ?

R. 10 mois.

1926. Quelle est l'échéance commune de 3 billets de $1000, $2000, $3000 payables respectivement dans 3 mois, 4 mois et 6 mois ? R. 4 mois 20 jours.

1927. Un marchand a acheté pour $6000 de marchandises à 18 mois de crédit ; mais ayant payé $2000 au bout de 6 mois, combien de temps pourra-t-il garder le reste pour compenser l'avance qu'il a faite ? R. 24 mois.

1928. J'avais à payer $3000 dans un an ; mais au moyen d'une avance que j'ai faite, il ne me reste plus à payer que $1800 dans 18 mois ; à quelle époque ai-je fait cette avance ?

R. 3 mois.

1929. Un négociant en faisant son compte avec son correspondant trouve qu'il a $4000 payables comptant, $3000 payables dans 4 mois, $5000 dans 10 mois ; et le correspondant consent à recevoir un billet unique pour ces trois billets, quelle sera la date de l'échéance ? R. 7 mois 22$\frac{1}{2}$ jours.

1930. Un marchand a fait un achat pour $12600 dont il doit payer la $\frac{1}{2}$ dans 4 mois, le $\frac{1}{3}$ dans 6 mois et le reste dans un an ; le vendeur consent à recevoir un billet unique ; à quelle échéance ? R. 6 mois.

1931. Un marchand devait $5000 à quinze mois de crédit ; mais il paie les $\frac{3}{4}$ avant l'échéance, de manière qu'il peut garder le reste 2 ans 6 mois sans faire tort à son créancier ; à quelle époque a-t-il fait cette avance? R. 10 mois.

1932. J'ai acheté pour $2000 à 6 mois de crédit; au bout de 2 mois je ferai une avance et je pourrai garder le reste 1 an sans faire tort à mon créancier ; quel est le montant de chaque paiement? R. $1200 et $800.

1933. Un marchand doit $6000 payables dans 4 mois, $4000 dans 5 mois et $8000 dans 8 mois; il paie $10000 au bout de 6 mois; combien peut-il garder le reste? R. 6 mois.

1934. Un marchand achète $75, une pièce de vin de 200 gallons qu'il transverse dans une pièce de 250 gallons, en achevant de remplir cette dernière avec de l'eau; il vend le gallon 40 cents; combien gagne-t-il pour 100? R. 33⅓.

1935. Un marchand a acheté 15 pièces de Bordeaux à $75 la pièce à 1 an de crédit; s'il paie la ½ comptant, dans combien de temps doit-il payer l'autre ½? R. 2 ans

1936. A combien revient le gallon du mélange de 80 gallons de vin qui ont coûté $25 et 20 gallons d'eau? R. $0.25c.

1937. Une personne a payé $24 pour 3 qualités de drap, savoir: à $2.50c., $2.60c., $2.90c., la verge dont elle a acheté une égale quantité; combien a-t-elle dépensé pour chaque qualité de drap? R. $7.50c., $7.80c. et $8.70c.

1938. Payer $455 avec un nombre égal de pièces de $5, de $1 et de 50c.? R. 70 pièces.

1939. On a partagé une somme à 3 ouvriers qui avaient travaillé : le premier 5 heures, le deuxième 6 heures et le troisième 9 heures ; le premier a reçu pour sa part $2.50c.; quelle était la somme à partager? R. $10.

1940. Comment payer $107 avec des pièces de $5 et de $2, en employant que 28 pièces en tout. R. 17 et 11 pièces.

1941. Un marchand a du blé de trois espèces différentes à 18 17, 15 cents le gallon; il en fait un mélange de 20 gallons de la première espèce, 30 de la deuxième, 40 de la troisième; combien revient le gallon du mélange? R. 16c. ⅓.

1942. Combien faut-il mettre de gallons d'eau dans 100 gallons de vin qui coûtent $60 pour que le gallon du mélange revienne à 50 cents? R. 20 gallons d'eau.

1943. On a un mélange de 20 livres d'eau et 5 livres de sel; combien faut-il ajouter d'eau pour que sur 4 livres de mélange il n'y ait que ¼ de livre de sel. R. 55 livres d'eau.

1944. Comment payer $105 avec des pièces de $5 et de $2 en employant 15 fois plus de pièces de la deuxième espèce que de la première ? R. 90 et 15 pièces.

1945. 2 ouvriers travaillent ensemble à un même ouvrage que le premier peut faire en 3 jonrs $\frac{1}{7}$ et le deuxième en 4 jours $\frac{1}{4}$; en combien de temps l'ouvrage sera-t-il achevé ? R. $1\frac{57}{62}$ jour.

1946. On laisse couler ensemble dans un bassin 2 fontaines, dont la première pourrait le remplir en $10\frac{1}{2}$ heures, et la deuxième en $11\frac{1}{3}$ heures ; en combien de temps le bassin sera-t-il rempli ? R. $5\frac{59}{131}$. heures.

1947. On mêle ensemble trois pièces de vin ; la première de 250 gallons à 60 cents le gallon ; la deuxième de 240 gallons à 50 cents ; la troisième de 180 gallons à 75 cents ; quel sera le prix d'une pièce de mélange de 260 gallons ? R. $156.16c. $\frac{28}{67}$.

1948. 3 fontaines pourraient remplir un bassin, chacune seule en 3 heures, 4 heures, 5 heures ; si elles coulent ensemble, en combien de temps le bassin sera-t-il rempli ? R. $1\frac{18}{46}$.

1949. 2 fontaines, coulant ensemble, remplissent un bassin en $5\frac{1}{4}$ heures ; la première seule le remplirait en $7\frac{3}{4}$ heures ; en combien de temps la deuxième le remplirait-elle ? R. $18\frac{1}{7}$.

1950. Dans quel rapport faut-il mêler du vin à 50 cents et à 65 cents le gallon pour que le gallon du mélange revienne à 65 cents ? R. 2 à 1.

1951. Avec de l'huile de 50 et 80 cents le gallon, comment faire un mélange de 200 gallons qui revienne à 60 cents le gallon ? R. $133\frac{1}{3}$ et $66\frac{2}{3}$ gallons.

1952. Dans quelle proportion faut-il allier deux métaux d'argent aux titres de 9s. 10d. et 4s. 5d. pour que l'alliage soit au titre 21, 25 ? R. 2 à 3.

1953. Avec du blé à $1.20c., $1.50c., $1.60c. le minot, on veut faire un mélange de 100 minots qui revienne à $1.30c. le minot ; combien doit-on prendre de chaque espèce ? R. 70, 20, 10.

1954. Un négociant ayant fait de mauvaises spéculations, perd le $\frac{1}{3}$ de sa fortune ; aussi malheureux une seconde fois, il perd encore le $\frac{1}{3}$ de ce qui lui reste, et continue ainsi jusqu'à la cinquième et dernière fois ; il ne lui reste plus alors que $640 : combien avait-il en commençant ? R. $4860.

1955. 2 personnes ont chacune une certaine somme ; si la première donnait $5 à la deuxième, elles auraient le même nombre de dollars; si la deuxième en donnait $5 à la première, celle-ci en aurait le double de l'autre: combien de dollars chaque personne a-t-elle? R. La première $35 et la deuxième $25.

1956. Un capitaliste a partagé une somme de $2500 en deux parties qu'il fait valoir, l'une à 4 pour 100, l'autre à 5 pour 100; le total des intérêts s'est élevé à $110; quelles sont les deux parties? R. $1500 à 4 pour 100 et $1000 à 5.

1957. Deux personnes avaient $140 à elles deux: la première a déposé les $\frac{3}{4}$ de ce qu'elle avait, et la deuxième les $\frac{2}{3}$ de son argent, il ne leur reste plus en tout que $40; combien chaque personne avait-elle? R. La première $80, la deuxième $60.

1958. Un marchand a acheté du blé de deux espèces différentes. Dans un premier achat, il a dépensé $810 pour 200 minots de la première espèce, et 300 de la deuxième; dans un deuxième achat, 250 minots de la première et 160 de la deuxième lui ont coûté $690; quel est le prix de chaque espèce? R. $1.80c. et $1.50c.

1959. 2 ouvriers ont fait 59 verges, en travaillant, le premier, 3 jours et le deuxième, 5 jours. Une seconde fois, ils ont fait 74 verges en travaillant, le premier, 4 jours, et le deuxième 6 jours. Combien chacun des deux ouvriers fait-il de verges par jour? R. Le premier 80, le deuxième 70.

1960. On a laissé couler deux fontaines dans un bassin, l'une pendant 3 heures et l'autre pendant 5 heures; à elles deux, elles ont donné 490 gallons d'eau. Une seconde, elles ont donné 1045 gallons en coulant, la première, 6 heures, et la deuxième 8 heures. Combien de gallons d'eau chacune des fontaines donnent-elles par heure? R. 1er 80 gal., 2e 70 gal.

1961. Deux amis voulant acheter un cheval à frais communs: l'un d'eux ne pourrait payer que le $\frac{1}{5}$ du prix et l'autre le $\frac{1}{7}$; mais en réunissant les deux sommes, il faudrait donner encore $115 pour payer le cheval; quel est le prix du cheval? R. $420.

1962. Partager 46 en deux parties, telles que la somme des quotients que l'on obtiendra en divisant l'une par 7 et l'autre par 3, soit égale à 10? R. 28 et 18.

1963, Une personne a acheté pour $129, 23 verges de drap de deux qualités différentes, savoir: à $7 et $3 la verge; combien a-t-elle payé pour chaque espèce? R. $105 et $24.

1964. La garnison d'une place se compose de 2600 hommes parmi lesquels il y a 9 fois autant de fantassins et 3 fois autant d'artilleurs que de cavaliers ; combien de chaque arme ? R. 200, 600 et 1800.

1965. Un voyageur a parcouru 3040 lieues sur lesquelles il en a parcouru 3 fois ½ autant à cheval qu'à pied et 2½ autant par eau qu'à cheval ; combien de lieues a-t-il parcourues à pied, à cheval et par eau ? R. 240, 840 et 1960.

1966. On a partagé $1170 entre 3 personnes proportionnellement à leur âge. La deuxième est de $\frac{1}{5}$ plus âgée que la première qui n'a que la ½ de l'âge de la troisième ; quelle est la part de chaque personne ? R. 1er $390, 2me $260 et 3me $520.

1967. Une somme de £594 doit être payée proportionnellement à leur population. La population de la première est à celle de la deuxième comme 3 est à 5, et celle de la deuxième comme 8 est à 7 ; etcombien chacune de ces villes doit-elle payer ? R. 1er £144, 2me £240 et 3me £210.

1968. 4 créanciers ont à se partager $21000. La créance du premier n'est que les $\frac{7}{6}$ de celle du deuxième ; celle du deuxième, les $\frac{4}{5}$ de celle du troisième, et celle du troisième les $\frac{6}{7}$ de celle du quatrième ; combien revient-il à chaque créancier ?

R. 1er $7000, 2me $6000 et 3me $4800 et 4me $3200.

1969. Un ouvrier dépense le ⅓ de ce qu'il gagne pour sa nourriture, la ½ pour son habillement et son logement ; le $\frac{1}{32}$ en dépenses courantes, et il place chaque année $318 ; combien gagne-t-il par an ? R. $720.

1970. Un marchand a calculé que ses bonnes spéculations lui ont rapporté 15 pour 100 de son capital, ce qui porte son avoir total à $15571 ; quel était son capital ? R. $13540.

1971. Un capital a rapporté 4½ pour 100 dans l'année. Le revenu et le capital réunis se montent à $13167 ; quel est le capital ? R. $12600.

1972. Quel est le capital qui, placé à 3 pour 100, est devenu au bout de 5 ans, intérêts simples et capital $69000 ? R. $60000.

1973. Le rapport d'une propriété mieux administrée s'est accru de 8 pour 100 comparé à celle de l'année précédente ; il est de $1890 ; quel a été celui de l'année d'avant ? R. $1750.

1974. Au prix de $1. 80c. le minot, un marchand gagne 12½ pour 100 ; combien lui coûtent les 100 minots ? R. $160.

1975. Un capital est tel que, augmenté de ses intérêts simples pendant 5 ans, à 4 pour 100, il s'élève à la somme de $8208 ; quel est ce capital ? R. $6840.

1976. Un marchand fait 3 ventes dans un jour : sur la première la perte est de $\frac{1}{6}$ de la valeur totale des objets mis en vente ; sur la deuxième de $\frac{1}{10}$; mais sur la troisième il gagne le $\frac{1}{3}$; son compte fait, il trouve qu'il a gagné $3 ; quelle était la valeur totale des objets vendus? R. $45.

1977. Il y a 240 lbs à transporter. A cet effet, on prend 2 hommes également forts, plus une femme qui ne peut porter que la moitié de la charge d'un homme plus un enfant qui portera le tiers de la charge de la femme. Faire le partage en conséquence.

R. 15 lbs, enfants ; 45 lbs, femme ; 90 lbs, chaque homme.

1978. Quatre personnes se partagent entre elles un panier contenant 108 pommes ; la première en prend ce qu'elle veut, la deuxième en prend le double de la première, la troisième le double de la deuxième, la quatrième prend le reste, et en a autant à elle seule que la première et la troisième en ont à elles deux. Combien ces personnes ont-elles de pommes chacune? R. 9, 18, 36, 45.

1979. Trois personnes ont acheté une maison $27000. Sachant que la deuxième a payé le double de la première, et la troisième le triple de la deuxième, on demande la somme donnée par chacune. R. 1er $3000, 2me $6000 et 3me $18000.

1980. De trois ouvriers qui travaillent au même ouvrage, le premier peut en faire 6 verges en trois jours, le deuxième peut en faire 12 verges en 4 jours, et le troisième peut en faire 20 verges en 5 jours. Il arrive qu'en 15 jours les trois ouvriers réunis ont fait 135 verges. Sachant que chaque verge a été payée $2, on demande combien chaque ouvrier doit recevoir ?
R. 1er $60, 2me $90 et 3me $120.

1981. Trois compagnies d'ouvriers ont fait ensemble 860 toises d'ouvrage, qui leur ont été payées à raison de $6. On demande à connaître le gain de chaque compagnie, sachant que dans la première il y avait 60 hommes, dans la deuxième 40, et dans la troisième 50 ? R. 1er $2064, 2me $1376 et 3me $1720.

1982. 50 ouvriers ont gagné ensemble une somme de $1927.20c. ; 20 ont travaillé pendant 15 jours, 12 pendant 18 jours, et le reste pendant 20. Combien doit recevoir chaque troupe, et chacun, sachant que le prix de la journée est égal pour tous ?
R. Le premier $33, le deuxième $39.60 et troisième 44 ; 220 p. j.

1783. Quatre négociants ont fait une mise de fonds de $36000. En partageant les bénéfices proportionnellement à leur mise le premier a eu $3000, le deuxième $3500, le troisième $2600 et le quatrième $2900. On demande quelle avait été la mise de chacun. R. 1^{er} $9000, 2^{me} $10500, 3^{me} $7800.

1984. Quelqu'un à qui on demandait pour combien il était intéressé dans une entreprise, répondit : en mettant $50000, j'en aurais gagné $4625 ; mais mon bénéfice n'est que $3552. Combien a-t-il gagné pour cent, et combien a-t-il mis ?

R. 9¼ pour 100 ; $38400.

1985. Deux personnes ont mis en société, l'une $1200 et l'autre $1800. Ils ont pris un commis qui doit avoir 10 pour cent des bénéfices. Il arrive que ce commis a touché $1000 pour sa part. Combien chacune de ces deux personnes a-t-elle retiré de bénéfice ? R. La première $2400, la deuxième $3600

1986. Trois personnes ont reçu $276 ; on ne sait pas ce qu'a reçu la première, mais on sait que la deuxième à reçu deux fois autant et $12 de plus, et que la troisième a reçu trois fois autant que la deuxième et de même $12 en sus. Combien chaque persoine a-t-elle reçu ? R. 1^{er} $24, 2^{me} $60 et 3^{me} $192.

1987. Deux individus ont gagné $2000 en société ; le second a mis deux fois autant que le premier, et $80 en sus. Sachant que le premier a retiré $500 de bénéfice, on demande combien ils ont mis chacun ? R. Le premier $80 et le deuxième $240.

1988. Un débiteur laisse à 5 créanciers $180 pour $540 qu'il leur doit ; il doit au premier $180, au deuxième $90, au troisième $45, au quatrième $108, au cinquième $177. On demande la part de chaque créancier dans la somme laissée.

R. 1^{er} $60, 2^{me} $30, 3^{me} $13, 4^{me} $38 et 5^{me} $39.

1989. Deux marchands qui avaient mis $1000 en société, ont gagné $3250 ; le gain du premier surpasse de $650 celui du second. Quels sont les mises et les gains de chaque marchand ?

R. Le premier $600, gain $1950 ; deuxième $400, gain $1300.

1990. On emploie dans une grande fabrique, des hommes, des femmes et des enfants ; les hommes gagnent $16.50c. par semaine, les femmes $10.50c., et les enfants $4.50c. La dépense d'un mois, pendant lequel chaque ouvrier a travaillé 24 jours, se monte à $25470, dont les hommes ont eu $18480 et les enfants $1530. On demande combien il y a d'hommes, de femmes et d'enfants, et combien chacun d'eux gagne par jour?

R. 180 h. à $2.75c., 130 f. à $1.75c. et 85 enf. à $0.75c.

1991. Trois marchands se sont associés dans leur commerce; le second a mis les $\frac{2}{3}$ de la somme du premier, moins $300; le troisième $\frac{1}{4}$ de la somme du premier, plus $200. Sachant que leur mise totale s'élève à $25000, on demande quelle est la mise de chacun? R. 1er 13095\frac{15}{23}$, 2me 8430\frac{10}{23}$ et 3me 3473\frac{21}{23}$.

1992. Un premier ouvrier ferait un ouvrage en 6 jours de 12 heures; un deuxième ouvrier le ferait en 4 jours de 9 heures; un troisième le ferait en 3 jours de 8 heures. En travaillant tous ensemble, ils ont été 12 heures pour faire ce même ouvrage. Sachant que le prix s'est élevé à $288, on demande combien chaque ouvrier a dû recevoir pour son paiement?

R. Le premier $48, le deuxième $96 et troisième $144.

1993. Quelqu'un a acheté 18 cravates, dont 4 de batiste, 6 de percale et 8 de couleur. Une cravate de percale coûte $3 de plus qu'une de batiste, et $2 de moins qu'une de couleur. On demande combien elles ont coûté chaque, sachant que, si la totalité eût coûté $16 de plus, elles reviendraient à $5 l'une dans l'autre? R. $2, $5 et $7.

1994. On a partagé une somme de $1830 entre 15 hommes, 17 femmes et 8 enfants. La part d'une femme, qui était trois fois plus forte que celle d'un enfant, était égale aux $\frac{5}{7}$ de celle d'un homme. Combien les hommes, les femmes et les enfants ont-ils eu chacun? R. $63, $45 et $15.

1995. Un héritage de $7500 doit être partagé entre une mère et ses 5 enfants, 2 garçons et 3 filles, de telle sorte que la part des garçons soit le double de celle des filles, et celle de la mère égale à celle de tous les enfants ensemble avec $500 de plus; combien revient-il à la mère et à chaque enfant?

R. $500 pour une fille, $1000 pour un g. $4000 pour la mère.

1996. Dans une société composée d'hommes, de femmes et d'enfants, en tout 90 personnes, il y a 4 hommes de plus que de femmes, et 10 enfants de plus que d'adultes; combien d'enfants, de femmes et d'hommes? R. 18 f., 22 h. et 50 enfants.

1997. 3 fermiers se partagent 80 cordes de bois, le deuxième à 2 cordes $\frac{19}{25}$ de moins que le premier, et le troisième 11 cordes $\frac{3}{25}$ de plus que le deuxième; combien chacun a-t-il pour sa part? R. 1er 24 $\frac{4}{5}$, 2me 22 $\frac{1}{25}$ et 3me 33 $\frac{4}{25}$.

1998. Un père envoie à ses 5 enfants $1000 qu'ils se partagent de manière que chacun ait $20 de plus que celui qui le suit immédiatement par ordre d'âge ; quelle est la part du plus jeune ? R. $160.

1999. 3 personnes ont une certaine somme à partager. La première doit avoir $5000 de moins que la $\frac{1}{2}$ de la somme totale ; la deuxième $1000 de moins que le $\frac{1}{3}$, et la troisième $800 de plus que le $\frac{1}{4}$; quelle est la somme à partager et la part de chaque personne ?

R. $38400, 1^{er} $16200, 2^{me} $11800 et 3^{me} $10400.

2000. Un homme laisse par son testament la $\frac{1}{2}$ de sa fortune à sa mère qui a 2 enfants, à chacun de ces deux enfants la $\frac{1}{6}$ partie, la $\frac{1}{12}$ partie à son domestique, et $60 qui restent, aux pauvres ; à combien se monte l'héritage ? R. $7200.

2001. Une prairie de 57 arpents, partagée entre 3 cultivateurs. La part du premier est à celle du deuxième comme 11 est à 6, et le troisième doit avoir 6 arpents de plus que les 2 autres ensemble ; quelle est la part de chacun ?

R. Le premier $16\frac{1}{2}$, le deuxième 9 et le troisième $31\frac{1}{2}$.

2002. 4 héritiers ont $2520 à partager ; le premier doit avoir le double du deuxième moins $1000 ; le deuxième autant que le troisième et le quatrième, et le troisième $360 ; quelle est la perte des trois autres ? 1^{er} $760, 2^{me} $880 et 4^{me} $520.

2003. Comment partager $5600 entre 5 personnes, de manière que la deuxième ait le double de la première et $200 de plus ; la troisième le triple de la deuxième et $400 de moins ; la quatrième la $\frac{1}{2}$ de la somme de la première et de la troisième et $150 de plus ; la cinquième le $\frac{1}{4}$ des 4 autres parts réunies plus $475 ? R. 1^{er} $500, 2^{me} $1200, 3^{me} $1100, 4^{me} $1300 et 5^{me} $1500.

2004. 5 joueurs ont perdu ensemble $17.75c. La perte du deuxième dépasse de $$\frac{1}{2}$ le triple de la perte du premier ; la perte du troisième est égale au double de celle du deuxième moins $2 ; le quatrième a perdu 25c. de moins que le premier et le deuxième ensemble ; le cinquième deux fois autant que le deuxième moins $3 ; combien chacun des joueurs a-t-il perdu ?

R. 1^{er} $1, 2^{me} $3.50c., 3^{me} $5, 4^{me} $4.25c. et 5^{me} $4.

2005. 2 personnes jouent ensemble à $1 la partie ; avant de commencer, la première avait $42 et la deuxième $24 ; au bout d'un certain nombre de parties la première se trouve avoir 5 fois autant que ce qui reste à la deuxième ; combien la première a-t-elle perdu de parties de plus que la deuxième ? R. 13 parties.

2006. Une garnison se compose de 1250 hommes, cavalerie et infanterie. Chaque cavalier reçoit $15 par mois et chaque fantassin $10. La solde du mois de la garnison entière coûte $13500 ; combien y a-t-il de fantassins et de cavaliers ?

R. 1050 fantassins et 200 cavaliers.

2007. Un capitaliste a placé les $\frac{4}{5}$ de ses fonds à 4 pour 100 et le $\frac{1}{5}$ restant à 5 pour 100 ; il retire en tout $2940 ; combien a-t-il placé en tout ? R. $70000.

2008. Trouvez 3 nombres dont la somme soit égale à 70, et tels que le premier divisé par le deuxième donne 2 pour quotient et 1 pour reste, et que le trosième divisé par le deuxième donne 3 pour quotient, et pour reste ?

R. Le premier 11, deuxième 23 et troisième 36.

2009. Combien d'argent as-tu ? demandait quelqu'un à son ami. Le nombre de dollars que j'ai, répondit celui-ci, est tel qu'en retranchant 3 de son produit par 5 et ajoutant 2 au produit du reste par 4, le résultat est égal à 23, sans tenir compte du 0 qui termine le nombre ; combien a-t-il ? R. $12.

2010. Un maître proposant à ses élèves de deviner un nombre qu'il avait pensé. En multipliant, disait-il, ce nombre par 5 et retranchant du produit 24, puis divisant le reste par 6 et ajoutant 13 au quotient, vous retrouverez le nombre lui-même ; quel est ce nombre ? R. 54.

2011. Un voyageur parti 10 jours après un autre, suit ses traces pour le rattraper ; le premier ne fait que 4 lieues par jour, tandis que le deuxième en fait 9 ; après combien de jours l'aura-t-il rejoint ? R. 8.

2012. 2 voyageurs vont l'un à la suite de l'autre ; le premier est parti 12 jours d'avance ; mais sa vitesse est à celle du deuxième comme 3 est à 8 ; dans combien de temps le deuxième rejoindra-t-il le premier ? R. $7\frac{1}{5}$ jours.

2013. On a expédié un courrier qui fait 7 lieues en 5 heures ; 8 heures après son départ, on fait partir pour le rejoindre un autre courrier, qui fait 5 lieues en 3 heures. Dans combien de temps le deuxième courrier aura-t-il atteint le premier ? R. 42 h.

2014. Les données étant les mêmes que dans le problème précédent, si le premier courrier avait 8 lieues d'avance, combien faudrait-il de temps au deuxième pour le rejoindre ? R. 32 h.

2015. Deux régiments partent pour changer réciproquement de garnison, le premier fait $3\frac{1}{2}$ lieues par jour ; le deuxième ne part que 8 jours après, et fait $5\frac{1}{6}$ lieues par jour. La distance des deux villes est de 80 lieues. A quel jour, depuis le départ du premier régiment, la rencontre se fera-t-elle ? R. 14 jours.

2015. Une division ennemie, partie 2 jours d'avance d'une position, fait $4\frac{1}{2}$ lieues par jour ; la division qui la poursuit se met en marche du même endroit dans le dessein de l'attendre le sixième jour. Combien doit-elle faire de lieues par jour ?
R. 6 lieues.

2017. Il est trois heures et demie ; à quelle heure les deux aiguilles de la montre se rencontreront-elles pour la première fois ? R. 4 h. 21. m. 49s. $\frac{1}{11}$.

2018. Un lévrier poursuit un lièvre qui a 50 sauts d'avance sur lui ; le lévrier en fait 5 pendant que le lièvre en fait 6 ; mais 9 sauts du lièvre n'en valent que 7 du lévrier ; combien le lièvre fera-t-il de sauts avant d'être atteint par le lévrier ?
R. 700.

2019. 2 mortiers lancent des bombes sur une ville assiégée. Le premier en a lancé 36 avant que le deuxième ait commencé son feu, et il en envoie 8 dans le même temps que le deuxième en envoie 7 ; mais le deuxième dépense en 3 coups la même quantité de poudre que le premier en 4 ; on demande combien de bombes doit lancer le deuxième mortier pour dépenser la même quantité de poudre que le premier ? R. 189.

2020. Comment se fait-il, disait un voyageur à son compagnon, que tu m'aies dépassé de 3000 pas, quand chacun de mes pas est double des tiens ? C'est vrai, répondit l'autre, mais je fais dans le même temps 5 fois plus de pas que toi ; combien chacun des voyageurs a-t-il fait de pas ? R. 1er 2000, 2me 5000.

2021. Une personne fait valoir deux capitaux, l'un de $5500 à 4 pour 100, et $4\frac{1}{2}$ ans plus tard, l'autre de 8000 à 5 pour 100 ; dans combien de temps ces deux capitaux auront-ils rapporté le même intérêt ? R. Le premier 10 ans et le second $5\frac{1}{2}$ ans.

2022. La roue de devant d'une voiture dont la circonférence est $1\frac{3}{4}$ verge, a fait 2000 tours de plus que la roue de derrière qui a $2\frac{3}{8}$ verges de circonférence ; quelle est la longueur de la route parcourue ? R. 13300 verges.

1023. Un marchand a deux espèces de vin à 36 et 20c. la bouteille ; il veut en faire un mélange de 50 bouteilles qu'il puis-vendre, sans profit ni perte, au prix de 30c.; combien devra-t-il prendre de bouteilles de chaque espèce?

R. Premier $31\frac{1}{4}$ et second $18\frac{3}{4}$.

1024. Un orfèvre a deux lingots d'argent à deux titres différents, le premier à $\frac{910}{1000}$ de fin, le deuxième à $\frac{875}{1000}$; il veut en faire un alliage de 100 grammes à $\frac{889}{1000}$ de fin; combien doit-il prendre de chaque espèce? R. Premier 40, second 60.

2025. Un marchand de vin a acheté 136 pintes de vin à 40c. la pinte; mais craignant que ses pratiques ne trouvent le prix trop élevé, il s'avise d'y mettre de l'eau, afin de pouvoir le vendre à 32c.; combien de pintes d'eau doit-il mettre dans son vin?

R. 34 pintes.

2026. Combien faut-il allier d'or au titre de $\frac{39}{50}$, à $3\frac{1}{5}$ livres d'or à $\frac{16}{25}$ pour que la livre d'alliage contienne $\frac{18}{25}$ de fin?

R. $4\frac{4}{15}$ livres.

2027. Quelqu'un demande pour la valeur de $14 des pièces de monnaie de 50c. et de 40c.; 16 en tout; combien lui donnera-t-on de pièces de chaque espèce? R. 4 et 12.

2028. Un fruitier a vendu 7 douzaines de poires et 2 douzaines d'oranges pour $2. 55c.; il a vendu ensuite 3 douzaines de poires et 10 douzaines d'oranges semblables aux premières pour $4. 75c.: quel est le prix d'une douzaine de poires et le prix d'une douzaine d'oranges? R. $0.25 p. et $0. 40c.

2029. Un marchand a vendu 7 cwt. de sucre et 2 cwt. de café pour $24. 50c.; une autre fois, il a vendu 5 cwt. du même sucre et 8 cwt. du même café pour $40. 50c.: quel a été le prix du quintal de sucre, et le prix du quintal de café?

R. sucre $2. 50, café $3. 50.

2030. Il y a 4 moulins dans une ville assiégée: le premier peut moudre chaque jour 3 sacs; le second, 5; le troisième 7, et le quatrième 9. Sachant qu'on veut faire moudre 648 sacs de grains, on demande combien de jours il faudra pour moudre le tout, et combien on devra distribuer de sacs à chaque moulin, en proportion de ce qu'il peut moudre.

R. 27 jours; 1er 81, 2me 135, 3me 189 et 4me 243 sacs.

2031. Un entrepreneur emploie 4 ouvriers pour faire 220 toises d'ouvrage: le premier fait $3\frac{1}{2}$ toises par jour; le second 4 toises; le troisième $4\frac{1}{4}$ toises, et le quatrième $4\frac{3}{4}$ toises. Combien de jours seront-ils pour faire la totalité? R. $13\frac{1}{3}$ jours.

2032. Un marchand a 50 gallons de vin à 40c. le gallon ; 25 à 60c. ; 80 à 70 c. et 15 à $73\frac{1}{3}$c. En mêlant toutes ces qualités pour faire du vin à un seul prix ; combien devra-t-il ajouter d'eau, pour gagner 12c. par gallon de mélange. R. 34 gallons.

2033. On a de l'eau de mer, qui sur 32 lbs contient une livre de sel. On demande combien il faudrait y ajouter d'eau douce pour que sur 32 lbs de mélange, il n'y ait que 2 onces de sel ? R. 224 lbs.

2034. Un marchand vend 90 paires de bas et de gants pour \$50 ; les bas coûtent 60c. la paire, les gants 50c. la paire. Combien y en avait-il de chaque sorte ? R. 40p. gants ; 50p. bas.

2035. Un marchand a acheté deux barriques de melasse contenant chacune 125 gallons. Elles lui coûtent \$50 les deux, et l'une lui coûte \$12.50 de plus que l'autre ; il trouve à en vendre immédiatement 189 gallons à 30c. Combien doit-il mêler ensemble de gallons de la plus forte et de la plus faible pour faire un mélange qui lui donne $7\frac{1}{2}$c. de bénéfice sur chaque gallon qu'il vendra ? R. Premier 45 gallons, second 135 gallons.

2036. En faisant couler alternativement dans un vase qui contient 66 pintes, deux fontaines, dont l'une fournit 6 et l'autre 4 pintes par minute , on l'a empli en 16 minutes. Pendant combien de minutes chacune de ces deux fontaines a-t-elle coulé ? R. Premier 1 minute, seconde 15 minutes.

2037. Un enfant veut acheter des oranges ; en en prenant 24 il lui resterait 15 sous, et en en prenant 30 il lui manquerait 21 sous. On demande combien coûte une orange, et combien cet enfant avait d'argent ? R. 6s. l'orange ; somme 159 sous.

2038. Chez un traiteur, on sert à table d'hôtes à raison de 40c. par tête pour les hommes et 35c. pour les femmes ; il y avait un jour 25 personnes, tant hommes que femmes, et l'hôte reçu \$9. 80c. : On demande combien il y avait d'hommes et de femmes ? R. 21 hommes, 4 femmes.

2039. Un marchand a des vins qui lui reviennent à 48c., à 60c. et à 72c., il veut les mélanger par parties égales avec 100 gallons d'un autre vin qui lui coûte 66c., et que le mélange lui revienne à 65c. : Combien devra-t-il mettre de chaque sorte ? R. $6\frac{2}{3}$ des troisième, 100 du dernier.

2040. Un marchand a du café a 40c., à 36., à 28c., à 21c., et à 15c. ; il veut en faire une caisse de 325 lbs et de manière que les 4 qualités supérieures soient comprises dans le mélange, chacune par la même qualité. Combien drevra-t-il mettre de chaque sorte? R. 45 lbs de chaque.

2041. Quelqu'un a placé $25000, portion à 5 pour cent, portion à 7, et ils lui produisent $1550 de rente. Quel est le montant de chacune des sommes placées?

R. $15000 à 7p. $\frac{0}{0}$ et $10000 à 5 p. $\frac{0}{0}$.

2042. Un mélange est composé de 90 pintes de vin et de 10 pintes d'eau. On demande combien il faut ajouter de vin pour que 75 pintes du nouveau mélange contiennent 3 pintes d'eau.

R. 150 pintes.

2043. Cent livres d'eau contiennent 8 lbs de sel. Combien doit-on ajouter d'eau douce pour que 100 lbs du nouveau mélange ne contiennent que 5 lbs de sel? R. 60 lbs.

2044. Dans quelle proportion faudrait-il mêler du vin à 25 sous la bouteille, et du vin à 19 sous, pour avoir un mélange qui revienne à 21 sous? R. Premier $\frac{1}{3}$ second $\frac{2}{3}$.

2045. Avec du café à 50c. et à 12c. faire un mélange de 57 livres à 30c.; combien faudra-t-il de chaque sorte?

R. 27 lbs à 50c., 30 lbs à 12c.

2046. Un épicier veut mélanger 28 livres de poivre à 28c. la livre avec d'autre à 36c. et à 48c. la livre, de manière que le mélange soit de 100 lbs et que chaque livre revienne à 40c.: combien devra-t-il mettre de livres de chaque sorte des deux dernières qualités de poivre? R. second 52 lbs. troisième 20.

2047. Un épicier propose de mélanger de la melasse à 24c. la pinte avec de la melasse à 9c. la pinte de manière qu'en vendant 27c. la pinte du mélange, il gagne 30 pour cent. Quelles doivent être les proportions du mélange? R. $\frac{51}{65}$ et $\frac{14}{65}$.

2048. Un marchand a deux espèces de thé, la première lui revient à 28c. et l'autre à 36c. la livre; il fournit à un de ses correspondants une caisse de 100 lbs, et reçoit pour son paiement $38. 64c. On demande de combien il y en avait de chaque espèce, sachant qu'il a gagné 15 pour cent sur son marché?

R. 78 lbs à 36c., et 30 lbs à 28c

2049. Deux marchands font un échange; l'un donne 250 verges de drap à $1. 75c la verge, et reçoit de la toile qui vaut $0. 35c. la verge; combien lui revient-il de verges de toile?

R. 1250 verges.

2050 Un marchand fournit 5400 livres de sucre à $0 25c. la livre, en échange de 300 caisses d'oranges : à combien lui revient la caisse d'oranges ? R. $4. 50.

2051. Combien coûteront 150 paquets de plumes, en supposant :
Que 12 paquets de plumes valent autant que 6 gallons de vin,
Que 9 gallons de vin " " " 4 livres de thé,
Que 15 livres de thé " " " 5 mouchoirs,
Et que 8 mouchoirs " coûtent $8 ? R. $11. 11c.

2052. Un marchand échange 320 verges de toile à $0.15c. la verge, contre du satin qui vaut $0. 75c. la verge : combien de verges de satin doit-il recevoir ? R. 64 verges.

2053. Un marchand échange 15 livres de cochenille à $36 la livre, contre 150 minots de blé : à combien lui revient le minot de blé ? R. $3. 33$\frac{1}{3}$c.

2054. Combien coûteront 25 cwt. de fleur, si l'on suppose :
Que 9 cwt. de fleur valant autant que 3 cordes de bois ;
Que 5 cordes de bois " " " 32 gallons d'huile,
Que 24 gallons d'huile " " " 18 verges de satin ;
Et que 15 verges de satin coûtent $6, 30c. ? R. $16. 80c.

2055. Un marchand de Montréal désire envoyer 1200 marcs de banque à Hambourg, et le change de Montréal sur Hambourg est 35 cents pour 1 marc. mais le change de Montréal sur Paris est 18 cents pour 1 franc ; celui de Paris sur Londres, 25 francs pour £1 sterling ; celui de Londres sur Lisbonne, 180 deniers pour 3 milrees ; celui de Lisbonne sur Hambourg, de 5 milrees pour 18 marcs de banque. Combien gagnera-t-il par le change circulaire ?

R. Change direct $420. : circulaire $375 : gain $45.

2056. Xavier et Napoléon font un échange ; Xavier a 3$\frac{1}{2}$ lbs de poivre à 13$\frac{1}{2}$d. par livre ; Napoléon a du gingembre à 15$\frac{1}{4}$ d. la livre ; combien de livres de gingembre doivent être données en échange du poivre ? R. 3 lbs 1 once $\frac{35}{61}$.

2057. Combien de douzaines de chandelles, à 5s. 2d. la douzaine, doivent être données en échange de 3 cwt. 2q. 16 lbs. du suif, à 37s. 4d. par quintal ? R. 26 $\frac{10}{31}$.

2068. Arthur a 608 verges de drap, qui coûte 14s. la verge, pour lequel Octave lui donne £125 12s. en espèces, et 85 cwt. 2q. 24 lbs. de sucre. On demande quel est le prix qu'Octave vend le quintal de sucre. R. £3 10s.

2059. Amédée et Romuald font un échange ; Amédée a 320 douzaines de chandelles, à 4s. 6d. la douzaine ; pour lesquelles Romuald lui donne £30 en espèces, et le reste en coton, à 8d. la livre ; je désire savoir combien de coton Romuald doit donner à Amédée en sus de l'argent? R. 11 cwt. 1qr.

2060. Si Samuel a du coton, à 1s. 2d. par livre, combien doit-il en donner de livres à George pour 114 lbs. de tabac, à 6d. par livre? R. 48 lbs. $\frac{13}{24}$.

2061. Paul a de la muscade qui vaut 7s. 6d. par livre ; combien doit-il en donner de livres à Albert pour 1750 lbs. de fromage à 9d. par livre? R. 175 lbs.

2062. De deux personnes, l'une a trente ans et l'autre 20 ; leurs âges sont par conséquent dans le rapport de 3 à 2 ; dans combien de temps ce rapport sera-t-il à $\frac{5}{4}$? R. 20 ans.

2063. On a mêlé du salpêtre et du soufre dans la proportion de 7 parties de salpêtre et de 3 de soufre, pour en faire une masse de 80 livres, combien faudrait-il ajouter de salpêtre pour que la proportion des éléments fût de 11 parties de salpêtre et de 4 de soufre? R. 10 lbs.

2064. Dans une société nombreuse, il y avait primitivement trois fois autant d'hommes que de femmes ; après le départ de 8 couples, le nombres des hommes devient 5 fois aussi grand que celui des femmes ; combien y avait-il d'abord d'hommes et de femmes? R. 48 hommes et 16 femmes.

2065. Un tonneau plein de vin a 3 robinets ; si le premier était seul ouvert, le tonneau serait vidé dans 2 heures ; dans 3 heures et 4, si le deuxième et le troisième restaient seuls ouverts ; combien faudrait-il de temps pour vider le tonneau, si les 3 robinets restaient ouverts à la fois? R. 55 minutes $\frac{5}{13}$.

2066. Un bassin est rempli par 3 fontaines qui, coulant seules, le rempliraient en $1\frac{1}{3}$, $3\frac{1}{3}$, 5 heures : combien leur faudrait-il de temps pour remplir le bassin, si elles coulaient toutes les 3 ensemble? R. 48 minutes.

2067. 3 maçons construisent une muraille ; le premier peut en bâtir 8 verges cubes en 5 jours, le deuxième 9 verges en 4 jours, et le troisième, 10 verges cubes en 6 jours ; combien leur faudra-t-il de temps pour en bâtir 756 verges cubes en travaillant ensemble? R. 137 $\frac{13}{331}$ jours.

2068. Un bassin de la contenance de $755\frac{1}{4}$ verges cubes, doit être rempli par 3 fontaines.

La première donne 13 verges cubes en $3\frac{1}{4}$ heures.
La deuxième " $15\frac{1}{2}$ " " $2\frac{1}{2}$ "
La troisième " 17 " " 3 "

Dans combien de temps le bassin sera-t-il rempli par les 3 fontaines coulant ensemble ? R. $48\frac{3}{4}$ heures.

2069. On a 3 lingots de métal de même volume, mais de poids différents :

$\frac{1}{20}$ de pouces cubes du premier pèse $69\frac{3}{4}$ gros.
$\frac{1}{30}$ " du deuxième " 41 "
$\frac{19}{400}$ " du troisième " 91 "

Les trois lingots pèsent ensemble $949\frac{3}{4}$ gros, quel est le volume de chacun ? R. $\frac{1}{5}$ pouce cube.

2070. Dans une société nombreuse, quelqu'un proposait de faire une collecte pour les pauvres ; en donnant chacun \$16, il trouvait que ce serait trop de \$240, mais, en ne donnant que \$10, c'était trop peu de \$300 pour faire la somme nécessaire ; on demande le nombre de personnes et la somme dont on avait besoin ? R. 90 personnes, \$1200.

2071. Quelqu'un veut mettre sa montre en loterie ; en faisant un certain nombre de billets ; à 75 cents le billet, il perdrait \$10 sur le prix d'achat ; il gagnerait, au contraire, \$10 à \$1 le billet ; combien a-t-il fait de billets ; et quel est le prix de la montre ? R. 80 billets et \$70.

2072. Un maître maçon a pris un certain nombre d'ouvriers pour bâtir un édifice ; il a calculé qu'en donnant \$1.40c. par jour à chaque ouvrier, il dépenserait \$3 de moins qu'il n'est passé aux ouvriers, et en leur donnant \$1.75c, il serait obligé de débourser \$2.25c. de surplus ; combien a-t-il retenu d'ouvriers, et quelle est la somme accordée ? R. 15 ouv. et \$24.

2073. Si l'on multiplie un certain nombre successivement par 5 et par 7, on obtient 2 produits qui surpassent un autre nombre de 10 et de 34 ; quels sont ces deux nombres ? R. 12 et 50.

2074. Trouver un nombre tel que son produit par 5 surpasse d'autant le nombre 20 qu'il est lui-même au-dessous de 20. R. $6\frac{2}{3}$.

2075. Pour payer toutes mes dépenses, disait un monsieur, il me faudrait gagner \$540 par an, mais je ne les gagne pas ; si je gagnais $3\frac{1}{2}$ fois autant que ce que je gagne réellement, non seulement je paierais toutes mes dépenses, mais j'épargnerais chaque année autant que ce qui me manque maintenant pour faire le revenu nécessaire ; combien gagne ce monsieur ?

R. \$240.

2076. On demandait à un copiste combien il écrivait de feuilles par semaine ; en n'y travaillant que 4 heures par jour répondit-il, je ne puis pas en écrire, comme je le voudrais, 70 feuilles ; mais si je travaillais 10 heures par jour, je dépasserais ce nombre d'autant que je reste au-dessous ; combien écrit-il de feuilles par semaine ? R. 40 feuilles.

2077. 100 de mes pas font à peu près 44 verges ; en les augmentant chacun de $\frac{1}{5}$, je dépasserais cette distance d'autant que je serais resté en deça dans le premier cas ; quelle est la longueur de mon pas ? R. 1 pied 2 pouces $\frac{2}{5}$.

2078. Quelle distance y a-t-il entre ces deux bornes ? demandait-on à un géomètre ; elle est moindre que 1000 verges, répondit celui-ci ; et si après avoir ajouté le $\frac{1}{3}$ et 176 verges de plus, on multipliait le résultat par $2\frac{1}{2}$, le nombre de verges ainsi obtenu surpasserait d'autant 1000 verges que la distance en est au-dessous ; quelle est cette distance ? R. 360 verges.

2079. Une personnes voulant acheter une maison se décide à retirer d'entre les mains de chacun de ses débiteurs une somme égale pour en payer le montant ; en leur demandant à chacun $125, il lui manquerait encore $1000, tandis qu'elle aurait $120 de trop si elle leur demandait $160 à chacun ; quel est le nombre de débiteurs, le prix de la maison et la somme qu'elle doit réclamer à chacun d'eux ? R. 32 débiteurs, le prix de la maison $5000 et réclamer à chaque débiteur $156.25c.

2080. Un marchand a trois billets à acquitter à trois termes différents, savoir : $2832 à 3 mois, $2560 à 9 mois et $1450 à 18 mois de date ; le créancier voudrait recevoir la somme totale de $6842 en un seul paiement ; à quelle échéance ? R. 8 mois.

2081. Un capitaliste s'était engagé à prêter à un marchand $16000 pour 15 mois ; mais ne pouvant lui remettre toute la somme à la fois le capitaliste convient avec le marchand de lui remettre d'abord $5000, 6 mois après $3000 et au bout de 8 mois encore $8000 ; combien de temps le marchand peut-il garder le capital prêté de $16000 sans faire tort ni à l'un ni à l'autre ? R. 9 $\frac{7}{8}$ mois.

2082. Un propriétaire s'était engagé par contrat à laisser paître sur sa prairie 400 vaches de son voisin pendant 16 mois ; le voisin en envoie d'abord 200 du consentement du propriétaire ; 7 mois après 250, et 8 mois après encore 150 autres ; combien de temps le propriétaire doit-il laisser paître ce troupeau de 600 vaches sur sa prairie pour remplir son engagement ?

R. $2\frac{1}{3}$ mois.

2083. Quelqu'un a acheté des marchandises pour $4500 qu'il s'était d'abord engagé à payer dans un an ; mais il obtient de payer comptant $1500 et de solder les $3000 restants en 4 paiements égaux de $750 à des termes équidistants ; quel est l'intervalle d'un terme à l'autre ? R. $7\frac{1}{5}$ mois.

2084. On a à payer une somme aux conditions suivantes ; $1376 dans 5 mois ; $2560, 3 mois après, et le reste 5 mois plus tard ; si l'on avait dû payer le capital en une seule fois, l'échéance serait arrivée dans 10 mois ; quel est ce capital ? R. $7936.

2085. Un débiteur s'est engagé à payer une dette de $7000 aux termes qui suivent : $2000 dans $3\frac{1}{2}$ mois, $3500 dans 4 mois et $1500 dans 14 mois ; son créancier lui fait la proposition d'acquitter sa dette en 2 paiements, chacun de la moitié ; de manière que le second terme arrive 1 mois après le premier ; le débiteur ayant consenti, quand aura lieu la première échéance ?

R $5\frac{1}{2}$ mois.

2036. 3 marchands se sont réunis pour un achat : le premier donne $1200, le deuxième $800, le troisième $600 ; le premier laisse pendant 8 mois son argent dans la société, le deuxième pendant 10 mois, le troisième pendant 14 mois ; ils gagnent à cette affaire $500 ; comment ce gain doit-il être partagé entre les 3 marchands ?

R. 1er $184.61c. $\frac{7}{13}$, 2me $153.84c. $\frac{8}{13}$ et 3me 161.53c. $\frac{11}{13}$.

2087. 3 négociants ont fait une société : le premier a mis $1700, le deuxième $1300, le troisième $1000 ; pour éviter de payer un agent commercial, chargé de la direction de l'affaire, le sociétaire qui a le moins avancé de fonds s'offre à remplacer cet agent, en se réservant un bénéfice de 3 pour 100 sur la part qui lui revient aux termes du règlement de société ; le gain total a été de $3526.25c. ; combien revient-il à chacun.

R. 1er $1487.50c., 2me $1137.50c. et 3me $901.25c.

2088. 3 créanciers porteurs de titres de créance ; le premier de $2000, le deuxième de $2500, et le troisième de 3500, ont à se partager la somme de $3139 provenant d'une faillite ; cette somme ne suffisant pas pour solder les créanciers, et d'ailleurs les titres n'ayant pas paru également valides, un jugement intervient, qui prescrit le partage de la somme proportionnellement au montant des créances, en laissant un bénéfice de 10 pour 100 au deuxième créancier et 25 pour 100 au troisième, outre et sur la part qui revient à chacun ; combien chaque créancier retire-t-il ? R. 1er $688, 2me $946 et 3me $1505.

2089. De 3 sociétaires, le deuxième a mis la $\frac{1}{2}$ de plus que le premier et le troisième $300 de plus que les deux autres réunis ; le troisième retire du gain total, qui se monte à $5020 la somme de $2570 ; quelle est la mise de chacun des sociétaires?

R. 1er $2450, 2me $3675 et 2me $6425.

2090. 3 négociants ont fait une entreprise à frais communs : la mise du troisième est de $5600 ; celle du premier de $320 moindre que celle du deuxième ; le premier laisse ses fonds pendant 7 mois, le deuxième 14 et le troisième 12 ; le gain total est de 2402\frac{1}{6}$ à partager entre les sociétaires, proportionnellement à la mise et au temps ; le deuxième reçoit pour sa part 879\frac{2}{3}$; quelle est la mise du premier et celle du deuxième ?

R. Le premier $3450 et le deuxième $3770.

2091. Un père en mourant laisse à ses 4 enfants une somme de $1100 ; le testament n'est ouvert que 10 mois après, et pendant l'intervalle, les enfants ont dépensé le montant de cette somme avec les intérêts dans 1 mois ; quel était le taux de l'intérêt, et combien de temps, dans les mêmes circonstances, 6 enfants mettraient-ils à dépenser le capital et les intérêts de $1650. R. 10 mois.

2092. 5 frères ont dépensé en 9 mois un capital de $4800, avec les intérêts, avec les mêmes conditions 2 autres personnes auraient dépensé $3320 avec les intérêts en 16 mois ; le taux étant le même dans les deux cas, quel est le montant de la dépense par mois de chacun des 5 frères ? R. $110.66c. $\frac{2}{3}$.

2093. Un domestique reçoit de son maître $60 par an et sa livrée ; à la fin du cinquième mois il demande à quitter la maison, son maître lui paie $9.25c. et lui laisse la livrée ; combien est-elle estimée par le maître ? R. $108.

2094. Un fermier a deux journaliers qu'il paie au même prix : il donne à l'un, pour 56 jours, de travail, 4 mesures de blé et 18\frac{2}{3}$; et à l'autre, pour 84 jours, 7$\frac{1}{2}$ mesures de blé et $23 ; combien fait-il payer la mesure de blé ? R. $3.33c. $\frac{1}{3}$

2095. Un maître maçon loue un ouvrier à qui il promet $1.50c. pour chaque jour de travail, à condition qu'il retiendra 60c.

pour chaque journée d'absence; après 50 jours l'ouvrier ne reçoit que $49.80c.; combien de jours a-t-il manqué au travail?

R. 12 jours.

2096. Une fermière porte au marché un panier d'œufs qu'elle se propose de vendre 21 cents la douzaine : en déposant son panier elle casse 5 douzaines de ses œufs; la fermière fait son compte et trouve qu'en vendant 24 cents elle retirera le même argent; combien y avait-il de douzaines d'œufs dans le panier?

R. 40 douzaines.

2097. Combien faudrait-il verser au premier jour de chaque année pour avoir $10184.60c. après 6 ans, les intérêts composés étant calculés à raison de 10 pour 100? R. 1200.

2098. Trois frères se mettent dans le commerce avec chacun une même somme : le premier renouvelle ses fonds tous les 3 mois et gagne 6$\frac{2}{3}$ pour cent, le deuxième les renouvelle tous les 4 mois et gagne 10 pour cent, le troisième les renouvelle tous les 6 mois et gagne 15 pour 100. Après un an, le deuxième avait gagné $408 de plus que le troisième. On demande à connaître la somme égale mise dans le commerce, et le bénéfice de chacun.

R. Somme $48000; 1er $14138.84c. $\frac{4}{5}$, 2me $15888 et 3me $14480.

2099. On demandait à un cuisinier qui portait des oranges combien il en avait dans son panier. Le cuisinier, calculateur habile, répondit. La douzaine m'a coûté 90 cents, et si j'en avais eu 4 de plus pour l'argent que j'ai dépensé, la douzaine m'aurait coûté 10 cents de moins; combien avait-il d'oranges?

R. 32 oranges.

2100. Un marchand reçoit une pièce de drap qu'il paie à raison de $5 la verge; en la mesurant, il trouve que la pièce a 5 verges de plus, à la vérité, qu'il ne croyait, mais le drap est de si mauvaise qualité qu'il se verra forcé de le revendre au prix de $4 la verge; la pièce vendue à ce prix, il ne fait qu'une perte de 6\frac{2}{3}$ pour 100; de combien de verges est la pièce de drap?

R. 60 verges.

2101. Une personne économise dans l'année le $\frac{1}{7}$ de son revenu et dépense tout le reste; si elle avait $400 de plus de revenu, elle pourrait économiser le $\frac{1}{5}$ et ajouter encore $160 à ses dépenses ordinaires; quel est le revenu de de cette personne?

R. $2800.

2102. Un amateur qui avait dépensé jusqu'alors le $\frac{1}{3}$ de son revenu en achat de livres se décide a y consacrer le $\frac{1}{3}$ de son revenu, qui vient de s'augmenter, parce qu'il a calculé qui lui restera la même somme pour fournir à ses autres dépenses ; de combien s'est augmenté son revenu ? R. $\frac{1}{8}$

2103. Dans une certaine ville chaque propriétaire payait en contribution le $\frac{1}{7}$ de ses revenus ; les contributions ayant été augmentées et portées au $\frac{1}{6}$ du revenu, de combien doit-il augmenter le prix de ses loyers pour avoir le même revenu ? R. $\frac{1}{35}$.

2104. J'avais une somme dans un sac, j'en retirai le $\frac{1}{3}$ et j'y remis $50 ; quelque temps après je pris le $\frac{1}{4}$ de ce qu'il y avait dans le sac et j'y mis encore $70 ; il y avait, alors $120 ; combien y avait-il d'abord ? R. $25.

2105. On a retiré d'un sac d'argent $50 de plus que la $\frac{1}{2}$ de la somme totale, du reste $30 de plus que le $\frac{1}{3}$, et de se second reste $20 de plus que le $\frac{1}{4}$; il ne reste plus dans le sac que $10 ; combien y avait-il d'abord ? R. $275.

2106. Un homme laisse par son testament une somme à partager entre ses 3 domestiques ; le valet de chambre doit avoir $200 et la $\frac{1}{2}$ du reste, la cuisinière le $\frac{1}{5}$ du reste et $400 en sus, et les $520 qui restent rcviendront au cocher ; quelle est cette somme ? R. $2500.

2107. Un fermier va à la ville pour y vendre des œufs ; il vend d'abord la $\frac{1}{2}$ plus 4 ; un peu plus loin il en vend encore la $\frac{1}{2}$ de ce qui lui reste et 2 de plus ; il a le malheur d'en casser la $\frac{1}{2}$ de ce qui lui reste et 6 dc plus ; il revient à la ferme avec 2 œufs qui lui restent ; combien portait-il d'œufs à la ville ? R. 80 œufs.

2108. Un marchand augmente chaque année sa fortune du $\frac{1}{3}$; il en prend à la fin de chaque années $1000 pour sa dépense; à la fin de la troisième année, après avoir prélevé, comme d'ordinaire, $1000 pour sa dépense ; sa fortune est augmentée du double, combien avait-il d'abord ? R. $11100.

2109. Un négociant augmente chaque année sa fortune de 20 pour 100, et il en prélève $4000 pour l'entretien de sa famille ; après 3 ans de bonnes affaires et après avoir retiré les $4000 il trouve que sa fortune s'est accrue de $800 au delà des $\frac{3}{5}$ de son capitale primitif ; quel était ce capital ? R. $120000.

2110. Un père apporte des pommes à ses enfants et les partage comme il suit : il donne au plus âgé la $\frac{1}{2}$ des pommes moins 8 ; au deuxième la $\frac{1}{2}$ du reste moins 8, et ainsi de suite

au troisième et au quatrième ; le cinquième reçoit les 20 pommes qui restent ; combien le père avait-il apporté de pommes ?
R. 80 pommes.

2111. Je prends un nombre, je le multiplie par $\frac{3}{7}$ et je retranche 60 du produit ; je multiplie le reste par $2\frac{1}{2}$ et j'ôte 30 du produit ; il ne me reste rien ; quel est ce nombre ? R. 21.

2112. Un dissipateur avait placé sa fortune à 4 pour 100 ; 2 ans après il en retire le $\frac{1}{4}$ et laisse le reste pendant 7 mois ; après ce temps il prend encore le $\frac{1}{4}$ du reste et laisse son capital diminué pendant 13 mois, après lesquels il retire tout ce qui lui reste ; dans l'espace de ces 44 mois il n'avait pas retiré moins de $24375 d'intérêts ; quel était son capital ? R. $200000.

2113. Un père laisse un certain nombre d'enfants et une somme qu'ils doivent se partager de la manière suivante : le premier aura $100 et le $\frac{1}{10}$ du reste ; le deuxième $200 et le $\frac{1}{10}$ du reste le troisième $300 et le $\frac{1}{10}$ du reste et ainsi de suite, chacun des enfants devant avoir $100 de plus que le précédent et le $\frac{1}{10}$ du reste ; le partage fait, chacun des enfants a reçu la même somme ; quelle est cette somme et quel est le nombre des enfants ? R. Somme $8100 et 9 enfants.

2114. Un général veut ranger un régiment en carré, il essaie de deux manières ; d'après la première il lui reste 39 hommes, et en mettant 1 homme de plus sur le côté, il lui manque 50 hommes pour former le carré ; de combien d'hommes se compose le régiment ? R. 1975 hommes.

2115. On a un certain nombre de pièces de monnaie qu'on veut disposer en carré ; d'après un premier essai il y aurait 130 pièces de trop, et en mettant 3 pièces de plus par côté il ne resterait que 31 pièces ; combien a-t-on de pièces de monnaie ?
R. 355.

2116. Quel est le nombre tel que si on lui ajoute successive ment les nombres 3 et 5 la différence des carré des deux nombres résultants soit 56 ? R. 10.

2117. Pour déterminer la capacité de 3 tonneaux, on sait que, si l'on remplit le premier avec ce que contient le deuxième tout plein, il ne reste dans celui-ci que les $\frac{2}{3}$ du contenu ; qu'en remplissant le deuxième avec le contenu du troisième, il ne reste dans celui-ci que le $\frac{1}{3}$; enfin que, si l'on vidait le premier pour en remplir le troisième, il faudrait y ajouter 50 gallons; quelle est, en gallons, la capacité des trois tonneaux?

R. Le premier 70, le deuxième 90 et le troisième 120.

2118. On a 4 tonneaux de différentes capacités; avec le premier on remplit le deuxième et il en reste $\frac{4}{7}$, du deuxième on remplit le troisième et il reste $\frac{1}{4}$ du contenu, avec le troisième on ne remplit que les $\frac{9}{16}$ du quatrième; enfin si l'on remplissait le troisième et le quatrième avec le contenu du premier, il resterait encore 15 gallons; quelle est la capacité de ces 4 tonneaux?

R. 1^{er} 140, 2^{me} 60, 3^{me} 45 et ^{me} 80.

RÉPONSES DES PROBLÈMES.

42	R. 13,15,29,19		Soustraction.	115	73
43	R. 89,255,750	79	3,6,3,6	116	1769
44	R. 1464,18668	80	9,8,6,8,9,7,7	117	959
45	R. 6195192	81	11,14,41,61,70,	118	36,57,248
46	R. 7158		54	119	9,42,215
47	R. 80798	82	221	120	5,77,143
48	R. 1015	83	222	121	5,64,84
49	R. 3773	84	131	122	20,39,65
50	R. 10394	85	119	123	2327, perte
51	R. 29346	86	2383	124	359
52	R. 17692	87	1239	125	4018
53	R. 41040	88	806	126	1955
54	R. 260358	89	25184	127	2912
55	R. 2037692	90	1014	128	135
56	R. 33052082	91	17529	129	2836
57	416071434	92	101081	130	206
58	$1362	93	2795914	131	8422
59	$1689	94	1309251	132	783
60	$970	95	23332146	133	209
61	1789	96	25233354	134	174
62	1029000000	97	61438	135	23975
63	64165	98	341610	136	44405
64	5166	99	985992836	137	450,280,209
65	3138	100	506700		92,297,1328
66	2611	101	94064215		
67	5862,6821	102	641273		Multiplication.
68	1780	103	814161	138	38215, 296322
69	1835	104	52567437036		3014472
70	1715	105	377		1111111101
71	5111	106	256	139	156,10296,780
72	2348	107	55		045148565648
73	1148	108	383	140	255,16530,
74	1229	109	1890		394320,
75	161,126,24,39,	110	1172		22436838864
	63	111	3873	141	304,15552,
76	60,88,118,266	112	366		1607970,
77	388	113	418		356067307245
78	68,1373	114	68		

REPONSES DES PROBLÈMES.—*Continuation.*

142	270,23161,178	166	197100	201	105
	9384,944985	167	525600	202	73
	060	168	31536000	203	66
143	864,36855,493	169	58562352000	204	70
	4680,278730	170	24703200	205	113
	0000	171	240000	206	34
144	925,49062,463	172	1296000	207	71
	388,18204450	173	1252800	208	29
	000	174	144000	209	26
145	1827,66381,38	175	115200	210	74
	949900,30584	176	525600	211	12
	706673000	177	1024800	212	20
146	3525,149766,2	178	239328	213	17
	2768872,5173	179	16777216	214	47
	4700605000	180	519	215	137
147	3071,288642,2	181	15896	216	13
	921630869512	182	64	217	619
	250000000	183	2700	218	149
148	4410,480420,1	184	1279	219	230
	524157875019	185	877	220	610
	0521	186	168	221	79
149	8760	187	280,196,84	222	375
150	9000	188	1316	223	496
151	365000	189	204	224	7658
152	456	190	25280	225	3798
153	11440	191	270	226	1er gagne 3,6^{me}
154	780	192	4375		perd 4 noix
155	1440	193	3060	227	3167
156	28968	194	1726202	228	227
157	35904	195	2610	229	50
158	750	196	60325,1905	230	800
159	30660	197	388800	231	286
160	677805			232	81
161	4380		Division.	233	600
162	5850	198	8,11,12	234	143
163	28800	199	38,24,35,240,	235	58
164	2547		909 reste 1,14	236	80
165	73920	200	11,17,24,34	237	23 ans et 359jo.

RÉPONSES DES PROBLÈMES.—*Continuation.*

238	4608	275	1288	307	$\frac{85}{143}$
239	$8550	276	1325	308	Une demie, etc.
240	5	277	194	309	$\frac{3}{4}$, $\frac{7}{8}$, $\frac{29}{47}$, $\frac{106}{220}$,
241	546780 reste	278	1671		$\frac{3041}{7917}$
	180	279	8820	310	$8\frac{2}{5}$, $53\frac{3}{7}$, $35\frac{4}{13}$,
242	333	280	5		$20\frac{58}{345}$, $73\frac{867}{4327}$
243	365	281	1315 et 3	311	$9\frac{2}{3}$, $5\frac{4}{5}$, $\frac{3}{7}$
244	234	282	3	312	$4{,}235\frac{3}{15}$, $21\frac{3}{4}$,
245	64	283	2		$47\frac{123}{145}$, $11\frac{1437}{6348}$
246	1301	284	753	313	$\frac{5}{2}$, $\frac{7}{2}$, $\frac{37}{7}$, $\frac{75}{4}$, $\frac{239}{8}$
247	516 reste 5	285	5		$\frac{1268}{9}$, $\frac{232}{17}$, $\frac{1824}{71}$
248	67	286	7		$\frac{69057}{465}$
249	760	287	112	314	44
250	147,96,58,301	288	64	315	203
251	120	289	13 et 17	316	6055
252	2781	290	les derniers	317	25
253	202	291	55	318	88
254	1959	292	8	319	2877
255	357	293	12	320	La 2^{me} est la
256	45,466,1376	294	5		moindre
257	7788	295	346	321	$3\frac{3}{4}$
258	3930	296	375	322	$\frac{5}{63}$
259	2482	297	18633,4908,	323	10
260	144		9330	324	$\frac{15}{18}$
261	45851	298	1er $9631\frac{3}{4}$,	325	$\frac{5}{108}$
262	55 et non 53		2^{me} $5372\frac{3}{4}$.	326	$\frac{21}{5}$
263	81760		3^{me} $3672\frac{2}{3}$,	327	$\frac{1}{15}$
264	4470		4^{me} $2497\frac{3}{4}$	328	$\frac{4}{15}$
265	96 et 72	299	$1665\frac{1}{2}$, $3664\frac{1}{2}$	329	$\frac{1}{4}$
266	1302	300	300	330	$\frac{8}{44}$ ou $\frac{2}{11}$
267	5	301	2030	331	$\frac{1}{16}$
268	8190	302	140	332	$\frac{1}{9}$
269	5778	303	1235431	333	$\frac{1}{25}$
270	11950	304	170	334	$\frac{4}{7}$
271	12060	305	1111	335	$\frac{9}{17}$
272	60			336	$\frac{10}{19}$
273	57		Fractions.	337	$\frac{48}{60}$, $\frac{42}{60}$, $\frac{45}{60}$, $\frac{40}{60}$;
274	7500	306	$\frac{17}{25}$		$\frac{9}{15}$, $\frac{7}{15}$, $\frac{10}{15}$; $\frac{6}{12}$,

RÉPONSES DES PROBLÈMES.—*Continuation.*

337	$\frac{7}{12}$; $\frac{57}{72}$, $\frac{63}{72}$, $\frac{9}{72}$,	348	$405\frac{17}{24}$, $3350\frac{14}{16}$	376	$\frac{29}{70}$
	$\frac{14}{72}$, $\frac{30}{72}$, $\frac{54}{72}$, $\frac{32}{72}$;	349	$1\frac{8}{21}$	377	24
	$\frac{8}{28}$, $\frac{3}{28}$; $\frac{2808}{6552}$,	350	$\frac{29}{30}$	378	$3\frac{1}{3}$
	$\frac{3640}{6552}$, $\frac{4095}{6552}$,	351	$1\frac{7}{8}$	379	$\frac{2}{15}$
	$\frac{5544}{6552}$; $\frac{15}{30}$, $\frac{20}{30}$,	352	$3\frac{186}{191}$	380	$\frac{1}{30}$
	$\frac{12}{30}$; $\frac{105}{210}$, $\frac{140}{210}$,	353	$\frac{13}{40}$	381	$168\frac{1}{4}$
	$\frac{168}{210}$, $\frac{108}{210}$; $\frac{3}{6}$, $\frac{5}{6}$,	354	$\frac{17}{72}$	382	$\frac{6}{35}$
	$\frac{4}{6}$; $\frac{56}{120}$, $\frac{105}{120}$,	355	$\frac{37}{120}$	383	$1\frac{1}{2}$
	$\frac{90}{120}$, $\frac{84}{120}$, $\frac{96}{120}$,	356	$\frac{47}{60}$	384	$1\frac{1}{10}$
	$\frac{60}{120}$	357	$\frac{4}{15}$	385	$139\frac{9}{10}$
338	$\frac{10}{20}$, $\frac{7}{20}$; $\frac{8}{12}$, $\frac{9}{12}$,	358	$\frac{11}{30}$	386	$5\frac{1}{4}$
	$\frac{10}{12}$; $\frac{12}{24}$, $\frac{18}{24}$, $\frac{20}{24}$,	359	$\frac{15}{56}$	387	30
	$\frac{21}{24}$, $\frac{22}{24}$, $\frac{17}{24}$; $\frac{24}{48}$,	360	$\frac{11}{72}$	388	42, $7\frac{7}{8}$, 30, $3\frac{1}{4}$,
	$\frac{32}{48}$, $\frac{42}{48}$, $\frac{33}{48}$, $\frac{46}{48}$,	361	$9\frac{27}{37}$		$21\frac{81}{739}$
	$\frac{15}{48}$	362	1 jour 2 heures	389	40, 112, 330,
339	$\frac{5}{8}$, $\frac{2}{3}$; $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{7}{9}$;		40 minutes		186, 615
	$\frac{3}{30}$, $\frac{21}{100}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{7}{10}$	363	\$4800	390	$5\frac{1}{3}$, $12\frac{4}{9}$, $88\frac{16}{23}$,
340	$\frac{237}{240}$, $\frac{11}{12}$, $\frac{7}{10}$, $\frac{27}{40}$,	364	25,12,6,4		$159\frac{8}{89}$, $17\frac{1543}{1900}$
	$\frac{5}{8}$, $\frac{31}{60}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{5}$	365	$\frac{1}{28}$, $\frac{5}{24}$, $\frac{147}{1295}$,	391	$\frac{1}{8}$, $\frac{1}{15}$, $\frac{1}{36}$, $\frac{1}{10}$,
341	$\frac{1}{2}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{31}{63}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{1}{5}$		$\frac{5246}{23595}$, $\frac{31383}{203670}$,		$\frac{1}{44}$
342	$\frac{16}{27}$, $\frac{13}{20}$, $\frac{35}{36}$, $\frac{5}{36}$		$\frac{293}{900}$	392	$\frac{2}{7}$, $\frac{6}{55}$, $\frac{15}{152}$, $\frac{25}{63}$,
343	$\frac{5}{8}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{9}{11}$, $\frac{1}{4}$,	366	$\frac{3}{55}$, $\frac{13}{88}$, $\frac{21}{260}$		$\frac{25}{63}$, $\frac{195}{658}$
	$\frac{1}{7}$, $\frac{1}{7}$, $\frac{49}{144}$, $\frac{5}{7}$, $\frac{5}{9}$.	367	$\frac{3}{14}$, $\frac{19}{99}$, $\frac{31}{100}$	393	$\frac{8}{15}$, $\frac{8}{21}$, $\frac{26}{105}$, $\frac{29}{69}$,
	$\frac{1}{7}$, $\frac{6}{17}$, $\frac{5}{24}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{15}{26}$,	368	$1\frac{1}{14}$, $5\frac{1}{9}$, $14\frac{9}{44}$,		$\frac{4292}{29829}$
	$\frac{27}{28}$, $\frac{49}{58}$, $\frac{107}{161}$		$52\frac{13}{45}$	394	$\frac{15}{56}$, $\frac{4}{9}$, $\frac{120}{143}$, $\frac{40}{123}$,
344	$\frac{1}{3}$ et $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{2}$ et 1;	369	$1\frac{7}{10}$, $\frac{5}{6}$, $3\frac{13}{20}$		$\frac{1040}{2747}$
	$\frac{1}{2}$ et 1; $\frac{1}{8}$ et $\frac{1}{9}$;		$62\frac{15}{28}$, $918\frac{27}{35}$,	395	4, 5, 14, 28,
	$\frac{1}{2}$ et 1; $\frac{1}{2}$ et $\frac{1}{3}$;		$2\frac{997}{1020}$		$33\frac{3}{5}$, $\frac{7}{82}$
	$\frac{1}{3}$ et $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{5}$ et $\frac{1}{6}$;	370	$4\frac{20}{21}$	396	$4\frac{23}{24}$
	$\frac{1}{8}$ et $\frac{1}{9}$; $\frac{1}{115}$ et	371	$\frac{1}{62}$	397	$21\frac{3}{14}$
	$\frac{1}{116}$	372	$\frac{4}{9}$	398	$4\frac{11}{48}$
345	$1\frac{5}{12}$; $1\frac{20}{27}$;	373	$\frac{2}{5}$	399	$5\frac{11}{21}$
	$1\frac{197}{9401}$; $1\frac{601}{3180}$	374	$1\frac{3}{4}$	400	$\frac{15}{48}$, $\frac{21}{48}$
	$1\frac{33537}{239030}$;	375	La deuxième	401	10
346	$1\frac{1}{12}$, $1\frac{37}{105}$, $2\frac{43}{60}$,		est la plus puis-	402	\$80000
	$2\frac{57}{80}$, $2\frac{291}{320}$		sante ; car, la	403	60
347	$1\frac{201}{280}$		2me fait $\frac{36}{10}$ et	404	$2\frac{41}{42}$
348	$15\frac{17}{60}$, $106\frac{5}{12}$,		la 1re $\frac{25}{10}$.	405	510

406	450	433	$9\frac{2}{3}$	522	\$7755, 50c.
407	$\frac{5}{12}$	434	$12\frac{3}{4}$	523	\$241
408	29	435	36	524	2177,928
409	$\frac{1}{24}$	436	20	525	\$558, 70c.
410	64	437	$3\frac{21}{65}$	526	\$5, 30c.
411	$17\frac{4}{7}$	438	70	527	\$11394, 90c.
412	1819	439	\$63	560	5,7
413	$10\frac{4}{15}$	440	$2\frac{65}{236}$	561	24,231
414	$46\frac{7}{20}$	441	\$4	562	\$7, 50c.
415	$14\frac{11}{36}$	442	2000	563	22,443
416	$\frac{21}{40}$, $\frac{6}{48}$, $\frac{3}{20}$	443	72	564	413,275
417	$\frac{3}{10}$	444	140	565	\$27, 30c.
418	1°. $\frac{4}{11}$ de jour;	445	$\frac{3}{20}$	566	\$16, 70c.
	2°. le 1er les $\frac{6}{11}$,	446	114	567	\$18, 15c.
	le 2me $\frac{5}{11}$ de	447	$\frac{4}{7}$	568	\$8996, 25c.
	l'ouvrage; 3°.	448	$3\frac{27}{85}$	569	\$37305, 65c.
	le 1er aura \$3,	449	\$60	580	\$96, 25c.
	le 2me \$2.50c.	450	130 jours $\frac{10}{11}$	581	\$4423, 50c.
419	27	451	$4\frac{1}{2}$ heures, 1er	582	\$4053
420	$\frac{4}{10}$ ou $\frac{2}{5}$, $\frac{3}{42}$ ou		$10\frac{1}{2}$ lieues,	583	0,0000021
	$\frac{1}{14}$, $\frac{5}{80}$ ou $\frac{1}{16}$,		2me $20\frac{1}{4}$.	584	0,056
	$\frac{7}{99}$, $\frac{10}{144}$ ou $\frac{5}{72}$	452	$14\frac{5}{26}$	585	6,96
421	6, $7\frac{1}{2}$, $8\frac{2}{5}$, 9, $10\frac{4}{5}$	453	$6\frac{29}{84}$	586	\$16, 80c.
422	$\frac{21}{20}$, $\frac{20}{21}$, $\frac{3}{2}$, $\frac{5}{12}$, $4\frac{2}{3}$	454	$12\frac{13}{16}$	587	270
	$\frac{27}{35}$, $1\frac{1}{27}$, $\frac{120}{121}$,	508	4, 5	588	\$93, 75c.
	$1\frac{377}{660}$, $\frac{6943}{8424}$	509	3, $33\frac{1}{3}$	589	\$12758, 10c.
423	$\frac{3}{4}$, $\frac{81}{115}$, $8\frac{4}{45}$, $\frac{1}{2}$,	510	\$22, 50c.	610	300
	$\frac{1}{2}$; $2\frac{67}{124}$, $5\frac{83}{1025}$	511	13c.	611	80
424	$\frac{4}{15}$	512	03c.	612	5
425	$1\frac{7}{17}$	513	$53\frac{3}{16}$	613	90
426	$2\frac{37}{55}$	514	90c.	614	0,03
427	$\frac{55}{147}$ ou 22 m.	515	\$5, 80c.	615	2,1
	$\frac{66}{147}$	516	\$7, 25c.	616	30
428	$\frac{5}{12}$	517	\$117, 06c.	617	170
429	$5\frac{1}{2}$	518	\$62, 90c.	618	27
430	$40\frac{16}{27}$	519	\$2629, 10c.	619	27
431	$14\frac{1}{31}$	520	\$1509, 70c.	629	R. 68810 far.
432	7 heures 44 m.	521	\$3268, 55c.	630	R. 25384 sous

RÉPONSES DES PROBLÈMES.—*Continuation.*

631	R. 284079 far.	650	R. 5280000	666	R. 10 ans
632	R. 96615 far.		verges, 2° 54	667	R. 397200″
633	R. £433 1s.		m. 7 far. 38 rd.		1350000″
	2$\frac{3}{4}$d.		2v. 2 pi.	668	2126°,11′,54″;
634	R. £25 13s.	651	R. 9l. 2m. 4 far.		555555s. 16°.
	6$\frac{3}{4}$d.		31rd. 2ver. 1 p.		40′
635	R. £101 8s. 8d.		1 pou.	669	R. 2718 perch.;
636	R. 266 guin.	652	R. 5031		24462 tois.
	18s. 8d.	653	R. 132105600	670	470660 pi. car.
637	R. 170472 grs.		pieds.		4366073$\frac{3}{4}$ p. c.
638	R. 4366080. et	654	R. 2560 nails	671	223950127$\frac{1}{2}$ p.
	114323	655	R. 5000 quarts		car.; 582 a. 1 r.
639	R. 16 lbs. 9 on.	656	R. 6396 verges		3 r. 269$\frac{1}{4}$ p. c.
	11 grs et 31 lbs.		2 qr. 1 nail 2°	672	2592000 pouc.
	2 on. 12 grs.		9302. a. F. 4 qr.		cub. 4551552
640	R. 104112 grs.		3 nails		pouc. cub.
	et 5298	657	R. 7116 qr.	673	4492800po.cb.;
641	R. 2019821. 2°	658	R. 1° 690 gal.		52 T. 40 pi.cb.
	996528 dr.		2° 26528 gil.		180 po. cub.
642	R. 1568 on., 2°	659	R. 1° 48 bar.	675	576 lbs. avoir.
	6922 on.		28 gal. 2° 117	676	691 lbs. 10 on.
643	R. 168 ton. 17		pi. 1 bar. 46 g.		5$\frac{53}{175}$ dra.
	cwt. 2 qr. 11lbs.		3 qrs. 1pt. 2 gil.	677	177$\frac{1}{7}$ lbs. Troy.
	9 on. 8 dr. 2°	660	R. 1° 87 bar.		ou 145$\frac{187}{245}$ lbs.
	218 ton. 16 cwt.		26 gal. 2° 630		avoir-du-poids.
	2qr. 10lbs. 10on		b. 44 gal.	679	58 lbs. 4 on.
644	R. 253 lbs. 3 on.	661	R. 488.		Troyes
	9 dr., 47 cwt. 25		2° 24440	680	21$\frac{803}{1152}$ lbs.
	lbs., 9 qr. 11 lbs.	662	R. 800 cho.		Troyes
	12 on. 8 dr.		2° 1820 pin.	681	271 lbs. 3 on.
645	R. 9120 dr.	663	R. 36360 min.;	683	3870 pi. car.
646	R. 37440 sc.		31557600 sec.	684	14 ac. 10 per. c.
647	R. 64 lbs. 11 on.	664	R. 84 sem. 6 h.	685	40 acres
	5 dr.		45 m.; 65 jours	686	108 ver. car. 8
648	R. 88 lbs. 4 on.		2 h. 4 m. 40 sec.		pieds car.
	7 dr. 2 sc.	665	R. 946728000	687	36 ver. car.
649	R. 142560 pds.		sec.; 31556928	688	168 ver. car.
	2° 8553600 pc.		secondes	689	111$\frac{1}{9}$ ver. car.

RÉPONSES DES PROBLÈMES.—*Continuation.*

691	$56\frac{7}{8}$ pi. cu.	735	$\frac{7}{192}$ jour	771	224 cwt. 1 qr.
692	126 pi. cu.	736	$\frac{1}{72}$ heure		11 lbs.
693	72 ver. cu.	737	$\frac{895}{629}$	772	97 cwt. 1 qr.
694	160 pi. cu.	738	$\frac{1}{32}$		15 lbs.
695	1800 pi. cu.	739	$\frac{55}{504}$	773	362 lbs.
697	17280 minots	740	$\frac{16291}{129600}$	774	310 tois. 4 pds.
	3456 gal.	741	$\frac{51}{120}$	775	1158 tois. 4 pi.
698	6912 gal. 2 qts.	742	$\frac{3}{10}$		9 pouces
699	100 minots	744	16 s.	776	196 set. 4 min.
700	$712\frac{232}{539}$ barils	745	5 on. 2 gr.		5 gallons
701	$902867\frac{447}{539}$bar.		$20\frac{7}{4}$ gr.	777	422 lbs. 5 on.
703	$622\frac{2}{9}$ pi. cub.	746	57 lbs. 2 on.		11 gs. 7 gr.
704	$1244\frac{4}{9}$ pi. cub.		$4\frac{4}{7}$ dr.	778	440 lbs. 4 on.
705	$210\frac{35}{64}$ pi. cub.	747	6 pi. $2\frac{1}{4}$ pouces		9 gs.
706	$842\frac{3}{16}$ pi. cub.	748	55 gal. 1 pt.	779	32 verges 1 pi.
708	42 $\frac{83}{256}$ minots	749	46 min. 40 sec.		9 pou. 7 lignes
709	$46\frac{6}{11}$ gallons	750	21 h. 36 min.	780	355 arp. 8 per.
712	$45\frac{27}{47}$gal. de vin	751	$17'$ $8\frac{4}{7}''$		1 toise 2 pieds
713	$2207\frac{51}{77}$ gal. vin	753	$\frac{240}{417}$ d	781	1570 ans. 3 m.
714	$3125\frac{61}{77}$ quarts	754	$\frac{64}{217}$ once		21 j. 6 h. 14 m.
715	$2734\frac{22}{47}$ gallons	755	$\frac{20}{29}$ perche		14 s.
717	8 min. 36 sec.	756	$6\frac{78}{87}$ heures	782	£2432 3s. $2\frac{3}{4}$d.
718	12 h. 28 min.	757	2688 minutes	783	552 cwt. 5 lbs.
	12 sec.	758	$8\frac{8}{89}$ nails	784	306 ton. 12 cwt.
719	23 min. 40 sec.	759	$17\frac{39}{57}$ quarts		2 qr. 17 lbs.
720	12 h. 32 min.	760	$174\frac{102}{137}$ quarts	785	478 acr. 1 verg.
	37 sec.	761	66 gros		35 perches
722	4^{0} $45'$	762	$7\frac{37}{109}$ perches	786	£3970 1s. 0d.
723	12^{0} $46'$	763	$\frac{3}{10}$ pi. car.	787	264 acr. 0 v.
726	$\frac{7}{30}$	764	$70''$		27 pi. $9\frac{1}{2}$ v. et
727	$\frac{7}{1920}$	766	£3554 4s. 10d.		£164 5s. $10\frac{1}{4}$d.
728	$\frac{7}{12}$	767	£21849 18s.	788	17 lbs. 10 on.
729	$\frac{35}{64}$		$2\frac{1}{4}$d.		6 g. 20 gr. et
730	$\frac{7}{9}$ verg.	768	£36 12s. 3d.		£1085 11s. $8\frac{1}{2}$d
731	$\frac{283}{400}$ T.	769	£48 4s. $6\frac{1}{4}$d	790	£351 1s. $9\frac{1}{2}$d.
732	$\frac{91}{320}$	770	191 ton. 17 cwt.	791	£103 14s. $6\frac{3}{4}$d.
733	$\frac{28}{121}$ per. car.		291 lbs.	792	£263 12s. $4\frac{3}{4}$d.
734	$\frac{1}{9}$ barrique			793	£7 2s. $4\frac{1}{2}$d.

RÉPONSES DES PROBLÈMES.—*Continuation.*

794	£918 7s. 3d.	822	23 ans 6 m. 7 j.	852	£236 6s. 3¾d.
795	£324 8s. 3$\frac{1}{7}$d.		6 h. 40 m.	853	68 cwt. 3 qr.
796	£669 6s. 5¼d.	823	6° 57′ 12″; 2°		22 lbs.
797	4cwt. 1qr. 8lbs.		39′43″; 1° 52′	854	362 cwt. 1 q.
798	5cwt. 1qr. 11lb.		24″; 2°34′44″;		20 lbs. 2 oz.
799	25 cwt. 2 qr.		3° 58′20″;	855	2089 cwt. 1 q.
	15 lbs.	824	35° 3′ 30″;		4 lbs. 14 on. ⅝
800	25 arp. 1 p. 0 t.	825	22° 3′ 15″	856	272 cwt. 2 q.
	4 p. 6 p.	826	136° 16′ 49″		21 lbs. 10 on. ¼
801	18 arp. 6 p. 2 t.		140° 13′ 43″	857	313 cwt. 2 qr.
	4 p. 6 p.		321° 17′ 43″		12 bls. 9¾ on.
802	27 arp. 8 p. 1 t.		3645° 14′ 31″	858	758 cwt. 3 qr.
	5 p. 8 p.		6423° 15′ 15″		3 lbs. 6½ on.
803	£310 12s. 9d		19930° 13′25″		Arp. p. t. p. p.
804	£98 18s. 11d.	830	£89 13s. 9d.	859	874, 3, 0, 2, 10
805	£841 16s. 7d.	831	£132 16s. 5½d.	860	1512, 5, 2, 4,
806	£5959 14s. 3¾d	832	£60 2s. 6d.		2, 4, 4$\frac{1}{7}$
807	249 t. 3 p. 9 p.	833	£840 11s. 6d.	861	402, 8, 2, 0, 9, 1
808	94 acr. 0 v. 33	834	£812 15s. 0¼d.	862	778,2,1,2,7,1½
	p. 264¼ v.	835	£1134 13s. 1½d		Mil. st. pr. o. p.
809	£116 12s. 5d.	836	£351 14s. 7d.	863	419 5 28 2 2
810	16 gros. 20 g.	837	£3 7s. 6d.	864	608 3 17 0 2¼
811	49 m. 4 g. 1 pot	838	£571 1s. 6d.	865	584 6 11 4 0¼
812	46cwt. 3gr.5lbs	839	£2817 12s.	866	1345 3 12 2 1½
813	898¼ cordes	840	£2898		bar. gal. p. p.
814	403 arp. 2 per.	841	£20162 19s.6d		ch. sct.
815	£44 8s. 8d.	842	£492710 1s.8d	867	659 56 0 1 1 1
816	£38 15s. 6d.		£157365 5s.	868	643 62 1 0 0 1
817	68 ans, 3 mois,	843	10½d.	869	1198 54 1 0 1
	14 j. 4 h.	844	£373 15s.11½d		1¼
818	Il lui est dû	845	£1523 8s. 9d.	870	1543 38 0 1 1
	£12 6s. 3½d.	846	£710 18s. 3¾d.		0¾
819	57 arp. 7 pieds	847	£308 1s. 0½d.		Ans. m. j. h.
	1 pouce	848	£1536 9s. 5d.		m. s.
820	83 set. 1 m. 5	849	£941 19s. 3¼d.	871	739, 9, 27, 4,
	gal.	850	£331 0s. 3d.		13, 20
821	61 ans 9 m. 12	851	£1537 19s.	872	3143, 2, 15, 4,
	j. 17 heures		10¾d.		58, 57½

873	1408, 3, 4, 17,		Arp. pr. t. p.		4^{me} £2118 5s.
	54, 36		p. lig.		5$\frac{1}{2}$d.
874	875, 4, 18, 12,	893	1346, 99, 7, 6,		somme £6113
	7, 7$\frac{1}{2}$		26, 8		12s. 10$\frac{1}{4}$d.
	Ans, j. h. m. s.	894	1045, 31, 8, 54,	916	£25 17s. 1$\frac{1}{2}$d.
875	349, 89, 4, 26,		139, 19$\frac{1}{2}$	920	£14 9s. 8$\frac{1}{4}$d.
	18	895	1170, 23, 7, 1,	921	£5 12s. 11d.
876	1068, 266, 13,		33, 63	922	£157 18s. 8d.
	4, 36	896	154, 53, 3, 20	923	£62 7s. 5$\frac{1}{2}$d.
877	620, 214, 8, 32,		56, 72$\frac{1}{2}$	924	£21 15s. 0$\frac{1}{4}$d.
	17$\frac{1}{4}$	897	£53 14s. 0d.	925	£149 17s. 11d.
878	553, 137, 14,	898	£47 13s. 4d	926	£0 13s. 8d.
.	20, 0	899	£67 18s. 4d	927	£6 14s. 4d.
	Acr. ve. per. ve.	900	£94 5s. 0d.	928	£1 8s. 5$\frac{1}{2}$d. $\frac{1}{3}$
879	1010, 2, 0, 27	901	£92 16s. 0d.	929	£73 17s. 8$\frac{3}{4}$d.
880	3532,3,31,11$\frac{3}{4}$	902	£4 16s. 2$\frac{3}{4}$d.	930	£0 14s. 11d.
881	518, 3, 4, 32$\frac{1}{4}$	903	£15186851 0s	931	£13 8s. 0$\frac{1}{4}$d. $\frac{7}{9}$
882	341, 3, 33, 12$\frac{1}{2}$		1$\frac{1}{2}$d	932	£1 2s. 2$\frac{1}{4}$d. $\frac{9}{11}$
883	71, 1, 39. 14$\frac{1}{4}$	904	£119; gain £6	933	£21 18s. 10d.
884	114, 0, 0, 12$\frac{3}{4}$		10s. 4d.	934	£18 19s. 7d
	perc. t. p. p. li.	905	£31 6s. 8d	935	£1 1s. 7$\frac{1}{4}$d. $\frac{11}{17}$
885	1032,7,25,9,27	906	£11 7s. 2$\frac{1}{16}$d	936	£1 4s. 0d.
886	963,1,12,90,55	907	£15 15s. 3d.	937	£0 7s. 10$\frac{1}{4}$d $\frac{47}{53}$
887	1007, 5, 15,	908	£102 10s. 9$\frac{1}{2}$d.	938	£4 6s. 11$\frac{1}{4}$d. $\frac{47}{77}$
	83, 0	909	£769 15s. 7$\frac{1}{2}$d.	940	£0 17s. 7$\frac{1}{2}$d.
888	537, 9, 5, 17.	910	3781 tois. 36p;		$\frac{14}{173}$
	115, 117		£211 18s. 9d.	941	£6 7s. 10d. $\frac{6}{131}$
	mill. a. v. p. v.	911	£22 7s. 6d.	942	£14 8s. 9$\frac{1}{4}$d.
889	1832, 27, 2,	912	£2 18s. 0$\frac{7}{8}$d.		$\frac{215}{277}$
	26, 2$\frac{1}{4}$	913	£3361 7s. 1$\frac{3}{4}$d.	943	£4 15s. 11$\frac{1}{4}$d.
890	174, 73, 0, 12,	914	£73 9s. 10$\frac{7}{8}$d.		$\frac{223}{285}$
	14$\frac{3}{16}$	915	1er £1402 9s.	944	£6 0s. 0$\frac{3}{4}$d. $\frac{199}{299}$
891	278, 56, 0, 27,		5$\frac{1}{4}$d.	945	£6 7s. 2$\frac{1}{2}$d. $\frac{2}{7}$
	27$\frac{11}{16}$		2^{me} £760 6s.	946	£10 12s. 5d. $\frac{1}{39}$
892	8552, 269, 3.		8d.	947	£5 6s. 11$\frac{1}{2}$d.
	37, 28$\frac{1}{4}$		3^{me} £1832		$\frac{28}{170}$
			11s. 3$\frac{1}{2}$d.	948	£7 1s. 2$\frac{1}{2}$d. $\frac{94}{197}$

	cwt. qrs. lbs.	957	41, 7, 30, 4, 2	965	46, 8, 7, 9, 17,
	on. dr.	958	71, 4, 25, 3, 0		14
949	7, 1, 9, 2, 14	959	47, 5, 35, 5, $2\frac{1}{2}$	966	Ans. j. h. m. s.
950	19, 0, 15, 9, $5\frac{8}{9}$		bar. gal. pts.		24, 345, 7, 10,
951	35, 0, 2, 14, $\frac{1}{6}$		p. ch. sct.	967	27
952	41, 2, 8, 10, 0	960	43, 62, 1, 0, 0, 1		34, 275, 17, 47
	Arp. p. t. p.	961	36, 50, 0, 1, 1, 0	968	28
	p. lig.	962	57, 49, 0, 0, 0,		12, 325, 20, 56,
953	72, 8, 1, 4, 8, 10		$0\frac{4}{8}\frac{5}{3}$		$46\frac{1}{2}$
954	104, 3, 0, 2,		Ans. m. j. h.		Mesures de su-
	11, 9		m. s.		perficie.
955	34, 2, 2, 3, 7, 8,	963	36, 11, 86, 20,	969	Ac. ver. per. v.
956	51, 0, 0, 5, 10, 6		36, 40	970	77, 2, 36, 30
	Milles st. per.	964	147, 10, 29, 15,	971	174, 1, 39, 20
	v. p.		45, 50		45, 0, 17, $26\frac{1}{2}$

APPENDICE DE LA DEUXIÈME PARTIE.

602. La science de la *Tenue des Livres* peut être divisée en PARTIE SIMPLE, et en PARTIE DOUBLE. La tenue des livres en partie simple, étant très facile et très peu compliquée, il est inutile de s'en occuper ici; les élèves qui sauront la partie double pourront facilement tenir les livres qui leur seront confiés, quelque soit le mode adopté par les maisons de commerce où ils seront employés.

603. La tenue des livres en partie double donne les moyens d'enregistrer systématiquement et sans erreur, les diverses affaires de la profession commerciale, de sorte que le marchand peut se rendre compte de sa situation financière, est en état d'établir ses droits et protéger sa propriété, et à la dissolution de sa société, peut laisser après lui des renseignements tel que ses amis comprendront facilement ses relations commerciales, et ses engagements, et liquider ses affaires d'une manière satisfaisante pour toutes les parties intéressées.

604. Dans les maisons de commerce un peu importante les livres qu'on emploie sont; le *livre des factures*, celui de *vente*, de *caisse*, de *commission*, des *billets*, (1) le BROUILLARD (*Day-*

(1) On appelle *billet payable* celui dont nous devons payer le montant, et *billet à recevoir* celui dont on doit nous le payer.

Book), le JOURNAL, le GRAND-LIVRE (*Ledger*). Nous ne nous occuperons que des trois derniers qui sont les plus importants.

605. Le BROUILLARD (*Day-Book*) contient une claire, simple, complète, et brève relation de toutes nos transactions commerciales. C'est pour cela qu'il doit être considéré comme le plus important de tous.

606. Le JOURNAL est copié du Brouillard ; mais dans chaque article les noms des *débiteurs* et des *créanciers* son désignés, pour être transportés au *grand-livre*. Toute la science de la tenue des livres est contenue dans le journal.

607. Le GRAND-LIVRE (*Ledger*) contient les comptes de tous les débiteurs et de tous les créanciers ; ils sont pris dans le journal. Le grand et unique but de ce livre est de montrer le résultat de nos affaires avec chaque personne, propriété et objet. Chaque somme qu'un individu ou un objet peut nous devoir, ou que nous lui devons, depuis le commencement de notre négoce jusqu'à aujourd'hui, doit être inscrite sous son titre dans ce livre.

608. La *Tenue des Livres*, ou la science des comptes, est une systématique exhibition de tout ce qui *nous est dû*, et de tout ce que *nous devons*. Ce qui nous est dû représente nos *débiteurs*, et ce que nous devons, nos *créanciers;* conséquemment, toute la science de la tenue des livres est fondée sur ces deux mots, *débiteur* et *créancier*. D'où l'on déduit la règle suivante :

Qui que ce soit ou quoique ce soit qui nous doit est débiteur, DR.
Qui que ce soit ou quoique ce soit à qui nous devons est créancier, CR.

Par conséquent : Débiter qui que ce soit qui nous doit ; et Créditer qui que ce soit à qui nous devons.

609. Le *Brouillard* commence par un état de la situation des personnes qui entrent en société, quel capital elles possèdent, et en quoi il consiste ; combien elles doivent, et comment elles doivent. En inscrivant les opérations commerciales dans le brouillard on ne désigne ni le débiteur, ni le créancier, cette indication ne se fait qu'au *Journal*.

610. Le *Journal* commence par le premier article du brouillard ; pour entrer cette article il faut déterminer ceux qui *nous doivent* et ceux à qui *nous devons* afin de pouvoir les transcrire dans le *grand livre* à leur place respective ; Ces entrées dans le *Journal* sont faites par l'application de la règle précédente (N°. 608).

BROUILLARD, (DAY-BOOK.)

Montréal le 2 Janvier, 1858.

Louis Picard et Charles Laflamme ayant, par conventions datées d'hier, formé une société, avancent le capital suivant :		
Louis Picard avance—		
En espèces déposées..............$48000.00		
Billet N°. 1, comme au livre des billets. 2000.00	$	
	50000	00
Charles Laflamme avance—		
En espèces déposées..............$25000.00		
Billet N°. 2, comme au livre des billets. 2670.00		
Marchandise, livre des factures fol. 1. 3125.00		
J. Laurent pour balance de compte... 140.00	30935	00
	80935	00
"		
Louis Picard et Charles Laflamme doivent aux billets en faveur de diverses personnes, comme il est marqué au livre des billets.		
N°. 1, sur Louis Picard, pour $1860.00		
N°. 2, sur Charles Laflamme, pour .. 2140.00		
	4000	00
4		
Payé comptant pour divers meubles de magasin acheté de W. Renaud, montant à	500	00
5		
Vendu des marchandises à Paul Bélanger, à soixante jours, comme au livre de vente fol. 1...	625	00
7		
Vendu des marchandises à Henri Lavigne, sur son billets N°. 3, à trente jours ; comme il est marqué au livre de vente....................	500	00
10		
Vendu des marchandises au comptant à H. R. Poirier, comme au livre de vente fol. 1, montant à..................................	325	00

13 Janvier.		
Acheté des marchandises à J. Lamouche, à trente jours, comme il est marqué au livre des factures, fol. 1	3000	00
14		
Vendu des marchandises à Olivier Lamalice et Cie. payable le 19 courant, comme il suit : moitié en espèce, et moitié en un billet à trente jours ; comme il est dit au livre de vente.............	2400	00
15		
Acheté des marchandises de Hubert et Frères au comptant, comme au livre des factures, fol. 2.	1600	00
16		
Acheté de Pierre LeTêtu une envoi de riz, montant d'après le livre des factures à $3200 ; et payé à lui comme suit :		
En espèces $2000.00		
En marchandise, marqué au livre de vente 1200.00	3200	00
17		
Prêté en espèces à Jacques Pouillard, jusqu'au 22 courant	1000	00
19		
Reçu d'Olivier Lamalice et Cie. pour balance de compte :		
Leur note No. 4 à 30 jours, pour $1200.00		
En espèces 1200.00	2400	00
20		
Vendu au comptant à diverses personnes, comme détaillé au livre de vente	500	00
21		
Reçu de Paul Bélanger son billet No. 5, à soixante jours daté du 5 du courant, pour la facture de cette date	625	00

22 Janvier.		
Reçu de Jacques Pouillard le paiement entier, en espèces de la somme à lui prêtée le 17 du courant..	1000	00
"		
Remis à J. Lamouche notre billet No. 4, à 30 jours, pour la facture du 13 du courant.........	3000	00
24		
Vendu des marchandises aujourd'hui, savoir : H. R. Poirier, à compte, détaillé au livre de vente.................................. $250.00		
Au comptant à divers personnes...... 260.00	510	00
26		
Vendu des marchandises comme suit :		
à Olivier Lamalice et Cie............$300.00		
à Henri Lavigne.................. 350.00	$650	00
28		
Prêté à Jacques Pouillard, en espèce, sur son billet No. 6, à douze mois, endossé par Paul Bélanger..............................$3000.00		
Intérêt pour un an à 6 par cent ajouté 180.00	3180	00
30		
Payé pour notre billet No. 2 en faveur de E. Poitras, dû aujourd'hui	2140	00
Février 2.		
Payé à J. Lamouche pour notre acceptation No. 1 pour $1860.00, comme suit :		
En marchandises, comme au livre de vente $960.00		
En espèces, montant à............. 892.00		
Escompte, 25 jours à 6 par cent.... 7.75	1860	00

JOURNAL, 2 JANVIER 1858.

DIVERS (1) à DIVERS $80935.00.		
CAISSE pour espèces déposées......$73000.00		
BILLETS A RECEVOIR 4670.00		
MARCHANDISES GÉNÉRALES 3265.00	80935	00
A Louis Picard $50000.00		
A Charles Laflamme.............. 30935.00	80935	00
2 janvier, 1858.		
Divers à billets à payer $4000.00		
Louis Picard......................$1860.00		
Charles Laflamme................. 2140.00	4000	00
4		
Meubles de magasin.		
à caisse	500	00
5		
Paul Bélanger.		
à marchandises gles.	625	00
7		
Billets à recevoir.		
à marchandises gles.	500	00
10		
Caisse.		
à marchandises gles.	325	00
13		
J. Lamouche.		
à marchandises gles.	3000	00
14		
Olivier Lamalice et Cie.		
à marchandises gles..	2400	00
15		
Caisse.		
à marchandises gles.	1600	00

(1) Le mot *doivent* ou *doit* est toujours sous entendu.

16 Janvier.		
Marchandises gles. à divers $3200.		
à caisse	$2000.00	
à marchandises gles.	1200.00	
		3200 00
17		
Jacques Pouillard.		
à caisse		1000 00
19		
Divers à Olivier Lamalice et Cie. $2400.00.		
Billets à recevoir	$1200.00	
Caisse	1200.00	
		2400 00
20		
Caisse.		
à marchandises gles.		500 00
21		
Paul Bélanger.		
Billets à recevoir..................		625 00
22		
Jacques Pouillard.		
à caisse		1000 00
22		
J. Lamouche.		
à billet à payer		$3000 00
24		
Divers à marchandises gles. $510.		
H. R. Poirier.....................	$250.00	
Caisse	260.00	
		510 00
26		
Divers à marchandises gles. $650.00.		
Olivier Lamalice et Cie............	$300.00	
Henri Lavigne	350.00	
		650 00

28 Janvier.			
Billets à recevoir à divers $3180.00.			
à caisse	$3000.00		
à intérêts	180.00		
		3180	00
30			
Billets à payer.			
à caisse		2140	00
2 Février,			
Billets à payer à divers $1860.00.			
à marchandises	$960.00		
à caisse..........................	892.35		
à escompte	7.75		
		1860	00

Le peu d'espace qui nous a été laissé, ne nous a pas permis de donner plus de développement à ces notions de tenue de livres. Nous croyons pourtant qu'elles pourront aider un maître intelligent à donner un cours complet à ses élèves, en continuant les transactions commerciales commencées dans ces quelques pages.

Fol. 1. *GRAND LIVRE EN PARTIE DOUBLE.* *Fol.* 1.

Doit. LOUIS PICARD. Avoir.

1858 Janv.	2	à Billet à payer	jal. créd.	$1860	00	1858 Janv.	2	Par Divers	jal. déb.	$50000	00

Doit. CHARLES LAFLAMME. Avoir.

1858 Janv.	2	à billet à payer.......	$2400	00	1858 Janv.	2	Par Divers............	30935	

Doit. CAISSE. Avoir.

1858 Janv.	2	à Divers................	$73000	00	1858 Janv.	4	Par meubles de magasins.	500	00
"	10	à Marchandises gles.....	325	00	"	15	Par Marchandises gles...	1600	00
"	19	à Olivier Lamalice et Cie.	1200	00	"	16	Par Marchandises gles...	2000	00
"	20	à Marchandises gles.....	500	00	"	17	Par Jacques Pouillard...	1000	00
"	22	à Jacques Pouillard	1000	00					

"	18	à Marchandises gles.	325	00	"	15	Par Marchandises gles...	1600	00
"	19	à Olivier Lamalice et Cie.	1200	00	"	16	Par Marchandises gles...	2000	00
"	20	à Marchandises gles.....	500	00	"	17	Par Jacques Pouillard...	1000	00
"	22	à Jacques Pouillard	1000	00