

15 28 25
16 32
18 22
20
18

**CIHM/ICMH
Microfiche
Series.**

**CIHM/ICMH
Collection de
microfiches.**



Canadian Institute for Historical Microreproductions / Institut canadien de microreproductions historiques

11 10
05
01

© 1981

Technical and Bibliographic Notes/Notes techniques et bibliographiques

The Institute has attempted to obtain the best original copy available for filming. Features of this copy which may be bibliographically unique, which may alter any of the images in the reproduction, or which may significantly change the usual method of filming, are checked below.

L'Institut a microfilmé le meilleur exemplaire qu'il lui a été possible de se procurer. Les détails de cet exemplaire qui sont peut-être uniques du point de vue bibliographique, qui peuvent modifier une image reproduite, ou qui peuvent exiger une modification dans la méthode normale de filmage sont indiqués ci-dessous.

- Coloured covers/
Couverture de couleur
- Covers damaged/
Couverture endommagée
- Covers restored and/or laminated/
Couverture restaurée et/ou pelliculée
- Cover title missing/
Le titre de couverture manque
- Coloured maps/
Cartes géographiques en couleur
- Coloured ink (i.e. other than blue or black)/
Encre de couleur (i.e. autre que bleue ou noire)
- Coloured plates and/or illustrations/
Planches et/ou illustrations en couleur
- Bound with other material/
Relié avec d'autres documents
- Tight binding may cause shadows or distortion
along interior margin/
La reliure serrée peut causer de l'ombre ou de la
distortion le long de la marge intérieure
- Blank leaves added during restoration may
appear within the text. Whenever possible, these
have been omitted from filming/
Il se peut que certaines pages blanches ajoutées
lors d'une restauration apparaissent dans le texte,
mais, lorsque cela était possible, ces pages n'ont
pas été filmées.
- Additional comments:/
Commentaires supplémentaires:

- Coloured pages/
Pages de couleur
- Pages damaged/
Pages endommagées
- Pages restored and/or laminated/
Pages restaurées et/ou pelliculées
- Pages discoloured, stained or foxed/
Pages décolorées, tachetées ou piquées
- Pages detached/
Pages détachées
- Showthrough/
Transparence
- Quality of print varies/
Qualité inégale de l'impression
- Includes supplementary material/
Comprend du matériel supplémentaire
- Only edition available/
Seule édition disponible
- Pages wholly or partially obscured by errata
slips, tissues, etc., have been refilmed to
ensure the best possible image/
Les pages totalement ou partiellement
obscurcies par un feuillet d'errata, une pelure,
etc., ont été filmées à nouveau de façon à
obtenir la meilleure image possible.

This item is filmed at the reduction ratio checked below/
Ce document est filmé au taux de réduction indiqué ci-dessous.

10X	12X	14X	16X	18X	20X	22X	24X	26X	28X	30X	32X
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>									

The copy filmed here has been reproduced thanks to the generosity of:

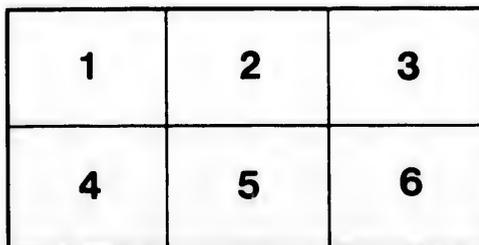
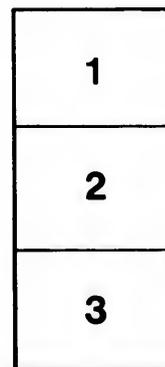
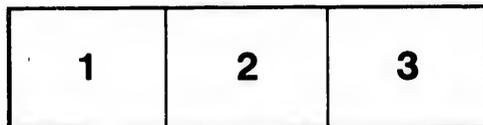
National Library of Canada

The images appearing here are the best quality possible considering the condition and legibility of the original copy and in keeping with the filming contract specifications.

Original copies in printed paper covers are filmed beginning with the front cover and ending on the last page with a printed or illustrated impression, or the back cover when appropriate. All other original copies are filmed beginning on the first page with a printed or illustrated impression, and ending on the last page with a printed or illustrated impression.

The last recorded frame on each microfiche shall contain the symbol \rightarrow (meaning "CONTINUED"), or the symbol ∇ (meaning "END"), whichever applies.

Maps, plates, charts, etc., may be filmed at different reduction ratios. Those too large to be entirely included in one exposure are filmed beginning in the upper left hand corner, left to right and top to bottom, as many frames as required. The following diagrams illustrate the method:



L'exemplaire filmé fut reproduit grâce à la générosité de:

Bibliothèque nationale du Canada

Les images suivantes ont été reproduites avec le plus grand soin, compte tenu de la condition et de la netteté de l'exemplaire filmé, et en conformité avec les conditions du contrat de filmage.

Les exemplaires originaux dont la couverture en papier est imprimée sont filmés en commençant par le premier plat et en terminant soit par la dernière page qui comporte une empreinte d'impression ou d'illustration, soit par le second plat, selon le cas. Tous les autres exemplaires originaux sont filmés en commençant par la première page qui comporte une empreinte d'impression ou d'illustration et en terminant par la dernière page qui comporte une telle empreinte.

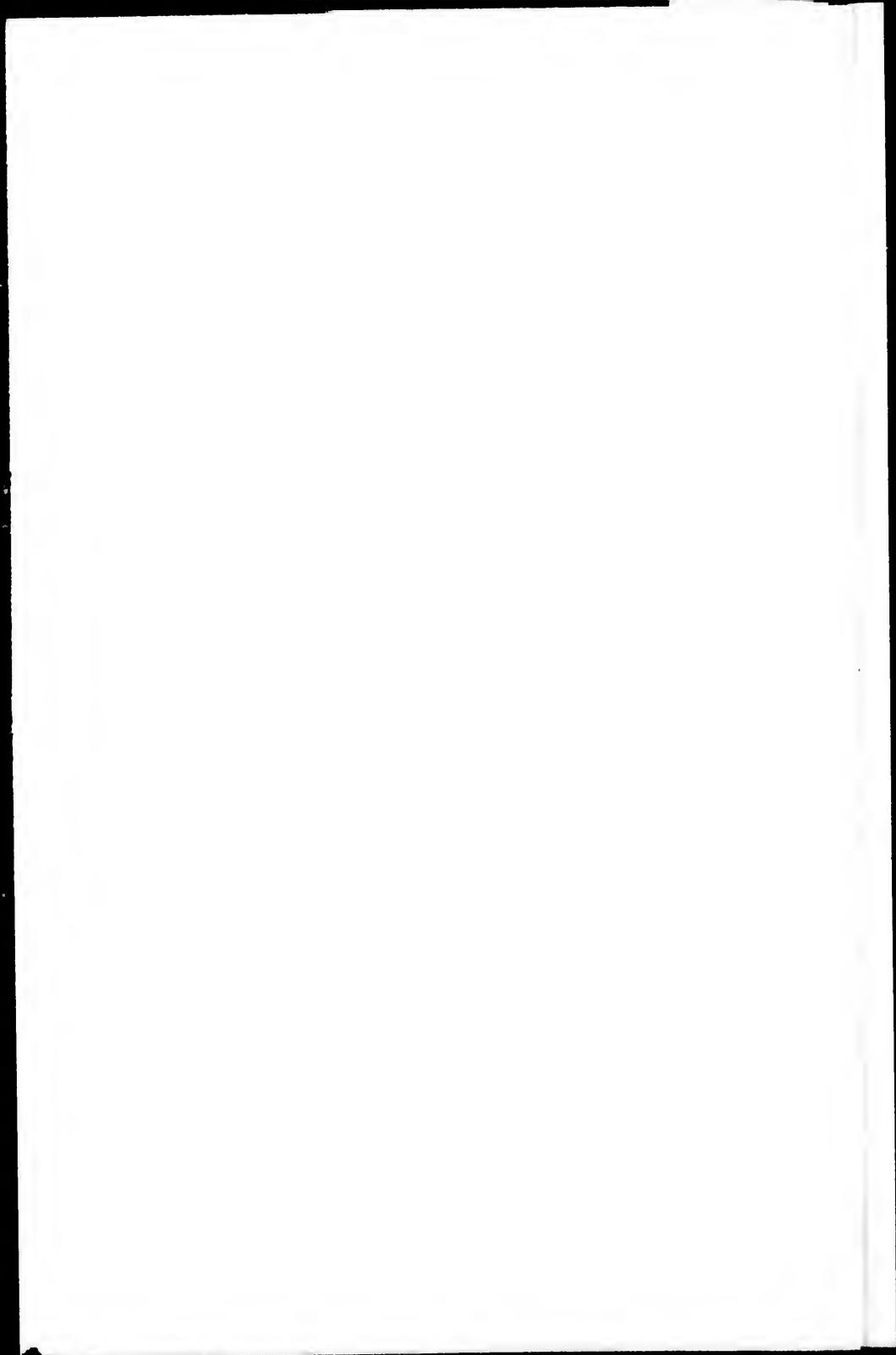
Un des symboles suivants apparaîtra sur la dernière image de chaque microfiche, selon le cas: le symbole \rightarrow signifie "A SUIVRE", le symbole ∇ signifie "FIN".

Les cartes, planches, tableaux, etc., peuvent être filmés à des taux de réduction différents. Lorsque le document est trop grand pour être reproduit en un seul cliché, il est filmé à partir de l'angle supérieur gauche, de gauche à droite, et de haut en bas, en prenant le nombre d'images nécessaire. Les diagrammes suivants illustrent la méthode.

ails
du
odifier
une
nage

rata
o

elure,
à



ÉTUDE

SUR LA

VEINE LIQUIDE CONTRACTÉE

TENDANT À MODIFIER LA

THÉORIE ACTUELLE DE L'HYDRAULIQUE

PAR

R. STECKEL, assistant ingénieur,
DÉPARTEMENT DES TRAVAUX PUBLICS, CANADA.

LUE PAR

Chas. BAILLAIRGÉ, ingénieur de la ville de Québec,
M.S., M.S.R.C., ETC., ETC.

DEVANT LA

SECTION DES SCIENCES, MATHÉMATIQUE, PHYSIQUE ET CHIMIQUE
DE LA SOCIÉTÉ ROYALE DU CANADA.

(SÉANCE DU 22 MAI 1884.)



OTTAWA:

IMPRIMERIE MACLEAN, ROGER ET CIE., RUE WELLINGTON,
1885

QC151
5842

INTRO

Reche

De

EXPÉR

Coe

Coe

Exp

Exp

Exp

Théori

Dis

Rap

Car

Var

Applic

CO

TABLE DES MATIÈRES.

	PAGE
INTRODUCTION	3
Recherches expérimentales :	
DESCRIPTION DES APPAREILS ET DES EXPÉRIENCES	4
EXPÉRIENCES :	
Coefficients de débit des orifices circulaires en mince paroi.....	6
Coefficients de contraction	9
Expériences sur l'écoulement d'un liquide par un espace annulaire, formé en introduisant une tige ou un disque cylindrique dans un orifice circulaire pratiqué dans une mince paroi.....	18
Expériences sur la force de refoulement d'une veine naturellement contractée descendant verticalement à travers un orifice circulaire en mince paroi, du réservoir d'alimentation dans un récipient, par un tube divergent avec embouchure en forme de pavillon de trompette, muni d'une embouchure convergente conoïdale.....	26
Expériences sur l'écoulement de l'eau à l'air libre, par des orifices circulaires, en minces parois, dont les côtés font avec l'axe qui passe au centre de l'orifice perpendiculairement au plan de celui-ci, des angles obtus, à l'intérieur	29
Théorie :	
Discussion au sujet des propriétés, de la formation, de l'origine, etc., des veines naturelles contractées, en général	30
Rapports fondamentaux entre les coordonnées, l'accélération, la vitesse, le temps, etc., des veines théoriques ou jaillissant horizontalement, abstraction faite de la gravité; et aussi des jets ascendants ou descendants verticalement	35
Caractère peu satisfaisant des coefficients d'écoulement par des orifices en minces parois, sous des charges différentes par divers auteurs, au point de vue théorique.....	40
Variations dans le débit et la contraction résultant des changements dans l'inclinaison du plan de l'orifice par rapport aux parois adjacentes du réservoir, et qui affectent la nouvelle théorie	44
Applications de la nouvelle théorie :	
COMPARAISON DE CALCULS THÉORIQUES AVEC LES RÉSULTATS D'EXPÉRIENCES.....	46
Jets horizontaux.....	47
Veines descendant verticalement.....	50
Jets montant verticalement.....	51
Débit par des ajutages ou tubes cylindriques, savoir :	
I. Application de la nouvelle théorie—	
Exemple 1 (suivant les expériences de Venturi).....	56
" 2 (" " " Buff).....	57

	PAGE
II. Formules pour calculer la vitesse, etc., d'écoulement hors d'un réservoir, dans des tubes cylindriques courts, avec une ouverture contractée par un diaphragme, ou sans cette contraction. (Suivant les tables, coefficients et formules d'hydraulique, par John Neville, écr., M.R.Z.A., etc.)	57
Remarques au sujet de la théorie, etc., donnée par M. Neville, etc.....	60
Débit par des ajutages ou tubes divergents : savoir :—	
1er. Tubes appliqués directement à la paroi d'un réservoir, sans l'intervention d'une embouchure conoïde.....	62
Exemple.....	64
2me. Tubes fixés à la petite base d'une embouchure conoïde, construite à peu près de la forme de la veine naturelle contractée.....	65
Exemple 1	67
Exemple 2.—Détermination théorique du rapport de la vitesse à la petite base d'un tuyau divergent avec embouchure cycloïdale (étudié expérimentalement, en 1853, à Lowell, Mass., par M. J. B. Francis)—à celle qui est due théoriquement à la charge....	67
Débit des tubes coniques convergents.....	74
Écoulement des liquides par des orifices allongés, en mince paroi	76
Pression liquide, mouvement, puissance vive, etc.....	78
Conclusion	80

Annexe.

THÉORIE PHYSICO-MATHÉMATIQUE SUR LE MOUVEMENT DES LIQUIDES SORTANT DES ORIFICES DES RÉSERVOIRS, PAR M. LE CHEVALIER LORGNA.	
INTRODUCTION.....	81
CHAPITRE I.—Phénomènes naturels.....	82
CHAPITRE II.—Recherches sur l'état de regorgement des liquides dans les réservoirs.....	86
Notes au sujet des chapitres (III et IV), etc.....	90

	PAGE
un	
er-	
on.	
ar	
...	57
...	60
er-	
...	62
...	64
ite	
...	65
...	67
la	
ale	
J.	
...	67
...	74
...	76
...	78
...	80

ANNEXE No 25

—
ÉTUDE

SUR LA

VEINE LIQUIDE CONTRACTÉE

TENDANT À MODIFIER LA

THÉORIE ACTUELLE DE L'HYDRAULIQUE

PAR

R. STECKEL, assistant ingénieur,

DÉPARTEMENT DES TRAVAUX PUBLICS, CANADA.

10-1*

R

SUR

LA

Un siècle
fondateur de
mathématique
que d'autre
fluide qui se
plein, neq
des particu
bonne théor
veine liqui
ou veines li
sépare le ni
tation. Ne
les calculs
dépende, sa

J'ai en
une conna
vaincre tou
gouverner
l'Hydraulie
quable que
fortement
étudier pr
ouvrages q



ÉTUDE SUR LA VEINE LIQUIDE CONTRACTÉE

TENDANT À MODIFIER

LA THÉORIE ACTUELLE DE L'HYDRAULIQUE.

PAR R. STECKEL,

Assistant ingénieur, département des Travaux publics, Canada.

1883-84.

INTRODUCTION.

Un siècle tout entier s'est écoulé depuis qu'un célèbre philosophe italien, Lorgna, fondateur de la *Società Italiana*, dans le premier chapitre de sa *Théorie physico-mathématique sur le mouvement des liquides sortant des orifices des réservoirs*,* ainsi que d'autres savants, prouvait de la manière la plus concluante que la veine fluide qui sort d'un orifice pratiqué dans les côtés ou le fond d'un réservoir toujours plein, n'acquiert pas sa vis viva ou force vive en raison de la descente directe des particules liquides de la surface au plan de l'orifice. Cependant, à défaut d'une bonne théorie, en harmonie avec les résultats de l'expérience, sur la formation de la veine liquide contractée, nous sommes obligés jusqu'à ce jour de regarder tous les jets ou veines liquides comme des corps parcourant librement un espace égal à celui qui sépare le niveau du liquide du centre de l'orifice, suivant la loi générale de la gravitation. Nous sommes aussi contraints, à cause de cela surtout, d'introduire dans tous les calculs d'hydraulique des coefficients empiriques de vitesse, de contraction et de dépense, sans compter les coefficients pour le frottement et les autres résistances.

J'ai entrepris, il y a quelque temps, une suite d'expériences, dans le but d'acquérir une connaissance pratique des principaux phénomènes hydrauliques, et de me convaincre tout à fait de la vérité des lois reçues communément, et qui sont censées gouverner cette science si compliquée et si imparfaitement comprise que l'on appelle l'Hydraulique. Il n'est certainement pas étonnant qu'un phénomène aussi remarquable que celui de la contraction de la veine liquide à sa sortie de l'orifice ait attiré fortement mon attention. Je puis dire, cependant, que j'ai été aussi porté à étudier profondément cette partie spéciale de l'hydraulique, en lisant dans les ouvrages qui ont été écrits sur cette matière des passages tels que les suivants :

1. "En appliquant les lois générales du mouvement
"aux filets latéraux du jet liquide qui se décharge
"par A B, on trouve qu'ils tendent à décrire une courbe
"qui commence au dedans du réservoir, par exemple en
"A, et se continue vers C S E. Pour déterminer cette
"courbe, il est nécessaire de connaître et de combiner
"ensemble par le calcul : la convergence mutuelle des
"filets liquides en A B, la loi de la translation latérale
"du mouvement entre les filets, et leur progression
"divergente de C à E. Ces combinaisons et ces calculs
"sont peut-être tout à fait hors de la portée de l'analyse.
"Tant que le tube A B F E affectera une forme différente

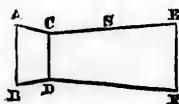


Fig. 1.

* Vol. IV., *Mem. della Società Italiana*. (Voir Annexe.)

"de cette courbe naturelle, les résultats de l'expérience différeront plus ou moins de la théorie." (1)

2. "Lorgna prétend que $0.472 a$ (a étant la charge) est la hauteur qui produirait, dans un corps pesant quelconque, la vitesse d'écoulement à l'orifice, et que la veine contractée n'est rien autre chose que la cataracte de Newton continuée; il soutient cette proposition par des calculs basés sur l'action mutuelle des molécules du fluide contenu dans le vase. Mais après avoir constaté l'insuccès des plus grands géomètres sur ce même sujet, nous devons nous défier de toutes ces démonstrations basées sur des principes de mécanique incontestables en eux-mêmes, mais qu'il est bien difficile, pour ne pas dire impossible, d'appliquer à une infinité de corps qui se meuvent et se refoulent dans toutes les directions." (2)

3. "Tant que nous n'aurons pas une connaissance plus exacte de la loi de contraction de la veine, nous pouvons supposer que le jet qui s'échappe d'un orifice circulaire forme un solide de révolution dont la surface est produite par la révolution d'un arc circulaire autour de l'axe de ce jet." (3)

4. "On prétendait dernièrement, dans un rapport officiel que, théoriquement, $V_a = \frac{2}{3}\sqrt{2gh}$, V_a représentant la vitesse dans le plan d'un orifice en mince paroi, h , la charge d'eau sur cet orifice, et g , l'accélération produite chaque seconde par la pesanteur. Il n'est pas nécessaire de réfuter ici cette erreur, qui confond le débit avec sa vitesse, et prend un fait pratique isolé exclusivement applicable à une paroi mince, pour un principe théorique. La dépense expérimentale est approximativement égale à $\frac{2}{3}\sqrt{2gh}$ multiplié par l'aire de l'orifice; mais la vitesse théorique $\sqrt{2gh}$ se rapproche toujours de la vitesse expérimentale, ou $0.974 \sqrt{2gh}$ que l'on obtient en dehors et tout auprès de l'orifice dans la veine à l'endroit de sa contraction. Il ne serait pas nécessaire de mentionner ici cette théorie si elle n'était avancée et soutenue par trois ingénieurs, dont l'autorité en matière pratique pourrait faire admettre même leur erreur. Vide p. 4 des 'Observations succinctes' de MM. Bidder, Hawksley et Bazalgette sur les réponses des commissaires du 'gouvernement sur le Metropolitan Main Drainage;' imprimées par ordre de la Chambre des Communes (Londres) du 13 juillet 1858." *

La première partie de la *Théorie physico mathématique sur le mouvement des liquides sortant des orifices des réservoirs*, par le chevalier Lorgna, mérite tout particulièrement d'être lue. Comme le quatrième volume des *Mémoires de la Société Italienne*, publié en 1785, qui contient in extenso le mémoire original de ce savant, n'est pas d'un accès facile à ceux qui le voudraient consulter, j'en ai inséré l'introduction et les deux premiers chapitres dans l'annexe du présent mémoire.

RECHERCHES EXPÉRIMENTALES.

DESCRIPTION DES APPAREILS ET DES EXPÉRIENCES.

Afin d'inspirer la confiance nécessaire dans les données expérimentales sur lesquelles je devrai plus tard appuyer mes conclusions théoriques, il est indispensable que je donne ici une courte description des appareils dont je me suis servi et du *modus operandi* que j'ai suivi pour arriver à ces résultats. †

(1) et (2) Voir *Traacts on Hydraulics* publiés par Thomas Tredgold, Londres, 1826. Partie II—*Recherches expérimentales sur l'application du principe de la communication latérale du mouvement des fluides à l'explication de différents phénomènes hydrauliques*, par le citoyen Z. B. Venturi, traduit du français par W. Nicholson, pp. 145 et 177.

(3) Voir *Weisbach's Mechanics of engineering*, page 822, vol. I. Traduction anglaise par Coxe. Van Nostrand, New-York.

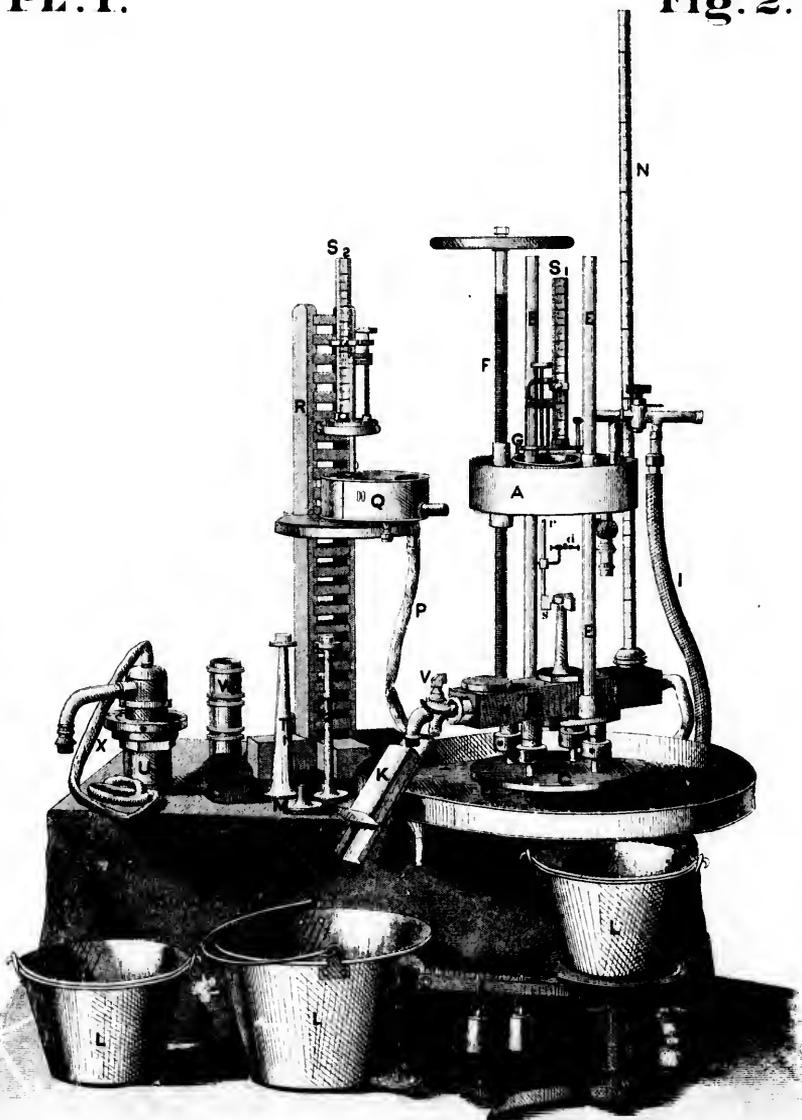
* Voir *Neville's Hydraulic Tables, coefficients and formulae*, 2e édition, p. 33.

† L'appareil figuré dans la planche I, fig. 2, y compris les embouchures, orifices, indicateurs à pointes recourbées et accessoires, m'a été construit par M. E. Ohanteloup, de Montréal, qui a exécuté ce travail avec l'adresse, la précision et le soix qu'on lui connaît.

a moins de
 uteur qui
 orifice, et
 yton conti-
 nuelle des
 l'insuccès
 r de toutes
 es en eux-
 uer à une
 " (2)
 loi de son-
 l'un orifice
 la révolu-
 riquement,
 ince paroi,
 onde par la
 nd le débit
 plicable à
 entale est
 s la vitesse
 $974 \sqrt{2gh}$
 endroit de
 orie si elle
 re pratique
 succinctes
 issaires du
 rdre de la
 vement des
 ut partiou-
 é Italienne,
 t, n'est pas
 oduction et
 .
 es sur les-
 nsable que
 du modus
 826. Partie
 du mouvement
 el, traduit du
 se par Coxe.

PL. I.

Fig. 2.



Apparatus

S. McLaughlin, Photo.

used for making experiments.

Le ré
12 pouces,
deux plac
pectifs son
F d'enviro
au-dessus
vis à nive

Les p
dessous da
voir A ; et
S¹, munie
de cette sa
réservoir.
drique, ay
du réservo
trifuge ou
l'alimenta
maison, p
cuivre, de
tants et de
de petits t

L'eau
se tenait à
retirer faci
l'eau pass
l'expérien

Pour
quarts de
de jauges e
ment en c
Sharpe, en

Quand
une boîte c
2 de haute
tubes de la
visés ense
caoutchouc

Sur le
gradué, ou
hauteur ; c
qui rend le
peu près la
pêcher l'ac

L'eau
tage adapt
adapté dan
dalle de cui
cuivre L,
ordinairem
petite dalle
le reste des

Du côté
de caoutch
vase cylind
de hauteur

La citerne
d'un tuyau de
près à 16 pied

Le réservoir d'alimentation A, cylindre en cuivre ayant un diamètre intérieur de 12 pouces, et à peu près trois pouces et demi de hauteur à l'intérieur, est monté sur deux plaques horizontales, parallèles et circulaires, B, C, dont les diamètres respectifs sont de 10 et de 12 pouces, au moyen de deux guides E et d'une vis de rappel F d'environ trois pieds, permettant ainsi d'élever ou d'abaisser le réservoir à volonté au-dessus de la plaque supérieure B; les plaques sont reliées ensemble par quatre vis à niveler D, à joints sphériques.*

Les plaques à orifice O, les embouchures M, ou les tubes T, se vissent par dessous dans une bague fileté ménagée au centre du fond horizontal circulaire du réservoir A; et un support en cuivre G, portant un indicateur à pointe recourbée et l'échelle S', munie d'un vernier mesurant les $\frac{1}{10}$ de pouce, se visse autour de la face extérieure de cette saillie annulaire qui s'élève à un demi-pouce environ au-dessus du fond du réservoir. Une cloison verticale en cuivre rouge laminé et perforée de forme cylindrique, ayant à peu près 9 pouces de diamètre et $3\frac{1}{2}$ de hauteur, est placée au centre du réservoir A, afin d'empêcher toute perturbation provenant d'un mouvement centrifuge ou autre qu'aurait conservé l'eau après son entrée dans le dit réservoir, l'alimentation se faisant d'un bassin carré placé immédiatement sous le toit de la maison, par un tuyau d'un pouce I, en communication avec un tuyau circulaire en cuivre, de $\frac{3}{4}$ de pouce, posé sur le fond du réservoir circulaire A, en dehors des montants et de la vis de rappel, et percé à la circonférence extérieure d'un grand nombre de petits trous ronds.

L'eau était d'abord recueillie dans une petite dalle en feuille de cuivre rouge, qui se tenait à la main ou était retenue en place par un autre moyen permettant de la retirer facilement de dessous l'ajutage à la fin de chaque expérience. De cette dalle l'eau passait dans un ou plusieurs vaisseaux de cuivre que l'on pesait une fois l'expérience finie, dans une balance Z, pouvant peser exactement jusqu'à la demi-once.

Pour déterminer le temps, je me servis d'une montre à arrêt, donnant les quarts de seconde; et pour mesurer le diamètre des tubes, des orifices, etc., j'employai de jauges en feuille de cuivre à arrêtes vives convergentes ou des tiges coniques également en cuivre, que je mesurai ensuite avec le compas d'épaisseur de Brown et Sharpe, en me servant de l'échelle à verniers qui indiquent un millième de pouce.

Quand l'écoulement devait se faire sous l'eau, je reliais le cylindre en cuivre A à une boîte de laiton carrée H, mesurant 3 pouces de largeur, 16 pouces de longueur, sur 2 de hauteur, à l'intérieur, posée sur la plaque supérieure B—au moyen d'un ou plusieurs tubes de laiton W, d'à peu près $2\frac{1}{2}$ pouces de diamètre sur $2\frac{1}{2}$ pouces de hauteur, vissés ensemble et rendus complètement étanches par l'interposition de bandes de caoutchouc entre les surfaces métalliques des joints.

Sur le sommet de cette boîte H, à l'une des extrémités, s'élevait un tube de verre gradué, ouvert des deux bouts, ayant un pouce de perce et environ 50 pouces de hauteur; ce tube communiquait avec la boîte carrée au moyen d'une boîte à étoupe qui rend la jonction parfaitement étanche; il rendait le double service d'indiquer à peu près la hauteur de l'eau ou l'intensité de la pression dans le réservoir, et d'empêcher l'accumulation de l'air dans ce dernier.

L'eau qui sortait du réservoir cylindrique A, par un orifice noyé, ou un ajutage adapté au fond, se déversait par un robinet V, de $\frac{3}{4}$ de pouce avec cadran, adapté dans une boîte à étoupe au côté gauche du réservoir carré H, dans la petite dalle de cuivre K, dont j'ai déjà parlé; de là elle passait enfin dans le vaisseau en cuivre L, jusqu'à ce que le temps fixé pour la durée de chaque expérience, qui était ordinairement de 100 à 300 secondes, fût écoulé. Alors on enlevait rapidement la petite dalle de dessous le robinet V, et on laissait couler l'eau, sans rien changer dans le reste des dispositions, jusqu'à ce qu'il fût décidé de répéter ou non l'expérience.

Du côté droit, le récipient ou boîte carrée H communiquait au moyen d'un tube de caoutchouc P, de $\frac{3}{4}$ pouce de diamètre intérieur, muni de jointures de cuivre, à un vase cylindrique, Q, en feuille de cuivre rouge, de 6 à 7 pouces de diamètre et environ 3 de hauteur, porté sur tablette mobile, s'enfonçant dans l'un des interstices échelonnés

* La citerne avait une superficie de 36 pieds et était alimentée par l'aqueduc d'Ottawa, au moyen d'un tuyau de service muni d'un robinet régulateur, et la surface de l'eau y restait, en moyenne, à peu près à 16 pieds au-dessus de l'eau dans le réservoir A.

par pouce entre deux montants fixés sur un pied pesant, le tout en bois, et formant un support solide R. Par le moyen de cet appareil, on pouvait fixer le niveau de l'eau, dans le réservoir Q, à une hauteur quelconque inférieure à celle du réservoir d'alimentation. Un second indicateur à pointe recourbée, avec échelle S_2 et vernier, porté sur une tablette semblable à celle que je viens de décrire, et maintenue de la même manière à une hauteur voulue au-dessus du réservoir Q, servait à déterminer à $\frac{1}{100}$ de pouce près la différence réelle de niveau entre ce réservoir et le réservoir d'alimentation A.

Avant de commencer une série d'expériences, je comparais les zéros des échelles S_1 et S_2 , correspondant respectivement aux réservoirs A et Q, en prenant la hauteur du niveau de l'eau dans chacun d'eux pendant que le liquide était dans un état d'équilibre parfait dans tout le système de vases et de tubes, veillant en même temps à ce qu'il n'y eût nulle part de fuite d'eau, et donnant au liquide le temps de venir au repos complet.

Quand il fallait une hauteur d'eau plus grande que celle que pouvait fournir le réservoir cylindrique A, qui n'était que d'environ 3 pouces, les orifices ou ajutages avec lesquels je voulais faire les expériences étaient fixés au fond d'un cylindre supplémentaire en cuivre U, ayant 3 pouces de diamètre à l'intérieur et 8 pouces de hauteur. Ce cylindre U était lui-même visé au fond du réservoir de 12 pouces A, au lieu du support de l'indicateur G, et relié par un tube de caoutchouc avec le tuyau d'alimentation qui amenait l'eau du réservoir placé dans les mansardes. Je réglais la pression exercée sur l'orifice ou l'ajutage par le robinet d'alimentation, et je la mesurais en observant la hauteur qu'atteignait l'eau dans un tube de verre communiquant par un tube de caoutchouc X avec le haut du réservoir fermé.

EXPÉRIENCES.

COEFFICIENTS DE DÉBIT DES ORIFICES CIRCULAIRES EN MINCE PAROI.

Toutes les autorités en hydraulique, Michelotti, Bossut, Eytelwein, Venturi, d'Ambuisson, Weisbach, etc., admettent généralement que, pour un orifice circulaire en mince paroi, le coefficient de la vitesse d'écoulement, dans le plan de l'orifice, — c'est-à-dire le rapport entre la dépense réelle et celle qui se ferait si la vitesse du liquide, au moment où il passe par l'orifice, était celle d'un corps pesant faisant librement dans le vide une chute égale à la hauteur de la surface de l'eau au-dessus du centre de l'orifice, — varie entre 0.60 environ, pour des hauteurs d'eau considérables et de petits orifices, et 0.66 ou 0.68 pour de petites hauteurs et de grands orifices, lorsque l'écoulement se fait à l'air libre.

Je dois cependant faire de suite la remarque que très peu d'expériences avec les petits orifices sous de fortes charges ont été consignées dans les ouvrages sur cette matière, dans ceux du moins qu'il m'a été possible de consulter; et celles que l'on y rapporte, pour ne rien dire de plus, n'inspirent pas une confiance illimitée quant à la précision de leurs résultats. Ainsi, par exemple, tandis que Michelotti a trouvé que le coefficient de la vitesse d'écoulement était 0.607, pour un orifice de 2.126 pouces de diamètre, sous une charge de 7.218 pieds; et 0.597 pour un orifice circulaire ayant un diamètre de 3.189 pouces, sous une charge de 22.179 pieds, Weisbach dit que pour un orifice du diamètre d'un centimètre, ou environ 0.394 de pouce, ce coefficient est $0.632 \times 0.99 = 0.6256$ sous une charge de 13.574 mètres, ou 44.536 pieds, et $0.60 \times 0.994 = 0.5964$ sous une charge de 103,578 mètres ou 339,839 pieds. Ces deux derniers coefficients me paraissent beaucoup trop élevés, ou bien donc les deux premiers sont trop petits.

Les coefficients de vitesse que j'ai moi-même obtenus, pour l'écoulement à l'air libre par des orifices circulaires en mince paroi, ne diffèrent pas de ceux qui ont été constatés, dans les mêmes conditions, par plusieurs autres avant moi. On pourra en juger en parcourant le tableau I qui suit, où j'ai récapitulé mes observations.

et formant un
de l'eau, dans
alimentation.
rté sur une
me manière
r de pouce
entation A.
zéros des
prenant la
était dans un
veillant en
liquide le

et fournir le
ou ajutages
cylindre sup-
3 pouces de
pouces A,
avec le tuyau
Je réglais la
et je la mesu-
muniquant

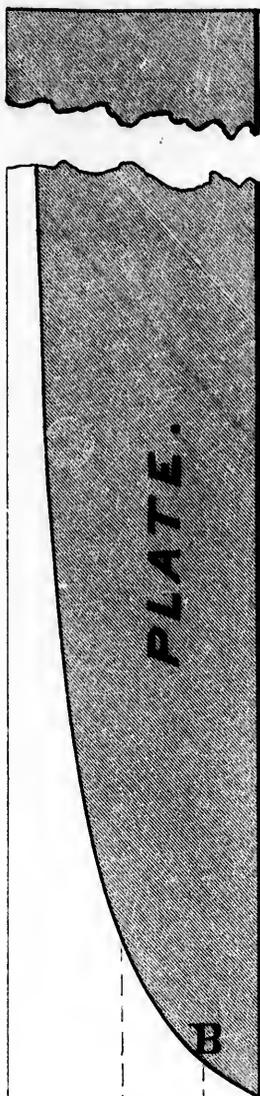
ROI.

in, Venturi,
e circulaire
l'orifice,—
a vitesse du
aisant libre-
n-dessus du
onsidérables
nds orifices,

ances avec les
s sur cette
que l'on y
e quant à la
trouvé que
6 pouces de
alaire ayant
ch dit que
e coefficient
6 pieds, et
Ces deux
s deux pre-

ment à l'air
qui ont été
pourra en
ns.

1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
21
22
23
24
25
26
27
28
29
30
31
32
33
34
35
36
37
38
39
40
41
42
43
44
45
46
47
48
49
50



Outline of jet as per enlarged

*ENLARGED CIRCULAR CONTRACTED
through a concoidal orifice AB 0^{inch} 530 in d
of 14*



PL. II.

r enlarged photographic record secured.

*CONTRACTED LIQUID VEIN projected horizontally
inch 530 in diameter in a brass plate, under a head
of 14 inches.*

6.0

7.0

7.5

8.0

9.0

10

11

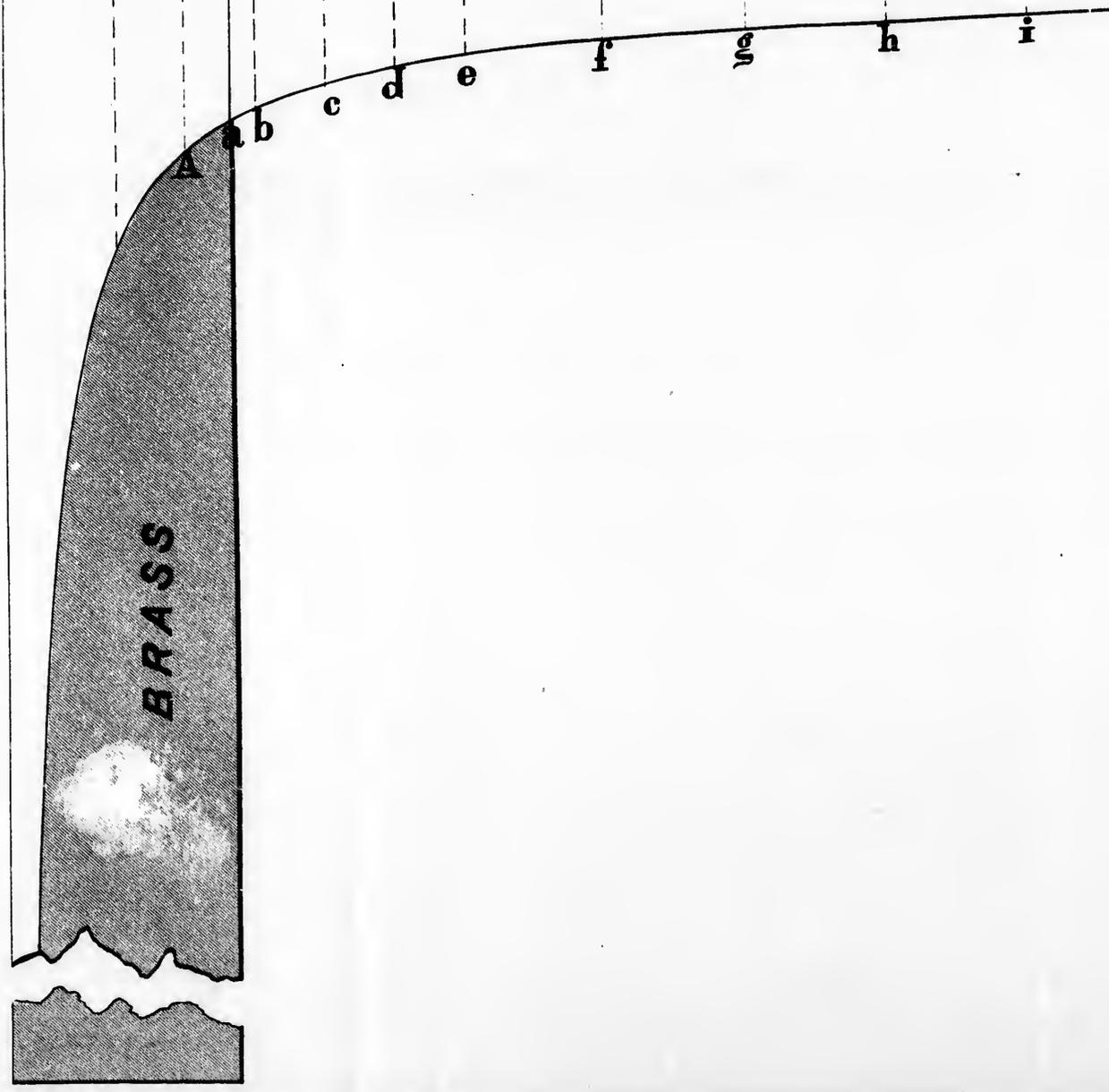
12

13





0 .5 1.0 1.5 2.0 3.0 4.0 5.0 6.0



6.0

7.0

7.5

8.0

9.0

10.0

i

j

k

l

m

n

o

p

q



Lettre
renvoi

A
B
C
D
E
F
G
H
I
J
K
L
M

TABLEAU I.

Lettre de renvoi.	Nombre d'expériences.	Diamètre de l'orifice, en pouces.	Charge moyenne, en pouces.	C (<i>orif.</i>) Valeur moyenne du coefficient de vitesse de l'écoulement au plan de l'orifice.	Remarques.
A	3	0.384	51	0.6210	Le diamètre de chaque orifice a été obtenu en mesurant avec le compas d'épaisseur de Brown et Sharpe, dont les verniers indiquent 0.001 de pouce, une tige de cuivre légèrement courbée, au point où elle remplissait l'orifice, et en adoptant les plus grandes dimensions comme étant les plus proches de la valeur réelle. $\sqrt{2g}$ supposée égale à 27.78 pouces, et une once à 1.7315 pouce cube.
B	3	"	44	0.6263	
C	2	"	35	0.6259	
D	"	"	29	0.6277	
E	"	"	19	0.6268	
F	"	"	12.10	0.6261	
G	8	"	3.08	0.6544	
H	6	0.400	2.97	0.6702	
I	6	"	2.82	0.6727	
J	5	0.4185	3.03	0.6802	
K	14	0.420	3.07	0.6775	
L	3	0.482	3.00	0.6808	
M	4	0.484	2.81	0.6844	

Pour obtenir des coefficients de dépense pour de petites hauteurs et de grands orifices, j'ai fait des expériences avec des orifices noyés. Le tableau suivant résume les résultats obtenus de cette manière.

TABLEAU II.

Lettre de renvoi.	Nombre d'expériences.	Diamètre de l'orifice, en pouces.	Charge moyenne, en pouces.	C ($\frac{v}{v_0}$) Valeur moyenne du coefficient de vitesse de l'écoulement au plan de l'orifice.	Remarques.
A	7	0.484	0.12	0.6615	Température de l'eau, de 52° à 59° Fahrenheit.
B	7	"	0.13	0.6564	
C	4	"	0.23	0.6540	
D	3	"	0.38	0.6531	
E	7	"	0.50	0.6528	
F	3	"	1.42	0.6532	
G	2	"	2.60	0.6503	
H	10	1.031	0.040	0.6598	
I	"	"	0.053	0.6684	
J	"	"	0.103	0.6676	
K	"	"	0.155	0.6619	
L	"	"	0.206	0.6639	

En comparant les coefficients de dépense d'un orifice submergé, donnés ci-dessus, avec les coefficients correspondants d'écoulement à l'air libre du tableau I, il faut soustraire de ces derniers, afin de les convertir en coefficients de dépense d'orifices submergés, entre $4\frac{1}{2}$ et 5 pour 100, au lieu de $1\frac{1}{2}$ pour 100 qu'avait obtenu le Dr Weisbach,* probablement avec des charges ordinaires. Il y a donc une différence de plus de 3 pour 100, qui, bien qu'elle soit comparativement forte, peut très bien être attribuée, en grande partie, aux charges très petites dont je me suis exclusivement servi.

Les coefficients que donne M. J. B. François, dans ses *Lowell Experiments*, pour la dépense des orifices circulaires submergés, diffèrent beaucoup de ceux que j'ai obtenus, et réunis ci-dessus dans le tableau II, et encore plus de ceux qu'on obtient avec la règle du Dr Weisbach, dont je viens de parler. (1)

M. François semble considérer comme certain que le coefficient de dépense, pour un orifice circulaire noyé de 0.1017 pied = 1.2204 pouce de diamètre, ne saurait dépasser 0.57 pour de petites charges de 1 à 5 pouces, car à la page 225 de son ouvrage, il dit : "Il résulte généralement des nombreuses expériences que l'on rapporte sur le débit de l'eau coulant par des orifices en mince paroi à l'air libre, que le coefficient de dépense (qui dans les orifices simples n'est autre chose que le rapport de la vitesse, à la plus petite section de l'orifice, à celle qui devrait produire la hauteur de chute) est le plus grand quand les charges sont très petites. Mais lorsque l'écoulement

* Voir *Weisbach's Mechanics of Engineering and of the Construction of Machines*. Traduction anglaise par Cox, p. 825.

(1) Voir *Lowell Hydraulic Experiments*, par J. B. Francis. 3ème édition, 1871.—D. Van Nostrand, N.-Y.—Tableau XXVII.—Expériences 93 à 101.

s'opère
petites.
doute re
Tou
que, mē
en ques
Le
les orifi
percé da
parallél
Je
existent
les coef
dépense
résultat
culaire
de 1 à
par-des
extrémi
6½ pied
miner
ment q
une pér
et il m
teurs av
avait pri
et demi
ouvertu
l'autre,
différen
laire n
En
débit à
petite d
parfait,
l'air lib
que cet
si l'eau
Le
tivement
le résér
tière au
du résér
M. H.
mécaniq
un orifi
On
s'échap
de l'ori
le diam
en poin

s'opère sous l'eau, le coefficient de débit est moindre quand les charges sont très petites. Ce résultat est si remarquable et si constant qu'on ne saurait entretenir de doute raisonnable sur ce point."

Toutefois, mes 50 expériences, H, I, J, K, L, tableau II, montrent infailliblement que, même sous de très faibles hauteurs, variant de $\frac{1}{10}$ à $\frac{1}{20}$ de pouce, le coefficient en question n'est pas moins de 0.66 pour un orifice de 1.031 pouce de diamètre.

Le seul trait distinctif que je puisse voir dans les expériences de M. Francis, sur les orifices circulaires noyés, en mince paroi, est que son orifice de 1.24 pouce était percé dans un plan vertical, tandis que le mien de 1.031 se trouvait dans un plan parallèle à l'horizon.

Je prendrai la liberté de faire remarquer, par rapport aux fortes variantes qui existent entre les conclusions de M. Francis et celles d'autres expérimentateurs sur les coefficients de débit sous de très petites charges, que sa manière de déterminer la dépense de liquide dans un temps donné ne me paraît pas propre à fournir des résultats parfaitement sûrs. Il calcule la quantité d'eau que débite un orifice circulaire en mince paroi, du diamètre de 1.2204 pouce, sous de petites hauteurs, variant de 1 à 5 pouces, en mesurant la profondeur de la nappe contractée qui se déverse par-dessus la crête d'un barrage long de 7.8 pouces, placé dans le mur à l'une des extrémités d'un réservoir rectangulaire de $11\frac{1}{2} \times 3$ pieds, et à une distance de $6\frac{1}{2}$ pieds du plan de l'orifice. Or, je ne crois pas qu'il soit possible de déterminer avec certitude le coefficient du débit par l'orifice d'un réservoir, autrement qu'en pesant la quantité d'eau qui s'en écoulait dans un récipient, pendant une période de temps déterminée, la hauteur d'eau restant constamment la même; et il me semble qu'il en est surtout ainsi quand on opère sur de petites hauteurs avec des réservoirs comparativement grands. Je suis persuadé que si M. Francis avait pratiqué de petits trous dans la cloison où était placé le barrage, à environ un pied et demi plus bas que le sommet de celui-ci, et pesé l'eau qu'auraient laissé passer ces ouvertures pendant un espace de temps déterminé, soit en les prenant l'une après l'autre, ou plusieurs ensemble, il aurait obtenu très probablement des résultats différents, et trouvé d'autres chiffres pour les coefficients de débit des orifices circulaires noyés en mince paroi.

En résumé, je pense que l'on peut admettre avec confiance que le coefficient de débit à l'air, par l'orifice de 1.031 pouce dont je me suis servi, pour la hauteur très petite d'environ $\frac{1}{10}$ de pouce, s'il était possible de produire une semblable veine à l'état parfait, ne serait pas moins que 0.668 + 0.032 à ajouter à cause de l'écoulement à l'air libre substitué à celui de l'orifice noyé, donnant en tout 0.70. Peut-être même que cette valeur est encore un peu au-dessous de celle qu'atteindrait le coefficient, si l'eau de rivière ordinaire était à l'état de fluidité parfaite sous tous les rapports.

Le chevalier Lorgan soutient que la vitesse réduite au plan de l'orifice comparativement à la vitesse théorique, $V = \sqrt{2gH}$, que devrait produire la hauteur d'eau dans le réservoir, provient de la pression simultanée qu'exerce la masse liquide de toute entière autour de l'orifice, pression qui empêche, dit-il, le libre écoulement de l'eau hors du réservoir. Il trouve pour la vitesse théorique dans le plan de l'orifice:

$$V_{\text{orif.}} = \left(\sqrt{2 \left(\frac{\sqrt{5}-1}{2} \right)^3} \right) \sqrt{2gH} = \sqrt{.472127 \times 2gH} = 0.687115 \sqrt{2gH}.$$

M. H. Résal démontre (à l'article 268, page 288 du second volume de son *Traité de mécanique générale*, — Paris—Gauthier-Villair, 1874,) que le coefficient du débit, par un orifice en mince paroi, ne peut jamais être moins que $\frac{1}{2}$ ou 0.5.

COEFFICIENTS DE CONTRACTION.

On admet généralement que le coefficient de contraction d'un jet circulaire qui s'échappe d'un orifice en mince paroi, devient un minimum à une distance moyenne de l'orifice égale à une ou deux fois le rayon de celui-ci. On a mesuré plusieurs fois le diamètre de la veine à ce point, ou dans les environs, au moyen de 4 vis terminées en pointes montées sur un diaphragme circulaire, et que l'on dirigeait à l'œil, aussi

exactement que possible, vers le centre de la veine, jusqu'à ce que les pointes rencontrassent la surface de la veine. On a ordinairement pris la moyenne des deux distances entre les pointes opposées comme étant le véritable diamètre de la veine à sa plus grande contraction, et on a trouvé que ce diamètre égalait en moyenne 0.8 de celui de l'orifice.

Il ressort de la manière ci-dessus exposée d'obtenir ces résultats que, bien qu'ils soient d'une précision suffisante pour la pratique, ils n'ont pas la même valeur pour des recherches théoriques.

Afin d'arriver à des conclusions qui fussent à mon avis plus dignes de confiance, j'ai pris les dimensions de deux veines se déchargeant verticalement d'un orifice en mince paroi, ayant respectivement 0.4 pouce et 0.482 pouce de diamètre, sous une charge constante d'environ 3 pouces.

Pour cela j'ajustai, au moyen des quatre vis à niveau D, la position du réservoir d'alimentation A, au fond duquel (voir fig. 2) étaient fixées les plaques des orifices, de manière à ce que le plan de l'orifice fût toujours parfaitement horizontal. Je mesurai le diamètre de la veine en différents points au moyen de vis à pointes placées en diagonales sur un disque circulaire, fixé par une vis c à une tige de cuivre cylindrique et verticale r, sur laquelle on pouvait le faire glisser en montant ou en descendant. Le pied de cette tige métallique s'adaptait exactement dans l'une ou l'autre de trois longues cavités coniques s, percées dans trois rayons reliés à un collet central en cuivre, de manière à former une sorte de trépied placé concentriquement sous la veine tombante.

Je tournais la tige r avec le disque d dans chacune de ces emboîtures, et j'ajustais les vis jusqu'à ce que les pointes décrivissent autour du centre ou de l'axe de la tige des arcs circulaires touchant la surface de la veine liquide de chaque côté. Pour connaître la distance entre les pointes des vis, je mesurais, à la place voulue, avec les compas d'épaisseur décrits plus haut, le diamètre d'un mandrin conique, que j'insérais dans l'espace qui les séparait.

Les dimensions et les coefficients de contraction que j'ai trouvés sont donnés ci-dessous dans les tableaux III et IV.

TABLEAU III.

VIN LIQUIDE CONTRACTÉE, PROJETÉE VERTICALEMENT SOUS UNE CHARGE DE 2.99 POUCES, PAR UN ORIFICE, EN MINCE PAROI HORIZONTALE, AYANT 0.4 POUCE DE DIAMÈTRE.

Lettre de renvoi.	z, Abscisse, ou distance de l'orifice à la section mesurée.	$2v = d$. Diamètre de la veine.	h. Hauteur du niveau de l'eau au-dessus de la section mesurée.	$C_{\text{cont.}} = \left\{ \frac{y \sqrt{A}}{\sqrt{2.99}} \right\}^4$
				Coefficient de la contraction, abstraction faite de l'accélération due à la pesanteur, hors du réservoir. Voir note de la page suivante.
	Pouces.	Pouces.	Pouces.	
A	0.000	0.400	2.990	1.0000
B	0.800	0.309	3.790	0.8197
C	1.000	0.303	3.990	0.8143
D	1.535	0.296	4.525	0.8207
E	2.535	0.282	5.525	0.8220
F	3.535	0.270	6.525	0.8203
G	4.535	0.258	7.525	0.8063
H	5.535	0.248	8.525	0.8056
I	6.535	0.242	9.525	0.8083
J	7.535	0.238	10.525	0.8116
K	8.035	0.234	11.025	0.8082
L	8.535	0.231	11.525	0.8089
M	8.800	0.229	11.790	0.8070
N	9.535	0.227	12.525	0.8118
O	10.535	0.224	13.525	0.8165
P	11.535	0.220	14.525	0.8165
Q	12.535	0.216	15.525	0.8150
R	13.535	0.212	16.525	0.8127
S	14.535	0.209	17.525	0.8129
T	15.535	0.207	18.525	0.8165
U	16.930	0.205	19.920	0.8086

Valeur moyenne de $C_{\text{cont.}} = 0.813$, environ; donc $C_{\text{cont.}}^2 = 0.813^2 = 0.661$.

Coefficient de vitesse d'écoulement $C_{\text{vit. (orif.)}} = 0.6662$; donc $C_{\text{vit. (orif.)}}^2 = 0.44382$.

Coefficient de vitesse à la section contractée = $\frac{0.6662}{0.6610} = 1.0078$.

TABLEAU IV.

VEINE liquide contractée, tombant verticalement, sous une charge de 3 pouces, par un orifice, en mince paroi horizontale, ayant 0.482 pouce de diamètre.

Lettre de renvoi.	z , Abscisse, ou distance de l'orifice à la section mesurée.	$2y = d$. Diamètre de la veine.	h . Hauteur du niveau de l'eau au-dessus de la section mesurée.	$C_{\text{cont}} = \left\{ \frac{\sqrt{h}}{\sqrt{3.00}} \right\} \frac{d}{0.482}$ Coefficient de la contraction, abstraction faite de l'accélération due à la pesanteur, hors du réservoir.*
	Pouces.	Pouces.	Pouces.	
A	0.000	0.482	3.000	1.0000
B	0.925	0.380	3.925	0.8431
C	1.925	0.358	4.925	0.8407
D	2.925	0.341	5.925	0.8387
E	3.925	0.327	6.925	0.8368
F	4.925	0.316	7.925	0.8353
G	5.925	0.306	8.925	0.8337
H	7.535	0.289	10.535	0.8205
I	10.535	0.279	13.535	0.8438
J	13.535	0.260	16.535	0.8263

* A un ou deux diamètres plus bas que le plan de l'orifice, la forme de la veine est supposée dépendre seulement des lois ordinaires de la pesanteur.

Valeur moyenne de $C_{\text{cont.}}$ = 0.835 environ; donc $C^2_{\text{cont.}}$ = 0.835² = 0.6972.

Coefficient de vitesse d'écoulement $C_{\text{(vit., orif.)}}$ = 0.6803; donc $C^2_{\text{(vit., orif.)}}$ = 0.46281.

Coefficient de vitesse à la section contractée = $\frac{0.6803}{0.6972} = 0.9759$.

Afin d'obtenir au moins une idée approximative du degré de variation des coefficients de contraction des veines liquides contractées en général, je fis les expériences qui sont énumérées dans le tableau V, avec un ajutage en cuivre poli, ayant presque la forme de la veine contractée, sortant d'un orifice circulaire en mince paroi de 0.4 pouce de diamètre, sous une pression de 1 à 2 pieds d'eau.

Fig. 2 $\frac{1}{2}$ 

Cet ajutage, imitant la veine contractée, dont nous donnons le dessin, grandeur naturelle, dans la fig. 2 $\frac{1}{2}$, a un pouce de long; au petit bout sa perce a un diamètre de 0.313 pouce, tandis qu'à sa jonction avec le réservoir la section transversale peut être regardée comme infiniment grande, comparativement à la petite base.

Les coefficients de contraction, $C_{cont.}$ donnés ci-dessous dans le tableau V, ont été calculés dans l'hypothèse que, du moment que l'ajutage a presque exactement la forme concide de la veine contractée naturelle, les variations des coefficients de débit, $C_{débit}$, viennent uniquement de l'insuffisance du passage de l'ajutage comparé aux aires des sections transversales correspondantes des veines contractées naturelles coulant, à pression égale, d'un orifice de 0.4 pouce de diamètre.

Quand l'écoulement s'opère à l'air libre, il n'est pas possible de calculer avec certitude soit la quantité réelle d'accélération due à la pesanteur, pendant la chute du liquide d'une base à l'autre de l'ajutage, soit celle qui provient de la pression hydrostatique dans le réservoir. Aussi, j'ai préféré noyer l'ajutage, au risque d'avoir à appliquer des corrections approximatives aux coefficients pour l'écoulement sous l'eau ainsi obtenus, pour en déduire les coefficients à l'air libre.

TABLEAU

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
N ^o des expériences.	Élévation de l'eau dans le réservoir d'alimentation A, référée au 0 de l'échelle avec indicateur à pointe recourbée, ou au 0 du tube de verre.	Élévation de l'eau dans le réservoir-écepteur, référée au 0 de l'échelle avec indicateur à pointe recourbée, ou au 0 du tube de verre.	Différence de niveau de l'eau dans les deux vases, ou hauteur génératrice.	Hauteur génératrice moyenne.	Durée des expériences.	Désignation des vases.	Poids total des vases, avec l'eau qu'ils contenaient, à la fin de chaque expérience.	Débit total moyen.	Débit par seconde = $\frac{1.7315D}{T}$	Vitesse par seconde à la petite base de l'ajutage, = $\frac{d}{a}$ représentant l'aire de cette base.	Vitesse théorique due à la hauteur génératrice h. $\sqrt{2gh} = 27.78 \sqrt{h}$
	pouces.	pouces.	pouces.	pouces.	secondes.		lbs. oz.	onces.	pcs. cub.	poises.	pouces.
1	66.000	8.000	58.000	58.000	50	V _o	34 5	459	15.6951	206.4304	211.6386
2	66.000	8.000	58.000	58.000	50	V _o	34 5				
3	58.600	8.000	50.600	50.600	50	V _o	32 5	427	14.7870	192.0390	197.5991
4	58.600	8.000	50.600	50.600	50	V _o	32 5				
5	51.600	8.000	43.600	43.600	50	V _o	30 5	395	13.8788	177.6474	183.4321
6	51.600	8.000	43.600	43.600	50	V _o	30 5				
7	43.800	8.000	35.800	35.800	50	V _o	27 14	356	12.3283	160.1076	166.2163
8	43.800	8.000	35.800	35.800	50	V _o	27 14				
9	38.000	8.000	30.000	30.000	50	V _o	26 0	326½	11.3037	146.8402	152.1511
10	38.000	8.000	30.000	30.000	50	V _o	26 1				
11	32.400	8.000	24.400	24.400	100	V _o	42 4	586½	10.1553	131.8863	137.2230
12	32.400	8.000	24.400	24.400	100	V _o	42 5				
13	24.200	8.000	16.200	16.200	100	V _o	35 4½	475	8.2246	106.8126	111.8145
14	24.200	8.000	16.200	16.200	100	V _o	35 5				
15	19.700	8.000	11.700	11.700	100	V _o	30 9	390	6.9087	89.7232	95.0222
16	19.700	8.000	11.700	11.700	100	V _o	30 9				
17	3.114	2.688	5.800	5.800	200	V _o	40 10½	560½	4.8525	63.0198	66.9031
18	3.078	2.154	5.232	5.232	200	V _o	38 14½	532½	4.6079	59.8436	63.6488
19	3.078	2.156	5.234	5.234	200	V _o	38 14				
20	3.080	1.230	4.310	4.310	200	V _o	35 10½	480½	4.1600	54.0250	57.6721
21	3.082	0.732	3.814	3.814	200	V _o	33 13	451	3.9045	50.7082	54.3545
22	3.074	0.540	3.614	3.614	300	V _o	46 4	651	3.7573	48.7968	52.7205
23	3.072	0.538	3.608	3.608	300	V _o	46 6				
24	3.110	0.100	3.010	3.010	300	V _o	43 8	589½	3.4024	44.1870	46.1723
25	3.104	0.100	3.004	3.004	300	V _o	42 7				
26	3.066	0.620	2.446	2.446	300	V _o	38 14	532	3.0705	39.8770	43.2657
27	3.084	0.652	2.431	2.431	300	V _o	38 14				
28	3.088	1.220	1.968	1.968	300	V _o	33 13½	451½	2.80735	33.8617	36.0392
29	3.092	1.210	1.882	1.875	300	V _o	33 14				
30	3.090	1.984	1.126	1.112	300	V _o	26 13	339	1.9566	25.4103	29.2945
31	3.088	1.990	1.098		300	V _o	26 13				
32	3.068	2.500	0.568		300	V _o	19 6				
33	3.082	2.498	0.584	0.573	300	V _o	19 6	220	1.2697	16.4905	21.0285
34	3.080	2.516	0.564		300	V _o	19 6				
35	3.072	2.874	0.198		300	V _o	10 5				
36	3.072	1.900	0.172	0.186	300	V _o	10 5	108.5	0.6320	8.2078	11.9815
37	3.064	2.878	0.186		300	V _o	10 4½				
				0.000			0 0	0	0	0	0

BLEAU

V.

11	12	13	14	15	16	17	
Vitesse par seconde à la petite base de l'ajutage, $= \frac{v}{c}$, représentant l'aire de cette base.	$\sqrt{2gh} = 27,76 \sqrt{h}$ Vitesse théorique due à la hauteur génératrice h .	C_{deb} Coefficient de débit pour l'écoulement sous l'eau. $= \frac{C_{deb}}{\sqrt{2gh}}$	m Correction à ajouter au coefficient de débit, C_{deb} pour l'écoulement sous l'eau afin de le réduire au coefficient d'écoulement à l'air libre, c'est-à-dire à C_{deb}	C'_{deb} Coefficient de débit à l'air libre. $= C_{deb} + m$	$C_{const} = 0,813 \sqrt{0,9596 C_{deb}}$ Coefficient de contraction basé sur le coefficient de contraction obtenu par les mesurages directs de la veine qui s'écoule d'un orifice en mince paroi, de 0,4 pouce de diam., sav. : 0,813 dans l'expérience 25.	$C_{cont} = \frac{r^4 cont.}{r^4 orif.}$	Remarques.
poes.							
208-4304	211-6386	0-9761	0-0132	0-9383	0-79944	0-40845	
192-6390	197-5991	0-9718	0-0137	0-9855	0-80057	0-41077	
177-6474	182-4321	0-9684	0-0147	0-9831	0-80155	0-41278	$m = 0,6 \cdot C_{deb} \frac{\sqrt{3 \cdot 13}}{\sqrt{3 \cdot 13 + h}}$
160-1076	166-2163	0-9632	0-0160	0-9792	0-80314	0-41607	
146-8401	152-1511	0-9651	0-0174	0-9825	0-80180	0-41328	
131-8663	137-2230	0-9611	0-0189	0-9800	0-80281	0-41540	
106-8126	111-8145	0-9552	0-0225	0-9777	0-80376	0-41735	approximativement.
89-7232	95-0222	0-9442	0-0254	0-9696	0-80711	0-42435	
63-0193	66-9031	0-9441	0-0327	0-9768	0-80418	0-41812	
59-8436	63-5489	0-9417	0-0337	0-9754	0-80470	0-41932	
54-0250	57-8721	0-9358	0-0355	0-9723	0-80599	0-42200	
50-7082	54-2673	0-9346	0-0367	0-9713	0-80640	0-42287	
48-7968	52-7295	0-9244	0-0368	0-9612	0-81063	0-43180	
44-1870	46-1723	0-9173	0-0383	0-9556	0-81300	0-43688	
39-8770	43-2631	0-9191	0-0403	0-9594	0-81139	0-43343	
33-8617	38-6529	0-8902	0-0412	0-9314	0-82349	0-45983	
25-4103	29-2945	0-86741	0-0436	0-9110	0-83266	0-48070	
16-4905	21-0285	0-78410	0-0422	0-8264	0-87424	0-58416	
8-2078	11-9815	0-6850	0-0389	0-7239	0-93409	0-76130	
0	0	0-6647 valeur supposée extrême.	0-0424 valeur supposée extrême.	0-7071 valeur supposée extrême.	1-0000 valeur supposée extrême.	1-0000 valeur supposée extrême.	Il est probable qu'à cause des très petites charges dans les expériences nos 28 à 87, les coefficients de débit et de contraction sont sensiblement affectés par le frottement, etc.

Le tableau suivant contient les résultats qu'a obtenus Michelotti, le jeune, avec de grands orifices, sous des charges considérables. Il résume la courbe qu'affecte le profil longitudinal de la veine contractée à une cycloïde, et dans une de ses expériences avec un tube cycloïdal, il trouve que le coefficient de vitesse à la section contractée est 0.984.

TABLEAU VI.

A Charge sur l'orifice en pieds.	Diamètre en pieds.		$C_{cont.}$ Coefficient de contraction, ou rapport des diamètres.	Distance de l'orifice à la section contractée, en pouces.	Rapport de la distance au diamètre contracté.	$C_{cont.}$
	A l'orifice.	A la section contractée.				
6.890	6.394	5.047	0.790	2.520	0.501	0.3895
12.008	6.394	5.039	0.788	2.520	0.500	0.3856
7.349		2.511	0.786	1.260	0.500	0.3817
12.502	3.197	2.504	0.783	1.210	0.492	0.3759
22.179	3.197	2.413	0.755	1.181	0.497	0.3249

M. H. Résal, à la page 290, vol. II, de son *Traité de mécanique générale* (Paris, Gauthier Villars, 1874). dit que les résultats d'expériences, sur la contraction de la veine liquide qui passe par un orifice circulaire en mince paroi, montrent que pour toute charge moindre que 6.80 mètres = 22.3088 pieds = 267.7038 pouces, le coefficient de contraction est égal à $\sqrt{1.82}$ ou .7874; pour tous les orifices dont le diamètre est moindre que 0^m.16 = 6.299 pouces, et plus grand que 0^m.02 = .78737 pouce.

EXPER

me, avec de
cte le profil
expériences
contractée

C^{cont}

0-3895

0-3856

0-3817

0-3759

0-3249

ue générale
ntraction de
nt que pour
es, le coeffi-
le diamètre
pouce.

EXPÉRIENCES SUR L'ÉCOULEMENT D'UN LIQUIDE PAR UN ESPACE
ANNULAIRE FORMÉ EN INTRODUISANT UNE TIGE OU UN
DISQUE CYLINDRIQUE DANS UN ORIFICE CIRCU-
LAIRE PRATIQUÉ DANS UNE MINCE PAROI.

EXPERIENCES SUR L'ÉCOULEMENT D'UN LIQUIDE PAR UN ESPACE ANNULAIRE FORMÉ EN PRATIQUE DANS



L. L'écoulement se faisait à l'air, sous une charge uniforme, d'un orifice en mince paroi, 0.4 pouce de diamètre, et la surface dans la ligne de l'axe J K L, par le centre de l'orifice, s'arrêta à l'air, a, de l'ouverture annulaire, A B C I G H, = 0.09980
 Aire A B C G H I = 0.099800 = 0.78622.
 Aire A B C = 0.125664
 Le rapport de la largeur, A G, de l'ouverture annulaire à

TABLEAU

1	2	3	4	5	6	7	8		9	10
Séries et nos d'ordre des expériences.	Élévation de l'eau, dans le réservoir d'alimentation, A, au-dessus du 0 de l'échelle avec indicateur à pointe recourbée.	Élévation moyenne de l'eau dans le réservoir d'alimentation.	Élévation du plan de l'orifice en mince paroi, A B C, référée au 0 de l'échelle avec indicateur à pointe recourbée.	Hauteurs d'eau moyenne sur l'orifice horizontal A B C.	Durée des expériences.	Désignation des vases.	Poids total des vases avec l'eau qu'ils contenaient à la fin de chaque expérience.		Débit total moyen.	Débit par seconde en pouces cubes.
	pouces.	pouces.	pouces.	pouces.	sec'ndes		lbs.	oz.	oz.	pcs. cubes.
a	1 3.980	3.982	1.016	2.966	100	V	16	15	197.5	3.4197
2	3.986		1.016		V	13	13			
3	3.980		V		13	13				
4	3.960		V		5	5				
b	5 3.958	3.958	2.942	2.942	V	11	5 1/2	189.5	3.2812	
6	3.958		V		5	5				
7	3.996		V		3	3				
8	3.980		V		2 1/2	2 1/2				
c	9 3.970	3.970	2.954	2.954	V	11	2 1/2	186.75	3.2335	
10	3.932		V		1 1/2	1 1/2				
11	3.904		V		1 1/2	1 1/2				
12	3.982		V		1	1				
d	13 3.982	3.982	2.966	2.966	V	11	1	185.0	3.2033	
14	3.950		V		1	1				
15	3.980		V		1 1/2	1 1/2				
16	3.980		V		1 1/2	1 1/2				
e	17 3.980	3.980	2.964	2.964	V	14	1 1/2	199.0	3.4457	
18	3.982		V		16	14 1/2				
19	3.986		V		3	3				
20	3.980		V		3	3				
f	21 3.970	3.970	2.954	2.954	V	11 1/2	11 1/2	204.0	3.4457	
22	3.970		V		12	12				
23	3.970		V		12	12				
24	3.966		V		17	6 1/2				
g	25 3.966	3.966	2.950	2.950	V	11	6	222.5	3.4457	
26	3.964		V		6	6				
27	3.964		V		14 1/2	14 1/2				
28	3.964		V		14	14				
h	29 3.954	3.954	2.938	2.938	V	14	14	230.5	3.4457	
30	3.954		V		14	14				
31	3.956		V		18	0				
32	3.956		V		0	0				
i	33 3.956	3.956	2.940	2.940	V	18	0	232.5	4.0257	
34	3.956		V		0	0				

INTRODU
 UNE MIN
 par une
 G H I d
 tant à d
 pouce ca
 sa largeu
 VII.

Vitesse par seconde.
 $\frac{d}{T}$
 =

pouces.
 34.6125
 33.2105
 32.8600
 32.7723
 32.8040
 32.5971
 32.4213
 32.6094
 32.5094
 32.4213
 34.8753
 34.8753
 34.8753
 204.0
 212.5
 222.5
 230.5
 232.5
 232.5

FORMÉ EN
UNÉ DANS
uniforme,
a surface
s'arrê
0-09980

INTRODUISANT UNE TIGE OU UN DISQUE CYLINDRIQUE DANS UN ORIFICE CIRCULAIRE
UNE MINCE PAROI.

par une ouverture annulaire laissée dans un plan horizontal entre la circonférence, A B C' & H I d'une tige cylindrique, M N O P, 0.185 pouce de diamètre, que l'on descendait tant à des distances variables K L, au-dessus ou au-dessous du plan du susdit orifice pouce carré. L'airo de l'orifice A B C = 0.125664 pouce carré. Par conséquent

sa largeur moyenne (D E F, mesurée au centre) = $\frac{0.918918}{0.107500} = 8.55.$

culaire à
BLEAU

VII.

10	11	12	13	14
$\frac{d}{T} = \frac{1.7315 D}{T}$ <p>Débit par seconde en pouces cubes.</p>	<p>Vitesse par seconde.</p> $V \sqrt{2gh} = 27.78 \sqrt{h}$	<p>Coefficient de vitesse d'écoulement.</p> $C = \frac{v}{\text{th.}} \sqrt{2gh}$	<p>Distance, K L, entre la base M N, de la tige cylindrique et le plan de l'orifice, — au-dessus, — au-dessous.</p>	<p>REMARQUES.</p>
<p>pcs. cubes.</p>	<p>pouces.</p>	<p>pouces.</p>	<p>pouces.</p>	
3.4197	34.6125	47.8371	0.7258	0.000 0.000 0.000
3.2812	33.2105	47.6490	0.6970	— 0.050 — 0.050
3.2466	32.8600	47.9557	0.6852	— 0.100 — 0.100
3.2379	32.7723	47.8268	0.6852	— 0.100 — 0.100
3.2306	32.8040	47.7460	0.6855	— 0.100 — 0.100
3.2033	32.5971	47.4380	0.6871	— 0.100 — 0.100
3.2119	32.4213	47.2098	0.6868	— 0.100 — 0.100
3.2119	32.5094	47.8429	0.6795	— 0.200 — 0.200
3.2032	32.5094	47.8429	0.6795	— 0.200 — 0.200
3.4457	32.4213	47.5842	0.6814	— 0.200 — 0.200
3.4457	34.8753	47.8269	0.7292	+ 0.005 + 0.005
3.4457	34.8753	47.8269	0.7292	+ 0.005 + 0.005
.....	+ 0.020 + 0.020 + 0.030 + 0.030 + 0.050 + 0.050
.....	+ 0.100 + 0.100 + 0.100
.....	+ 0.200 + 0.200 + 0.200
4.0257	32.0356	47.6328	0.6726	+ 0.300 + 0.300 + 0.300
4.0257	32.0356	47.6328	0.6726	+ 0.300 + ∞

EXPÉRIENCES SUR L'ÉCOULEMENT D'UN LIQUIDE PAR UN ESPACE ANNULAIRE FORMÉ EN PRATIQUE DANS UNE



Fig. 4



II.—L'écoulement se faisait à l'air libre, sous une charge circonférence, A B C, d'un orifice en mince paroi de 0.4 pouce diamètre, que l'on descendait dans le réservoir de manière à dessus et au-dessous du plan Q R. Fig. 4.

Aire A B C H G B

Aire A B C

TABLEAU

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Séries et nos d'ordre des expériences.	Élévation de l'eau dans le réservoir d'alimentation A, au-dessus du 0 de l'échelle avec indication à pointe recourbée.	Élévation moyenne de l'eau dans le réservoir d'alimentation.	Élévation du plan de l'orifice en mince paroi A B C, référé au 0 de l'échelle avec indication à pointe recourbée.	h=Hauteur d'eau moyenne sur l'orifice horizontal A B C.	τ Durée des expériences.	Désignation des vases.	Poids total des vases avec l'eau qu'ils contiennent à la fin de chaque expérience.	D Débit total moyen.	d Débit par seconde en pouces cubes. $\frac{1.7315D}{\tau}$
	pouces.	pouces.	pouces.	pouces.	sec'ndes		lbs. oz.	onces.	pcs. cub.
a	1 3.960	3.958	1.016	2.942	100	V ₁	15 6 $\frac{1}{2}$	190.75	3.3028
	2 3.958						15 6 $\frac{1}{2}$		
	3 3.958						15 6 $\frac{1}{2}$		
b	4 3.960	3.970	"	2.954	"	V ₁	14 15	184.0	3.1859
	5 3.980						15 0		
	6 3.960						14 15 $\frac{3}{4}$		
c	7 3.964	3.964	"	2.948	"	V ₁	14 13 $\frac{3}{4}$	182.0	3.1513
	8 3.966						14 13 $\frac{3}{4}$		
	9 3.964						14 13 $\frac{3}{4}$		
d	10 3.998	3.988	"	2.982	"	V ₁	14 13	181.5	3.1427
	11 4.010						14 13		
	12 3.970						14 12 $\frac{3}{4}$		
f	13 3.980	3.980	"	2.964	"	V ₁	18 3	203.5	3.17208
	14 3.980						16 3		
	15 3.982						16 3		
g	16 3.966	3.964	"	2.948	"	V ₁	17 0	200.25	3.1427
	17 3.964						16 15 $\frac{3}{4}$		
	18 3.964						16 15 $\frac{3}{4}$		
h	19 3.960	3.960	"	2.944	"	V ₁	17 10	226.06	3.1427
	20 3.960						17 9		
	21 3.960						17 10		
i	22 3.950	3.948	"	2.932	"	V ₁	17 14 $\frac{1}{2}$	231.0	3.1427
	23 3.948						17 14 $\frac{1}{2}$		
	24 3.946						17 14 $\frac{1}{2}$		
j	25 3.954	3.956	"	2.940	"	V ₁	18 0	232.5	4.0275
	26 3.960						18 0		
	27 3.956						18 0		
28 3.958	3.956	"	2.940	"	V ₁	18 0	232.5	4.0275	

VIII.

11

Vitesse par seconde.

pouces.
33.4295
33.2466
31.8961
31.8084
31.8084
31.7208
200.25
226.06
231.0
232.5
232.5
4.0275
4.0275
32.0350
32.0356

FORMÉ EN
DANS UNE
ne charge
0.4 pouce
manière à

C H G B
B C

INTRODUISANT UNE TIGE OU UN DISQUE CYLINDRIQUE DANS UN ORIFICE CIRCULAIRE MINCE PAROI.

constante, par une ouverture en forme de lunule dans un plan horizontal, entre la de diamètre et la surface, G H B, d'une tige cylindrique M N O P, de 0.185 pouce de toucher la circonférence de cet orifice, s'arrêtant à des distances variables, K L, au-0.098800
0.125664 = 0.78622

TABLEAU

VIII.

	10	11	12	13	14
	$\frac{d}{1.7313 D} = \frac{v'}{v}$ <p>Débit par seconde en pouces cubes.</p>	<p>Vitesse par seconde.</p> $v = \frac{d}{a}$	$v \sqrt{2gh} = 27.78 \sqrt{h}$	<p>Coefficient de vitesse d'écoulement.</p> $C_{ds} = \frac{v}{\sqrt{2gh}}$	<p>Distances K L, entre la base M N de la tige cylindrique et le plan de l'orifice, — au-dessus, — au-dessous.</p>
	pcs. cub.	pouces.	pouces.	pouces.	
75	3.3023	33.4295	47.6490	0.7016	0.000 0.000 0.000
0	3.1859	33.2466	47.7137	0.6758	-0.050 -0.050 -0.050
0	3.1513	31.8961	47.6975	0.6687	-0.100 -0.100 -0.100
5	3.1427	31.8084	47.9718	0.6631	-0.200
5	3.1427	31.8084	48.0682	0.6617	-0.200
5	3.1341	31.7208	47.7460	0.6643	-0.200
25					+0.020 +0.020 +0.020
68					-0.050 -0.050 -0.100 -0.100
0					+0.100 +0.100 +0.100
5	4.0275	32.0356	47.6328	0.6726	-0.200 -0.200 -0.200
5	4.0275	32.0356	47.6328	0.6726	+0.200 +0.200 +0.200
					0

REMARQUES.

La veine est tournée en spirale et troublée par suite de l'air qui se mêle à l'eau.

Veine tordue et encore légèrement troublée par l'air.

Veine tordue, mais presque parfaitement transparente.

Veine tordue et troublée par l'air.

La veine semble parfaitement transparente.

Le cylindre est enlevé tout à fait.

EXPÉRIENCES SUR L'ÉCOULEMENT D'UN LIQUIDE PAR UN ESPACE ANNULAIRE FORMÉ EN PRATIQUE DANS UNE

III. L'écoulement se faisait à l'air libre, sous une charge orifice en mince paroi de 0.482 pouce de diamètre, et la surface, fixé au bout d'une aiguille conique, comme le montre la fig. 5, s'arrêtant à des distances variables KL, au-dessus ou au-dessous

Aire de l'ouverture annulaire A B C I G H = 0.083487
 $\frac{\text{Aire A B C I G H}}{\text{Aire A B U}} = \frac{0.083487}{0.182467} = 0.4575$

Rapport de la largeur A G de l'ouverture en forme d'an-



TABEAU

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
Séries et nos d'ordre des expériences.	Élévation de l'eau dans le réservoir d'alimentation A, au-dessus du 0 de l'échelle avec indicateur à pointe recourbée.	Élévation moyenne de l'eau dans le réservoir d'alimentation.	Élévation du plan de l'orifice en mince paroi A B O, référée au 0 de l'échelle avec indicateur à pointe recourbée.	Hauteur d'eau moyenne sur l'orifice horizontal A B C.	Durée des expériences.	Désignation des vases.	Poids total des vases avec l'eau qu'ils contiennent à la fin de chaque expérience.	Débit total moyen.	Débit par seconde en pouces cubes = $\frac{1.7315 D}{T}$	
	pouces.	pouces.	pouces.	pouces.	sec'ndes		lbs. oz.	onces.	pca. cub.	
1	4.036	4.036	1.016	3.020	100	Vi	15 4	188.5	3.2639	
2	"		"		"	"	Vi			15 4
3	"		"		"	"	Vi			15 1
4	"		"		"	"	Vi			15 1
5	4.032		"		"	"	Vi			14 13 1/2
6	4.040		"		"	"	Vi			14 14 1/2
7	4.036		"		"	"	Vi			14 15
8	4.036		"		"	"	Vi			14 15
9	4.036		"		"	"	Vi			15 15
10	4.038		"		"	"	Vi			15 15
11	4.038	"	"	"	"	Vi	15 34	187.5	3.2466	
12	4.034		"		"	"	Vi			15 24
13	4.036		"		"	"	Vi			17 11 1/2
14	"		"		"	"	Vc			24 0
15	"		"		"	"	Vc			24 6 1/2
16	"		"		"	"	"			"
17	"		"		"	"	Vc			27 2
18	"		"		"	"	Vc			27 2
19	"		"		"	"	Vi			16 3 1/2
20	"		"		"	"	Vi			18 13
21	"	"	"	"	Vi	17 11				
22	"	"	"	"	Vc	22 13				
23	"	"	"	"	Vc	24 12				
24	"	"	"	"	Vc	26 9				
25	"	"	"	"	Vc	27 2				
26	"	"	"	"	Vc	27 3				

INTRO
MINO
const
G H
que l'
du pl
pouce

neau

IX.

e, vitesse par seconde = d

pouce

39.09
36.47
37.85
38.05
38.36
17.97
22.73
31.35
33.25
32.64

FORMÉ EN
DANS UNE
ne charge
la surface,
la fig. 5,
au-dessous
= 0.083487

INTRODUISANT UNE TIGE OU UN DISQUE CYLINDRIQUE DANS UN ORIFICE CIRCULAIRE MINOR PAROI.

constante, par l'espace annulaire horizontal qui sépare la circonférence, A B C, d'un G H I, d'un disque cylindrique de 0.355 pouce de diamètre et 0.048 pouce d'épaisseur, que l'on descendait dans l'eau, en suivant l'axe vertical J K L, au centre de l'orifice, du plan de l'orifice Q R.

pouce carré. Aire de l'orifice A B C = 0.182467 pouce carré. D'où il suit que :

$$\text{neau à sa largeur moyenne (D E F, mesurée au centre)} = \frac{1.3147}{0.0635} = 20.70$$

forme d'an

IX.

TABLEAU

10	11	12	13	14	15	
$\frac{\text{Débit par seconde en pouces cubes} = \frac{d}{1.7316D} \frac{v}{T}}$	$v, \text{ Vitesse par seconde} = \frac{d}{c}$	$\sqrt{2gh} = 27.78 \sqrt{h}$	Coefficient de vitesse d'écoulement. $C = \frac{v}{\text{th. } \sqrt{2gh}}$	Distance K T, entre la base supérieure R S du disque et le plan Q R de l'orifice (+au-dessus, -au-dessous).	Distance K L entre la base inférieure M N du disque et le plan Q R de l'orifice (+au-dessus, -au-dessous).	Remarques.
pcs. cub.	pouces.	pouces.		pouces.	pouces.	
3.2639	39.0944	48.2765	0.8098	+0.048 -0.048	0.000 0.000	L'air semble mélangé à l'eau qui s'écoule. La base infér. M N, dans le plan Q R de l'orifice.
3.2119	38.4722	"	0.7969	+0.036 -0.036	-0.012 -0.012	
3.1600	37.8501	"	0.7840	+0.024 -0.024	-0.024 -0.024	
3.1773	38.0575	"	0.7883	+0.012 -0.012	-0.036 -0.036	
5.2033	38.3686	"	0.7948	0.000 0.000	-0.048 -0.048	La base supérieure U S du disque est dans le plan Q R de l'orifice.
3.2466	17.9786	"	0.37241	-0.012 -0.012	
3.9476	22.7356	"	0.47095	-0.120	
5.0906	31.3539	"	0.6495	-0.240	L'axe de la veine continue de coïncider avec la verticale passant par le centre de l'orifice.
5.2378	33.2558	"	0.6888	-0.340	La veine est tout à fait transparente; point d'air présent; aire de l'espace annulaire dans le plan Q R = $s = .7854 (.482^2 - .178^2) = .2005 \times .3864 = 0.1575$ pouce carré.
5.9563	32.6435	"	0.6762	Le disque est complètement enlevé.
.....	+0.012	
.....	+0.024	
.....	+0.036	
.....	+0.048	
.....	+0.096	
.....	+0.144	
.....	+0.244	
.....	+0.312	A cette élévat. la présence du disque paraît cesser d'influer sur l'écoulem. d'une man. sens. Le disque est complètement enlevé.

EXPÉRIENCES SUR L'ÉCOULEMENT D'UN LIQUIDE PAR UN ESPACE ANNULAIRE FORMÉ EN PRATIQUE DANS UNE

IV. L'écoulement se faisait à l'air libre, sous une charge uniforme, par l'espace ponce de diamètre, et la surface d'un disque cylindrique de 0.355 de pouce de diamètre la page précédente, au cas III, que l'on descendait suivant la verticale qui passe au son plan.

L'aire, a , de l'ouverture annulaire = 0.016832 pouce carré—Aire, o , de l'orifice

$$= \frac{a}{o} = \frac{0.016832}{0.115812} = 0.1453.$$

Rapport de la largeur de l'anneau à sa longueur mesurée au

TABLEAU

1	2	3	4	5	6	7		8	9
N ^o des expériences.	Élévation de l'eau, dans le réservoir d'élévation A, au-dessus du 0 de l'échelle avec indicateur à pointe recourbée.	Élévation du plan de l'orifice en mince paroi A B C, référée au 0 de l'échelle avec indicateur à pointe recourbée.	Hauteur d'eau moyenne sur l'orifice horizontal A B C.	Durée des expériences.	Désignation des vases.	Poids total des vases avec l'eau qu'ils contiennent à la fin de chaque expérience.		Débit total moyen.	$d = \frac{\text{débit par seconde, en pouces cubes} \times 1.7315 D}{T}$
	pouces.	pouces.	pouces.	secondes.		lbs.	oz.	onces.	pos. cubes.
1	3.942	0.832	3.110	300	VII	10	14	127.25	0.73444
2	3.942	"	"	"	VII	10	14	127.25	0.73444
3	3.942	"	"	"	VII	9	11	108.25	0.82478
4	3.942	"	"	"	VII	9	10	107.25	0.81901
5	3.922	"	3.090	"	VII	9	9	106.25	0.81324
6	3.942	"	3.110	"	VII	9	11	108.25	0.82478
7	3.942	"	"	"	VII	10	8	121.25	0.89981
8	3.942	"	"	"	VII	10	12½	125.75	0.72579
9	3.932	"	3.100	"	VII	11	12	129.75	0.7.887
10	3.932	"	3.100	"	VII	11	12	129.75	0.74887
11	3.942	"	3.110	"	VII	11	2	131.25	0.75753
12	3.942	"	"	100	VI	12	14	150.50	2.60591
13	3.942	"	"	100	VI	14	10½	179.00	3.0994
14	3.942	"	"	300	VII	10	15	128.25
15	3.942	"	"	300	VI	19	15	263.50
16	3.952	"	3.120	100	VI	14	3	171.50
17	3.952	"	"	"	VI	16	6	208.50
18	3.952	"	"	"	VI	17	0	218.50	3.7487
19	3.952	"	"	"	VI	17	0	218.50	3.7487
20	3.952	"	"	"	VI	17	0	218.50	3.7487

INTRO
MINCE
annul
et 0.0
centre
circul
centre
X.
10
 $v, \text{ vitesse par seconde} = \frac{d}{a}$
pouces
43.633
43.633
37.118
36.775
36.433
37.118
41.576
43.118
44.491
44.491
45.005
24.035
31.312
.....
.....
.....
.....
32.368
32.368
32.368

FORMÉ EN
DANS UNE
par l'espace
de diamètre
qui passe au
de l'orifice

INTRODUISANT UNE TIGE OU UN DISQUE CYLINDRIQUE DANS UN ORIFICE CIRCULAIRE MINCE PAROI.

annulaire horizontal qui sépare la circonférence d'un orifice en mince paroi, de 0.334 et 0.048 d'épaisseur, fixé à la pointe d'une aiguille conique, de la manière indiquée à centre de cet orifice, s'arrêtant à des distances variables au-dessus et au-dessous de

circulaire tout entier = 0.115812 pouce carré—d'où le rapport entre les deux aires

$$\text{centre) } = \frac{1.1650}{0.0145} = 80.35.$$

X.

TABLEAU

9		10	11	12	13	14	Remarques.
$d = \text{débit par seconde, en pouces cubes} = \frac{1.415 D}{T}$		$v, \text{ vitesse par seconde} = \frac{d}{a}$	$\sqrt{2gh} = 27.78 \sqrt{h}$	Coefficient de vitesse ou d'écoulement. $C = \frac{v}{\sqrt{2gh}}$	Distance K T entre la base supérieure U S du disque et le plan Q R de l'orifice (+ au-dessus, — au-dessous.)	Distance K L entre la base inférieure M N du disque et le plan Q R de l'orifice (+ au-dessus, et — au-dessous.)	
s.	pcs. cubes.	pouces.	pouces.		pouces.	pouces.	
.25	0.73444	43.6338	48.9906	0.8907	+ 0.048	0.000	} Le dessous du disque est dans le plan de l'orifice. Veine troublée par l'air qui est mêlé à l'eau.
.25	0.73444	43.6338	"	0.8907	+ 0.048	0.000	
.25	0.62478	37.1187	"	0.7577	+ 0.036	- 0.012	} Veine semble encore troublée par l'air dans les expériences nos 3, 4, 5, 6, mais pas autant que dans les expériences nos 1 et 2.
.25	0.61501	36.7759	"	0.7507	+ 0.032	- 0.016	
.25	0.61324	36.4330	48.8327	0.7461	+ 0.032	- 0.016	} Dans toutes les expériences du n° 1 au n° 12 les filets liquides se rencontrent, dans l'axe passant au centre de l'orifice, à une distance d'environ $\frac{1}{2}$ à $\frac{3}{4}$ de pouce en bas de l'orifice.
.25	0.62478	37.1187	48.9906	0.7577	+ 0.028	- 0.020	
.25	0.69981	41.5764	"	0.8487	+ 0.008	- 0.040	} La veine est rendue plus ou moins opaque par l'air que l'eau entraîne avec elle, dans les expériences nos 8, 9, 10, 11, à peu près comme dans les expériences nos 1 et 2.
.75	0.72579	43.1195	"	0.8802	+ 0.002	- 0.046	
.75	0.7.887	44.4811	48.9117	0.9096	0.	- 0.048	
.75	0.74887	44.4911	"	0.9096	0.	- 0.048	} La veine paraît beaucoup plus claire que dans aucune expérience précédentes.
.25	0.75753	45.0054	48.9906	0.9187	0.	- 0.048	
.50	2.60591	24.0353	"	0.4906	- 0.096	
.00	3.0994	31.2123	"	0.6371	- 0.184	} La veine paraît beaucoup plus claire que dans aucune expérience précédentes.
.25	+ 0.008	
.50	+ 0.028	
.50	+ 0.036	
.50	+ 0.192	
.50	3.7487	32.3688	49.0693	0.6596	+ 0.244	} Veine parfaitement claire. do transparente.
.50	3.7487	32.3688	"	"	+ 3.198	
.50	3.7487	32.3688	"	"	} Le disque est enlevé tout à fait.

EXPÉRIENCES SUR LA FORCE DE REFOULEMENT D'UNE VEINE NATURELLEMENT CONTRAC

du réservoir d'alimentation S dans un récipient R, sous une charge de 3 pouces = M naturelle, fig. 6₁, entre 19 et 20 diamètres minimum de 0.305 pouce, ou de 5.8 à 6 pcs

TABLEAU

1	2	3	4	5	6	7	8	9	
<p>N° 1.—Veine V descendant verticalement par un orifice horizontal O, de 0.482 pouce de diamètre, en mince paroi, sous une charge d'environ 3 pouces; coefficient de vitesse d'écoulement=0.630.</p>							<p>N° 2.—Veine V, sortant de l'orifice O, de 0.420 pcs. de diam., coefficient de vitesse d'écoulement=0.677</p>		
Lettres de renvoi.	H_1	H_2	$\frac{H_2}{H_1}$	d	a	$\frac{a}{0.07360}$	H_1	$\frac{H_2}{H_1}$	
	Pouces.	Pouces.		Pouces.	Pcs. carrés.		Pouces.		
A	3.65								
B	4.15								
C	5.15								
D	6.15								
E	7.15								
F	7.65								
G	8.15								
H	8.65	4.15	0.559	0.314	0.07744	1.0600	5.15	0.632	
I	9.15						6.15	0.672	
J	9.65						6.65	0.689	
K	10.15	7.00	0.689	0.293	0.06743	0.9329	7.05	0.695	
L	10.65						7.30	0.688	
M	11.15								
N	12.15	8.55	0.703	0.286	0.06424	0.8728	8.20	0.675	
O	13.15	9.15	0.696	0.280	0.06158	0.8368			
P	14.15	9.95	0.703	0.275	0.05940	0.8070			
Q	15.15	10.75	0.709	0.269	0.05683	0.7721			
R	16.15	11.45	0.709	0.264	0.05474	0.7437			
S	17.15	12.15	0.703	0.259	0.05269	0.7169			
T	20.15	14.15	0.702				13.00	0.645	

TÉE DE

N, par de long

XL

10

N° 3— de 0. vites

H₂

Pcs.

1.35
1.80
3.25
4.80
5.30
5.65
5.90
6.15
6.85
7.50
9.25
10.85
12.15

ENT CONTRAC

poüces = M
e 5·8 à 6 pcs

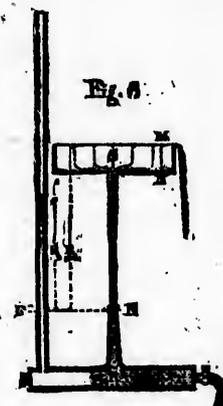
TABLEAU

TÉE DESCENDANT VERTICALEMENT À TRAVERS UN ORIFICE SIMPLE O EN MINCE PAROI,
N, par un tube divergent en forme de pavillon de trompette, donné en grandeur
de long, et muni d'une courte embouchure convergente conoïdale E. (Voir fig. 6.)

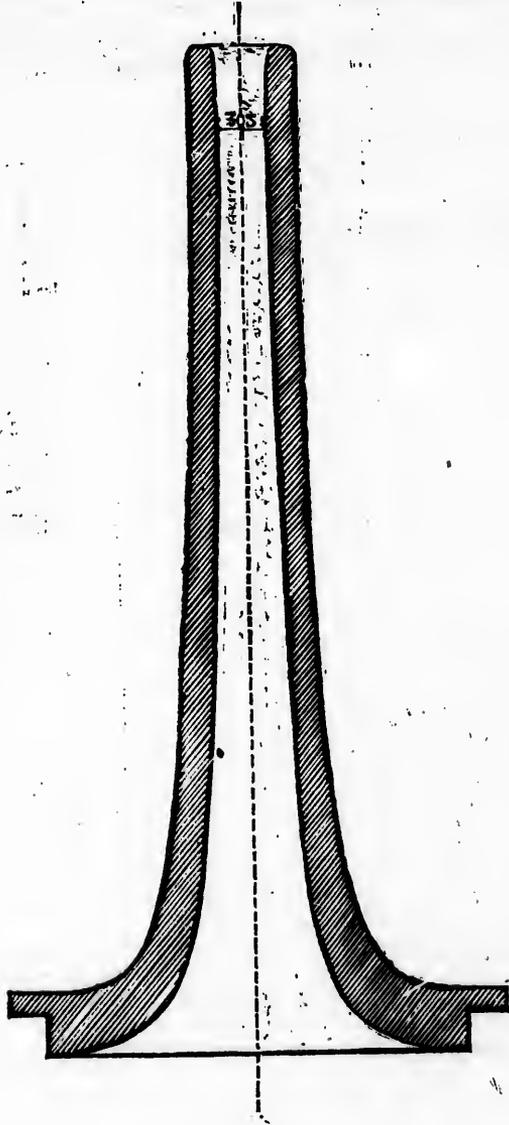
XI.

ne V, sortant
rifice O, de
ca. de diam.,
ent de vitesse
lement = 0·677

9	10	11	12	13	14	15	16	17
	N° 3—Veine V, jaillissant d'un orifice de 0.400 pce. de diam.; coefficient de vitesse d'écoulement = 0.670.					N° 4—Veine V, jaillissant d'un orifice de 0.348 pce diam.; coefficient de vitesse d'écoulement = 0.654.		
$\frac{H_2}{H_1}$	$\frac{H_2}{H_1}$	d	a	$\frac{a}{0.07360}$	H_2	$\frac{H_2}{H_1}$		Letres de renvoi.
	Pcs.	Pcs.	Pcs. car.		Pouçes.			Remarques.
.....	1·85	0·370	0·817	0·07892	1·0802	1·80	0·493	A
.....	1·80	0·433	0·301	0·07116	0·9739	2·50	0·602	B
.....	3·25	0·631	0·287	0·06469	0·3854	3·15	0·611	C
.....	3·90	0·634	D
.....	4·80	0·671	0·262	0·05391	0·7379	4·60	0·643	E
.....	5·30	0·693	0·258	0·05228	0·7155	5·00	0·654	F
.....	5·65	0·693	0·262	0·04987	0·6826	5·45	0·689	G
0·632	5·90	0·682	0·248	0·04830	0·6812	H
0·672	6·15	0·672	0·244	0·04676	0·6400	6·10	0·687	I
0·689	J
0·695	6·85	0·675	0·239	0·04486	0·6140	6·60	0·650	K
0·686	L
.....	7·50	0·672	0·234	0·04300	0·5886	7·30	0·654	M
0·675	N
.....	8·25	0·653	0·222	0·03871	0·5298	8·65	0·611	O
.....	P
.....	Q
.....	R
.....	10·85	0·603	0·210	0·03484	0·4741	10·00	0·583	S
0·645	12·15	0·603	0·204	0·03268	0·4474	11·20	0·556	T



Rapport $\frac{H_2}{H_1}$ max. p. veines n° 3 et 4.
 Rapport $\frac{H_2}{H_1}$ maxim. pour veine n° 2.
 Rapport $\frac{H_2}{H_1}$ maxim. pour veine n° 1.

Fig 6 $\frac{1}{2}$.

EXPÉRIENCES sur l'écoulement de l'eau à l'air libre par des orifices circulaires A B, en minces parois, dont les côtés E A, F B, sont avec l'axe I X, qui passe au centre de l'orifice perpendiculairement au plan de celui-ci, les angles obtus E O I, F O I, à l'intérieur du réservoir. (Voir fig. 7.)

EXPÉRIENCES sur l'écoulement de l'eau à l'air libre par des orifices circulaires A B, en minces parois, dont les côtés EA, FB, sont avec l'axe l'X, qui passe au centre de l'orifice perpendiculairement au plan de celui-ci, les angles obtus EOI, FOI, à l'intérieur du réservoir. (Voir fig. 7.)

TABLEAU XI.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
N° de l'expérience.	Diamètre A B de l'orifice.	Angle EOI ou FOI.	Élévation du niveau d'eau (H, dans le réservoir d'alimentation A, au-dessus de 0 de l'échelle avec indicateur à recourbe.	Élévation du plan de l'orifice A B, au-dessus de 0 de l'échelle avec indicateur à pointe recourbe.	A—Hauteur d'eau moyenne sur l'orifice horizontal A B.	Durée des expériences.	Designation des vases.	Poids total des vases avec l'eau qu'ils contiennent à la fin de chaque expérience.	D. Débit total moyen.	d Débit par seconde, en pouces cubes.	v, Vitesse par seconde = $\frac{d}{a}$	$\sqrt{2gh} = 27.78 \sqrt{h}$	Coefficient de vitesse du débit: $\frac{C}{a} = \frac{V}{\sqrt{2gh}}$
1	0.405	135°	3.180	0.560	2.62	100	V ₁	17	217	3.7573	29.4309	44.9480	0.6570
2	0.405	135°	3.210	0.560	2.65	100	V ₁	17	221	3.8266	30.0752	45.2225	0.6650
3	0.416	157½°	4.620	2.090	2.530	200	V ₀	31	413½	3.5759	26.2954	44.1869	0.5950
4	0.416	157½°	4.561	2.027	2.471	200	V ₀	31	410½	3.5539	26.1316	43.6970	0.5980
5	0.416	157½°	4.568	2.090	2.478	200	V ₀	31	411	3.5662	26.1632	43.7340	0.5980

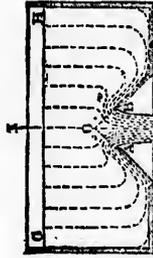


Fig. 7.

OBSERVATIONS.

L'aire de l'orifice A B (fig. 7), = 0.127235 p. carré. Cet orifice n'était pas strictement un orifice à arête vive; l'épaisseur de la lèvre métallique qu'il entourait, mesurée dans le plan A B, était = 0.015 pouce; c'est sans doute pour cette raison que le coefficient d'écoulement, ou de vitesse à l'orifice est monté jusqu'à 0.6570.

Cet orifice, dont l'aire était 0.136 pouce carré, avait une arête très effilée; son plan A B, se trouvait à 0.47 pouce au-dessus du fond E F du réservoir, dont le diamètre intérieur, comme nous l'avons déjà dit, était de 12 pouces; la température de l'air = 70° Fahrenheit, eau 52°.

THÉORIE.

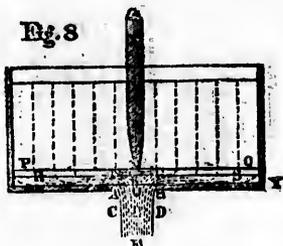


Fig. 3

Que H représente la hauteur d'eau sur l'orifice $A B$, en mince paroi.

r , le rayon, $A O = O B$ de l'orifice $A B$;

y , le rayon $C E = E D$ de la section transversale $C E D$, menée par un point quelconque, E ;

x , la distance $E O$ entre le point E et le centre O de l'orifice;

dx , un incrément de longueur de la veine;

V_{orif} , la vitesse du liquide, dans le plan de l'orifice $A B$;

v , la vitesse de l'eau, en un point quelconque, E , dans l'axe de la veine;

g , l'accélération de la pesanteur, par seconde;

γ la pesanteur de l'eau, ou le poids d'une unité de volume.

Nous savons, par des expériences qui ont été faites sur des jets d'eau de $\frac{1}{2}$ pouce et plus de diamètre, produits par diverses charges soit jusqu'à 10 pieds, que si un jet ou une veine d'eau est interrompu à n'importe quel point, les dernières molécules liquides en avant du corps qui coupe le courant montent à la même hauteur, ou sont projetées à une aussi grande distance dans le sens horizontal, soit dans le vide, soit même dans l'air, que si la continuité de la veine n'avait pas été détruite.

Nous pouvons donc regarder comme admis que toute la puissance vive e , que la pression hydrostatique exercée sur le couvercle supérieur ou les côtés d'un réservoir est capable de développer, dans un orifice $A B$, pendant l'unité de temps, est invariablement communiquée, au dedans même du réservoir, à l'eau qui s'en échappe, et avant que les molécules liquides traversent le plan de cet orifice. De plus, nous pouvons supposer avec raison qu'il en est ainsi, dans le cas d'une veine tombant verticalement par l'orifice pratiqué dans le fond horizontal d'un réservoir. Par conséquent, si l'on fait abstraction de la gravité au dehors du réservoir d'alimentation, la mesure d'un élément $d e$ de cette puissance vive doit être la même pour toutes les sections d'une même veine.

Or, en général, on obtient la quantité de puissance vive e , accumulée dans une masse en mouvement, en multipliant ensemble le carré de la vitesse v , le volume du corps, et sa pesanteur γ , et divisant le produit par deux fois l'accélération de la pesanteur, savoir: $2g$. Nous devons donc, dans tout jet circulaire à l'état théorique de fluidité parfaite, que l'on suppose indépendant de la pesanteur aussitôt qu'il a passé l'orifice, avoir le rapport de:

$$de = \frac{v^2}{2g} \pi r^2 dx \gamma = \left\{ \begin{array}{l} \text{Une quantité constante pour toute tranche élé-} \\ \text{mentaire de la veine liquide.} \end{array} \right.$$

D'où il suit, qu'en général:

$$de = \frac{v^2}{2g} \pi r^2 dx \gamma = \frac{V_{\text{orif}}^2}{2g} \pi r^2 dx \gamma$$

Dans cette formule, $\pi r^2 dx$ représente l'incrément du volume de liquide qui jaillit ou s'écoule du réservoir, pendant l'unité de temps t , lequel correspond à dt .

Mais j'ai trouvé par des mesurages directs (voir Tableau III):

1. Que l'aire de la section de la plus grande contraction d'une veine liquide circulaire lancée verticalement en descendant, par un orifice de 0.4 pouce de diamètre, sous une hauteur d'eau constante de 3 pouces est:

$$\pi r_{\text{cont.}}^2 = 0.6610 \pi r^2;$$

où $r_{\text{cont.}}$ représente le rayon de la section circulaire au point de la contraction maxima.

2. Que le carré de la vitesse (V_{orif}) dans le plan de l'orifice est:

$$V_{\text{orif}}^2 = (0.6662)^2 2gH = (0.4438) 2gH.$$

Donc, en admettant que dans un courant parfaitement liquide, ou dans un courant continu de molécules infiniment petites et sensiblement équidistantes, la vitesse doit

être en
contra

N
volum

M
qu'aut

Q
vemen

la pro

l'orific

que s
cules

unes d
En

en bas,

D'où :

En

Michèle
une col

nant le

aurons

Lettre de renvoi.

A

B

C

D

E

II

pas co

être en raison inverse de l'aire de la veine, nous obtenons à la section de plus grande contraction, pour le carré de la vitesse $v_{\text{cont.}}$:

$$v_{\text{cont.}}^2 = 2gH (0.4438) \left(\frac{\pi r^2}{6610\pi r^2} \right)^2 = 2gH \left(\frac{0.4438}{0.4376} \right) = 1.0157 (2gH).$$

Nous avons donc nécessairement, pour la puissance vive de chaque élément de volume de notre veine liquide :

$$de = 1.0157 H \pi r^2 dx y = 4438 H \pi r^2 dx y.$$

Mais, pris en soi; ce résultat est évidemment impossible, et il ne peut s'expliquer qu'autant que l'on veut admettre :

Que dans le plan de l'orifice A B, l'intensité $i_{\text{orif.}}$ de la force qui engendre le mouvement est moindre que $i_{\text{cont.}}$ son intensité au point de contraction maxima, dans la proportion de 0.4438 à 1.0157, et augmente graduellement de ce dernier point à l'orifice, que la veine soit ou non interrompue quelque part; d'où il faudrait conclure que $i_{\text{orif.}} = 4369 i_{\text{cont.}}$, ou $i_{\text{cont.}} = 2.2885 i_{\text{orif.}}$, viendrait ou de l'action réciproque des molécules se pressant à l'orifice, ou de quelque autre action moléculaire, ou de quelques-unes de ces causes réunies.

Ensuite le tableau IV montre que pour une veine projetée verticalement de haut en bas, par un orifice de 0.482 pouce de diamètre, sous une charge de 3 pouces :

$$\pi r^2_{\text{cont.}} = 0.6972 \pi r^2 \quad \text{et}$$

$$V^2_{\text{orif.}} = 2gH (0.6803)^2 = 4628 (2gH) \quad \text{de là :}$$

$$v_{\text{cont.}}^2 = 4628 (2gH) \left(\frac{\pi r^2}{6972\pi r^2} \right)^2 = 2gH \left(\frac{4628}{4861} \right) = 0.9521 (2gH)$$

D'où :

$$de = 0.9521 H \pi r^2 dx y = 0.4628 H (\pi r^2) dx y, \quad \text{et}$$

$$i_{\text{cont.}} = \left(\frac{0.9521}{0.4628} \right) i_{\text{orif.}} = 2.0573 i_{\text{orif.}} \quad \text{ou}$$

$$i_{\text{orif.}} = 0.4860 i_{\text{cont.}}$$

Enfin, si nous ajoutons au tableau des déductions expérimentales recueillies par Michelotti le jeune, qui se trouve dans *Spon's Dictionary of Engineering*, p. 1591, une colonne contenant des coefficients de vitesse à l'orifice, C^(vit. orif.), et une autre conte-

nant les rapports $\left(\frac{i_{\text{orif.}}}{i_{\text{cont.}}} \right)$, basant ces données sur les mesurages de cet auteur, nous aurons :

TABLEAU XII.

Lettre de renvoi.	Charge sur l'orifice en pieds anglais.	Diamètre de la veine en pouces.		Rapport entre le rayon ou diamètre de l'orifice et celui de la section contractée. $\frac{r_{\text{orif.}}}{r_{\text{cont.}}}$	Coefficient de vitesse à l'orifice. $C = \frac{v_{\text{orif.}}}{\sqrt{2gh}}$ (vit. orif.)	Rapport approximatif des intensités respectives, $i_{\text{orif.}}$ et $i_{\text{cont.}}$, de la force qui engendre le mouvement dans le plan de l'orifice et dans la section contractée. $\frac{i_{\text{orif.}}}{i_{\text{cont.}}}$ $\frac{r^2_{\text{cont.}}}{r^2_{\text{orif.}}}$
		A l'orifice.	A la section contractée.			
A	6.890	6.394	5.047	0.790	0.691	0.3981
B	12.008	6.394	5.039	0.788	0.691	0.3861
C	7.349	3.197	2.511	0.786	0.613	0.3817
D	12.502	3.197	2.504	0.783	0.612	0.3751
E	22.179	3.197	2.413	0.755	0.597	0.3247

Il est évident, à en juger par les résultats obtenus, que la fraction $\frac{i_{\text{orif.}}}{i_{\text{cont.}}}$ n'est pas constante pour toutes les veines, mais que sa valeur augmente simultanément avec

l'aire de l'orifice et diminue à mesure que la charge augmente, ou bien, que la veine entière, R A C D B S, passe d'un bloc plus en dehors de l'orifice A O B dans certains cas que dans d'autres. Il est possible que les changements de ce rapport, comme le démontre le tableau XII, sont réglés tout à la fois par l'intensité de la pression, l'aire de l'orifice et la position de la veine relativement au plan de cet orifice.

Cependant, il n'y a rien encore qui puisse démontrer pourquoi, dans la même veine parfaitement fluide, les variations d'intensité de la force qui imprime au liquide son mouvement et qui engendre la puissance vive définitive, seraient différentes pendant que se décrit le dernier incrément de la portion de trajectoire qui se trouve en dehors du réservoir entre l'orifice et la section de contraction maxima, savoir : celui qui est contigu à la section que l'on vient de nommer dans quelque endroit que celle-ci puisse se trouver, de ce qu'elles sont pendant que le liquide décrit un incrément de la trajectoire près de l'orifice A O B, ou même à quelque point que ce soit de la veine au dedans du réservoir en amont de cet orifice. Et il n'y a d'indication non plus que l'une ou l'autre de ces intensités respectives, $i_{\text{cont.}}$, $i_{\text{orif.}}$, doive prévaloir dans un temps plutôt que dans un autre, pendant la marche ou la formation d'une même veine.

Il est donc raisonnable de conclure que $i_{\text{orif.}}$ et $i_{\text{cont.}}$ représentent réellement les intensités alternatives de deux forces, $f_{\text{orif.}}$ et $f_{\text{cont.}}$, lesquelles régulent le mouvement de toute veine liquide contractée tant au dedans qu'au dehors du réservoir, et que $\frac{i_{\text{orif.}}}{i_{\text{cont.}}}$ est le rapport de deux accélérations sensiblement uniformes produites alternativement, chacune durant l'incrément de temps dt dans chacune des tranches élémentaires liquides que l'on suppose composer une veine quelconque.

A un point de vue théorique, abstraction faite de toute résistance ou force extérieure, y compris la pesanteur, toute veine liquide qui ne rencontre pas d'obstacle doit évidemment, une fois produite, continuer son cours sur une distance infinie au delà de l'orifice du réservoir qui l'alimente, et le temps qu'il lui faut pour parcourir cet espace doit toujours être infiniment long. Cependant, au dedans de ce réservoir, la veine ne peut s'étendre que jusqu'au point où la force génératrice agissant avec des intensités alternatives, $i_{\text{cont.}}$, $i_{\text{orif.}}$, sur un nombre très grand ou infini de molécules liquides soumises à son action, le mouvement devient impossible ou pour ainsi dire infiniment petit. La position du plan où la veine se perd ou plutôt commence réellement d'exister au dedans du réservoir, c'est-à-dire la position du plan de repos, dépend du volume de liquide dépensé par un orifice donné durant l'unité de temps, en autant seulement que la pression hydraulique modifie les conditions de la constitution moléculaire du liquide.

Et encore, bien qu'il soit vrai que dans toute veine complète et agissant d'une manière permanente, la vitesse du liquide augmente continuellement, soit au dedans soit au dehors du réservoir, cependant l'on ne peut pas, pour une cause ou pour une autre, attribuer la vitesse $v_{\text{orif.}}$ propre au plan de l'orifice plutôt à l'action de la force $f_{\text{orif.}}$, qu'à celle de la force $f_{\text{cont.}}$.

Nous rappelant maintenant que dans toute veine parfaitement fluide, les aires des sections doivent nécessairement varier en raison inverse des vitesses produites à partir de l'état de repos dans les tranches élémentaires correspondantes qui changent de position simultanément, et dont le volume de chacune peut être représenté par $\pi r^2 dx$ —nous voyons qu'afin que le courant puisse embrasser une section circulaire de la grandeur voulue pour remplir en entier l'orifice en mince paroi, tout aussi bien quand l'accélération totale, savoir : celle qui correspond à la vitesse permanente réellement acquise par le liquide, est supposée produite par la force génératrice avec l'intensité $i_{\text{cont.}}$ que quand cette même accélération vient de cette force, alors que son intensité n'est plus que $i_{\text{orif.}}$ (admettant pour le présent que $f_{\text{orif.}}$ et $f_{\text{cont.}}$ sont constantes)—il est absolument indispensable que le temps d'action de la force $f_{\text{cont.}}$ sur chaque tranche liquide élémentaire soit au temps d'action de la force $f_{\text{orif.}}$ —pendant que le courant passe du point où subsiste l'état de repos à l'orifice A O B—comme $i_{\text{orif.}}$ est à $i_{\text{cont.}}$, c'est-à-dire environ comme 1 à 2.2. Car ce n'est que dans ce cas que les vitesses correspondant aux sommes des incréments d'accélération produites à partir de l'état de repos p: r

chaque
gressif
égales e
sa form
Con
fluides d
Da
juin 188
Crookes
matière
dans son
avec cet
Not
tion mol
"L
réparées
diamètre
qui elles
de ces f
tances p
tances m
absolue
molécule
serait un
de chose
la créati
"Ce
individu
dont l'an
"D
ont de l'
tion. L
que les n
faut qu'u
avant qu
"L
excellen
mouvem
"O
cristal le
pas de vi
forcé d'u
pas sa co
"Da
appelons
doit être
perdent l
corps dif
"Da
de positio
artificiell
mentent,
détruite e
"Les
taine rési

chacune des forces f_{out} et f_{cont} , ou aux sommes des incréments du ralentissement progressif dû à l'élargissement de la veine sous l'influence de ces forces, sont exactement égales entre elles au plan de l'orifice après que la veine liquide a pris définitivement sa forme permanente.

Considérons maintenant pendant quelques instants la structure moléculaire des fluides dans ses rapports avec notre sujet.

Dans un mémoire intitulé : "Un quatrième état de la matière,"* qui fut lu, le 10 juin 1880, devant la Société Royale de la Grande-Bretagne, par le professeur J. W. Crookes, F.R.S., ce savant expliqua ce qui lui semblait être la constitution de la matière dans les trois états : le solide, le liquide et le gazeux. Il semble avoir réuni dans son exposé tout ce que l'on connaît et que l'on admet généralement en rapport avec cette question.

Nous citons les paroles mêmes dont se sert M. Crookes pour exposer la constitution moléculaire de toute matière solide ou liquide :

"Les solides aussi bien que les liquides sont composés de molécules discontinues, réparées l'une de l'autre par un espace très grand, et même énorme par rapport au diamètre du noyau central auquel nous donnons le nom de *molécule*. Les molécules, qui elles-mêmes, sont formées d'atomes, sont gouvernées par certaines forces. Deux de ces forces sont l'attraction et le mouvement. Quand l'attraction a lieu à des distances perceptibles, on l'appelle la gravitation, mais quand ces distances sont des distances moléculaires, on l'appelle *adhésion* et *cohésion*. Il semble que la température absolue n'influe pas sur l'attraction; celle-ci augmente à mesure que l'espace entre les molécules diminue; et, s'il n'y avait pas de force agissant en sens contraire, le résultat serait une masse de molécules en contact réel, sans aucun mouvement moléculaire, état de choses que nous ne saurions concevoir qui, de plus, aurait probablement pour résultat la création de quelque chose qui, selon nos vues présentes, ne serait pas de la matière."

"Cette force de cohésion est contrebalancée par les mouvements des molécules individuelles mêmes, mouvements qui varient en raison directe de la température, et dont l'amplitude augmente et diminue selon que la température s'élève ou s'abaisse.

"Dans les solides, les molécules ne voyagent pas de côté et d'autre, mais elles ont de l'adhésion et retiennent une position fixe autour de leurs centres d'oscillation. La matière, telle que nous la connaissons, a une température absolue si élevée que les mouvements des molécules sont grands par rapport à leur diamètre; car il faut qu'une masse puisse subir une réduction de température, d'à peu près 300° C, avant que l'amplitude des excursions moléculaires disparaisse.

"L'état de solidité—l'état que nous considérons ordinairement comme étant, par excellence, celui de la matière—n'est donc que l'effet produit sur nos sens par le mouvement des molécules discrètes entre elles.

"On trouve des solides de toute consistance, depuis le métal le plus dur, le cristal le plus élastique, jusqu'à la gelée la plus claire. Un solide parfait n'aurait pas de viscosité, c'est-à-dire que s'il devenait discontinu ou était divisé par le passage forcé d'un solide plus dur, il ne se fermerait point par derrière et ne reprendrait pas sa continuité.

"Dans les corps solides la cohésion varie suivant un facteur inconnu, que nous appelons constitution chimique; de là vient que chaque sorte de substance solide doit être portée à une température différente avant que les molécules oscillantes perdent leur position fixe l'une par rapport à l'autre; à ce point, qui varie pour des corps différents, le solide devient liquide.

"Dans les liquides la force de cohésion est bien plus faible, et l'adhésion ou fixité de position des centres d'oscillation des molécules est détruite. Quand on hausse artificiellement la température d'un liquide, les mouvements intermoléculaires augmentent, à mesure que la température s'élève, jusqu'à ce qu'enfin la cohésion soit détruite et que les molécules s'élancent dans l'espace avec une vitesse prodigieuse.

"Les liquides possèdent la propriété de viscosité—c'est-à-dire, ils offrent une certaine résistance au passage des corps solides; mais en même temps ils ne sauraient

* Voir page 3798, n° 238, vol. x; supplément du *Scientific American*, 24 juillet 1880.

résister d'une manière permanente à cette force si petite qu'elle soit, du moment qu'elle est continue. Les liquides varient en consistance depuis la poix dure, cassante, et, selon toute apparence, solide, jusqu'au liquide le plus léger et le plus gazeux qui puisse exister à une température particulière.

“ L'état de liquidité est dû, par conséquent, à des mouvements inter-moléculaires, plus grands et plus tumultueux que ceux qui caractérisent l'état solide.”

De la constitution ou structure moléculaire des liquides, comme nous venons de la voir décrite, il suit que tout effort fait pour séparer dans quelque direction que ce soit, une couche élémentaire de molécules de celle qui la suit immédiatement et du volume entier d'un liquide renfermé dans un réservoir, il suit, dis-je, que cet effort, pendant un espace infinitésimal de temps, doit nécessairement vaincre une partie de sa cohésion, en sus de l'inertie de la matière fluide—dans la limite de la sphère des oscillations moléculaires ou de l'attraction et de la répulsion—avant que l'augmentation totale de motion ou d'accélération, capable d'être produite par cet effort sur les particules fluides, considérées comme des corps solides et indépendants, puisse être pleinement développée. Je crois que cette condition du mouvement des liquides corrobore la réalité des intensités alternatives $i_{\text{orif.}}$ et $i_{\text{cont.}}$ de la force motrice, dont nous avons déjà déduit directement l'existence, dans un paragraphe précédent, des indications fournies par les recherches expérimentales que l'on a faites.

Quand, par suite de la communication latérale entre les molécules liquides, procédant de l'orifice A O B en mince paroi vers l'intérieur du réservoir, le champ d'action dans lequel agit la pression sur l'aire de cet orifice, s'est tellement agrandi que la vitesse de séparation des couches liquides du volume principal est devenu infiniment petit, il est évident que l'on a atteint l'origine K, du mouvement final qui existe à la section de contraction maximum, mais le plan de repos P Q, par rapport à l'impulsion des particules liquides par la force $f_{\text{orif.}}$ dans la direction O E, dans la sphère d'attraction mutuelle, doit être situé à quelque distance encore plus en arrière du plan de l'orifice, savoir : à un point N, où toutes les oscillations des molécules correspondant à la température du fluide ne sont plus dérangées, c'est-à-dire où la dite force, $f_{\text{orif.}}$ doit commencer à agir pour que la séparation requise d'une couche de liquide du volume principal, puisse se faire complètement au plan R S.

Nous venons de voir, par les indications données par les expériences qui ont été faites, que dans toute veine liquide, le mouvement permanent résulte du concours de deux forces alternatives, $f_{\text{orif.}}$ et $f_{\text{cont.}}$ qui agissent sur un volume élémentaire d'eau invariable et qui correspond à la superficie de l'orifice, ou bien encore d'une force constante appliquée à vaincre les résistances alternativement offertes par le dit volume élémentaire d'eau, pendant l'espace de temps voulu pour que la même vitesse soit produite par chacune des deux forces pendant que le liquide passe du plan où commence le mouvement progressif en dedans du réservoir, jusqu'à l'orifice A O B. Jusqu'ici les deux forces $f_{\text{orif.}}$ et $f_{\text{cont.}}$ ont été considérées comme absolument constantes, selon la constitution des liquides, comme décrite ci-dessus. L'attraction ou la cohésion diminue toutefois à mesure que la distance entre les molécules augmente, de plus, il ne nous semble pas improbable que le degré de séparation de deux couches élémentaires et consécutives de molécules d'un jet liquide soit dans une certaine mesure, directement proportionnel à sa vitesse—de là il résulte que $f_{\text{orif.}}$ et $f_{\text{cont.}}$ peuvent simultanément varier suivant la vitesse de la veine.

Quoique $f_{\text{orif.}}$ et $f_{\text{cont.}}$ puissent avoir un caractère variable, rien ne nous empêche afin de rendre les artifices du calcul moins compliqués et le raisonnement plus facile à saisir, de considérer $f_{\text{orif.}}$ et $f_{\text{cont.}}$ comme indiquant les valeurs moyennes qui existent entre deux plans extrêmes que qu'ils soient, comme par exemple les plans R S et A O B, en dedans, et les plans A O B et C E D en dehors du réservoir.

Supposons maintenant, qu'en introduisant dans l'eau, en arrière de l'orifice A O B un disque ou tout autre corps solide T U, dont la section transversale est très petite relativement à celle du réservoir, nous déterminions approximativement, ou bien, qu'avec une plus grande exactitude, s'il est possible, nous réussissions, par d'autres moyens, à établir théoriquement ou par des expériences—la distance O N—où les conditions d'équilibre moléculaire cesseraient d'être affectées par l'écoulement

du liqu
voir, p
et où, p
de liqu
du tem
ouvre l
veine p
toutes l
étant l'
élément

moyenn

peut rep
plus gra
propre à
mouven
princiopa
commen
petite. C
d'ou un c
une accé
vitesse é

N O, sou

ment la
la force

qui corr

ments du
finaux, et
voir; ma
volume é
mouvement
agisse pe

pace défi

de cette
même.

De p
tance que
en dedans
imprimée
ment per
R S et le

clair, dis-
comme to
K E=K

par l'expr

Main

stant de
pression e

ment à ch
écoulé pui

du liquide à travers l'orifice A O B, si l'aire de la section transversale du réservoir, prise dans une direction P Q, parallèle au plan de cet orifice, était très grande, et où, par conséquent, la présence d'un corps solide ne diminuerait en rien le volume de liquide s'écoulant dans un temps donné. Alors, quelle que soit la longueur absolue du temps pendant lequel la force génératrice ait à agir, à partir du moment où l'on ouvre l'orifice A O B, jusqu'à ce que s'établisse un mouvement permanent et que la veine prenne sa forme définitive; sans s'arrêter, pour le présent, au frottement et à toutes les résistances secondaires: cette distance $s = O N$, peut être considérée comme étant l'espace réel décrit, durant le temps ci-dessus mentionné, par une couche élémentaire de liquide exclusivement poussée par la plus petite force variable

moyenne, $f_{orif.}$ regardée comme une force constante, tandis que $\frac{i_0}{i_c} s = O K$,

peut représenter l'espace décrit par une couche de liquide, soumise à l'influence de la plus grande force, $f_{cont.}$ avec la vitesse moyenne qui, par rapport à cette force, est propre à la partie de veine qui se trouve entre l'orifice A O B et un plan R K S, où le mouvement des particules liquides, en dedans du réservoir, tendant à les séparer du corps principal ou les unes des autres, cesse si nous allons vers l'intérieur de l'orifice, ou commence si nous allons en sens contraire, ou s'effectue avec une vitesse infiniment petite. Ceci revient à dire que la distance O K, entre le plan A O B et un plan R K S, d'où un corps poussé uniformément par la force $f_{cont.}$ considérée comme constante, avec une accélération moyenne, aurait à partir pour traverser le plan A O B, avec une vitesse égale à celle que ce même corps obtiendrait après avoir parcouru la distance

N O, sous l'influence de la force $f_{orif.}$, est égale à $\frac{i_0}{i_c} s$, — car $\sqrt{i_0}$ représente correctement la vitesse moyenne imprimée à un corps par la force moindre $f_{orif.}$ pendant que la force plus grande $f_{cont.}$ imprime au même corps, la vitesse moyenne équivalente qui correspond à $\sqrt{i_0 \times i_c} s$. On peut (aussi, si l'on préfère, supposer que les mouve-

ments dus aux deux forces $f_{orif.}$ et $f_{cont.}$ ont simultanément leurs instants initiaux ou finaux, et qu'ils commencent ou cessent d'agir au même plan en dedans du réservoir; mais alors, afin que ces deux forces puissent imprimer des vitesses égales au volume élémentaire mis en mouvement, depuis le plan de repos et la naissance du mouvement jusqu'à l'orifice A O B, il est nécessaire que la force plus grande $f_{cont.}$ agisse pendant un espace de temps plus court que la force moindre $f_{orif.}$, afin que l'espace définitif $\frac{i_0}{i_c} s$ puisse être décrit sous son impulsion, pendant que sous l'influence de cette dernière force l'espace s est parcouru. Dans les deux cas le résultat est le même.

De plus, en suivant la même méthode de démonstration, il est clair qu'à une distance quelconque $O E = x$, à partir du centre O, soit que cette distance soit mesurée en dedans ou en dehors du réservoir, sur l'axe E O K X de la veine, la vitesse finale imprimée par la force $f_{orif.}$ pendant l'espace de temps qui s'écoule, une fois le mouvement permanent établi, entre le passage d'un volume élémentaire de liquide au plan R S et le passage de ce même volume élémentaire à toute autre section C E, il est clair, dis-je, que cette vitesse finale peut être représentée par $\sqrt{i_0 s + i_0 x}$ et que la somme totale d'accélération produite par la force $f_{cont.}$ pendant le parcours de l'espace $K E = K O + O E$ par la veine dans sa forme permanente peut aussi être représentée

par l'expression $\sqrt{i_0 \left(\frac{i_0}{i_c}\right) s + x} = \sqrt{i_0 s + x}$.

Maintenant l'incrément de volume successivement poussé en avant à chaque instant demeure invariable, on le comprend, aussi longtemps que l'intensité de la pression exercée dans le réservoir reste uniforme, et la veine doit s'allonger suffisamment à chaque étape pour que chaque nouvelle branche ajoutée au volume de liquide écoulé puisse y trouver sa place. Par conséquent, puisque la somme totale des

incréments d'accélération produits par la force génératrice,—pendant que ceux-ci vainquent ensemble l'inertie des particules liquides et leur cohésion normale—doit aussi garder vis-à-vis de la somme des incréments d'accélération, accumulés pendant que la dite force n'a qu'à lutter contre l'inertie de la matière diminuée par la force de répulsion—le rapport moyen de $\sqrt{i_0 s + i_0 x}$ à $\sqrt{i_0 s + i x}$ qui change continuellement de valeur, afin que ces deux conditions soient remplies simultanément,—il faut nécessairement que les aires des sections transversales varient en raison inverse de ce rapport ; c'est-à-dire nous devons toujours avoir :

$$\pi y^2 = \pi r^2 \times \frac{\sqrt{i_0 s + i_0 x}}{\sqrt{i_0 s + i x}}$$

Comme on ne connaît pas les lois qui régissent les variations du rapport de i_0 à i , divisons le numérateur et le dénominateur de la fraction du second membre de cette équation par i_0 et aussi par π et substituons ensuite, i pour $\frac{i_0}{i_c}$ afin de simplifier cette formule et toutes celles qui sont basées sur elle. Nous obtenons ainsi :

$$y^2 = r^2 \frac{\sqrt{is + ix}}{\sqrt{is + x}} \tag{a}$$

d'où nous déduisons l'équation fondamentale de la courbe dont la révolution autour de l'axe E X engendre un cône semblable à la veine fluide contractée naturelle A O B D E C, abstraction faite de la gravité :

$$y = r \frac{\sqrt{is + ix}}{\sqrt{is + x}} \tag{b}$$

Maintenant, si l'on admet (ce que beaucoup d'expériences faites avec des jets de moyenne grosseur, produits avec des charges ou des pressions, ni très fortes, ni très faibles, tendent à prouver) que la puissance vive développée par unité de volume du liquide qui passe par une ouverture dans un réservoir, dans des conditions d'écoulement ordinaires, est en général proportionnelle à ces hauteurs ou à ces pressions,

et si l'on indique par $\left(\frac{\text{coeff.}}{\text{haut. vit.}}\right)_{\text{AOB}}$ le rapport $\frac{V^2}{H}$ entre la hauteur de chute due à la vitesse expérimentale d'écoulement $V_{(\text{orif.})}$ et la charge $H = O X$, la hauteur totale du liquide exerçant sa pression sur l'orifice A O B, nous obtenons pour la vitesse à cet orifice :

$$V_{(\text{orif.})} = \sqrt{2g \left(\frac{\text{coeff.}}{\text{haut. vit.}}\right)_{\text{AOB}} H}$$

De ceci, nous déduisons pour la vitesse v_{CED} en une section quelconque C E D :

$$v_{\text{CED}} = \frac{\sqrt{2g \left(\frac{\text{coeff.}}{\text{haut. vit.}}\right)_{\text{AOB}} H(x + is)}}{\sqrt{is + ix}}$$

Mais en général, quand t représente le temps,
 p l'accélération,
 x l'espace décrit,
 v la vitesse acquise,

les relations fondamentales suivantes sont vraies pour tous les mouvements variés, viz :

$$dt = \frac{dx}{v}, \quad p = \frac{dv}{dt} = \frac{dv \cdot v}{dx}, \quad p dx = dv \cdot v.$$

Conséquemment, si, dans le but de distinguer entre elles les veines théoriques, verticalement descendantes et ascendantes, nous substituons successivement, dans ces relations fondamentales :

nous ob
 1.
 réservoir
 de trajec

Con
 ont été
 port $\frac{i_0}{i_c}$
 de l'eau
 sale de la

indiquer
 voir ent

introdui
 veine sit
 RS. (V

y_1 e
 y_1 e

mum po

v_1 e

que ceux-ci
e—doit aussi
pendant que
la force de
tinuellement
il faut néces-
verse de ce

$$t_1, t_2, t_3, \dots \text{—à } t ;$$

$$p_1, p_2, p_3, \dots \text{—à } p ;$$

$$v_1, v_2, v_3, \dots \text{—à } v ;$$

$$y_1, y_2, y_3, \dots \text{—à } y ;$$

nous obtiendrons :

1. Pour des jets horizontaux, soustraits à l'action de la pesanteur en dehors du réservoir (ce qui, pour des jets rapides, est à peu près le cas pour une longueur de trajectoire d'environ deux diamètres) :

$$y_i = \frac{r \sqrt{\frac{i' s + i x}{(i) (i)}}}{\sqrt{\frac{i s + x}{(i)}}} \quad (1)$$

$$v_i = \frac{\sqrt{2g \left(\frac{\text{coefficient}}{\text{hauteur}} \right) H \left(\frac{i' s + x}{(i)} \right)}}{\sqrt{\frac{i' s + i x}{(i)}}} \quad (2)$$

$$p_i = \frac{dv_i}{dx} v_i = g \left(\frac{\text{coefficient}}{\text{hauteur}} \right) H \left\{ \frac{1}{\frac{i' s + i x}{(i)}} - \frac{\frac{i}{(i)} \left(\frac{i s + x}{(i)} \right)}{\left(\frac{i' s + i x}{(i)} \right)^2} \right\} \quad (3)$$

$$t_i = \int \frac{dx}{v_i} = \int \frac{dx \sqrt{\frac{i' s + i x}{(i)}}}{\sqrt{2g \left(\frac{\text{coefficient}}{\text{hauteur}} \right) H \left(\frac{i' s + x}{(i)} \right)}} \quad (4)$$

du rappor
a du second
pour $\frac{i_0}{i_c}$ afin
ous obtenons

(a)

ution autour
tée naturelle

(b)

des jets de
ortes, ni très
e volume du
ons d'écoule-
es pressions,

chute due
la hauteur
ons pour la

E D :

Comme toutes les expériences se rapportant à ce sujet, principalement celles qui ont été récapitulées dans la Table X, semblent établir que la valeur moyenne du rapport $\frac{i_0}{i_c}$ des intensités alternatives de la force génératrice varie, avec la vitesse absolue de l'eau ou la pression dans le réservoir et l'aire ou le rayon de la section transversale de la veine, nous avons introduit dans les dernières équations l'expression i pour

indiquer, d'une manière générale, ce rapport moyen en dedans et en dehors du réservoir entre deux sections A O B et C E D, et en même temps l'expression i' a été introduite pour indiquer le même rapport moyen, propre seulement à la partie de veine située en dedans du réservoir, entre le plan de l'orifice A O B et le plan de repos R S. (Voyez Fig. 8.)

y , est un minimum pour $x = \infty$, quand elle devient égale à $r \sqrt{\frac{i}{(i)}}$.

y , est un maximum pour $x = -i' s$, quand elle devient égale à ∞ ; v_i est un minimum pour $x = -i' s$, quand elle devient égale à 0 .

v_i est un maximum pour $x = \infty$, quand la vitesse devient égale à :

$$\sqrt{\left\{ 2g \left(\frac{\text{coefficient}}{\text{hauteur}} \right) H \right\} \frac{1}{i}} \quad (i)$$

s variés, viz :

iques, verti-
ent, dans ces

p_1 est un minimum pour $x = \infty$ quand elle devient égale à 0.

p_1 est un maximum pour $x = -\frac{(1)}{i}$ quand elle devient égale à ∞ .

$t_1 = \infty$, et pour $x = \infty$ et pour $x = -\frac{i}{s}$.

2° Dans les veines circulaires descendant verticalement à travers de simples orifices horizontaux, où l'accélération p_d , est toujours égale à l'accélération p_1 , de la veine théorique horizontale, plus l'accélération g , produite par la force de gravitation, en sus de celle qui est due à la pression hydraulique accumulée dans le réservoir, nous avons dès lors :

$$p_d = p_1 + g = \left\{ \left(\frac{1}{\frac{i'}{s} + \frac{i}{x}} - \frac{i \left(\frac{i'}{s} + x \right)}{\left(\frac{i'}{s} + \frac{i}{x} \right)^2} \right) \left(\frac{\text{coeff}}{\text{haut vit orif}} \right) H + 1 \right\} g \quad (1_a)$$

$$\int p_d dx = \int (p_1 + g) dx = \int (dv_1 v_1 + g) dx = \frac{1}{2} v_1^2 + gx = \int dv_1 v_1 = \frac{1}{2} v_1^2$$

d'où—

$$v_d = \sqrt{v_1^2 + 2gx} = \sqrt{\frac{2g \left(\frac{\text{coeff}}{\text{haut vit orif}} \right) H \left(\frac{i'}{s} + x \right)}{\frac{i'}{s} + \frac{i}{x}} + 2gx} \quad (2_a)$$

$$y_d = \frac{r \sqrt{\left(\frac{\text{coeff}}{\text{haut vit orif}} \right) H}}{\sqrt{\frac{\left(\frac{\text{coeff}}{\text{haut vit orif}} \right) H \left(\frac{i'}{s} + x \right)}{\frac{i'}{s} + \frac{i}{x}} + x}} \quad (3_a)$$

$$t_d = \int \frac{dx}{v_d} = \int \sqrt{\frac{dx}{\frac{2g \left(\frac{\text{coeff}}{\text{haut vit orif}} \right) H \left(\frac{i'}{s} + x \right)}{\frac{i'}{s} + \frac{i}{x}} + gx}} \quad (4_a)$$

y_d est un minimum pour $x = \infty$, où le rayon de la veine est, théoriquement parlant, infiniment petit.

y_d est un maximum pour :

$$\frac{g \left(\frac{\text{coeff}}{\text{haut vit orif}} \right) \left(\frac{i'}{s} + x \right)}{\frac{i'}{s} + \frac{i}{x}} = 0 \quad (5_a)$$

viz: pour—

$$x = \pm \sqrt{-H \left(\frac{\text{coeff}}{\text{haut vit orif}} \right) \left(\frac{i'}{s} \right) s + \frac{1}{2} \left(\frac{H \left(\frac{\text{coeff}}{\text{haut vit orif}} \right) + \frac{i'}{s}}{\frac{i}{s}} \right)^2 - \frac{1}{2} \left(\frac{H \left(\frac{\text{coeff}}{\text{haut vit orif}} \right) + \frac{i'}{s}}{\frac{i}{s}} \right)} \quad (6_a)$$

Dans ce cas l'ordonnée y_d devient infiniment grande, la vitesse v_d étant un minimum et égale à 0.

v_d est un maximum pour $x = \varphi$, étant alors aussi, théoriquement parlant, infiniment grande.

3° Dans la veine verticale et ascendante, où l'effet retardatif produit incessamment par la force de gravitation, fait au contraire fléchir les filaments liquides, vers le dehors et diminue leur inflexion originale vers l'axe :

$$p_s = p_i - g = \left\{ \left(\frac{1}{\binom{i's}{i}} + \frac{i}{\binom{i}{i}} x - \frac{i}{\binom{i}{i}} \left(\frac{i's + x}{\binom{i}{i}} \right) \right) \left(\frac{\text{coeff. haut vit orif}}{i} \right) H - 1 \right\} g \quad (1.)$$

$$\int p_s dx = \int (p_i - g) dx = \int (dv_s v_s - g) dx = \frac{1}{2} v_s^2 - gx = \int dv_s v_s = \frac{1}{2} v_s^2$$

De là—

$$v_s = \sqrt{2v_i^2 - 2gx} = \sqrt{2g \left(\frac{\text{coeff. haut vit orif}}{i} \right) H \left(\frac{i's + x}{\binom{i}{i}} \right) - 2gx} \quad (2.)$$

$$y_s = \frac{\sqrt[4]{\left(\frac{\text{coeff. haut vit orif}}{i} \right) H}}{\sqrt[4]{\left(\frac{\text{coeff. haut vit orif}}{i} \right) H \left(\frac{i's + x}{\binom{i}{i}} \right) - x}} \quad (3.)$$

$$t_s = \int \frac{dx}{v_s} = \int \frac{dx}{\sqrt{2g \left(\frac{\text{coeff. haut vit orif}}{i} \right) H \left(\frac{i's + x}{\binom{i}{i}} \right) - 2gx}} \quad (4.)$$

y_s est un maximum quand—

$$v_s^2 = 2g \left\{ \frac{\left(\frac{\text{coeff. haut vit orif}}{i} \right) H \left(\frac{i's + x}{\binom{i}{i}} \right)}{i's + i x} - x \right\} = 0, \quad (5.)$$

viz : quand—

$$x = \sqrt{\left(\frac{\text{coeff. haut vit orif}}{i} \right) H \left(\frac{i'}{\binom{i}{i}} \right) s} + \frac{1}{2} \left(\frac{i's - \left(\frac{\text{coeff. haut vit orif}}{i} \right) H}{\binom{i}{i}} \right) - \frac{1}{2} \left\{ \frac{i's - \left(\frac{\text{coeff. haut vit orif}}{i} \right) H}{\binom{i}{i}} \right\} \quad (6.)$$

De plus, y_s est un maximum et en même temps v_s un minimum, quand—

$$d \left\{ \frac{i's + i x}{\binom{i}{i}} \right\} \left(\frac{\text{coeff. haut vit orif}}{i} \right) \left(\frac{i's + x}{\binom{i}{i}} \right) - \frac{i's x - i x^2}{\binom{i}{i}} \right\} = 0 \quad (7.)$$

d'où l'on tire :—

$$x = \pm \sqrt{\frac{i'}{\binom{i}{i}} H s} + \frac{i'}{\binom{i}{i}} \left(\frac{\text{coeff. haut vit orif}}{i} \right) H s - \frac{i'}{\binom{i}{i}} s = \pm \sqrt{H s} \left\{ \frac{\left(\frac{\text{coeff. haut vit orif}}{i} \right) \frac{i'}{\binom{i}{i}} - \frac{i'}{\binom{i}{i}}}{\frac{i'}{\binom{i}{i}}} \right\} - \frac{i's}{\binom{i}{i}} \quad (8.)$$

Toutes les expériences faites sur les questions connexes de la viscosité et de l'action réciproque des molécules, semblent porter vers la conclusion que la perte de hauteur de chute causée par cette résistance complexe, augmente, dans une certaine mesure, avec la charge et diminue suivant que l'aire de l'orifice ou de la section transversale de la veine augmente; mais il est difficile, avec les données expérimentales que nous avons, de déterminer quelles lois précises régissent les variations des coefficients c et i .

(haut
vit)

En dehors du réservoir, les molécules fluides ne sont pas directement soumises à la pression, comparativement à ce qui se passe en dedans; mais on doit aussi tenir compte de la résistance de l'air. Suivant tous les traités que j'ai pu consulter sur ce sujet, les jets horizontaux produits sous des hauteurs d'un pied et plus, par des orifices circulaires, ayant de un à sept pouces de diamètre, atteignent la même distance, mesurée à partir de l'orifice, que si la plus grande vitesse du jet à l'orifice ou dans ses environs était la même que celle qu'acquiert un corps pesant qui tomberait, en parcourant librement un espace égal à la hauteur moyenne de la surface de l'eau dans le réservoir, au dessus de l'ouverture dans un de ses côtés. Il n'est pas encore absolument démontré que les projections horizontales de jets formés dans des orifices circulaires, percés en minces parois, s'accordent invariablement avec celles d'un corps solide qui a une vitesse égale à $\sqrt{2gH}$.

Suivant Weisbach, les coefficients de vitesse augmentent avec les hauteurs, tandis qu'au contraire, les expériences de Michelotti tendent à démontrer qu'ils diminuent à mesure que les hauteurs augmentent; ainsi, pour une hauteur de 7 pieds et demi, il trouva un coefficient de vitesse égal à .993, tandis que pour une hauteur de 23 pieds et demi, il ne trouve qu'un coefficient égal à .982, avec le même orifice.

Le sujet est encore entouré de beaucoup d'incertitude et restera dans cet état jusqu'à ce qu'un gouvernement, à vues philanthropiques, quelque opulente corporation, quelque riche gentilhomme, quelque prince du commerce, pousse le zèle pour l'avancement de la science hydraulique jusqu'au point de fournir les fonds nécessaires pour faire collectionner avec soin et méthode les données expérimentales se rapportant à cette matière qui se trouvent dans des ouvrages ou des archives qui existent encore, et pour en faire ensuite organiser un service hydraulique amplement pourvu de tous les appareils et instruments nécessaires afin de combler, avec les résultats de nouvelles expériences, les lacunes que l'on ne pourra manquer de découvrir après que le travail de compilation sera fini, et pour vérifier tels résultats d'anciennes expériences qui pourraient avoir un caractère douteux.

Le tableau suivant (XIII) indique les valeurs de $\left(\frac{\text{coeff. vit. orif.}}{\text{coefficient de hauteur due}}$ pour l'écoulement à l'air, que différents expérimentateurs ont trouvées, avec des orifices et hauteurs de diverses grandeurs, et aussi les valeurs correspondantes de $\left(\frac{\text{coeff. haut vit. orif.}}{\text{coefficient de hauteur due}}$ le coefficient de hauteur due à la vitesse d'écoulement dans le plan d'un orifice circulaire en mince paroi.

TABLEAU XIII.

1	2	3	4	5	6	OBSERVATIONS.
N°	Diamètre de l'orifice en pouces.	H sur le centre de l'orifice.	$\left(\frac{\text{coeff. orif.}}{\text{coeff. orif.}}\right)$ Coefficient de vitesse d'écoulement dans le plan de l'orifice.	$\left(\frac{\text{coeff. haut.}}{\text{vél. orif.}}\right) = \left(\frac{\text{coeff. orif.}}{\text{coeff. orif.}}\right)^2$ Coefficient de hauteur due à la vélocité d'écoulement dans le plan de l'orifice.	Autorité.	
1	0-16945	0-8617 pouces.	0-6628	0-4893	Weisbach	Orifice pratiqué dans le fond du réservoir. Jet descendant [verticalement.
2	0-2000	14 "	0-623	0-3881	Dr Mathew Young	"
3	0-384	51 "	0-6210	0-3856	Steckel	"
4	"	44 "	0-6263	0-3822	"	"
5	"	35 "	0-6259	0-3917	"	"
6	"	29 "	0-6277	0-3940	"	"
7	"	19 "	0-6268	0-3929	"	"
8	"	12-10 "	0-6281	0-3945	"	"
9	"	3-08 "	0-6544	0-4282	"	"
10	0-394	339-839 pieds.	0-5964	0-3557	Weisbach	"
11	"	44-536 "	0-6257	0-3915	"	"
12	"	35-786 pouces.	0-6318	0-3866	"	"
13	"	2-133 pieds.	0-6730	0-4529	Castel	"
14	"	23-621 pouces.	0-6092	0-3711	Weisbach	"
15	"	1-017 pieds.	0-6540	0-4277	Castel	"
16	"	9-842 pouces.	0-6379	0-3818	Weisbach	"
17	"	3-927 "	0-6368	0-4085	"	"
18	"	0-787 "	0-6400	0-4090	"	"
19	0-3996	33-7619 "	0-6416	0-4117	Venturi	Orifice au haut du réservoir fermé. Jet ascendant incliné sous un petit angle avec la verticale.
20	"	0-8525 "	0-6556	0-4298	Weisbach	"
21	0-3996	59-683 "	0-6319	0-3993	Venturi	"
22	0-400	3-100 "	0-6662	0-4438	Steckel	Orifice dans le fond du réservoir—Veine descendant verticalement.
23	"	2-970 "	0-6726	0-4524	"	"
24	"	2-920 "	0-6727	0-4525	"	"
25	"	2-850 "	0-6743	0-4547	"	"
26	0-4185	3-030 "	0-6802	0-4627	"	"
27	0-420	3-070 "	0-6775	0-4590	"	"
28	0-452	3-000 "	0-6903	0-4628	"	"
29	0-484	2-810 "	0-6844	0-4684	"	"

TABLEAU XIII—Fin.

1	2	3	4	5	6	OBSERVATIONS.
30	Diamètre de l'orifice en pouces.	Charge d'eau sur le centre de l'orifice.	Coeff. d'étonnement dans le plan de l'orifice.	Coefficient de hauteur due à la vitesse d'écoulement dans le plan de l'orifice. $\left(\frac{\text{coeff. haut.}}{\text{vik. orif.}}\right) = \left(\frac{\text{coeff. vit.}}{\text{vik. orif.}}\right)^2$	Autorité.	
31	0.533	4.263 pieds.	0.616	0.3795	Bossut	Orifice dans le côté du réservoir.
32	0.533	9.600 "	0.613	0.3768	"	"
33	0.590	0.453 "	0.632	0.3594	"	"
34	1.027	0.984 "	0.617	0.3607	Eytelwein	
35	1.066	9.600 "	0.617	0.3607	Bossut	Orifice dans le côté du réservoir.
36	1.066	7.327 "	0.619	0.3632	Michelotti	"
37	"	4.263 "	0.616	0.3795	Bossut	"
38	"	0.6217 pouces	0.649	0.4212	Castel	"
39	1.181	2.676 "	0.629	0.3966	Venturi	Orifice dans le côté du réservoir.
40	1.614	2.887 pieds.	0.622	0.3869	"	"
41	1.569	3.553 "	0.605	0.3630	Michelotti	"
42	2.126	7.218 "	0.617	0.3684	"	"
43	2.132	23.341 "	0.605	0.3660	"	"
44	2.132	12.453 "	0.605	0.3660	"	"
45	3.189	22.179 "	0.627	0.3684	"	"
46	3.189	12.500 "	0.612	0.3745	"	"
47	3.189	7.349 "	0.613	0.3768	"	"
48	6.378	12.008 "	0.619	0.3632	"	"
49	6.378	6.923 "	0.619	0.3632	"	"

C'est avec intention que j'ai séparé de ceux du Tableau XIII, la série suivante des coefficients pour des orifices circulaires d'après les expériences de Rennié, avec des orifices de $\frac{1}{2}$ de pouce à un pouce de diamètre et des hauteurs de un à quatre pieds, extraits de l'ouvrage de Mr Neville; car cette série tend à prouver, contrairement en apparence aux expériences faites par d'autres (nammi les

C'est avec intention que j'ai séparé de ceux du Tableau XIII, la série suivante des coefficients pour des orifices circulaires d'après les expériences de Renné, avec des orifices de $\frac{1}{2}$ de pouce à un pouce de diamètre et des hauteurs de un à quatre pieds, extraits de l'ouvrage de Mr Neville; car cette série tend à prouver, contrairement en apparence aux expériences faites par d'autres (parmi les quels je me compte), que les coefficients d'écoulement ou de vitesse dans l'orifice augmentent non seulement à mesure que la profondeur diminue mais aussi en même temps que l'on rapetisse les orifices.

TABLEAU XIV.

N°	Diamètre de l'orifice en pouces.	H. Charge d'eau sur le centre de l'orifice.	$\left(\frac{\text{coefficient}}{\text{vit. orif.}}\right)$ Coefficient de vitesse d'écoulement dans le plan de l'orifice.	$\left(\frac{\text{coefficient}}{\text{haut. orif.}}\right) = \left(\frac{\text{coefficient}}{\text{vit. orif.}}\right)^2$ Coefficient de hauteur due à la vitesse d'écoulement dans le plan de l'orifice.	Autorité.	OBSERVATIONS.
1	0.75	1 pied.	0.671	0.4502	Renné.	Orifice dans le côté du réservoir.
2	"	2 pieds.	0.663	0.4384	"	"
3	"	3 "	0.660	0.4356	"	"
4	"	4 "	0.662	0.4382	"	"
5	0.50	1 pie. 1.	0.634	0.4020	"	"
6	"	2 pieds.	0.621	0.3856	"	"
7	"	3 "	0.636	0.4045	"	"
8	"	4 "	0.626	0.3919	"	"
9	0.75	1 pied.	0.644	0.4147	"	"
10	"	2 pieds.	0.652	0.4251	"	"
11	"	3 "	0.652	0.3994	"	"
12	"	4 "	0.614	0.3770	"	"
13	1.00	1 pied.	0.633	0.4007	"	"
14	"	2 pieds.	0.619	0.3832	"	"
15	"	3 "	0.628	0.3944	"	"
16	"	4 "	0.584	0.3411	"	"

M. John Neville écrit à la page 55 de la 3e édition de son ouvrage :

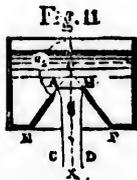
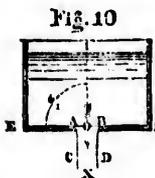
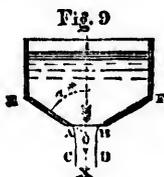
“ Remarquons en passant comme les coefficients .613 à .628 s'appliquent universellement à toutes les formes d'orifice en mince paroi, ou ayant le bord extérieur taillé en biseau. De fait on peut employer en sûreté le coefficient .62 pour les usages pratiques, toutes les fois qu'il s'agit d'un orifice de cette espèce (rond ou carré), soit au niveau du liquide, sous forme d'entaille, ou dans les côtés ou le fond du réservoir, pourvu qu'en s'approchant de l'ouverture, la section de la masse liquide qui alimente le jet ou la nappo soit grande relativement à l'aire de l'orifice ou de l'entaille.

Par coefficient on entend ici évidemment la fraction décimale qui, en multipliant par la valeur théorique, doit donner la solution pratique; et ce coefficient est à peu près le même pour les entailles ou les orifices placés au-dessous du niveau du liquide.”

Il est évident, à en juger par les coefficients des Tableaux XIII et XIV, que le cas n'est plus le même, quand il s'agit des calculs théoriques.

Tous les arguments qui ont été amenés jusqu'ici pour soutenir la formation théorique de la *vena contracta* reposent sur l'observation des phénomènes qui appartiennent aux veines engendrées dans des orifices circulaires, percés dans une paroi mince et parfaitement plane. Malgré cela, un peu de réflexion nous fait voir qu'il n'y a rien qui s'oppose à ce que les principes, ainsi obtenus, s'appliquent tout aussi bien aux veines sortant d'un orifice circulaire quelconque, soit que l'écoulement s'opère à travers un plan perpendiculaire à la direction du mouvement ou qu'il se fasse par un ajutage intérieur, cylindrique, divergent ou convergent, sans toucher les parois.

Il y a dans cette partie de la théorie quelque chose d'anormal qui a besoin d'être étudiée et éclaircie. Pour s'en convaincre il suffit de considérer les quelques remarques qui suivent :



On sait que quand l'axe $I X$ d'une veine $A B C D$ fait un angle aigu $E O I$ ou a avec la paroi $E A O B F$, comme dans la figure 9, la contraction est plus faible que lorsque la veine jaillit d'un orifice $A O R$ pratiqué dans une paroi plane $E A O B F$, où l'angle $E O I = a$, est droit comme dans la fig. 10, et que si au contraire l'axe fait un angle obtus $E O I = a_2$, avec la paroi comme dans la fig. 11, la contraction est plus grande que dans le second cas.

large
pieds

Co

estim

dépen

que le

une p

0-598

autre

j'ai tr

pouces

E

var'an

contr

tion v

A B F

I

l'ont t

veine

I

maxi

est fa

plaqu

moléc

(Fig.

sairon

qu'en

strict

de la

(

touter

abstr

un pe

ment

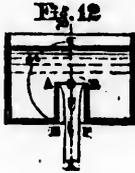
par c

rait p

lemer

du ob

perpe



Borda, Bidone et Weisbach ont trouvé que lorsque l'angle $E O I = \alpha_3$ (Fig. 12) atteint 180° , le coefficient de contraction est réduit en moyenne à 0.53; et même dans deux expériences Bidone a obtenu des coefficients qui n'excédaient pas 0.50.

Le Dr Weisbach a fait une série d'expériences, sur un grand nombre d'embouchures, larges de 2 centimètres, ou 0.787 pouces; et sous des pressions variant de 1 à 10 pieds; voici quels ont été les résultats de ces recherches.

Angle E O I.	180°	$157\frac{1}{2}^\circ$	135°	$112\frac{1}{2}^\circ$	90°	$67\frac{1}{2}^\circ$	45°	$22\frac{1}{2}^\circ$	$11\frac{1}{2}^\circ$	$5\frac{1}{2}^\circ$	0°
Coefficient de débit.	0.541	0.546	0.577	0.606	0.632	0.684	0.753	0.862	0.924	0.949	0.966

Comme il se fait toujours une légère perte de vitesse pendant l'écoulement, il estime que les coefficients de contraction sont plus petits que les coefficients de dépense, d'environ 1 ou 2 pour cent. Avec une charge de 2.475 pouces j'ai constaté que le coefficient de dépense d'un orifice de 0.416 pouce de diamètre à arête vive dans une paroi faisant un angle de $157\frac{1}{2}^\circ$ avec l'axe de la veine, atteignait le chiffre élevé de 0.598 au lieu de 0.546. De plus, ayant remplacé l'ajutage à bords tranchants par un autre entouré d'un bord plat large de $\frac{1}{8}$ de pouce, mesuré dans le plan de l'orifice, j'ai trouvé que le coefficient de dépense correspondant à un diamètre d'orifice de 0.405 pouce, et à un angle de 135° , s'était élevé jusqu'à 0.657. (Voir Tableau XI $\frac{1}{2}$, page 29.)

Pour le moment, il n'est pas nécessaire d'attacher grande importance à ces variantes, relativement peu considérables, dans les coefficients de dépense et de contraction; il n'en reste pas moins vrai que les coefficients de dépense et de contraction varient tous les deux suivant l'inclinaison des côtés du tronc de cône renversé A B F E dont la petite base A B constitue l'orifice, à la direction de l'axe de la veine.

Les inégalités de ces coefficients proviennent, comme plusieurs expérimentateurs l'ont remarqué, de ce que les molécules en avançant vers l'orifice, pour former la veine, subissent diverses déviations de leurs directions initiales.

En ce qui regarde la déviation des directions qui devraient être suivies afin que le maximum de force vive soit produit, et que l'on peut appeler directions normales, il est facile de voir que les molécules qui s'échappent par un orifice pratiqué dans une plaque mince, ne font pas exception à la règle générale. En effet, quelques unes des molécules qui sont entre le plan de repos R K S et le plan de l'ouverture A O B (Fig. 8), et en particulier celles qui sont plus près de ce dernier plan, doivent nécessairement être détournées un peu de cette direction normale; et il est évident aussi qu'en sortant du réservoir, par un orifice en mince paroi, le jet liquide n'affecte pas strictement la forme d'un cône tronqué, semblable à celui que produit la révolution de la couche correspondant à l'équation (1) sur son axe longitudinal X E, Fig. 8.

On remarquera sans peine que même dans cette forme d'orifice, la plus simple de toutes, l'écoulement du liquide subit une légère modification. Même en faisant abstraction du frottement contre l'enveloppe métallique, la vitesse à l'orifice doit être un peu plus petite—comparativement à la vitesse initiale de la première tranche élémentaire de liquide qui s'échappe par l'ouverture au moment où l'on ouvre celle-ci,—et par contre, la contraction en dehors du réservoir plus grande, que si l'écoulement s'opérait par un ajutage conoïde, de forme telle que le mouvement puisse s'éteindre graduellement, en allant de l'orifice au plan de repos, en vertu seulement de l'agrandissement du champ d'activité, lequel s'élargirait peu à peu, suivant une loi constante, en passant perpendiculairement au plan de l'orifice, vers l'intérieur du réservoir.

Par conséquent, même si l'eau était dépourvue de viscosité, et si les veines fluides ne rencontraient aucune résistance en passant dans l'atmosphère, et n'étaient influencées par le frottement d'aucune sorte, on ne pourrait pas encore appeler la veine s'écoulant d'un orifice en mince paroi, sous une charge constante, un jet fluide théoriquement parfait, *i. e.* un jet composé d'une succession de tranches élémentaires liquides, se détachant de la masse liquide renfermée à l'état de repos dans le réservoir, avec une vitesse croissante, et sans subir aucune action perturbatrice de la part des molécules avoisinantes.

Etant donnée la hauteur d'eau KX (Fig. 8), la section transversale CD , et sa distance KE de l'origine du mouvement ou plan de repos RS au-dedans du réservoir, la veine circulaire parfaite correspondant à ces données peut être définie comme étant celle qui possède la plus grande puissance vive qui soit possible dans ces conditions, tant à la section donnée, qu'à la section contractée.

Mais une veine traversant un orifice en mince paroi, sous la charge comparative-ment petite de 5 ou 6 diamètres, ne peut pas différer beaucoup de la veine théorique parfaite qui vient d'être définie surtout dans la partie située en dehors du réservoir. Donc, le coefficient de dépense qui correspond à l'orifice en question, *i. e.* le rapport entre la vitesse réelle à l'orifice et celle due à la hauteur de chute, et le coefficient de contraction doivent se rapprocher beaucoup des coefficients théoriques, correspondant à une production maximum de force vive; et l'on peut, sans grande erreur, les regarder comme étant égaux à ces derniers.

Or nous avons déjà vu que le plus grand coefficient de vitesse d'écoulement à l'air libre, que l'on ait obtenu avec un orifice en mince paroi, est d'environ 0.70. On peut donc considérer ce chiffre (ou soit $\frac{1}{2}$ de Newton) comme la valeur réelle, à peu de choses près, du coefficient d'écoulement de la veine théorique parfaite, ce qui veut dire: que seulement la moitié de la charge sert à chasser le liquide contenu dans un réservoir par un orifice simple, tandis que l'autre moitié contribue à accélérer le mouvement et augmenter la force vive de la veine.

Enfin, si l'on s'en tient au principe vérifié par les expériences, du moins entre certaines limites, que la *puissance vive* est proportionnelle à la hauteur d'eau dans le réservoir, le coefficient théorique probable de la plus grande contraction d'une veine naturellement contractée et formée de matière parfaitement fluide, où par conséquent aucune perte de force ne serait possible, se trouve être égal à $\frac{1}{\sqrt{2}} = 0.8408$; si on l'établit non à une distance d'environ un rayon d'orifice, mais à une distance infinie du réservoir.

APPLICATIONS DE LA NOUVELLE THÉORIE.

COMPARAISON DE CALCULS THÉORIQUES AVEC LES RÉSULTATS D'EXPÉRIENCES.

Après avoir établi des formules fondamentales, pour déterminer théoriquement le mouvement, la forme, etc., des espèces les plus élémentaires de veines circulaires-engendrées dans un orifice en mince paroi, je vais maintenant essayer quelques unes de ces équations pour des calculs numériques, vérifiés d'avance par le mesurage direct des dimensions de veines liquides dans la nature et des débits correspondants pendant un temps donné.

Je pourrai peut-être ainsi écarter quelques-unes des difficultés, que le désaccord, entre les résultats théoriques et les faits d'expérience, a, dans des circonstances analogues, soulevé avec raison, à l'encontre des théories proposées.

On serait d'autant plus justifié à entretenir des doutes sur la justesse de la théorie hydraulique donnée dans ce mémoire, qu'il m'a fallu, bien malgré moi, faire usage de phrases compliquées et d'un langage comparativement obscur, en tâchant de décrire les effets produits sur un nombre infini de molécules, changeant de position à chaque instant, par un agent tel que celui qui retient ensemble les particules infiniment petites de toute masse liquide; agent dont l'action échappe au toucher, et ne peut apparemment ni se constater, ni se mesurer, si ce n'est dans les changements

de forme et de pression qu'il contribue à produire dans les diverses espèces de veines et de courants liquides.

Le nombre de données expérimentales bien établies qui soient applicables à mon sujet, est si restreint, qu'on ne peut s'attendre à ce que je fournisse de nombreux exemples, pour montrer que les équations établies plus haut peuvent être employées avec succès à déterminer la forme et les autres propriétés des différentes sortes de veines liquides existant dans la nature, ainsi que le débit des tubes, conduites, etc. De fait, il m'a fallu dans presque tous les exemples que j'apporte, me contenter de calculs simplement approximatifs; mais ces résultats tout imparfaits qu'ils soient, contribuent nonobstant à montrer la solidité des principes de la nouvelle théorie.

JETS HORIZONTAUX.

La première expérience que j'ai choisie, pour vérifier la théorie, a un caractère tout à fait original et scientifique. Nous en sommes redevables à l'initiative de M. T. Trudeau, le député ministre actuel du département des chemins de fer et des canaux, du Canada; ingénieur justement renommé pour ses connaissances, et qui prend toujours le plus vif intérêt à l'avancement de ces branches de sciences naturelles qui ont des rapports plus spéciaux avec les travaux de la charge qu'il remplit avec tant d'habileté.

Afin d'obtenir une représentation, d'une exactitude infaillible, de la forme que prend la veine contractée à sa sortie du réservoir, M. Trudeau a conçu l'heureuse idée de la reproduire par la photographie. La veine était projetée horizontalement par un orifice circulaire A B, planche II, de 0.530 pouce de diamètre, sous une hauteur d'eau, ou charge constante d'environ 14 pouces.

Cet orifice, percé au tour dans une plaque de laiton poli épaisse de $\frac{1}{16}$ de pouce, allait en s'élargissant depuis A B, à l'extérieur où son diamètre n'était que de 0.530 pouce, jusqu'à C D, sur la face à l'intérieur du réservoir, où il atteignait 4 pouces. Il formait ainsi une cavité conique qui ressemblait, autant qu'on pouvait en juger par un examen attentif des filets du jet, à la partie intérieure d'une veine liquide contractée, projetée sous la même charge d'eau, par un orifice circulaire en mince paroi, ayant à peu près le même diamètre. Grâce à cet arrangement, on pouvait photographier une longueur beaucoup plus grande de la partie principale de la veine, que si l'orifice en mince paroi était à arête vive sur la face intérieure en contact avec l'eau.

On remarquera aussi, que formée dans ces conditions, la veine qui sortait du réservoir différait moins que dans aucune autre disposition, de la véritable veine théorique, mentionnée à la page 46; et la contraction devait certainement être moindre qu'elle ne l'aurait été pour une veine correspondante, formée sous la même pression, par un orifice taillé dans une plaque mince et plane.

D'un autre côté, cette manière de procéder, laissait quelque incertitude sur l'endroit précis de l'origine de cette veine liquide presque théoriquement parfaite; et, par conséquent, aussi sur le diamètre exact de la cavité, dans la plaque, correspondant à cette origine, ou plus précisément, de la section où les vitesses dues aux forces f_0 et f_c étaient égales. Cette difficulté, cependant, fut résolue en fixant approximativement à 0.85 (nombre qui représente la valeur moyenne expérimentale du coefficient de plus grande contraction d'une veine sortant d'un orifice de 0.482 pouce de diamètre, sous une charge de 3 pouces) la valeur du coefficient de contraction, à savoir: $c_c = \frac{1}{2}$, à une distance de l'orifice à peu près égale à son diamètre. (Voir table IV).

En cela je prenais pour principe que la contraction d'une veine, sous une charge si petite par rapport à son diamètre, devait être à peu près la même que la contraction correspondante d'une veine théoriquement parfaite; c'est à dire telle qu'elle ne subisse ni frottement, ni résistance de l'atmosphère, ni aucune autre cause qui puisse troubler son mouvement actuel d'écoulement.

Avec le négatif obtenu qui était beaucoup au-dessous de la grandeur naturelle de la veine, on agrandit au moyen d'une chambre solaire, les vues déjà obtenues, de manière à augmenter le diamètre réel de la veine de 0.50 à 8.36 pouces. Nous devons ces vues à l'habileté de M. S. McLaughlin, le photographe expérimenté du susdit départe-

tement ; il réussit au point que le contour de la figure était assez clairement défini pour permettre de mesurer exactement à l'échelle, les co-ordonnées de la courbe qui formait le profil longitudinal de la veine, et cela, pour une distance d'environ $\frac{2}{3}$ de pouce ou $1\frac{1}{2}$ diamètre, du plan de l'orifice. Nous donnons dans la planche II un fac-similé de ce profil, ainsi qu'une section approximative et agrandie de la plaque en cuivre jaune ; et la Table XV qui suit, montre les longueurs d'ordonnées calculées au moyen de l'équation (1) vis-à-vis de celles qui furent mesurées sur l'image photographiée.

TABLE XV.

z, Abcisse à l'origine O, au centre de l'orifice en mince paroi.	y, Ordonnée perpendiculaire à l'axe de la veine, mesurée sur la photographie.		y, Ordonnée perpendiculaire à l'axe de la veine, mesurée par la formule (1c).	Notes.
	Pouces.	Pouces.		
-0.9893	0	<p>Car $i\frac{x}{(a)}$ = 0.80 en moyenne entre les points O et E ou S, planche II, $i(x) = 0.4098$. Aussi pour $e_{cont.} = 0.83$, $r_{orif.} = 4.4578$ pouces d'où $0.53 \times 4.4578 = 0.55$ pc. = grandeur naturelle de $r_{orif.}$. Donc, substituant les valeurs numériques au lieu des symboles, nous avons, à la distance de 8 pouces du plan de l'orifice où le diamètre s'est trouvé un minimum, mesurant 3.70 pouces :</p> $r_{orif.} \frac{4 \sqrt{i} s_0 + i x}{\sqrt{\frac{(x)}{(a)}}} = 3.70 \text{ pouces,}$ <p>d'où nous déduisons $s_0 = 2.4154$ pouces dans la veine agrandie et $s_0 = 2.4154 r_{orif.} = 0.5419$ pouces dans la veine naturelle ; ainsi $i s_0 = 0.4098$ et $r_{orif.} = 0.22198$ pouce dans cette dernière veine, viz. : grandeur naturelle. Ainsi s_0 représente l'espace supplémentaire que doit traverser au dedans du réservoir un corps attiré avec une accélération uniforme égale à l'accélération moyenne produite par la force $f_{orif.}$ en dehors du réservoir, afin d'atteindre en O une vitesse égale à celle qu'imprime cette force variable $f_{orif.}$ au dedans du réservoir pendant le passage du liquide de N en O (Fig. 8.)</p>
-0.7500	5.7921	
-0.5000	5.0163	
0.0000	OA	4.4578	
+0.3380	338a	4.2800	4.2799	
+0.5000	5b	4.2100	4.2183	
+1.0000	1c	4.0800	4.0822	
+1.5000	1.5d	3.9700	3.9938	
+2.0000	2e	3.9000	3.9315	
+3.0000	3f	3.8200	3.8494	
+4.0000	4g	3.7650	3.7976	
+5.0000	5h	3.7450	3.7618	
+6.0000	6i	3.7250	3.7357	
+7.0000	7j	3.7100	3.7157	
+7.5000	7.5k	3.7050	3.7080	
+8.0000	8l	3.7050	3.7000	
+9.0000	9m	3.7100	3.6872	
+10.0000	10n	3.7150	3.6767	
+11.0000	11o	3.7170	
+12.0000	12p	3.7220	
+13.0000	13q	3.7250	
—	3.5662	

O
veine,
les va
orifice
(0.80)
partie
qui es
L
A O E
cendar
raison
à établ
on peu
gueur
mouve
servoir
nuer à
et d'au
tamme
qui se
Le
moyen
0.4096,
d'un dia
0 dans
doit évi
0.30 pou
facilite
Je
nées, so
outre d
dehors
moins d
Je crois
théorie,
sur papi
même t
Il s
supposé
savoir:
Qu
"
"
"
"
"
"
"
"
"
"
1

Comme $i_{(x)}$ semble augmenter en même temps que la vitesse de l'eau dans la veine, et à peu près en raison de la racine carrée de cette vitesse, si l'on en juge par les valeurs de $i_{(x)}$ calculées dans le cas d'une veine tombant verticalement à travers un orifice du diamètre de 0.4 pouce, et données plus loin à la page 50, nous avons pris $(0.80)^2 = 0.4096$ pour la valeur moyenne approximative de ce rapport, $i_{(x)}$ pour la partie O E, (Fig. 8) ou $\overline{0E}$, pl. II de la veine naturelle, au lieu de $c_c^2 = (0.83)^2 = 0.4747$, qui est plus proprement la valeur particulière correspondant à la section O E D.

La distance O N = s (Fig. 8) entre le plan de repos P Q, et le plan de l'orifice A O B n'avait pas été mesurée directement, comme je l'avais fait pour la veine descendant verticalement (voir les expériences j , Tables VII et VIII), pour la bonne raison que quand je faisais cette expérience, il n'y avait apparemment aucune utilité à établir avec précision la position de ce plan. Pour y suppléer, je déterminai comme on peut le voir dans la dernière Table n° XV, dans la colonne des "Notes," la longueur d'un espace auxiliaire $s_0 = 0.14956$ pouce, égale, quant à la production du mouvement (quand $i_{(x)}$ est constant) à la longueur actuelle de O N = s , dans le réservoir. Pour cette détermination je supposai que la valeur de $i_{(x)}$, au lieu de diminuer à mesure que nous avançons du point E vers le plan RS au-dessus du réservoir, et d'augmenter quand nous allons en sens contraire en suivant la veine, reste constamment égale en moyenne à 0.4096, le long de cette partie A O B S K R de la veine qui se trouve dans le réservoir, comme pour la partie extérieure de la veine.

Le long de cette partie intérieure de la veine contractée naturelle, la véritable moyenne de $i_{(x)}$ est probablement, comme nous venons de le signaler, moindre que 0.4096. Il est possible qu'elle diminue, en moyenne, disons de 0.41, dans l'espace d'un diamètre environ en dehors du réservoir vis-à-vis du plan de l'orifice A O B à 0 dans le plan P Q correspondant à $x = s$. Par conséquent la longueur actuelle de s doit évidemment dépasser 0.14956 dans le rapport de 0.41 à 0.20, de sorte que $s = 0.30$ pouce à peu près; mais l'introduction de cet espace auxiliaire s_0 , pendant qu'il facilite considérablement le calcul, ne nuit en rien aux résultats définitifs.

Je ne prétends certainement pas que les valeurs de c_c , $i_{(x)}$, s_0 , r_{orif} ainsi déterminées, soient théoriquement parlant, rigoureusement exactes, vu, en particulier, qu'en outre des autres imperfections, j'ai dû laisser de côté l'action de la pesanteur en dehors du réservoir, donner à la cavité de la plaque de cuivre une forme plus ou moins différente de la véritable, et négliger la résistance offerte par l'atmosphère. Je crois cependant que l'on peut accepter comme un bon indice de la justesse de la théorie, la coïncidence si remarquable du dessin photographique avec la courbe tracée sur papier, au moyen des ordonnées, calculées d'après les formules mêmes de cette même théorie.

Il semble donc que les valeurs moyennes de $i_{(x)}$ dans les veines horizontales supposées indépendantes de la gravitation, varient à peu près comme ci-dessous, savoir :

Quand $x=0$. (dans le plan de l'orifice), $i=0.87$ de la valeur maximum propre à la veine

"	$x=0.1r$ orif.	$i=0.90$	"	"	"
"	$x=0.2r$ orif.	$i=0.925$	"	"	"
"	$x=0.4r$ orif.	$i=0.955$	"	"	"
"	$x=0.6r$ orif.	$i=0.97$	"	"	"
"	$x=0.8r$ orif.	$i=0.98$	"	"	"
"	$x=1.0r$ orif.	$i=0.99$	"	"	"
"	$x=1.5r$ orif.	$i=0.995$	"	"	"
"	$x=2.0r$ orif.	$i=1.000$	"	"	"

Pour ce qui est de la forme précise qu'il aurait fallu donner à la cavité conoïdale pratiquée dans la plaque de cuivre jaune, considérant que l'obstacle au libre écoulement qu'apportent les molécules fluides entraînées dans ce courant conoïdal théoriquement parfait, entre l'orifice en mince paroi et le plan de repos R S, est un élément de désordre qu'il est impossible d'estimer à sa juste valeur, je ne vois pas qu'on y puisse arriver, à moins d'essayer un grand nombre d'ajustages diversement proportionnés. Il est certain cependant que la distance $OK=0.9893$ donnée dans la Table X V est un peu plus petite qu'elle ne devrait être.

En admettant que la loi suivant laquelle i semble varier, est générale, on pourrait peut-être combiner directement les résultats de cette variation avec les autres relations déjà établies ; et construire ainsi de nouvelles équations s'appliquant d'une manière plus générale à la classe de veines que nous étudions en ce moment.

Mais de cette manière, on enfouirait, sous ce que M. Trautwine appelle, peut-être pas sans raison, un tas de débris mathématiques, tous ces principes fondamentaux, qui sont de leur nature si difficiles à distinguer et à comprendre, malgré toute la perfection et la clarté que l'on puisse apporter en les expliquant. J'ai donc aimé mieux pour le présent, ne pas tenter ces combinaisons algébriques, et me contenter d'introduire dans les applications de ces formules qui vont suivre telles valeurs de (v_n) qu'exigent les circonstances particulières de chaque cas,—gardant constamment en vue, qu'en général : si l'on augmente la hauteur de la charge d'eau ou la pression par rapport à l'orifice, (1) on augmente la valeur de $i_{(n)}$ suivant la loi que nous venons d'énoncer, (2) on augmente aussi la longueur dont la veine dépasse l'orifice A O B, et par suite (3) on diminue la distance $s=ON$ entre le plan de l'orifice et le plan P Q où l'équilibre des particules fluides cesse d'être troublé ; d'où il suit enfin que (4)

l'on diminue aussi le coefficient de la hauteur de vitesse d'écoulement $\left(\begin{smallmatrix} \text{coeff.} \\ \text{haut.} \\ \text{vit.} \\ \text{orif.} \end{smallmatrix}\right)$ par un orifice en mince paroi, comparativement à l'unité, qui est le coefficient de la vitesse due à la chute d'un corps pesant à travers un espace égal à la hauteur totale de la charge d'eau dans le réservoir au-dessus de l'orifice.

VEINES DESCENDANT VERTICALEMENT.

La nouvelle théorie a été appliquée, comme suit, pour établir la valeur de $i_{(n)}$ à différents points de la veine circulaire descendant verticalement sous une charge d'une hauteur $H=2.99$ pouces par un orifice de 0.4 de pouce de diamètre en mince paroi, que j'ai mesuré avec des pointes montées sur un diaphragme, comme décrit ci-dessus, en me servant des dimensions données dans le tableau III.

La valeur numérique donnée à $i_{(n)}$ s, qui représente la distance entre le plan de l'orifice et le plan de repos en dedans du réservoir, est celle qui a été déterminée expérimentalement, telle que déjà expliquée, en introduisant par le haut, une cheville ou tige cylindrique ayant 0.185 de pouce de diamètre, dans le réservoir, vis-à-vis l'orifice, et en approchant sa base au moyen du pas de vis, vers le plan de cet orifice, et en déterminant la position la plus basse ou la position extrême de la base de la tige, à laquelle le volume d'eau dépensée, pendant l'unité de temps, restait un maximum avec une charge constante ; pour cela, j'élevais le cylindre un peu à chaque fois, et je mesurais dans chaque position la dépense de liquide correspondante. Ayant atteint approximativement cette limite, alors que la base de la tige cylindrique était 0.24 à 0.25 de pouce au-dessus et en arrière du plan de l'ouverture circulaire, en mince paroi, mesurant 0.4 de pouce, je conclus, en conséquence, que $i_{(n)}s=0.25$ de pouce.

Substituant, par conséquent, dans l'expression suivante, pour $i_{(n)}$ en termes de $y, x, H, r, i'_{(n)}s$ et $\left(\begin{smallmatrix} \text{coeff.} \\ \text{haut.} \\ \text{vit.} \\ \text{orif.} \end{smallmatrix}\right)$, qui est déduit directement de l'équation (3_n), viz :

$$i_{(n)} = \frac{r^4 \left(\begin{smallmatrix} \text{coeff.} \\ \text{haut.} \\ \text{vit.} \\ \text{orif.} \end{smallmatrix}\right) H i'_{(n)} s - y^4 \left(\begin{smallmatrix} \text{coeff.} \\ \text{haut.} \\ \text{vit.} \\ \text{orif.} \end{smallmatrix}\right) H i'_{(n)} s + \left(\begin{smallmatrix} \text{coeff.} \\ \text{haut.} \\ \text{vit.} \\ \text{orif.} \end{smallmatrix}\right) H x + x i'_{(n)} s}{x^2 y^4 - x r^4 \left(\begin{smallmatrix} \text{coeff.} \\ \text{haut.} \\ \text{vit.} \\ \text{orif.} \end{smallmatrix}\right) H} \quad (9)$$

substitu
r, 0.443
et x, su
nées dan

x₀
Abscisse x
du plan
rifice en
paroi, c
cendant

1.000
1.535
2.535
5.535
10.535
15.535

Ces r
cité, et pr
moyen d'
conde, i
Cependant
deurs div
celui de l'
On n
trictions e
mince par
direction
orifice en
orifice. C
pense d'un
la veine d
une direct
vergence
l'orifice en
ment, par

Le D
vante qui

* Page 8
York. 10

substituant, dis-je, 2.99 pouces pour H , 0.25 pouce pour $i_{(x)}$, 0.2 pouce pour r , 0.44382 pour $\left(\frac{\text{coefficient}}{\text{hauteur}}\right)$ tel que trouvé dans la table XIII, et pour les co-ordonnées y et x , successivement, les dimensions obtenues par un mesurage direct, telles que données dans la table III, nous obtenons les résultats indiqués dans la :—

TABLE XVI.

x_d Abscisse mesurée du plan de l'orifice en mince paroi, en descendant.	y_d Ordonnée.	$i_{(x)}$ —	Observations.
1.000	0.1515	0.29737	Ces deux valeurs de $i_{(x)}$ semblent ne pas être en accord avec les autres. Il faut remarquer cependant qu'une très légère erreur faite en mesurant le diamètre, affecte considérablement la valeur de $i_{(x)}$.
1.535	0.1480	0.37099	
2.535	0.1415	0.42937	
5.535	0.1240	0.35735	
10.535	0.1120	0.43550	
15.535	0.1035	0.43807	

Ces résultats semblent indiquer que $i_{(x)}$ augmente simultanément avec la vitesse, et presque en raison du carré de cette vitesse—et que, de plus, pour un diamètre moyen d'environ $\frac{1}{2}$ de pouce et une vitesse d'environ 120 pouces ou 10 pieds par seconde, $i_{(x)}$ = près de 0.44 dans une veine sortant d'un orifice en mince paroi. Cependant une partie des différences qu'il y a entre les valeurs de $i_{(x)}$ à des profondeurs diverses, est due au fait que le plan de l'orifice théorique ne coïncide pas avec celui de l'orifice en mince paroi.

On ne voit pas, ordinairement, les auteurs en matière hydraulique, faire des restrictions en ce qui regarde l'uniformité du pouvoir de dépense d'un orifice percé en mince paroi, tenant compte de la position de son plan relativement à l'horizon et à la direction du courant. Sans doute, en pratique, sous la même charge, la dépense d'un orifice en mince paroi, demeure constante, quelle que soit la position du plan de cet orifice. Cependant, à un point de vue théorique, je suis tenté de croire que la dépense d'un tel orifice, avec une charge constante, doit être un peu plus grande quand la veine descend verticalement, surtout sous de faibles charges, que si elle suivait une direction horizontale en sortant du réservoir, malgré l'augmentation de la convergence et l'opposition mutuelle qui en résulte dans les filets d'eau près du plan de l'orifice en dehors du réservoir, par suite de l'accélération additionnelle donnée subitement, par l'action de la gravité, aux particules fluides.

JETS MONTANT VERTICALEMENT.

Le Dr. Wiesbach, dans ses admirables traités de mécanique,* donne la table suivante qui indique les hauteurs atteintes par des jets jaillissant d'orifices en minces

* Page 880, vol. I, traduction anglaise, "Mécanique de Weisbach," par Cox. Van Nostrand, New-York.

parois de 1 et de 1.41 centimètres, viz :—0.394 et 0.591 pouce de diamètre sous des charges de 10 à 70 pieds.

TABLE XVII.

Hauteur h , due à la vitesse, en pieds.	Pieds						
	10.	20.	30.	40.	50.	60.	70.
Hauteur du jet jaillissant d'un orifice circulaire en une mince paroi de 0.384 de pouce=1 centimètre de diamètre...	9.61	18.31	25.98	32.58	38.12	42.66	46.30
Hauteur d'un jet jaillissant d'un orifice circulaire en une mince paroi de 0.5855 de pouce=1.41 centimètre de diamètre.	9.715	18.69	26.75	33.77	39.72	44.63	48.58

L'élévation réduite de 46.30 pds. au-dessus du plan de l'orifice, qu'atteint un jet de 1 centimètre, lorsque la charge d'eau dans le réservoir est à une hauteur de 70 pds. est en elle-même un fait bien remarquable. On ne saurait l'expliquer d'une manière suffisante ni par la résistance de l'atmosphère, ni par ce qu'on appelle la résistance que rencontre le jet en passant dans l'orifice, du moment que, d'accord avec la théorie basée sur le théorème de Toricelli, on admet que la veine devrait s'élever jusqu'à la hauteur du niveau de l'eau dans le réservoir.

Supposons que le coefficient de résistance ζ causée par le passage de la veine à travers l'atmosphère, soit égal à celui de la résistance que rencontrerait une surface plane passant au travers de l'air et dont la superficie égalerait la section transversale de la veine à chaque point de son trajet, viz : 1.25, d'après Du Buat et Thibault.* Puisque l'air, à la pression atmosphérique normale, pèse environ $\frac{1}{30}$ de l'eau, ou deux fois plus, si l'on veut, viz., $\frac{1}{15}$, afin de faire abondante provision pour l'air que la veine pourrait entraîner avec elle, la diminution de pression effective due au passage du jet, à travers l'atmosphère, est donc à peu près pour 70 pieds de hauteur d'eau, $70 \times 1.25 \times \frac{1}{15} = 0.2187$ pds. Donc le jet devrait s'élever 69.78 pds. environ au lieu de 46.30 pds. seulement, si l'atmosphère était la seule résistance qu'il eût à surmonter.

On verra encore combien il est faux d'attribuer à la résistance de l'atmosphère, la plus grande partie de la différence entre la hauteur due à la vitesse actuellement produite dans un fluide jaillissant d'un orifice simple, et la chute totale depuis la surface du réservoir d'alimentation jusqu'au centre de cet orifice, si l'on compare les expériences de Michelotti sur les jets horizontaux avec celles du Dr. Weisbach, sur les jets verticaux.

Suivant Michelotti, des jets sortant d'un orifice en mince paroi verticale, ayant 0.889 pds.=9.668 pouces de diamètre, sous des charges variant de 7.51 à 23.59 pds. de hauteur et traversant dans l'air entre 26.75 et 33.77 pds. d'air, sont lancés, dans le sens horizontal, à une distance égale, à 1 pour cent près, à l'ordonnée correspondante de la parabole que décrirait le jet, si sa vitesse horizontale, près du plan de l'orifice, était celle due à la hauteur de la charge d'eau.

Les expériences de Weisbach sur les jets verticaux produits en passant par un orifice de 1.41 centimètre, ou disons $\frac{1}{2}$ de pouce de diamètre, sous des charges de 30 à 40 pieds, et traversant dans l'air entre 26.75 et 33.77 pds., tendent à démontrer dans chaque cas, que les hauteurs des jets seront moindres que la hauteur de la surface de l'eau du réservoir, au-dessus de l'orifice, de 11 à 16 pour cent.

Sans doute, je n'ignore pas qu'une veine formée par un orifice de 9.688 pouces est beaucoup plus grande que celle qui jaillit d'une ouverture dont le diamètre ne dépasse pas $\frac{1}{2}$ de pouce ; mais je ne puis comprendre comment même cette grande différence dans la superficie des orifices pourrait rendre la résistance proportionnelle de l'air, de 10 à 15 fois plus grande dans un cas que dans l'autre.

* Voir traduction anglaise "Mécanique de Weisbach, page 1031.

être sous des

Pieds 60.	Pieds 70.
42.66	46.30
44.63	48.58

atteint un jet
deur de 70 pds.
d'une manière
la résistance
avec la théorie
ver jusqu'à la

de la veine à
t une surface
transversale
et Thibault.*
l'eau, on deux
air que la veine
passage du jet,
au, 70 × 1.25
lieu de 46.30
onter.

l'atmosphère,
actuellement
depuis la sur-
compare les
Weisbach, sur les

verticale, ayant
à 23.59 pds.
dans le sens
pondante de la
l'orifice, était

assant par un
charges de 30
émontre dans
la surface de

9.688 pouces
diamètre ne
cette grande
proportionnelle

Pour ce qui est de la "résistance pendant l'écoulement à travers de l'orifice" dont on parle souvent dans les ouvrages d'hydraulique, j'avoue qu'il m'est impossible de comprendre comment un trou rond percé dans une paroi si mince que son épaisseur peut être mise entièrement hors de compte, peut offrir de la résistance aux corps qui la traversent en sortant d'un vase, quel que soit d'ailleurs leur degré de vitesse.

Mais il peut se faire, sans doute, qu'en admettant que les particules liquides doivent en théorie, nécessairement prendre, à une courte distance, comme par exemple un rayon de l'orifice, vis-à-vis de cet orifice, une vitesse égale à celle qui est due à la chute depuis la surface de l'eau jusqu'au centre de cet orifice, les auteurs en disant "au passage de l'orifice," entendent parler du temps que prend l'eau pour passer de l'intérieur du réservoir à la section de la contraction et de la vitesse les plus grandes ou à quelq'autre point.

Si l'on prend l'expression citée ci-dessus dans ce sens plus étendu, je dois reconnaître que c'est un excellent moyen d'aplanir la difficulté que l'on trouve à réconcilier les points faibles d'une théorie défectueuse avec les arguments que fournissent des vérités solidement fondées sur l'expérience.

Bien que je n'aie pas trouvé moyen, jusqu'à présent, d'employer directement l'équation (6_a) pour calculer la hauteur h que doit atteindre un jet vertical dans l'air, sous une charge d'une hauteur donnée, je suis persuadé que les différences considérables entre la hauteur des jets du Dr Weisbach et la hauteur de la surface de l'eau dans le réservoir d'alimentation, viennent principalement de la diminution de la charge d'eau ($\frac{\text{haut.}}{\text{vit.}} \cdot \text{orif.}$) et de celle de la vitesse d'écoulement, à cause de l'opposition mutuelle des particules d'eau, et proviennent aussi de l'augmentation simultanée de $i_{(v)}$ quand on augmente les vitesses et que l'on rétrécit les orifices.

Les essais qui suivent, où j'ai tâché d'appliquer l'équation (6_a) afin de découvrir quelles valeurs il faudrait donner à $i_{(v)}$ pour obtenir les hauteurs qu'atteignaient les jets du Dr Weisbach, formés dans un orifice de 0.394 pouce de diamètre, sous des hauteurs de 10 à 70 pieds respectivement, semblent montrer que cette formule ne conduit à aucun résultat absurde.

Dans le cas d'un jet formé dans un orifice de 0.394 pouce de diamètre, sous une charge de 10 pieds, nous pouvons, d'après ce que nous avons vu, mettre $i_{(v)} = r = 0.394 = 0.197$ pouce = 0.016 pied; aussi $\left(\frac{\text{coef}}{\text{vit.}} \cdot \frac{\text{haut}}{\text{orif.}}\right) = 0.61^2 = 0.372$, sans risque de beaucoup se tromper. En substituant ces chiffres au lieu des symboles dans l'équation (6_a) on trouve qu'afin que x puisse être égal à 9.61 pieds, $i_{(v)}$ doit évaluer environ 0.40.

Quand le diamètre de l'orifice circulaire est 0.394 pouce et la hauteur 70 pieds, nous pouvons mettre $i_{(v)}$ qui représente la distance du plan de l'orifice au plan de repos, égal à 0.6r, ou disons 0.01 pied; aussi $\left(\frac{\text{coef}}{\text{vit.}} \cdot \frac{\text{haut}}{\text{orif.}}\right) = 0.58^2 = 0.3364$. En remplaçant les symboles respectifs par les chiffres correspondants dans l'équation (6_a), nous trouvons qu'afin que x puisse être 46.30 pieds, $i_{(v)}$ doit être égal à environ 0.50.

Les valeurs moyennes de $i_{(v)}$ que nous avons ainsi obtenues approximativement viz : 0.40 et 0.50, ne sont pas absurdes ni trop petites, ni trop grandes, quand on les compare avec la valeur moyenne de cette même quantité (0.4096) dans la veine horizontale qui a été photographiée, sortant d'un orifice de 0.53 pouce de diamètre sous une charge de 14 pouces, et avec celle de 0.44 que nous avons trouvée dans la veine descendant verticalement par un orifice de 0.4 pouce de diamètre sous une charge de 2.99 pouces, mesurée directement avec les pointes montées à vis sur un diaphragme de la manière décrite plus haut.

Il est assez probable que les jets verticaux jaillissant, sous de fortes pressions, d'orifices en mince paroi, s'élèvent dans l'air à des hauteurs bien moindres que s'ils sortaient d'ajutages, à embouchure conoïdale, convenablement proportionnés. Cette

différence provient de l'obstacle causé au libre écoulement de l'eau du réservoir, par la masse de liquide située entre la surface conoïdale qu'affecterait une veine théoriquement parfaite, et la face interne de la plaque de l'orifice, le corps liquide étant rétréci dans le jet qui jaillit hors de l'orifice.

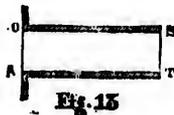
Comme je l'ai dit auparavant, au point de vue pratique, on peut regarder le coefficient de débit d'un orifice en mince paroi, comme invariable, pour toutes les directions que peut suivre la veine en sortant de l'orifice; mais en réalité cependant, surtout quand les charges sont petites, le débit doit être moindre quand l'eau monte verticalement, que quand elle suit une direction horizontale, à sa sortie du réservoir; malgré la dispersion graduelle des filets qui, dans ce cas, doit nécessairement se faire à partir du plan de l'orifice jusqu'au sommet de la veine: résultant de l'action de la gravité qui agit en sens contraire du mouvement du liquide.

Lorgua, dans l'article L de sa "Théorie Physico-Mathématique, etc.," dit: "On remarque que la quantité d'eau fournie, par un jet vertical, pendant un temps déterminé, par un orifice donné, et sous une hauteur constante, est beaucoup plus petite que celle que donnerait un jet sortant d'un réservoir dans les mêmes conditions de temps, et de hauteur, par un orifice pratiqué en mince paroi dans le côté de ce réservoir." (Voyez la comparaison de ces débits dans les tables données par M. Bossut, dans son Hydrodynamique, Part II. Chap. IV).

DÉBIT PAR DES AJUTAGES OU TUBES CYLINDRIQUES.

Poleni, il y a deux siècles, a fait connaître les singuliers effets des tubes cylindriques, et depuis ce temps les physiciens se sont appliqués à en trouver la cause.

Si l'on empêche, ou détruit, artificiellement, l'inflexion des filets d'une veine horizontale naturellement contractée sortant par un orifice vertical en mince paroi



O R (Fig. 13), en la faisant couler dans un tube cylindrique O R S T ajouté à l'orifice du réservoir, de manière à le remplir complètement, on peut obtenir la vitesse du courant, et par conséquent le débit pendant un temps donné, sous une hauteur constante—laisant de côté l'influence de la gravitation en dehors du réservoir—de la manière décrite plus bas, pourvu que l'on suppose que les filets naturels du fluide, en vertu de l'attraction qui les attire vers les côtés, soient répandus d'une ma-

nière uniforme, et continue dans le tube et en occupent tout l'espace cylindrique de O à S—ce qui n'est pas rigoureusement le cas, comme nous verrons tout-à-l'heure. Dans ces conditions, le rapport variable entre les deux vitesses dues respectivement aux forces f_o et f_c dans la veine contractée naturelle, se transforme continuellement en un rapport constant qui est égal à 1, à cause de l'intervention de l'attraction capillaire du métal, bois ou verre, etc., qui forme le cylindre, l'accélération due à la force f_o étant augmentée, et l'accélération due à la force f_{cont} étant simultanément diminuée, de la même manière.

Ainsi, si l'accélération due à la force f_o augmente continuellement dans le rapport de 1 à j , le long de la trajectoire de la veine contractée naturelle, abstraction faite de la gravitation; puisque les sommes totales de momentum dues à deux forces moyennes perceptiblement constantes f_c et f_o doivent nécessairement être les mêmes en tous cas, à la fin d'égales périodes de temps, indépendamment de toutes transformations que puissent subir, au dedans du tube, les facteurs constituants de masse et de vitesse, par suite de l'attraction des parois—pendant que se génère le momentum—it suit que la relation :

$$\left(\frac{\text{rapport vit. veine natur.}}{\text{rapport vit. veine natur.}}\right) = \frac{\sqrt{1(i_{(n)})^2 s + x}}{\sqrt{1(i_{(n)})^2 s_o + i_{(n)}^2 x}}$$

qui ex
de l'o
relati

d'ou m

et la v

M
on vo
d'un c
totale
s'exer

$\sqrt{i_{(n)}}$
liquid
qui pa
en ven

un es
 $\sqrt{i_{(n)}}$
même
vertu

$\sqrt{i_{(n)}}$

P
tances
et en p
contr
l'orific
drique
est au

II
vitesse
est :

substit

qui existe pour tout point P de la veine contractée naturelle, situé à une distance x de l'orifice, mesurée parallèlement à l'axe longitudinal (voir p. 35) se transforme en la relation :

$$\left(\frac{\text{rap. vit. veine cylind.}}{\text{veine}}\right) = \frac{\sqrt{i_{(a)}^{(v)} s_0 + x} + (\sqrt{i_{(a)}^{(v)} s_0 + i_{(a)}^{(v)} x} - \sqrt{i_{(a)}^{(v)} s_0 + i_{(a)}^{(v)} jx})}{\sqrt{i_{(a)}^{(v)} s_0 + i_{(a)}^{(v)} jx}} = 1 \quad (11)$$

d'où nous déduisons l'équation :

$$\sqrt{i_{(a)}^{(v)} s_0 + i_{(a)}^{(v)} jx} = \sqrt{i_{(a)}^{(v)} s_0 + x} + \sqrt{i_{(a)}^{(v)} s_0 + i_{(a)}^{(v)} x} - \sqrt{i_{(a)}^{(v)} s_0 + i_{(a)}^{(v)} jx}$$

et la valeur de j en termes de s_0 , i , et x , viz :

$$j = \frac{-s_0}{2x} + \frac{1}{4i_{(a)}^{(v)}} + \frac{1}{4} + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{s_0^2}{x^2} + \frac{s_0}{x} + \frac{s_0}{i_{(a)}^{(v)} x} + \frac{1}{i_{(a)}^{(v)}}} \quad (12)$$

Maintenant, si on laisse de côté pour le présent l'accélération due à la force f_c , on voit que la vitesse totale due à la force f_0 dans la veine contractée naturelle sortant d'un orifice en mince paroi, à l'instant où l'on atteint le point P, est à la vitesse totale due à la force $j f_0$, telle qu'augmentée par l'attraction capillaire latérale qui s'exerce à la face interne de l'enveloppe cylindrique, dans le rapport de

$\sqrt{i_{(a)}^{(v)} s_0 + i_{(a)}^{(v)} x}$ à $\sqrt{i_{(a)}^{(v)} s_0 + i_{(a)}^{(v)} jx}$. Par conséquent aussi, la quantité de particules liquides, regardées présentement comme des corps solides ou molécules indépendants, qui passent pendant une unité de temps au point P, sur l'axe de la veine contractée, en vertu de la vitesse générée par la force f_0 depuis o , pendant que la veine parcourt un espace égal à $i_{(a)}^{(v)} s_0 + i_{(a)}^{(v)} x$, quantité qui correspond par conséquent à $\sqrt{i_{(a)}^{(v)} s_0 + i_{(a)}^{(v)} x}$, doit être par rapport au volume de molécules qui passe pendant le même temps au même point P de l'axe du courant que le tube rend cylindrique, en vertu de la vitesse correspondant à $\sqrt{i_{(a)}^{(v)} s_0 + i_{(a)}^{(v)} jx}$, dans la même raison de $\sqrt{i_{(a)}^{(v)} s_0 + i_{(a)}^{(v)} x}$ à $\sqrt{i_{(a)}^{(v)} s_0 + i_{(a)}^{(v)} jx}$.

Par conséquent, faisant abstraction des changements qu'apporte aux résistances de viscosité, de frottement, etc., la condition nouvelle des filets liquides troublés et en partie rompus dans le tube, comparés à ce que sont ces résistances dans la veine contractée naturelle, limpide comme le cristal ; la vitesse moyenne dans le plan de l'orifice en mince paroi, est à la vitesse dans la section transversale d'un tube cylindrique x pouces de long ; ou, ce qui est la même chose, le débit par l'orifice circulaire est au débit par le cylindre, comme $\sqrt{i_{(a)}^{(v)} s_0 + i_{(a)}^{(v)} x}$ est à $\sqrt{i_{(a)}^{(v)} s_0 + i_{(a)}^{(v)} jx}$.

Il suit de là, que dans un tube cylindrique de l pouces de long coulant plein, la vitesse moyenne du courant correspondant à une section basale quelconque du tube est :

$$V_{\text{cyl}} = \sqrt{2g \left(\frac{\text{coeff. haut. vit. orif.}}{\text{orif.}} \right) H \left(i_{(a)}^{(v)} s_0 + i_{(a)}^{(v)} j l \right)}, \text{ ou}$$

$$\sqrt{i_{(a)}^{(v)} s_0 + i_{(a)}^{(v)} l}$$

substituant à j sa valeur en termes de $x = l$ donnée par l'équation (12), on a

$$V_{\text{cyl}} = \frac{\sqrt{2g \left(\frac{\text{coeff. haut. vit. orif.}}{\text{orif.}} \right) H \left\{ s_0 + l \left(-\frac{s_0}{2l} + \frac{1}{4i_{(a)}^{(v)}} + \frac{1}{4} + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{s_0^2}{l^2} + \frac{s_0}{l} + \frac{s_0}{i_{(a)}^{(v)} l} + \frac{1}{i_{(a)}^{(v)}}} \right) \right\}}}{\sqrt{s_0 + l}} \quad (13)$$

expression dans laquelle (coef. v.
 haut orif.) représente le coefficient (voir colonne 5, Table XIII) par lequel il faut multiplier la hauteur théorique H afin d'obtenir la hauteur due à la vitesse actuelle dans un orifice en mince paroi qui a le même diamètre que le tube cylindrique.

Comme conséquence de tout ceci, nous avons définitivement pour le coefficient de débit c ($c_{\text{cylin.}}^{\text{débit}}$) du tube cylindrique comparé au coefficient de débit égal à 1 pour l'orifice simple en mince paroi :

$$c_{\text{cylin.}}^{\text{débit.}} = \frac{v_{\text{cyl.}}}{v_{\text{orifice simple}}} = \frac{\sqrt{s_0 + l \left(-\frac{s_0}{2l} + \frac{1}{4i_{(s)}} + \frac{1}{4} + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{s_0^2}{l^2} + \frac{s_0}{l} + \frac{s_0}{i_{(s)}l} + \frac{1}{i_{(s)}}} \right)}}{\sqrt{s_0 + l}} \quad (14)$$

EXEMPLE 1.

En prenant un tube cylindrique, tel que représenté par la fig. 16, ayant 18 lignes (vienne mesure française) = 1.5985 pouces de diamètre, mais seulement 54 lignes = 4.7955 pouces de longueur, Venturi obtint sous une charge constante de 32.5 pouces français = 34.6476 pouces anglais, un débit ayant un rapport de 41 à 31, comparé avec celui qu'opérait sous la même charge, un orifice circulaire de même diamètre en mince paroi. * Un débit de 4 pieds cubes se fit dans le même temps, savoir, 31 secondes, alors que le tube avait 57 lignes au lieu de 54. †

Dans le cas de la veine photographiée, sortant, sous une charge d'environ 14 pouces, d'un orifice en mince paroi de 0.53 pouce de diamètre, je trouve que s_0 égalait à peu près 0.57 r , r étant le rayon de l'orifice. Donc, si nous supposons que s_0 varie à peu près en raison inverse du carré de la vitesse, nous pouvons mettre ici $s_0 = 0.57 r \left(\frac{\sqrt{14}}{\sqrt{34.64}} \right) =$ disons 0.45 $r =$ environ 4.00 lignes. Ensuite, nous pouvons supposer, en l'absence de données plus précises, que pour un diamètre de 1.5985 pouces et une charge de 34.64 pouces, $i_{(s)}$ a presque la même valeur que pour un

orifice de 0.4 pouce de diamètre, et une charge égale à $34.64 \times \left(\frac{0.40}{1.5985} \right) =$ environ 8.7 pouces; lorsque, d'après les expériences nos 15, 16, 17, 18 et 19 de la Table V, nous pouvons mettre approximativement $i_{(s)} = c_s^2 = 0.42$ en moyenne, sur la partie de la veine naturelle ayant 54 lignes ou 4.7955 pouces de long, qui correspond par sa position vis-à-vis de l'orifice et du réservoir, au tube cylindrique.

Substituant ces chiffres au lieu des symboles dans la dernière équation (14), on trouve par calcul que le rapport de vitesse $c_{\text{cylin.}}^{\text{débit.}} = \frac{v_{\text{cylin.}}}{v_{\text{orifice simple}}}$ est de 1.26, tandis que

par expérience directe il est égal à $\frac{41}{31} = 1.32$; donnant une différence en moins, de 5 par cent, dans la vitesse obtenue par le calcul.

Une petite fraction de cette différence peut provenir de la séparation des particules du fluide produite par l'attraction des parois du tube, et de l'action transversale de la gravité pendant le passage de chaque couche d'eau de l'extrémité O R du réservoir (Fig. 13) à l'autre extrémité S T du tube. Mais la plus grande partie doit tout probablement être attribuée au fait que les filets de la veine contractée naturelle ne sont pas répartis d'une manière uniforme et continue dans toute la section basale du

* Voir Recherches expérimentales sur les principes de la translation latérale du mouvement des fluides, appliquées à l'explication de divers phénomènes hydrauliques, pour le citoyen J. B. Venturi, traduites du français par W. Nicholson—seconde édition—Incluses dans le *Traité hydraulique* rédigé par Thos. Tredgold, page 134, Londres, imprimé pour Josiah Taylor, 1826.

† Voir page 136 exp. 6 du même ouvrage par Venturi.

cylind
près
dans
servi
tube
ayant

B
long
Comm
sous
débit
D
i=41,
et l pa
L
est pa
d'envi
C
1, à 8
transv
au bou

Je
Coeffi
M.R.I.
dans
ou san
le débi
renvoi
quelqu
A
1875, c

* Annal
et

cyindre, comme on l'a supposé, du moins, pour une longueur d'un diamètre à peu près au-delà de la face O R du réservoir. Les conditions actuelles de l'écoulement dans un tube simple semblent tenir le milieu entre les conditions théoriques qui ont servi de base aux calculs ci-dessus mentionnés, et ceux d'une veine s'écoulant par un tube divergent de la forme *orST* (Figs. 14 et 15) ajouté à une embouchure *or* O R ayant la forme de la veine naturelle contractée.

EXEMPLE 2.

Buff* a trouvé qu'avec un court tube cylindrique $\frac{3}{16}$ de pouce en diamètre et long de $\frac{1}{10}$ de pouce, le coefficient de débit était 0.861 sous une charge de $2\frac{1}{2}$ pouces. Comme le coefficient de débit à l'air d'un orifice simple du même diamètre que le tube, sous la même charge, peut être mis à environ 0.65, le rapport entre le pouvoir de débit du tube et celui de l'orifice simple en mince paroi, est $0.861 \div 0.650 = 1.3246$.

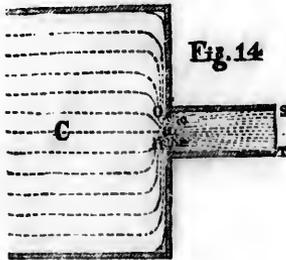
Dans ce cas nous pourrions prendre approximativement $s_0 = 0.9 r = 0.135$ pouce, et $i = 41$, ce qui, en remplaçant les symboles par leurs valeurs dans la formule ci-dessus, et l par 0.50 pouce, donne à peu près 1.23 comme valeur de ce rapport.

La différence entre les coefficients de vitesse résultant du calcul et de l'observation, est par conséquent 0.0946, qui indique dans le coefficient d'observation un déficit d'environ 8 par cent, dû aux causes que nous avons déjà décrites.

Cette augmentation dans la différence, de 5 pour cent qu'elle était dans l'exemple 1, à 8 pour cent dans celui-ci, doit, je suppose, être attribuée au plus grand effet transversal de la gravitation sur la veine cylindrique, pendant son passage du réservoir au bout du tube, avec la vitesse moindre générée par une hauteur d'eau de $2\frac{1}{2}$ pouces

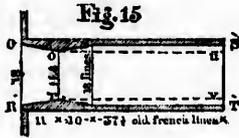
Je prends la liberté de reproduire ici en entier un chapitre tiré des "Tables, Coefficients et Formules d'Hydraulique," par John Neville, *écrit*. Ingénieur Civil, M.R.I.A., etc., etc. Ce chapitre est celui qui traite des conditions de l'écoulement, etc. dans des tubes cylindriques courts, avec une ouverture contractée par un diaphragme ou sans cette contraction; et dans lequel l'auteur suggère une méthode pour calculer le débit de cette sorte de tubes. Mon intention est de faciliter ainsi au lecteur les renvois à cet ouvrage, qu'il faudra faire à l'occasion des observations que je fais sur quelques propositions contenues dans ce chapitre.

Aux pages 160 à 164 du précieux ouvrage de M. Neville, 3ème édition, Londres 1875, on trouve ce qui suit:—

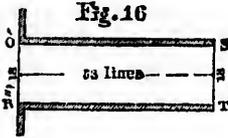


La veine contractée *or* est à peu près 0.8 du diamètre O R; mais on trouve cependant, que l'eau en passant par un tube court qui n'a pas moins d'un diamètre et demi de longueur, remplit en entier l'orifice d'écoulement S T. Ceci vient, en partie, de ce que la colonne d'eau qui s'écoule, entraîne avec elle et épuise la couche d'air qui se trouve entre elle et la paroi du tube. L'air extérieur alors, exerçant sa pression sur la colonne liquide, augmente le diamètre de celle-ci au point qu'elle remplit tout le tube. Une fois que l'eau se trouve en étroite proximité du tube, elle se trouve attirée, et y adhère avec une cer-

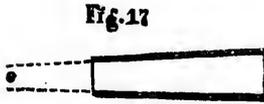
* Annalen der Physik und Chemie von Poggendorf, 1839, Band 46, page 243, ou "Tables, coefficients et formules d'hydraulique" par Neville, page 148. Troisième Édition. Londres, 1875.



taine force. Mais l'eau qui se trouve alors entre le tube et la *vena contracta*, semble être plutôt à l'état de remous que celui de courant, d'après les expériences de Venturi * avec le tube représenté dans la Fig. 15, qui donne le même débit que le tube cylindrique simple. (Fig. 16.)



où $O R = O R$, $O S = O S$, $S T = S T$. Si l'ouverture est resserrée par un diaphragme, comme en O R, Fig. 14, l'eau généralement remplira encore le tube, s'il est assez large. Les tubes cylindriques courts ne se remplissent pas quand l'écoulement se fait dans un



réservoir vidé d'air; mais les tubes divergents eux-mêmes se remplissent sous la pression atmosphérique, quand l'angle de divergence θ ne dépasse pas 7 ou 8 degrés, et que la longueur n'est ni trop grande, ni trop petite.

Quand on fixe un tube au fond ou dans le côté d'un vase, on trouve que le débit est celui qui est dû à la charge d'eau mesurée depuis la surface de l'eau jusqu'à l'extrémité inférieure du tube, ou celle par où s'écoule le liquide. Mais, pour cela, il faut que le tube soit assez long, et qu'il ne le soit pas trop, afin de pouvoir se remplir complètement. Guiljelmini, le premier, rapporta cet effet à la pression de l'atmosphère; mais la première simple explication du phénomène a été donnée par le Dr Mathew Young, dans les comptes-rendus de la "Royal Irish Academy," Vol. VII, page 56. Venturi donne aussi à ce sujet une démonstration, dans sa quatrième proposition.

Les valeurs des coefficients pour des tubes cylindriques courts, qui sont données (p. 156), ont été obtenues par le moyen d'expériences directes. Mais on peut obtenir, par le calcul, des coefficients qui s'accordent d'assez près avec ceux là, en les déduisant des coefficients de débit par un orifice en mince paroi, de la manière suivante: Que

* Venturi a trouvé (1) qu'un orifice O R pratiqué en mince paroi dans le côté d'un réservoir, ayant pour diamètre 18 lignes françaises (vienne mesure) = 1.5935 pouce anglais, dépensait 4 pieds français cubes = 4.8384 pieds cubes anglais en 41 secondes sous une charge de 32.5 pouces français = 34.6476 pouces anglais. (2) Il adapta à cet orifice l'embouchure conique O R o r, ayant les proportions indiquées dans la Fig. 15, et admettant presque la forme de la veine contractée naturelle, et avec la même charge, la même dépense d'eau se fit en 42 secondes. (3) En introduisant l'embouchure O o, r R (Fig. 15) seule dans le tube cylindrique, Fig. 15, comme le montre la Fig. 18, le même volume d'eau prit 32.5 secondes. (4) Il ajusta sur l'embouchure O o, r R, le tube o S S T T r (Fig. 15), et toutes les autres conditions demeurant les mêmes, l'écoulement dura seulement 31 secondes. (5) Il remplaça le tube composé O o S S T T r R O par le tube cylindrique simple, Fig. 16, ayant les mêmes dimensions, et l'écoulement de 4.8384 pieds se fit encore en



31 secondes. (6) Enfin, ayant modifié la partie o S T r o (probablement en arrondissant les angles à o et S) le temps nécessaire à l'écoulement, toujours de la même quantité d'eau (4.8384 pieds cubes) fut réduit à 30 secondes, la charge restant la même, viz: 34.6476 pouces.

C soit l'aire de la section qui approche de l'orifice (Fig 14), A, l'aire du tube court par où l'eau s'écoule, et a l'aire de l'orifice O R, par où l'eau passe du vase dans le tube; ensuite prenons comme ci-devant, h pour représenter la hauteur mesurée depuis la surface de l'eau jusqu'au centre du tube et du diaphragme O R; v pour la vitesse actuelle d'écoulement à S T; v_a pour la vitesse du mouvement à la section C vers le diaphragme O R; et c_c pour le coefficient de contraction en passant de O R en o r; alors $C \times v_a = A \times v$, la section contractée $o r = c_c \times a$, et par suite la vitesse à la section contractée est égale à $\frac{A v}{a c_c} = \frac{C v_a}{a c_c}$. Maintenant il faut une hauteur théorique

égale à $\frac{v^2 - v_a^2}{2g} = \frac{v^2 \left(1 - \frac{A^2}{C^2}\right)}{2g}$ pour changer la vitesse v_a en v, par l'action de la

gravité; mais comme l'eau à la section contractée o r, se mouvant avec une vitesse $\frac{A v}{a c_c}$, vient frapper l'eau qui se trouve entre elle et T S, laquelle, en vertu des conditions données, a une vitesse moindre* il se perd une partie de l'effet à cause de l'impact. Si l'on suppose l'impact subit, alors les auteurs de mécanique ont montré que la perte totale de force due à la charge est égale à la différence des vitesses $\frac{A v}{a c_c} - v$, avant et après l'impact.

Cette perte de force est donc égale à $\left(\frac{A}{a c_c} - 1\right)^2 v^2$ d'où il suit que la charge totale

$$(60) \quad h = \frac{\left(1 - \frac{A^2}{C^2}\right) v^2 + \left(\frac{A}{a c_c} - 1\right)^2 v^2}{2g}$$

D'où il suit que la vitesse d'écoulement d'un tube court se trouve être:

$$(61) \quad v = \sqrt{2gh} \left\{ \frac{1}{1 - \frac{A^2}{C^2} + \left(\frac{A}{a c_c} - 1\right)^2} \right\}^{\frac{1}{2}}$$

Maintenant puisque $\sqrt{2gh}$ serait la vitesse d'écoulement, si ce n'était des résis-

tances et de la perte de force, il est évident que $\left\{ \frac{1}{1 - \frac{A^2}{C^2} + \left(\frac{A}{a c_c} - 1\right)^2} \right\}^{\frac{1}{2}}$ devient, en

quelque sorte, le coefficient de vélocité. Quand le diamètre du diaphragme O R devient égal au diamètre S T du tube, $A = a$, et comme le coefficient de vitesse devient égal au coefficient de débit, quand il n'y a point de contraction, dans ce cas, ce coefficient que nous appellerons cof, s'exprime par la formule

$$(62) \quad \text{cof.} = \left\{ \frac{1}{1 - \frac{A^2}{C^2} + \left(\frac{1}{c_c} - 1\right)^2} \right\}^{\frac{1}{2}}$$

Si le diaphragme est placé dans un tube à perce uniforme, alors $C = A$ et

$$(62\frac{1}{2}) \quad \text{cof.} = \frac{1}{\frac{A}{a c_c} - 1} = \frac{c_c}{a - c_c}$$

*Vide la traduction, par Sir Robert Kane, de l'ouvrage de Rühlman sur les Roues Hydrauliques Horizontales, p. 49.

et la perte de vitesse due à la charge, en traversant le diaphragme, devient :

$$(62\frac{1}{2}) \quad n = \left(\frac{A}{ac_c} - 1 \right)^2 \times \frac{v^2}{2g}.$$

On voit par les équations que $\frac{A}{a}$ et c_c dépendent mutuellement l'un de l'autre, et qu'on ne peut pas leur attribuer une valeur arbitraire.

Quand la section approchant de l'orifice C est très grande comparée à la superficie A

$$(63) \quad \text{cof.} = \left\{ \frac{1}{1 + \left(\frac{1}{c_c} - 1 \right)^2} \right\}^{\frac{1}{2}}$$

Si $c_c = 0.64$, la dernière équation donne $\text{cof.} = 0.872$; si $c_c = 0.601$ $\text{cof.} = 0.833$; si $c_c = 0.617$ $\text{cof.} = 0.847$; et si $c_c = 0.621$ $\text{cof.} = 0.856$. Ces résultats sont plus grands que ceux que nous donnent les expériences directes avec des tubes cylindriques courts, coupés carrés aux extrémités et de perce uniforme. Mais comme il y a une certaine quantité de perte dans le remous entre or , (Fig. 14), et le tube, ainsi que par le frottement des parois—perte avec laquelle nous n'avons pas compté dans les calculs ci-dessus—elle suffit pour expliquer la différence entre le calcul et l'expérience qui d'ailleurs n'excède pas de 4 à 6 par cent. Si l'on suppose dans le calcul c_c égal à 0.590, alors $\text{cof.} = 0.821$; et comme ce résultat s'approche de très près de celui de l'expérience, on devrait donner cette valeur particulière à c_c toutes les fois que l'on emploie dans la pratique les formules précédentes, de (60) à (63). Mais dans cette question on ne saurait omettre de tenir compte de l'épaisseur du diaphragme et du rapport entre cette épaisseur et le diamètre, ainsi que de la forme de l'orifice a ."

REMARQUES.

Si l'on considère que la contraction naturelle d'une veine liquide qui sort d'un orifice simple, est détruite peu à peu dans le tube cylindrique, depuis un point situé entre l'orifice O R dans le réservoir et la section contractée or (Fig. 14) jusqu'au point où le tube commence à couler à plein, on ne peut pas, il me semble, considérer l'eau dans cette section contractée or comme frappant subitement la masse d'eau qui la sépare de la section TS au bout du tube, par conséquent la diminution de charge totale ne peut être exactement la quantité de pression correspondant à la différence entre la vitesse théorique totale due à la charge entière et la vitesse réelle du courant à son issue du tube.

Les courants qui sortent de tubes cylindriques courts dans l'atmosphère, entraînent invariablement une certaine quantité d'air, et afin que l'air puisse se mélanger avec l'eau, il faut que la pression absolue de la veine, au bout du tube, diffère de celle de l'atmosphère. Mais il ne faut pas croire pour cela que la présence d'air atmosphérique, ou de quelque autre gaz dans les tubes soit une condition essentielle, pour que ceux-ci puissent s'emplier, et que les dépenses résultantes augmentent en comparaison de celles qui se font par un orifice simple de même diamètre et sous les mêmes pressions hydrostatiques; l'air ou tout autre gaz, qui se trouve dans les tubes, aide sans doute à les faire se remplir, mais c'est tout.

Il ne paraît pas exact de dire que "des tubes cylindriques ne s'emplissent pas quand ils s'écoulent dans des récipients où on a fait le vide;" car M. Hachette assure avoir produit le phénomène des tuyaux supplémentaires, même avec ces récipients, dans le vide.* Le même savant a trouvé moyen d'obtenir une veine contractée transparente dans un tube cylindrique de 0.1332 pds. de diamètre, et 0.3117 pds. de long, percé près du centre et tout autour de son périmètre d'une douzaine de petits

* Voir Spon's Dictionary of Engineering, page 1,901."

trous; mais cette opération, paraît-il, est très délicate, et la moindre agitation produirait le contact, et par conséquent l'écoulement à plein tube.

Je n'ai vu aucune description détaillée des expériences de M. Hachette. Il serait intéressant de savoir quelle était la pression dans le tuyau cylindrique coulant à plein, disons, à une distance d'un demi-diamètre de l'orifice dans le réservoir, alors que la pression dans le réservoir récipient de la pompe pneumatique était presque o . Suivant la théorie de Daniel Bernouilli, que la pression qu'un fluide exerce contre les parois du tuyau dans lequel il coule, est égale à la charge, moins la hauteur due à la vitesse du courant, la pression absolue dans le tube de M. Hachette, près de l'endroit indiqué, doit, en de telles circonstances, avoir été moins que o , pourvu que la hauteur de la charge d'eau, dans l'expérience, excédât environ $1\frac{1}{2}$ fois la petite tension qu'on ne pouvait enlever du récipient,—c'est-à-dire, le pouvoir d'épuisement du courant doit avoir été plus grand que le moindre pouvoir d'aspiration capable de faire ce qu'on appelle le vide, viz, un espace libre de toute matière pondérable, l'air y compris. Or, l'état intérieur d'une telle veine doit avoir été différent, du moins quant à la tension absolue, de celui de cet espace libre de toute matière, que nous appelons le vide. La question est donc celle-ci: " De quelle manière l'augmentation du pouvoir d'épuisement d'une veine liquide qui touche les côtés d'un tuyau cylindrique, affecte-t-elle les conditions d'équilibre moléculaire de la substance, s'il en est une, qui remplit l'espace renfermé par un vase mis en communication avec le tube, après que toute matière pondérable, l'air y compris, en a été exclue.

Quoi qu'il en soit, je suis porté à croire que l'augmentation du débit, par les tubes cylindriques et divergents, est due à l'expansion de la veine produite par les propriétés d'adhésion et d'attraction des parois des tuyaux qui tendent à développer la veine et à modifier continuellement les rapports entre l'inertie et l'attraction ou cohésion des particules mobiles de matière pondérable, à mesure que l'aire sectionale de la veine s'élargit. Cette action tend à créer le vide absolu, et je ne vois pas que la pression atmosphérique soit requise pour réussir à produire cet état.

Venturi se trompait quand il voulait expliquer l'augmentation du débit par un excès de la pression atmosphérique sur la surface liquide du réservoir, viz: un excès provenant du vide qui tend à se former dans la partie du tube où la veine est la plus contractée; car le vide partiel produit dans tous les cas d'écoulement, par cette sorte de tuyau, n'est qu'un effet de la même cause qui augmente aussi le débit.

Le fait que le tube composé, (Fig. 15), sous une charge constante, dépense durant le même temps, le même volume de liquide qu'un tube cylindrique simple, (Fig. 16), joint au résultat qui montre qu'avec le tube modifié, le temps d'écoulement d'une même quantité d'eau, dans des conditions identiques, était un peu plus court—tous ces tubes étant d'un même diamètre aux extrémités et d'une même longueur dans le sens de l'axe—ne me paraît pas une preuve concluante que l'espace, entre l'enveloppe du premier tuyau (Fig. 15) et la veine contractée naturelle, ou *vena contracta*, est occupé par un remous qui cause, dans l'ensemble, une perte sensible de vitesse, dans la veine qui traverse ce tuyau.

Je pense qu'un tuyau cylindrique à surface bien lisse, par l'attraction graduelle que ses côtés exercent sur les filets liquides, tend à produire un effet équivalent à celui qui se produirait si on appliquait à l'orifice $O'R$, (Fig. 15) un tube, dont la longueur totale OS ne dépasserait pas celle du cylindre, et qui serait composé d'une embouchure conoïdale divergente ayant un débit maximum. Depuis, ce tube diminue les chances d'opposition mutuelle des molécules, et facilite le passage de la veine conoïdale trop convergente qui sort d'un orifice à forme effilée, tout autant, sinon plus que le remous d'eau, qui occupe le tuyau, ne peut le nuire. Tout étant considéré, au lieu d'être plus lent dans le tube cylindrique, le mouvement des filets liquides qui traversent l'espace conoïdal avec la veine contractée horizontale, est tout aussi rapide que celui des filets correspondants de la veine contractée naturelle, indépendamment de toute addition d'accélération due à l'expansion de la veine vers les parois du tube. Au lieu donc de dépasser les valeurs expérimentales, d'environ 4 à 6 pour cent, les valeurs calculées de cof (tirées de l'équation 63), devraient leur être inférieures dans à peu près la même proportion.

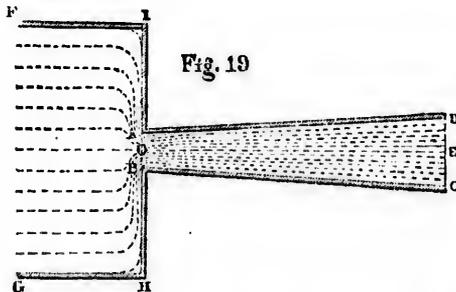
Lorsque M. Neville dit : " *Quand on fixe un tube au fond ou dans le côté d'un réservoir, on trouve que le débit est celui qui est dû à la hauteur de la charge d'eau mesurée depuis la surface de l'eau jusqu'à l'extrémité inférieure du tube, ou celle par où s'écoule le liquide*" il veut sans doute parler d'un tube cylindrique adapté à une embouchure convergente conoïde ayant la forme de la veine contractée, car il cite la quatrième proposition de Venturi comme preuve de l'exactitude de cette loi.

Les vitesses, à l'extrémité inférieure de ces tubes, ajustés à des embouchures conoïdes convergentes, s'accordent passablement avec celles qu'auraient acquises des corps solides tombant à travers un espace égal dans chaque cas à la hauteur mesurée depuis le niveau de l'eau jusqu'au bas du tuyau. Ces coïncidences, à mon avis, n'ont pas plus le caractère de loi fondamentale qu'on veut leur donner, que cette autre prétendue loi hydraulique, tout aussi, sinon plus généralement acceptée :—"la vitesse d'un fluide à son issue d'un orifice, pratiqué dans le fond, le côté ou le sommet d'un réservoir, est égale à celle d'un corps pesant s'il tombait librement d'une hauteur égale à celle qui se trouve entre la surface du liquide dans le réservoir et le centre de l'orifice." Or, le célèbre Lorgna a démontré d'une manière concluante que les faits et les vérités fournis, par l'investigation scientifique bien dirigée, ne permettent pas de regarder cette dernière indication expérimentale comme une loi naturelle. *

Les auteurs modernes, en général, quand ils cherchent à démontrer théoriquement la loi que nous venons d'énoncer, écartent, sans paraître en avoir le moindre scrupule, toutes les difficultés qui se trouvent sur leur route. Ils se font, à leur fantaisie, des réservoirs dont les côtés convergent vers l'orifice d'écoulement afin, disent-ils, que le parallélisme des tranches mobiles de liquide pris perpendiculairement à l'axe de la veine, puisse être considéré comme parfaitement réalisé. Mais il est clair que tout ceci équivaut à laisser, entièrement hors de question, la veine contractée, qui demeure toujours, quoi qu'ils en disent, une difficulté sans solution.

DÉBIT PAR DES AJUTAGES OU TUBES DIVERGENTS.

1. TUBES A B C D A, APPLIQUÉS DIRECTEMENT À LA PAROI D'UN RÉSERVOIR, SANS L'INTERVENTION D'UNE EMOUCHURE CONOÏDE, QUI AIT LA FORME DE LA VEINE CONTRACTÉE NATURELLE.



Si après avoir fait abstraction de la gravité en dehors du réservoir F G H I (Fig. 19) on suppose de plus, comme on l'a fait dans le cas des tuyaux cylindriques, que les filets fluides d'une veine contractée naturelle sortant d'un orifice A O B, sont répartis d'une manière uniforme et continue dans toute la section transversale du tube divergent A B C D, fixé à l'orifice A B dans le réservoir à tous les points de leur trajet dans le sens de l'axe O E tel qu'indiqué par la fig. 19, bien que cette hypo-

thèse s'éloigne peut-être un peu davantage des conditions réelles de l'écoulement par les tubes divergents, non munis d'embouchures conoïdes, que de celles des tuyaux cylindriques,—on pourra déterminer comme suit le coefficient d'écoulement ou de débit propre à un tube divergent tel que A B C D, c'est-à-dire le rapport de ce débit à celui que fournirait pendant le même temps et sous la même charge, un orifice A O B en mince paroi.

Dans ce cas-ci, comme dans celui des tubes cylindriques simples adaptés directement à la paroi du réservoir, le rapport variable entre les vitesses dues respectivement

* Voir dans l'appendice, les deux premiers chapitres de sa "Théorie Physico-mathématique sur le mouvement des liquides sortant des orifices dans les réservoirs."

aux forces f_{orif} et f_{cont} dans la veine contractée naturelle, se transforme sans cesse par l'intervention de l'attraction capillaire des côtés du tube; la force f_{orif} augmentant non-seulement dans les tubes absolument divergents, mais aussi par les tuyaux qui convergent moins que l'embouchure affectant la forme de la veine contractée naturelle—et la force f_{cont} se modifiant en même temps en sens contraire.

Si donc la force f_{orif} se change en $j f_{\text{cont}}$, j étant un nombre positif quelconque au-dessus de l'unité—considérant que la somme totale de momentum que peuvent développer, dans un élément de la masse, deux forces quelconques pendant une unité de temps, ou une autre période de temps déterminée, doit demeurer constante, tant que rien n'est ajouté à, ou soustrait de, la somme des forces—l'expression.

$$\frac{\sqrt{i_{(y)} s_0 + x}}{\sqrt{i_{(y)} s_0 + i_{(y)} x}}$$

qui représente, d'une manière générale, en termes de x la vitesse proportionnelle v_p , ou rapport des vitesses de mouvement dues aux deux forces f_{cont} et f_{orif} à un point quelconque des veines contractées horizontales naturelles, ou faisant abstraction de l'action de la gravité hors du réservoir, en termes de l'abscisse x —devient dans le tube divergent :

$$\frac{\sqrt{i_{(y)} s_0 + x} + \sqrt{i_{(y)} s_0 + i_{(y)} x} - \sqrt{i_{(y)} s_0 + i_{(y)} j x}}{\sqrt{i_{(y)} s_0 + i_{(y)} j x}}$$

Mais ici cette fraction n'est pas uniformément égale à l'unité, comme pour les tuyaux cylindriques.

Dans tous les tuyaux en général, toutes choses égales d'ailleurs, les vitesses proportionnelles (non pas actuelles) ou les rapports des vitesses v_p du fluide en mouvement, varient évidemment, en suivant l'axe, en raison inverse des aires πy^2 de leurs

sections circulaires, c'est-à-dire comme $\frac{1}{y^2}$ de sorte que $\frac{v_p}{v'_p} = \frac{y'^2}{y^2}$; ou v_p est le

rapport de vitesse correspondant à l'ordonnée y , et v'_p est l'ordonnée y' .

Mais quand la longueur $OE = x$ du tube $ABCD$ est réduite à o , c'est-à-dire, quand le tube est enlevé, et que le fluide passe simplement par l'orifice $A O B$, nous avons pour la vitesse proportionnelle, ou rapport des vitesses

$$v_p = \frac{\sqrt{i_{(y)} s_0 + o} + \sqrt{i_{(y)} s_0 + i_{(y)} o} - \sqrt{i_{(y)} s_0 + i_{(y)} j o}}{\sqrt{i_{(y)} s_0 + i_{(y)} j o}} = 1 \quad (15)$$

Ensuite dans les tubes coniques tels que $ABCD$, $y^2 = (r + mx)^2$, où r représente le rayon de la petite base et m la tangente de la moitié de l'angle de divergence des côtés $A D$, $B C$, du tube. La relation des quantités se trouve donc représentée comme suit :

$$\frac{\sqrt{i_{(y)} s_0 + x} + \sqrt{i_{(y)} s_0 + i_{(y)} x} - \sqrt{i_{(y)} s_0 + i_{(y)} j x}}{\sqrt{i_{(y)} s_0 + i_{(y)} j x}} = \frac{1}{\frac{y^2}{r^2}} = \frac{r^2}{y^2} = \frac{r^2}{(r + mx)^2} \quad (16)$$

par consé- $\sqrt{i_{(c)} s_0 + i_{(c)} j x} \left\{ 1 + \frac{r}{(r + mx)^2} \right\} = \sqrt{i_{(c)} s_0 + x} + \sqrt{i_{(c)} s_0 + i_{(c)} x}$

et :

$$j = \frac{2i_{(c)} s_0 + x + i_{(c)} x + 2 \sqrt{i_{(c)}^2 s_0^2 + i_{(c)} s_0 x + x^2} + i_{(c)} s_0 + i_{(c)} x - i_{(c)} s_0 \left(1 + \frac{r}{(r + mx)^2} \right)}{i_{(c)} x \left\{ 1 + \frac{r^2}{(r + mx)^2} \right\}} \quad (17)$$

Donc en substituant dans l'expression $\frac{\sqrt{i_{(c)} s_0 + i_{(c)} j x}}{\sqrt{i_{(c)} s_0 + i_{(c)} x}}$ qui représente, comme nous

l'avons expliqué pour le tuyau cylindrique, le rapport entre le nombre absolu de molécules liquides passant le plan de l'orifice A O B, en mince paroi, pendant un temps donné, et celui qui s'écoule à la base correspondante A O B d'un tube quelconque d'une longueur égale à x , pendant le même temps—en substituant, dis-je, dans cette expression, au lieu du symbole, la valeur de j en termes de x que nous venons de déduire, nous avons pour la vitesse $v_{\text{div.}}^{\text{AOB}}$ dans la petite base A O B, de tout tube conique

divergent A B C D, de largeur O E = l , fixé directement au côté du réservoir, à savoir sans embouchure contractée :

$$\left(\begin{array}{l} \text{vit.} \\ \text{petite} \\ \text{base} \\ \text{simple} \\ \text{con.} \\ \text{div.} \end{array} \right) = \sqrt{\frac{2g \left(\begin{array}{l} \text{coeff.} \\ \text{haut} \\ \text{vit.} \\ \text{orif.} \\ \text{éga l} \\ \text{petite} \\ \text{base} \end{array} \right) \left[\frac{2i_{(c)} s_0 + l + i_{(c)} l + 2 \sqrt{i_{(c)}^2 s_0^2 + i_{(c)} s_0 l + l^2} + i_{(c)} s_0 + i_{(c)} l^2}{\left(1 + \frac{r^2}{(r + ml)^2} \right)^2} \right]}{i_{(c)} s_0 + i_{(c)} l}} \quad (18)$$

Appliquons maintenant cette formule à déterminer les vitesses à la base adjacente au réservoir, de quelques-uns des tubes coniques divergents employés dans les expériences, et nous pourrons ainsi comparer les rapports, entre la vitesse dans un orifice simple, en mince paroi, et celle à la petite base d'un tube, tels qu'obtenus d'un côté par le calcul, de l'autre par l'expérience.

EXEMPLE.

En adaptant directement au côté du réservoir un tube divergent sans embouchure contractée à l'intérieur et dont la longueur, O E = $l = 9.2124$ pouces, était neuf fois son diamètre A B = $2r = 1.0236$ pouces à la petite extrémité, l'inclinaison de ses côtés A D, B C, étant 5°-6' et le diamètre de la grande base D C = $2(r + ml) = 1.8441$ pouces, Eytelwein trouva qu'avec une charge constante de 2.3642 pds. = 28.37 pouces, le coefficient de débit pour la base A B, était 1.18, le débit théorique étant 1.

Nous pouvons ici, comme nous l'avons fait dans d'autres cas, supposer sans danger d'erreur notable, que s_0 varie en raison inverse de la racine carrée de la vitesse—consé- quemment, puisque pour 14 pouces de charge j'ai trouvé que s_0 égalait entre 0.54 et 0.57 r , nous avons pour une charge de 28.37 pouces :

$$s_0 = 0.57 r \sqrt{\frac{14}{28.37}} = 0.2917 \times \frac{1.934}{2.308} = \text{environ, } 0.25 \text{ pouces.}$$

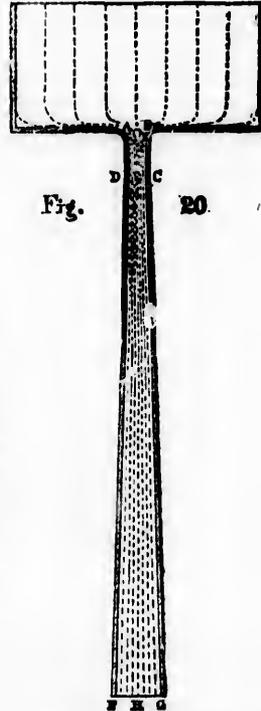
De plus, en prenant pour guide les résultats rapportés dans les tables V et XIII, nous pouvons approximativement mettre $i(\zeta) = 0.43$, et aussi $c \begin{pmatrix} \text{haut} \\ \text{vit} \\ \text{orif} \\ \text{A O B} \end{pmatrix} = 0.630 = 0.3969$.

Substituant ces valeurs aux symboles dans l'équation (18), nous obtenons 1.21 comme coefficient de débit à la base A O B, en traversant le tube A B C D, au lieu de 1.18 trouvé par Kytelvein.

N.B.—J'appliquai directement au fond horizontal de mon réservoir circulaire, c'est-à-dire sans l'intervention d'une embouchure conoïde convergente, un tube conique divergent en cuivre jaune, ayant douze pouces ou près de 29 diamètres en longueur ; dont la moindre base avait 0.422 pouce diamètre et l'autre 1.333 pouces, l'angle total de divergence des côtés se trouvant être ainsi $4^\circ 22'$, et je trouvai que le coefficient de débit sous l'eau, était en moyenne 1.12 dans la moindre base du tube, avec une charge actuelle, ou différence de niveau entre les surfaces d'eau dans les réservoirs d'alimentation et de décharge, de 1.30 pouces, contre un débit théorique de 1—et 1.723 comparé au débit actuel sous l'eau, d'un orifice en mince paroi.

Je ne suis pas certain cependant que ce tube ait son effet propre sur toute sa longueur ; défaut qui rendrait la partie inférieure plutôt un obstacle qu'autre chose au passage de l'eau.

2° TUYAUX CG EG FIXÉS À LA PETITE BASE D C, DE L'EMBOUCHURE CONOÏDE A B C D, CONSTRUITE À PEU PRÈS DE LA FORME DE LA VEINE NATURELLE CONTRACTÉE.

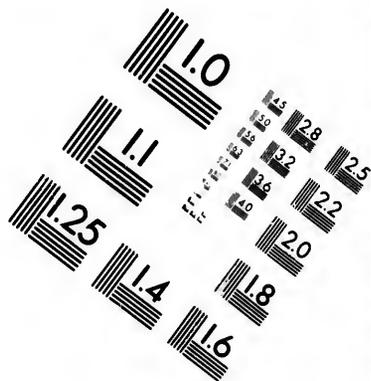
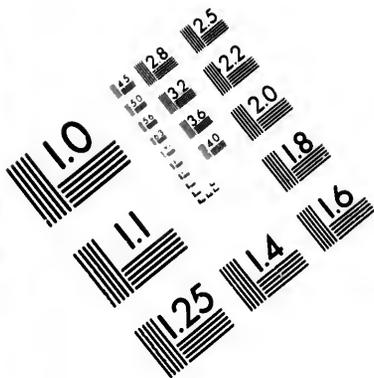


Ici l'expression $\frac{\sqrt{i(\zeta) s_0 + x}}{\sqrt{i(\zeta) s_0 + i(\zeta) x}}$ qui, comme

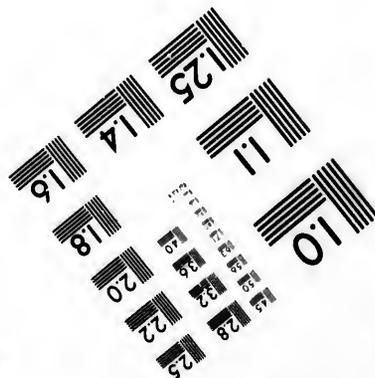
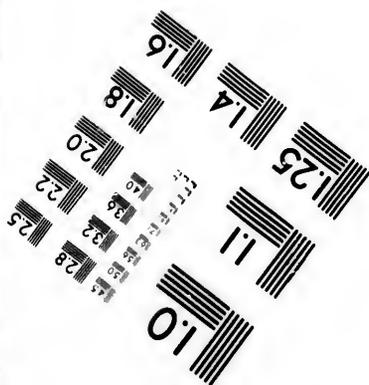
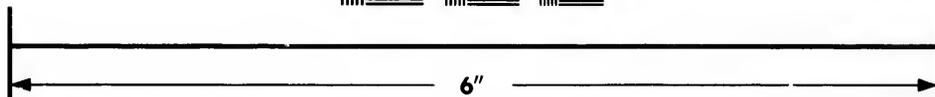
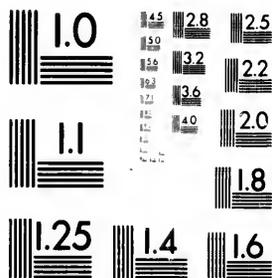
on l'a montré, indique correctement en termes généraux le rapport de la vitesse ou mouvement propre à tout point de l'axe de la veine naturelle contractée, soustraite mentalement à l'action de la gravité à sa sortie du réservoir, à celle qu'a le liquide à l'orifice A O B, devient—en vertu de l'action capillaire des côtés de l'enveloppe tubulaire, mais seulement après que cette veine naturelle A B C D, a décrit une partie de sa trajectoire $x = O E$ (Fig. 20), transformée en cette autre expression :

$$\frac{\sqrt{i(\zeta) s_0 + x + x'} + \sqrt{i(\zeta) s_0 + i(\zeta) x + i(\zeta) x'} - \sqrt{i(\zeta) s_0 + i(\zeta) x + i(\zeta) jx'}}{\sqrt{i(\zeta) s_0 + i(\zeta) x + i(\zeta) jx'}}$$





**IMAGE EVALUATION
TEST TARGET (MT-3)**



**Photographic
Sciences
Corporation**

23 WEST MAIN STREET
WEBSTER, N.Y. 14580
(716) 872-4503

1.5
2.0
2.5
3.2
4.0
5.0
6.3
8.0
10
12.5
16
20
25
32
40
50
63
80
100

1.5
2.0
2.5
3.2
4.0
5.0
6.3
8.0
10
12.5
16
20
25
32
40
50
63
80
100

où x' représente E H, la longueur du tube divergent. Maintenant, considérant que quand la longueur x' du tube divergent est réduite à 0, viz : quand le tube est enlevé et que l'eau ne passe plus que par l'embouchure A B O D, la vitesse proportionnelle ou rapport des vitesses est simplement, comme démontré plus haut, égale à

$$\frac{\sqrt{i(\zeta) s_0 + x}}{\sqrt{i(\zeta) s_0 + i(\zeta) x}}$$

et de plus, comme les rapports de vitesses correspondant à deux sections quelconques D C et F G du tube composé A B G F, doivent varier en raison inverse des carrés de leurs diamètres ou rayons, nous avons la relation qui suit :

$$\frac{\sqrt{i(\zeta) s_0 + x + x'} + \sqrt{i(\zeta) s_0 + i(\zeta) x + i(\zeta) x'} - \sqrt{i(\zeta) s_0 + i(\zeta) x + i(\zeta) j x'}}{\sqrt{i(\zeta) s_0 + i(\zeta) x + i(\zeta) j x'}} = \frac{\sqrt{i(\zeta) s_0 + x}}{\sqrt{i(\zeta) s_0 + i(\zeta) x}} = \frac{D E^2}{F H^2} = \frac{r'^2}{(r' + m x')^2} \quad (19)$$

où r' représente D E, et m la tangente de la moitié de l'angle inclus entre les côtés D F et C G ; d'où nous déduisons :

$$j = \frac{\left\{ \sqrt{i(\zeta) s_0 + x + x'} + \sqrt{i(\zeta) s_0 + i(\zeta) x + i(\zeta) x'} \right\} \left\{ s_0 + x \right\}}{x' \left\{ \sqrt{i(\zeta) s_0 + i(\zeta) x} + \left(\sqrt{i(\zeta) s_0 + x} \right) \left(\frac{r'^2}{(r' + m x')^2} \right) \right\}^2} - \frac{s_0 + x}{x'} \quad (20)$$

Si maintenant nous substituons au symbole j sa valeur dans l'expression :

$$\frac{\sqrt{i(\zeta) s_0 + i(\zeta) x + i(\zeta) j x'}}{\sqrt{i(\zeta) s_0 + i(\zeta) x + i(\zeta) x'}}$$

qui, comme je l'ai expliqué plus haut, représente le rapport entre le nombre absolu de particules fluides, regardées comme molécules solides, qui passe dans une unité de temps par l'orifice en mince paroi A O B, aussi bien que par la section contractée maxima D E C, et le nombre de particules qui coulent, dans les mêmes conditions et pendant le même temps, par les bases correspondantes A O B et D E C du tube composé A B C G F D A, nous avons pour la vitesse dans la petite base D E C de ce tube

$$\left(\begin{array}{l} \text{vit} \\ \text{petite} \\ \text{base} \\ \text{tube} \\ \text{div.} \\ \text{avec} \\ \text{embou-} \\ \text{chure.} \end{array} \right) = \sqrt{2gH \left\{ \frac{\left\{ \sqrt{i(\zeta) s_0 + x + x'} + \sqrt{i(\zeta) s_0 + i(\zeta) x + i(\zeta) x'} \right\}^2 \left\{ s_0 + x \right\}}{\left\{ \sqrt{i(\zeta) s_0 + i(\zeta) x} + \left(\sqrt{i(\zeta) s_0 + x} \right) \left(\frac{r'^2}{(r' + m x')^2} \right) \right\}^2} \right\}} \times \left(\begin{array}{l} \text{coeff.} \\ \text{vit} \\ \text{vaine} \\ \text{contract} \\ \text{naturelle} \\ \text{so D E} \end{array} \right) \times \left(\begin{array}{l} \text{coeff.} \\ \text{vit} \\ \text{orif} \\ \text{D E C} \\ \text{embou-} \\ \text{chure.} \end{array} \right) \quad (21)$$

H indiquant la hauteur d'eau totale sur l'orifice A O B, et g l'accélération de la gravitation.

EXEMPLE 1.

J'appliquai au fond de mon réservoir circulaire de 4 pouces environ de diamètre, une embouchure conoïde A B C D (Fig. 20) ayant à peu de chose près la forme de la veine contractée sortant d'un orifice en mince paroi de 0.4 pouce de diamètre. A la moindre base C D de cette embouchure, où le diamètre n'était que de 0.313 pouce, j'ajoutai un tube divergent conique C D F G, dont la longueur $x' = 9.96$ pouces, dans le sens de l'axe E H le diamètre du petit bout C D = 0.319, et celui du gros bout F G = 0.892, donnant ainsi un angle de divergence de $3^{\circ} 18'$ entre les côtés C D F G; mais cependant, à cause de la légère différence de 0.003 pouce entre le diamètre C D de la petite base de l'embouchure et celui de la base correspondante du tube divergent qui y était adapté, l'angle de divergence entre la base C D de l'embouchure, et celle F G du tube était en réalité $3^{\circ} 20'$.

En trois expériences, sous des charges de 13.5 et 15.1 pouces, je trouvai la moyenne du coefficient de débit sous l'eau dans ce tuyau égale à 2.028 à la base C D; tandis que avec les mêmes charges, le coefficient correspondant de débit à l'embouchure A B C D employée seule et submergée n'était que 0.975 en moyenne, pour une charge égale, disons, à $(2.028) \times 14$ pouces = 58 pouces, ce qui démontre clairement que le pouvoir d'épuisement du tube composé A B D G F C A, était 2.08 plus grand que celui de l'embouchure seule.

Dans ce cas-ci, A O = $r = 0.2$ pouce, D E = $r' = 0.1565$ pouce, O E = $x = 1.00$ pouce, E H = $x' = 9.96$ pouces, F H = $r' + mx' = 0.446$ pouce, $m =$ tangente de $1^{\circ} 40' = 0.029097$.

On peut prendre approximativement s_0 égal à $0.56r = 0.112$, ou se fondant sur sa valeur dans d'autres cas, et en jetant les yeux sur les Tables I, II, V, on verra que

l'on peut prendre $i(\gamma) = 0.41$ et 0.975 pour $\left(\begin{array}{c} \text{coeff.} \\ \text{vit.} \\ \text{orif.} \\ \text{D E C} \\ \text{embou-} \\ \text{chure} \end{array} \right)$, rapport entre la vitesse théorique

due à la charge H, et la vitesse réelle à l'orifice D E C, de l'embouchure contractée,

sous une charge de 55 à 60 pouces; et aussi $\left(\begin{array}{c} \text{coeff.} \\ \text{vit.} \\ \text{veine} \\ \text{contract-} \\ \text{naturel} \\ \text{en D E,} \end{array} \right) = 1$, à peu près.

Substituant ces chiffres à leurs symboles respectifs dans la dernière équation et divisant par $2g H$, on trouve par calcul 1.973 pour le coefficient de débit ou de vitesse à la base D E C, au lieu de 2.028, donné par l'expérience.

Le désaccord entre ces deux résultats vient probablement de l'inexactitude inévitable de quelques-uns des facteurs du calcul; et en partie aussi de l'état de désagrégation et de moindre opposition qu'offrent les particules fluides dans cette sorte de tube, comparé à ce qui a lieu dans la veine contractée naturelle qui sort d'un orifice en mince paroi. De plus le profil de l'embouchure différait un peu de celui de la veine naturelle contractée sous une pression uniforme ou en plein air, car l'embouchure convergait un peu plus que la veine.

EXEMPLE 2.

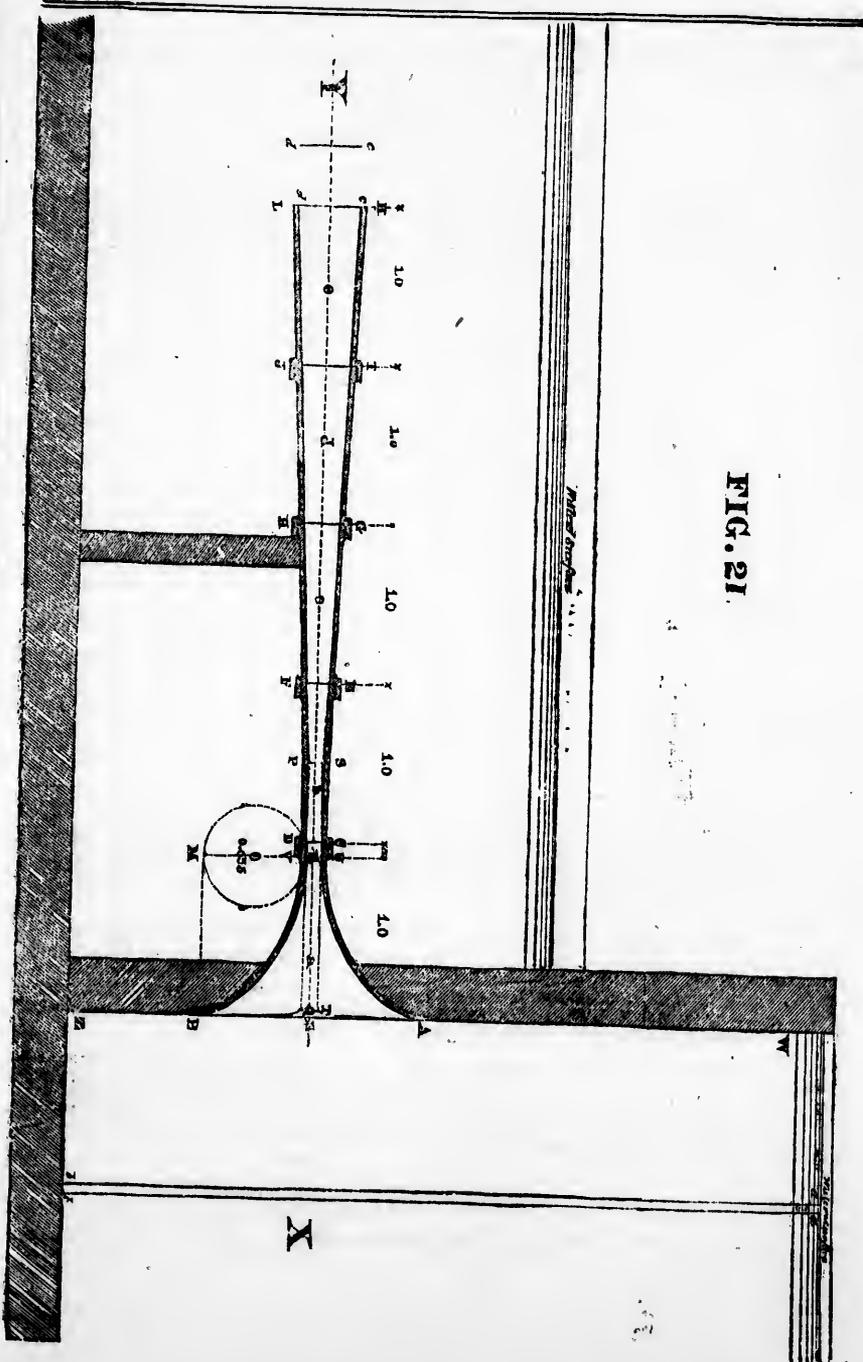
Détermination théorique du rapport de la vitesse à la petite base d'un tuyau divergent avec embouchure cycloïdale étudié expérimentalement, en 1853, à Lowell, Mass., par M. J. B. Francis, à celle qui est due théoriquement à la charge.

M. Francis, le célèbre hydrauliste américain, adapta à la paroi verticale W Z d'un réservoir, une embouchure conoïde ayant un pied de longueur, de N à R, formée par la révolution d'un semi-cycloïde A U, engendré par un point U, dans un cercle O, du diamètre de 0.635 pied, roulant sur la base A M, ainsi que décrit dans la Fig. 21,

10—5½*

avec une prolongation cylindrique U C D V, ayant 0.1 pouce de longueur entre U et C, et un diamètre de 0.1017 entre ces deux points. A cette embouchure complexe il ajouta, dans une position horizontale un tuyau de fonte divergent C D L K, formé de quatre pièces b c d e, longue d'un pied chacune, vissées ensemble et polies à l'intérieur à l'émeri, sur un mandrin, sans être cependant parfaitement lisses. Ce tuyau, en forme de cône tronqué, avait 0.1454 pied de largeur en E F, et 0.4085 à K L, et 5° (1) d'angle entre ses côtés E K, F L, et s'unissait à la partie cylindrique U C D V, de l'embouchure, au moyen d'un arc de cercle de 22.69 pds de rayon, touchant et le cône tronqué E K L F à son prolongement et le cylindre U C D V. Bien que débouchant sous l'eau le tuyau n'était effectif que pour les premiers 3 pieds, viz : jusqu'en I J, ou plus correctement pour une longueur intermédiaire entre 3 et 4 pieds.

r entre U et
 complexe il
 K, formé de
 es à l'inté-
 Ce tuyau,
 KL, et 5° (i)
 JODV, de
 at et le cône
 débonchant
 u'en I J, ou



Nous donnons dans la table suivante une série de résultats caractéristiques extraits de la Table XXVII, à la page 221, des expériences hydrauliques à Lowell, 3ème édition, 1871.

TABLE XVII $\frac{1}{2}$.

Nos des expériences.	Orifice en mince paroi et partie du tube composé employé. Voir fig. 21.	Diamètre de la section d'écoulement. Voir fig. 21.		Différence de niveau entre le réservoir d'alimentation et le récipient, ou charge effective H produisant le débit.	Rapports maximum des vitesses à la plus petite section, aux vitesses dues à la charge.
		Pieds.	Pieds.		
94	Orifice.	0.1017	0.0918	0.5642	
96	"	0.1017	0.4835	0.5797	
99	"	0.1017	1.0242	0.5915	
97	"	0.1017	1.4987	0.5928	
2	a	CD = 0.1018	0.0340	0.8183	
6	"	" — "	0.2300	0.8628	
11	"	" — "	0.6590	0.9367	
18	"	" — "	1.5158	0.9439	
37	a b	EF = 0.1454	0.8544	1.5919	
49	a b c	GH = 0.2339	1.0999	2.1643	
62	a b c d	I J = 0.3209	1.1772	2.4308	
78	a b c d e	KL = 0.4085	1.2823	2.4213	

Après avoir tiré diverses conclusions des résultats de ses 101 expériences sur le débit sous eau, du tuyau divergent et de l'embouchure que nous venons de décrire; M. Francis discute, dans les pages 126, 127, 128 de son ouvrage, l'application de la théorie de Bernouilli, en opposition aux coefficients considérables d'écoulement ou de vitesse qu'il avait lui-même obtenus :

" Suivant la théorie de Bernouilli, la vitesse de l'eau à son écoulement définitif du tuyau devrait être celle qui est due à la charge; * dans l'expérience 62 cette vitesse

* Appelons A l'aire de la section, et V la vitesse de l'eau en a b (Fig. 21), B l'aire de la section et v la vitesse en cd; h = la hauteur d'eau, ou différence de niveau de l'eau dans les compartiments X et Y. Une fois que le mouvement est devenu permanent, nous avons :

$$AV = Bv.$$

Le volume d'eau renfermé entre les sections a b et c d pendant la courte période de temps t sera transporté en a' b' e' d'; le volume compris entre les sections a' b' et c' d' est commun aux deux positions, chaque particule de l'un ayant son homologue dans l'autre, tant en position qu'en vitesse. Pour trouver le changement de force vive dans les deux positions, nous n'avons à considérer que les volumes a a' b b' et c c' d d'. Ces volumes sont égaux, et si l'on assume que l'eau est pure et à sa densité maxima, le poids de chacun est 62.382 A V t lbs.

$$\text{La force vive du volume } a a' b b' \text{ est } \frac{62.382 A V t}{g} V^2$$

$$\text{" " " } c c' d d' \text{ est } \frac{62.382 A V t}{g} v^2$$

$$\text{L'augmentation de force vive en passant d'une position à l'autre étant } \frac{62.382}{g} AVt (v^2 - V^2) \quad (1)$$

est
rais
être
(0-
0-
dive
(9-9
asse
est c
poss
que
(ajou
secti
plus
les n
d'épu
gran
théor
dans
supp
quar
Il es
chan
diver
obser
car c
d'oxy
avaie
Bern
ralen
les p
de l'e
paroi
centr
et a t
vites
des v
C
tombar
D
par
L
d'ou n
S
†
voir d'e
comme
†
Paris, 1

est 8-7018 pieds par seconde ; la vitesse à d'autres points du tube composé serait en raison inverse du carré des diamètres ; à la plus petite section C D, la vitesse doit être plus grande qu'à la section de dernier écoulement G H, dans le rapport de 1 à

$$\left(\frac{0.3209}{0.1018}\right)^2 = 9.9367. \text{ Pour donner cette vitesse à la plus petite section sans le tube}$$

divergent, il faudrait augmenter la hauteur d'eau effective de 1.1772 pieds à 1.7772 \times (9.9367)² = 116.24, — augmentation de 115.06 pds ; si la pression de l'atmosphère était assez grande, elle serait à ce point rendue active. La pression totale de l'atmosphère est ordinairement environ 34 pds., et cette hauteur est la limite de son activité possible. Faisant abstraction des effets de l'évaporation qui doit se produire aussitôt que le pouvoir d'épuisement du tuyau divergent surpasse la pression de l'atmosphère (ajoutée à la pression causée par la hauteur d'eau actuelle au-dessus de la plus petite section), les interruptions qui se produisent dans le liquide dans le tube composé, à la plus petite section ou tout auprès, et l'écoulement par la plus petite section, seront les mêmes que si la décharge s'opérait dans le vide. Dans l'expérience 62, le pouvoir d'épuisement du tube divergent, suivant la théorie de Bernouilli, est trois fois plus grand que la pression (absolue) actuelle à la plus petite section, et si, d'après la théorie, il avait produit son plein effet, ou même le tiers de cet effet, des interruptions dans la masse d'eau, auprès de la plus petite section, ont dû se produire. †

“ Le rapport de la vitesse actuelle de l'eau à son issue finale, à la vitesse que lui suppose la théorie de Bernouilli, est 0.2446, dans l'expérience 62^{ème}, ou environ un quart de la vitesse due à la charge ; indiquant une perte de force vive d'environ $\frac{1}{4}$. Il est difficile de voir comment toute cette force peut se perdre. Il n'y a aucun changement brusque de vitesse, et la surface interne de l'embouchure et du tuyau divergent est lisse, et sans aucune irrégularité sensible. La légère oxydation qu'on observe, après quelques expériences, ne semble avoir produit aucune perte sensible ; car dans l'expérience 62 qui a donné le plus grand résultat, il y avait beaucoup d'oxydation ; tandis que d'autres expériences qui ont donné un moindre chiffre n'en avaient point du tout.”

“ La principale différence entre l'hypothèse sur laquelle est fondée la théorie de Bernouilli, et les conditions réelles du mouvement, semble se trouver dans l'action ralentissante des parois du tube. Suivant l'hypothèse, la vitesse est la même à tous les points de la même section ; la formule bien connue de Prony pour le mouvement de l'eau dans les tuyaux est basée sur l'idée que le principal retard provient des parois ; d'où il suit que la vitesse doit être la moindre aux côtés et la plus grande au centre. Darcy † a fait plusieurs expériences sur ce sujet, au moyen du tube de Pitot, et a trouvé que dans les longs tuyaux droits il y avait une différence notable dans les vitesses suivant les distances du centre, et détermina une formule exprimant la loi des variations. Il serait peu sûr d'appliquer cette formule aux expériences qui nous

Cette augmentation de force vive est produite par l'action de la gravité sur le volume d'eau $A V t$ tombant de la hauteur h , ce qui équivaut au montant de travail représenté par

$$62.382 A V t h. \quad (2)$$

D'après la doctrine des forces vives, la force vive (1) équivaut à la quantité de travail représentée par

$$\frac{62.382 A V t}{2g} (v^2 - V^2) \quad (3)$$

La quantité de travail dans (2) et (3) doit être égale ; nous avons donc :

$$62.382 A V t h = \frac{62.382 A V t}{2g} (v^2 - V^2);$$

d'où nous déduisons $h = \frac{v^2 - V^2}{2g}$

Si V est très petit comparé à v , on peut n'en faire point de cas, et alors nous avons

$$h = \frac{v^2}{2g}, \text{ et } v = \sqrt{2gh}$$

† Quand M. Francis parle des interruptions qui se font dans une veine divergente quand le pouvoir d'épuisement surpasse celui que produirait la pression totale de l'atmosphère, il admet sans doute, comme M. Neville, que l'écoulement ne peut se faire à plein tuyau dans le vide.

† Recherches expérimentales relatives au mouvement de l'eau dans les tuyaux, par Henry Darcy, Paris, 1857.

occupent en ce moment, vu le peu de longueur et le diamètre variable du tube composé, mais il est évident qu'il doit y avoir des variations dans la vitesse à un point tel qu'il modifie considérablement les résultats tirés de la théorie de Bernoulli.

Je suppose que c'est à cause de la divergence comparativement petite des côtés de son tube que M. Francis n'a pas cru nécessaire de tenir compte de la perte de charge venant de la variation de l'élément de masse à chaque instant de son trajet, de la plus grande à la plus petite section du tube; comme l'a fait M. Neville dans le calcul théorique du débit des tubes cylindriques, que j'ai rapporté aux pages 293, 294.

Ce fut en partie afin de connaître approximativement à quel degré de telles pertes de charge ont lieu dans les tuyaux faiblement divergents, que j'entrepris les expériences récapitulées dans la Table XI pages 258-259 sur le pouvoir de refoulement de la veine contractée naturelle dans un tube divergent, sous la pression atmosphérique ordinaire.

Ces expériences montrent qu'une pression hydrostatique variant de 0.67 à 0.71 centièmes de la pression correspondant à la hauteur totale entre la surface de l'eau du réservoir d'alimentation et l'orifice ou l'embouchure du tube divergent, s'accumula dans le bassin récipient avant qu'une seule goutte de liquide ne fut perdue ou projetée latéralement à l'entrée du tuyau. Donc, la perte totale de charge causée par le frottement, la viscosité, l'action réciproque des molécules, les tourbillons et toutes les autres résistances, doit être moins que de $(100-71) = 29$ à $(100-67) = 33$ par cent de la chute totale pour la distance que la voie parcourt, du petit au grand bout du tube.

On voit de plus que cette perte de force décroît à mesure qu'augmentent le diamètre de la veine et la hauteur de la charge d'eau au-dessus de l'orifice; par conséquent elle a dû évidemment être moins que 29 par cent, dans l'expérience n° 62 de M. Francis, puisque l'orifice de son tube divergent était 1.23 pouces au lieu que le mien n'en avait que 0.305 pouce; et qu'il employait une charge de 14.1264 pouces, à savoir un pouce seulement de moins que ma charge $H = 15.15$ pouces dans l'expérience Q, Table XI. Et pourtant, en sus de la pression de la colonne liquide, si nous considérons le débit qui est toujours plus grand dans une enveloppe tubulaire, divergente, la hauteur de vitesse dans l'expérience de M. Francis serait environ 6 fois plus grande que celle dans mon expérience Q.

Tout bien considéré, je crois que la charge totale employée dans l'expérience n° 62 de M. Francis, a à peine pu perdre plus d'un quart de sa valeur, pendant le temps de l'écoulement depuis la grande jusqu'à la petite extrémité de son tube conique divergent; malgré que la conformation intérieure de son tube différât un peu de celle du mien.

Le rapport de la vitesse actuelle de l'eau à son issue du tube, à la vitesse due à la charge ainsi réduite qui agit sur la grande base du tube, est ainsi, dans l'expérience n° 62 égale à $\frac{0.2446}{\sqrt{\frac{2}{3}}} = 0.2825$, et la perte de force vive atteint encore $\frac{1}{2}$ de la somme totale.

La principale différence, entre l'hypothèse qui sert de base à la théorie de Bernoulli, et les conditions réelles du mouvement, ne peut, à mon avis, venir de l'action ralentissante des parois d'un tube conique divergent, ayant 0.1018 pied de diamètre au petit bout, et la longueur relativement insignifiante de 3 pieds ou 29 diamètres, dans lequel une large partie (sinon le tout) de l'attraction capillaire de la substance même dont le tube est fait, contribue à augmenter la vitesse d'écoulement de la veine d'eau qu'il enveloppe.

Le profil de l'embouchure en cycloïde AUCDVB, ayant presque 11 diamètres CD de longueur, en comptant le prolongement cylindrique, telle qu'employée par M. Francis, vraisemblablement à l'imitation de Michelotti, différerait beaucoup du contour de la section longitudinale d'une veine ayant un diamètre minimum CD et une longueur correspondants à ceux donnés plus haut, formée naturellement dans l'atmosphère ou dans quelque autre milieu gazeux sous une pression uniforme ou dans le vide,—section que nous représentons approximativement par la ligne brisée dans la fig. 21. En acceptant que l'embouchure cycloïde remplissait le même office que

la veine naturelle et de forme concidale que je viens de décrire, soit quand on l'emploie seule ou avec le tube divergent, * nous pouvons essayer de déterminer, d'une manière approximative, les valeurs numériques des coefficients de vitesse à la petite base O D, pour les tubes a b, a b c, et a b c d, dont la longueur est respectivement 2'1, 3'1, et 4'1 pieds. A cet effet nous prendrons directement la formule (21) — 1°, et supposons que ces tubes équivalent en pouvoir de débit, à des tubes ayant une perce vraiment conique, formés respectivement par la révolution des trapèzes C D E F, C D G H, C D I J, et C D K L, autour de l'axe N Y—(2°), en supposant que leur débit dans aucun cas n'aurait pas été affecté sensiblement, si—au lieu d'introduire une communication courbe pour le premier demi pied à partir de O D, de manière à éviter un angle brusque,—la portion cylindrique U C D V, avait été prolongée jusqu'à ce qu'elle joignit la partie conique K L F E, jonction qui aurait eu lieu presque à mi-chemin entre E et C, ou à P S = 0'50 pieds au delà de C D.

D'après l'hypothèse (1) et prenant pour guide comme auparavant, les résultats donnés dans les tables déjà citées dans les exemples précédents, nous pouvons mettre sans grand risque d'erreur : ($i_{(2)} = 0'43$ pour les trois tubes, à savoir a b, a b c, et a b c d) :

$$r' = \frac{C D}{2} = \frac{0'1017}{2} = 0'05085 \text{ pds} = \text{pour le tube a b, } \cdot 81 \text{ Q T;}$$

$$\text{ " " " a b c, } \cdot 807 \text{ Q T;}$$

$$\text{ " " " a b c d, } \cdot 805 \text{ Q T;}$$

où Q T représente le rayon r, d'un orifice théorique supposé au point Q, situé à une distance C T = x = 1'08 pds en deça de C D, d'où il suit que :

$$r = \text{pour le tube a b : } \frac{0'5085}{2} = 0'0628 \text{ pds,}$$

$$\text{ pour le tube a b c : } \frac{0'4085}{2} = 0'0630 \text{ pds,}$$

$$\text{ pour le tube a b c d : } \frac{0'3085}{2} = 0'0631 \text{ pds. Aussi,}$$

$$s_0 = \text{pour le tube a b : } 0'57 r = 0'035796 \text{ pds,}$$

$$\text{ pour le tube a b c : } 0'56 r = 0'03528 \text{ pds,}$$

$$\text{ pour le tube a b c d : } 0'56 r = 0'03534 \text{ pds,}$$

$$x' = \text{pour le tube a b : } 1'0 \text{ pd,}$$

$$\text{ " " " a b c : } 2'0 \text{ pds,}$$

$$\text{ " " " a b c d : } 3'0 \text{ pds,}$$

$$\left(\begin{array}{c} \text{Coeff.} \\ \text{vit.} \\ \text{nat.} \\ \text{cont.} \\ \text{en} \\ \text{C D.} \end{array} \right) \times \left(\begin{array}{c} \text{Coeff.} \\ \text{vit.} \\ \text{1} \\ \text{orf. C D,} \\ \text{embou-} \\ \text{chure.} \end{array} \right) = \text{pour le tube a b : } 0'94,$$

$$\text{ " " " a b c : } 0'945,$$

$$\text{ " " " a b c d : } 0'95 \text{ pour l'écoulement}$$

sous l'eau. On prend ces derniers facteurs plus grands que ne les a trouvés M. Francis pour des charges correspondantes, tels qu'indiqués par la table XVII $\frac{1}{2}$, à cause de la plus grande efficacité de l'embouchure, pour les vitesses augmentées que produit le tube divergent.

En substituant l'une après l'autre les valeurs ci-dessus aux symboles, dans l'équation (21), on obtient, après avoir divisé par $\sqrt{2 g H}$, les rapports suivants entre la vitesse à la plus petite section et la vitesse due à la charge; en regardant comme nous l'avons dit, les tubes comme de véritables troncs de cônes, viz :

$$\text{Pour le tube a b : } 1'3606,$$

$$\text{ " " " a b c : } 1'8523,$$

$$\text{ " " " a b c d : } 2'0793.$$

* Cette manière de voir, toutefois, n'est pas strictement exacte, car avec une embouchure cycloïdale, la veine doit continuer de se contracter pour une certaine distance au-delà de l'orifice O D ou U V, et de plus la pression dans l'embouchure est nécessairement variable, surtout si l'on se sert du tube divergent.

Les mêmes rapports calculés d'après l'hypothèse (2) se trouvent être

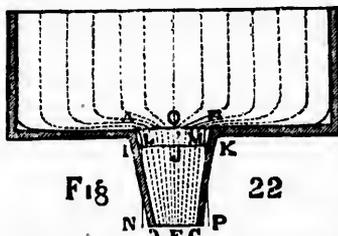
Pour le tube a b: 1:3590,
 " " a b c: 1:8514,
 " " a b c d: 2:0693.

Ces trois rapports sont presque 18 pour cent au-dessous de ceux que M. Francis a déduits de ses expériences avec chacun des trois tubes. J'attribue ce désaccord uniforme à une conversion supplémentaire de l'accélération en la masse produite dans l'embouchure cycloïde beaucoup trop convergente (comparée à la contraction théorique de la veine naturelle $= \sqrt{\frac{1}{2}}$ ou 0.707), ainsi qu'à la réduction de la pression absolue dans cette embouchure sous l'influence du tube divergent. Dans le cas de l'embouchure convergente, je conçois que le mode de transformation des éléments de puissance soit à l'inverse de celui que donne le tube divergent; dans ce dernier les côtés réagissent sur le liquide, tandis que dans l'autre son attraction pour les côtés est diminuée; mais dans les deux cas la pression perd de son intensité.

Malgré le défaut inévitable d'exactitude dans quelques-uns des facteurs qu'il nous a fallu employer conjointement avec les exemples pratiques de notre nouvelle théorie, il est évident que cette théorie conduit à des résultats beaucoup plus satisfaisants, par leur accord avec l'expérience, que ceux que fournissent les théories présentement en vogue; et plusieurs des résultats de ces derniers me semblent contredire directement les faits obtenus par de soigneuses recherches.

DÉBIT DES TUBES CONIQUES CONVERGENTS.

Bien que cette classe de tubes ait une conformation aussi simple que les tubes divergents, les conditions dans lesquelles le liquide opère son mouvement, varient non seulement avec le degré de convergence de leurs côtés mais aussi avec la longueur des tubes.



1° Dans les tubes tels que A B K I A, dont les côtés A I, B K convergent moins à chaque point de l'axe O J que la veine contractée naturelle correspondante, et d'égale longueur A B M L A, sortant sous la même charge d'un orifice en mince paroi, dont l'aire est égale à celle de la grande base A O B du tube, et la longueur O J est moindre que celle pour laquelle j est un maximum, le fluide est constamment forcé de suivre les côtés A I, B K du tube, tout comme dans le cas d'un simple tube conique divergent fixé directement au réservoir sans embouchure. La formule (18) s'applique ainsi à tous les tubes de ce genre; et l'on détermine généralement, de la manière suivante, la distance O J, depuis la base d'écoulement A O B, où le tube convergent A B C D cesse d'agir à la manière du tube divergent, et où j est à une valeur maxima.

$$\frac{dj}{dx} = d \left\{ \frac{2i_{(y)}s_0 + x + i_{(y)}x + 2\sqrt{i_{(y)}^2s_0^2 + i_{(y)}s_0x + xi_{(y)}^2s_0 + i_{(y)}x^2}}{i_{(y)}x \left\{ 1 + \frac{r^2}{(r+mx)^2} \right\}^2} - \frac{s_0}{x} \right\} \frac{1}{dx} =$$

$$\left\{ 1 + i_{(y)} + \frac{i_{(y)}s_0 + i_{(y)}^2s_0 + 2i_{(y)}x}{\sqrt{i_{(y)}^2s_0^2 + i_{(y)}s_0x + xi_{(y)}^2s_0 + i_{(y)}x^2}} \right\} \left\{ i_{(y)}x(r+mx)^5 + 2i_{(y)}xr^2(r+mx)^3 \right.$$

$$\left. + i_{(y)}xr^4(r+mx) \right\} - \left\{ i_{(y)}(r+mx)^5 + 2i_{(y)}r^2(r+mx)^3 - 4mi_{(y)}xr^2(r+mx)^2 + i_{(y)}r^4 \right.$$

$$\left. \times (r+mx) - 4mi_{(y)}xr^4 \right\} \left\{ 2i_{(y)}s_0 + x + i_{(y)}x + 2\sqrt{i_{(y)}^2s_0^2 + i_{(y)}s_0x + xi_{(y)}^2s_0 + i_{(y)}x^2} \right\}$$

$$- \left\{ s_0 \text{ hyp. log. } x \right\} \left\{ r+mx \right\}^5 = 0 \quad (22)$$

J'ignore qu'aucune expérience ait jamais été faite sur des tubes ainsi conditionnés.

2° Quand les côtés A D, B C, d'un tube A B C D, converge plus à chaque point que la partie correspondante extérieure d'une veine contractée naturelle A L N P M B, sortant d'un orifice en mince paroi égale à la grande base A O B du tube, ou bien encore, quand ils convergent moins que cette veine contractée naturelle ou théorique, pour une partie seulement O J de sa longueur, comme dans le tube A B C D, et que pour le reste J E de la distance O E, depuis la grande base A O B jusqu'à la petite D E C, ils convergent plus que cette partie de la veine contractée A B P N A, il est clair qu'ici, tout comme dans les tuyaux divergents, le mouvement ne prend de l'uniformité dans le tube considéré dans son entier, qu'après que la première tranche liquide qui occupe le plan A O B a passé la section D E C, — à l'opposé de la veine naturelle contractée, dans laquelle les conditions du mouvement dans l'arrière-partie A B M L A ne se ressentent nullement d'aucun changement qui peut se faire dans celles des particules du liquide qui passe en D E C.

Dans tous les tubes de ce genre, toute différence qui existe entre la vitesse du jet à la petite base D E C, et celle de la veine contractée naturelle A B M P N L A à sa section correspondante N D E C P, résulte d'une vitesse modifiée en plus, ou partie en plus et partie en moins, par la force f_{cont} , c'est-à-dire la force correspondant à $\sqrt{i_{(y)} s_0 + x}$ dans la veine naturelle. On peut, en général, représenter cette vitesse modifiée par $\sqrt{i_{(y)} s_0 + jx}$, où j est un nombre plus grand que l'unité quand les vitesses sont augmentées, et moindre que l'unité quand le mouvement de la veine est

ralenti; en ce qui regarde la force f_{cont} . L'expression: $\frac{\sqrt{i_{(y)} s_0 + x}}{\sqrt{i_{(y)} s_0 + i_{(y)} x}}$, qui, comme

nous l'avons déjà établi et expliqué, représente, en général, le rapport de vitesse v_p des mouvements dus aux forces f_{cont} et f_{aif} à quelque point que ce soit de la veine naturelle contractée horizontale après sa sortie des réservoirs, se change dans le tube convergent A B C D, en :

$$\frac{\sqrt{i_{(y)} s_0 + jx}}{\sqrt{i_{(y)} s_0 + i_{(y)} x} + \sqrt{i_{(y)} s_0 + x} - \sqrt{i_{(y)} s_0 + jx}}$$

et de même que pour les tubes coniques divergents, nous pouvons mettre :

$$\frac{\sqrt{i_{(y)} s_0 + jx}}{\sqrt{i_{(y)} s_0 + i_{(y)} x} + \sqrt{i_{(y)} s_0 + x} - \sqrt{i_{(y)} s_0 + jx}} = \frac{r^2}{(r - mx)^2}$$

expression dans laquelle r est le rayon A O = O B, et m la tangente de la moitié de l'angle de convergence; de cela nous déduisons :

$$j = \frac{\left\{ \frac{r^2}{(r-m)^2} \left(\sqrt{i_{(y)} s_0 + i_{(y)} x} + \sqrt{i_{(y)} s_0 + x} \right) \right\}^2 - i_{(y)} s_0}{x \left(1 + \frac{r^2}{(r-m)^2} \right)} \quad (23)$$

Si, maintenant, nous substituons cette valeur de j dans l'expression :

$$\frac{\sqrt{i_{(y)} s_0 + i_{(y)} x} - \sqrt{i_{(y)} s_0 + jx} + \sqrt{i_{(y)} s_0 + x}}{\sqrt{i_{(y)} s_0 + i_{(y)} x}}$$

(22)

qui indique la relation entre le nombre absolu de particules qui passent dans un orifice en mince paroi d'un diamètre égal à A B, et le nombre de celles qui passent à la grande base A B du tube convergent, nous obtenons :

$$\left(\begin{array}{c} \text{coeff.} \\ \text{vit} \\ \text{grande} \\ \text{base A B} \\ \text{tube} \\ \text{conver.} \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c} \text{coeff.} \\ \text{vit} \\ \text{orif A B} \\ \text{en} \\ \text{mince} \\ \text{paroi.} \end{array} \right) \times \quad (24)$$

$$\frac{\sqrt{i_{(x)} s_0 + i_{(y)} l} - \sqrt{\frac{i_{(x)} s_0 + \left\{ \frac{r^2}{(r-m)^2} \left(\sqrt{i_{(y)} s_0 + i_{(x)} l} + \sqrt{i_{(x)} s_0 + l \right)^2 - i_{(x)} s_0 + \sqrt{i_{(x)} s_0 + l} \right\}}{\left(1 + \frac{r^2}{(r-m)^2} \right)^2}}}{\sqrt{i_{(x)} s_0 + i_{(y)} l}}$$

où l remplace $x = O E$, longueur du tube.

Sans une connaissance complète des lois qui gouvernent les variations de $i_{(x)}$ et de s_0 , il est impossible de déterminer avec précision par le calcul, la vitesse à la petite base C D du tube.

De plus, à cause du détour brusque des filets liquides à l'angle d'union du tube et du réservoir, il est probable qu'ils ne s'attachent aux cotés du tube qu'après s'y être heurtés ; de sorte qu'une partie de l'effet attribué au tube en construisant la formule n° 24 est perdue ; et le débit est aussi affecté par le frottement.

En entreprenant le travail de déterminer approximativement le coefficient de débit, pour un des tubes à convergence conique, qui ont servi aux expériences de MM. d'Aubuisson et Castel, dont nous parlerons ci-dessous, j'avais en vue surtout de montrer que les formules ci-dessus conduisent dans la bonne direction.

Avec un tuyau de 1.767 pouce de diamètre au gros bout A B (Fig. 22), 0.61 pouce au petit bout C D, d'une longueur E O = 1.575 pouce = environ 2.6 diamètres de la petite base ; et ayant ses cotés A C, B D, inclinés d'après angle de $40^\circ 20'$, j'ai trouvé expérimentalement le coefficient de débit à la petite base 0.87, sous une charge de 9.84 pieds.

Mettant, dans ce cas : $i_{(x)} = 0.47$, $s_0 = 0.6$ pouce et $\left(\begin{array}{c} \text{coeff} \\ \text{vit} \\ \text{orif} \\ \text{A B} \end{array} \right) = 0.62$; ainsi, $r = 0.8335$ pouce, $l = 1.575$ pouce et $m = \tan g 20^\circ - 10' = 0.36726$, nous obtenons par la formule (24) :

$$\left(\begin{array}{c} \text{coeff} \\ \text{vit} \\ \text{base} \\ \text{A B} \\ \text{tube} \\ \text{conv} \end{array} \right) = 0.1151 ; \text{ et } \left(\begin{array}{c} \text{coeff} \\ \text{vit} \\ \text{base} \\ \text{C D} \\ \text{tube} \\ \text{conv} \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c} \text{coeff} \\ \text{vit} \\ \text{base} \\ \text{A B} \\ \text{tube} \\ \text{conv} \end{array} \right) \times \frac{1.767^2}{0.61} = 0.9686.$$

ÉCOULEMENT DES LIQUIDES PAR DES ORIFICES ALLONGÉS EN MINCE PAROI.

De nombreuses expériences ont été opérées par MM. Poncelet et Lesbros, à Metz, en 1826 et 1827, sur l'écoulement à travers de grands orifices rectangulaires, pratiqués dans une plaque de cuivre de 0.1575 pouce d'épaisseur, de manière à obtenir une contraction parfaite du courant. La largeur de ces orifices était en général 7.8737 pouces, et dans quelques cas 23.6211 pouces, tandis que leur hauteur variait de 0.3937 pouce à 7.837.

Bien que ces expériences soient regardées, et avec raison, comme les plus exactes que nous ayons pour la pratique ; cependant l'incertitude sur la charge effective et sur la véritable contraction de la veine, qui vient de l'abaissement du niveau tout auprès de la paroi qui contenait l'orifice, les rend évidemment inapplicables aux recherches théoriques.

des c
un b
orific
= 0
longu
ingé

N°

1
2
3
4
5

J
expér
3 pou
étaient
surfac
1
laire f
réserv
était 8
dans l
dans l
Table
2
pouce
le coe
le pla
positi
3.
de cet
dans r
0.91 s
l'orific
4.
circon
de 0.4

Les seules expériences que je sache, et qui me semblent avoir été conduites dans des conditions convenables et avec tout le soin nécessaire dans des travaux qui ont un but théorique, sont celles de MM. Castel et D'Aubuisson de Voisins, avec des orifices rectangulaires de 0.328 pieds = 3.936 pouces de longueur et de 0.033 pieds = 0.399 pouces de hauteur, percés dans une cloison verticale; le rapport de la longueur à la largeur étant ainsi égal à 9.9398.

J'expose dans la table suivante les moyennes des résultats obtenus par ces ingénieurs :

TABLE XVIII.

N ^o	<i>h</i>	<i>H</i>	$D = \frac{3}{4} c_d \sqrt{2g} (H^3 - h^3)$ = Débit par seconde.	<i>c_d</i>
	Profondeur du côté supérieur de l'orifice sous le niveau de l'eau.	Profondeur du bas de l'orifice sous le niveau de l'eau.		Coefficient de débit ou de vitesse; la vitesse théorique due à la pression moyenne sur l'orifice de $\frac{2}{3} \left(\frac{H^3 - h^3}{H - h} \right)$ étant égale à l'unité ou 1
	p'eds.	p'eds.	p'eds cubes.	
1	0.0491	0.0821	0.01807	0.728
2	0.0819	0.1149	0.1846	0.720
3	0.1147	0.1477	0.2242	0.719
4	0.1475	0.1801	0.2497	0.715
5	0.1804	0.2134	0.2723	0.710

J'ai trouvé, comme les messieurs que je viens de nommer, et les autres qui ont expérimenté sur les orifices rectangulaires allongés, sous une petite charge d'environ 3 pouces, que les coefficients de débit ou de vitesse des orifices annulaires ou lunulés, étaient invariablement plus grands que ceux des orifices qui embrassaient toute la surface du cercle.

1. Quand le rapport entre la largeur et la longueur moyenne de l'espace annulaire formé en introduisant une tige cylindrique, de 0.185 pouce de diamètre dans le réservoir et vis-à-vis d'un orifice en mince paroi de 0.4 pouce, quand ce rapport, dis-je, était 8.55, le coefficient de débit était environ 0.7256, en mettant la base du cylindre dans le même plan que l'orifice, mais diminuait jusqu'à 0.68 quand le cylindre poussé dans l'orifice dépassait de 0.2 pouce la face externe de l'orifice; comme le montre la Table VI.

2. Quand ce rapport était élevé à 20.70, en introduisant dans un orifice de 0.482 pouce, un disque ayant un diamètre de 0.355 pouce et une épaisseur de 0.048 pouce, le coefficient de débit atteignait 0.7948 quand la base supérieure du disque était dans le plan de l'orifice. et allait jusqu'à 0.8098 quand sa base inférieure occupait cette position. (Table VIII.)

3. Quand j'augmentais encore le rapport entre la longueur moyenne et la largeur de cette ouverture annulaire, et que je l'élevais à 80.35, en insérant ce même disque dans un orifice de 0.384 pouce de diamètre, le coefficient de débit devenait 0.8907 ou 0.91 suivant que la base inférieure du disque ou la supérieure occupait le plan de l'orifice. (Table IX.)

4. Quand l'écoulement s'effectuait par l'ouverture lunulée laissée entre la circonférence d'une tige cylindrique de 0.185 pouce de diamètre et celle d'un orifice de 0.4 de diamètre, comme dans la figure au haut de la Table VII, le coefficient de

débit était 0.7016 quand la base du cylindre coïncidait avec le plan de l'orifice, et environ 0.663 quand il sortait de 0.2 pouce plus bas que ce plan.

Mais cependant dans toutes ces expériences, la contraction était probablement modifiée, et en petite partie détruite en suivant la face longitudinale de la tige ou du disque que j'avais introduit dans le réservoir, et descendu à travers l'orifice. Pour cette raison le débit a peut-être été un peu plus grand que si le courant eût pu librement se contracter tout autour du périmètre de l'orifice.

Si l'on corrige les plus grands des coefficients, obtenus dans les quatre cas ci-dessus énumérés pour cette imparfaite contraction de la veine, ce qui peut se faire, approximativement en employant les règles empiriques données par quelques auteurs, ils sont réduits respectivement de 0.7256, 0.8081, 0.91 et 0.7016 à environ 0.700, 0.77, 0.85 et 0.68; ils demeurent cependant beaucoup plus grands, à pression égale, que les coefficients pour un orifice circulaire équivalent en superficie.

Il n'y a aucune raison apparente pour expliquer que la première tranche ou couche de liquide qui laisse l'orifice, dès l'instant qu'on ouvre celui-ci, ait plus de vitesse, sous la même charge, quand elle sort d'une ouverture allongée que quand elle quitte un orifice en mince paroi parfaitement rond ou circulaire, et je ne puis assigner à cette augmentation de débit d'autre cause que la suivante :

Quand une tranche élémentaire du fluide de la veine oblongue tend à se séparer de celle qui la suit immédiatement, et que par suite de l'action intermittente de la résistance ou force de cohésion, le mouvement des filets liquides s'accélère et diminue d'une manière correspondante à l'aire totale du courant en mouvement, la contraction plus rapide dans le sens du plus long rayon de l'orifice allongé, que dans celui du plus petit rayon, fait que non-seulement la forme de la veine change, mais aussi que l'aire de la section de la veine s'agrandit par le mélange d'air avec l'eau ou autrement, et alors l'écoulement s'opère dans les mêmes conditions que dans les tubes divergents.

PRESSION LIQUIDE, MOUVEMENT, PUISSANCE VIVE, ETC.

La pression est le plus souvent produite dans les liquides, soit à l'état de repos ou de mouvement, par la gravité agissant sur un grand nombre de particules superposées; mais elle vient aussi souvent de l'action d'un piston mû par quelque force étrangère. Mais quelle que soit la manière dont elle est produite, on peut l'envisager comme une augmentation artificielle de la force centrifuge naturelle co-existant entre les molécules avec celle de l'attraction.

Si au lieu de la force centrifuge ou de répulsion, c'est la force d'attraction qu'on augmente ainsi artificiellement, on produit l'opposé de la pression, qui s'appelle dilatation, expansion ou épuisement.

Le mouvement dans les liquides, et leur puissance, sont toujours gouvernés par les différences entre les forces d'attraction et de répulsion à l'origine, et sur le parcours du courant.

S'il faut qu'une pression p , soit appliquée pendant la petite période de temps $d t$ pour qu'une particule liquide puisse, sans sortir du champ des oscillations moléculaires, parcourir la petite distance $d x$, nécessaire pour vaincre la force de cohésion ainsi que l'inertie de la particule—d'après les lois du mouvement uniformément accéléré,—il faudra une autre pression $n p$, agissant pendant un espace de temps

$$= d t \frac{\sqrt{p}}{\sqrt{n p}}$$

pour faire parcourir à la même particule la dite distance $d x$; c'est-à-dire que le nombre de fois qu'un même espace $d x$ est parcouru dans une unité de temps, disons une seconde, par des molécules successives, varie comme la racine carrée de l'intensité de la pression appliquée à la particule.

Dans le cas où une veine liquide sort d'un orifice de réservoir sous l'action unique de la gravité, la vitesse absolue varie donc comme la $\sqrt{\quad}$ de la profondeur du centre

de pression de l'orifice au-dessous du niveau du liquide ; et est théoriquement égale à $0.7071 = \sqrt{\frac{1}{2}}$ de celle qu'atteindrait un corps tombant librement à travers un espace égal à cette profondeur ; de sorte que, en laissant de côté toutes les causes de trouble incidentel, la puissance vive de cette veine est en raison directe de la pression, ou hauteur d'eau sur l'orifice.

Ceci constitue la base de la production de la vitesse absolue et de la puissance vive appartenant à une veine liquide prise en bloc ; ainsi, si une veine circulaire ayant un diamètre moyen disons d'un pouce entre deux points A et B de sa trajectoire, distants d'un pied l'un de l'autre, et formée sous une colonne d'eau exerçant une pression due à une hauteur d'un pied, prend $\frac{1}{2}$ de seconde pour passer librement de A à B, une autre veine ayant les mêmes dimensions entre ces deux points, mais engendrée par une pression hydrostatique de 4 pds, formée d'ailleurs dans les mêmes conditions

que le premier jet, remplira cet espace de 1 pied entre A et B en $\frac{1}{\sqrt{4}} = \frac{1}{2}$ de

seconde. Par conséquent la quantité d'eau fournie par la veine n° 1 sera à celle que donne la veine n° 2 dans le rapport 1 à 2 ; et la puissance vive développée dans chaque cas dans le rapport de 1 à 4.

Cette vitesse absolue, en raison du mouvement dont nous venons de parler, et qui appartient à tout l'ensemble des tranches liquides élémentaires que l'on peut considérer comme formant tout jet liquide, est tout à fait distincte cependant de la rapidité du mouvement d'une tranche élémentaire individuelle prise à différents points de son trajet, le long de l'axe de la veine. C'est ce mouvement relatif qui contrôle essentiellement le profil de l'espace conical rompli par la veine contractée, ainsi que la distribution de la pression dans les tuyaux. Les vitesses relatives d'un volume élémentaire de liquide s'écoulant d'un réservoir et correspondant à l'aire de l'orifice, sont gouvernées par les impulsions élémentaires, ou incréments d'accélération imprimés, en rapide succession à l'incrément de la veine prise depuis l'état de repos, tout le long de sa trajectoire ; impulsions qui ont à vaincre, tour à tour, la cohésion combinée avec l'inertie, et une inertie amoindrie seule—mais tout ceci a déjà été expliqué au long dans une autre partie de ce travail.

Dans la veine contractée naturelle, la pression est nulle ou 0 depuis l'orifice théorique, situé dans le plan où l'accélération totale ou vitesse engendrée par les impulsions dépensées à vaincre la cohésion et l'inertie réunies, est égale à la vitesse due aux impulsions employées à surmonter une inertie amoindrie seule—jusqu'au bout de la veine en dehors du réservoir ; mais à partir du dit orifice jusqu'au plan de repos la pression augmente graduellement jusqu'à ce qu'elle égale celle qui est due à toute la charge dans ce plan.

Quand on ajoute un tube divergent à une embouchure conoïdale affectant la forme naturelle de la veine contractée, la force moléculaire d'attraction augmente au point de produire une dilatation ou distension dans le liquide qui remplit l'embouchure ; dilatation qui diminue probablement en intensité, en allant de la plus petite section à l'orifice théorique et de là au plan de repos, où la pression hydrostatique s'exerce de nouveau dans sa plénitude. Dans le tube divergent lui-même, l'épuisement diminue graduellement depuis la petite jusqu'à la grande base où elle est réduite au minimum. Ainsi, si la vitesse totale produite à la plus petite section, par l'addition du tube divergent, est à celle qu'on obtient au même point avec l'embouchure seule, dans la raison de 2 à 1, la force d'attraction sera augmentée d'une quantité égale à $2^2 - 1 = 3$ fois la pression due à la charge d'eau sur le centre de pression de la section du tube.

Si le même tube divergent s'appliquait directement au réservoir, c'est-à-dire sans l'intermédiaire de l'embouchure conoïdale, la force d'attraction serait aussi augmentée, mais dans un moindre degré.

Dans un tube en cône convergent, ou embouchure sur-convergente de forme quelconque, ajouté au côté ou au fond d'un réservoir, avec ou sans embouchure conoïdale de forme naturelle, la force de répulsion ou la pression diminue pendant que le liquide passe de la grande à la petite base. Afin de faire passer à la large base tout le volume de liquide,

qui peut jaillir d'un orifice de même diamètre sous l'action intégrale de la pression dans le réservoir, il faut augmenter la force d'attraction de la même manière que dans le tube divergent, et *vice versa*, si la force d'attraction se trouve augmentée à la petite base d'un tube convergent, par l'addition d'un tube divergent, le pouvoir de dépense du premier, et des deux tubes combinés, comparé au pouvoir d'une embouchure conoïdale naturelle, ayant son orifice à la petite extrémité égal à la petite base du tube convergent, se trouve augmenté.

CONCLUSION.

C'est en l'année 1645 que le mathématicien italien, Toricelli, énonçait le théorème qui porte son nom, et que l'on peut exprimer ainsi :

“ Généralement et en faisant abstraction de tout obstacle ou cause d'irrégularité, la vitesse d'un fluide à son passage par un orifice percé dans le côté d'un réservoir, est celle qu'un corps pesant acquerrait en tombant librement de la hauteur comprise entre le niveau du liquide dans le réservoir et le centre de cet orifice.”

Vers l'an 1738, Daniel Bernouilli exposa sa théorie, à savoir : “ A tout point d'un système de conduites ou tuyaux hydrauliques, la charge totale ou pression absolue se compose de la pression de l'atmosphère, de la pression hydrostatique actuelle, de la charge due à la vitesse de l'eau et de la charge dépensée à vaincre le frottement et les autres résistances qui se rencontrent entre le niveau du bassin d'alimentation et le point donné.”

Depuis lors, il semble que le but constant de tous les hydraulistes ait été de déterminer la nature et l'intensité des résistances offertes dans toutes les conditions possibles, en faisant une foule d'expériences, variées de mille manières, pour en obtenir des coefficients empiriques de frottement, de contraction, de vitesse et de débit sur lesquelles ils pussent baser leurs formules.

Mais, malgré tous les travaux exécutés par des hommes éminents à toutes les époques pour fonder la science de l'hydraulique sur une base solide, il reste encore beaucoup à faire. C'est ce que n'attestent, que trop, tant de différences et de contradictions entre les résultats d'expériences qui semblent avoir été faites dans les mêmes conditions par des auteurs différents, tant de variations dans les formules que donnent des auteurs d'un égal et très-grand mérite, tant de lacunes dans les aqueducs, et autres travaux de ce genre qui sont loin de fournir la quantité de travail qu'un calcul soigné en faisait attendre. Mais à quoi attribuer tout cela ? Dans mon humble opinion, cela provient de ce que personne n'a pensé qu'en dehors des résistances offertes par la friction, les courbes trop raides, les brusques élargissements, etc., il fallait encore tenir compte de la force de cohésion ou d'agrégation qui rassemble toutes les molécules liquides en une masse compacte et homogène, et s'oppose à leur séparation.

En faisant remarquer les défauts des théories proposées par les éminents auteurs que j'ai eu l'occasion de mentionner et les autres, ainsi que les imperfections de quelques-unes de leurs expériences, il a toujours été bien loin de ma pensée de vouloir jeter du discrédit sur les difficiles travaux qu'ils ont accomplis. Mon seul but est de contribuer pour ma faible part au progrès d'une science dont les principes sont encore imparfaitement compris, et d'engager des hommes de science, doués d'une plus grande somme de pénétration que moi, et disposant de plus de ressources de temps et d'argent, à prendre en considération les suggestions que je prends la liberté de leur soumettre, afin d'établir la théorie de l'hydraulique sur une base plus solide.

ANNEXE.

THÉORIE PHYSICO-MATHÉMATIQUE, SUR LE MOUVEMENT DES LIQUIDES SORTANT DES ORIFICES DES RÉSERVOIRS, PAR MONSIEUR LE CHEVALIER LORGNA.

INTRODUCTION.

On ne peut nier que certaines parties de la philosophie naturelle ne doivent tout, pour ainsi dire aux sciences mathématiques, et que d'autres ne leur doivent beaucoup, car ces sciences ont heureusement rendu traitables des choses dans lesquelles ni la raison ni l'expérience seules, non plus qu'unies, n'auraient jamais pu pénétrer aussi loin. Mais dans un grand nombre d'autres, elles n'ont fait réellement aucun pas, à moins qu'on ne soit convenu d'adopter, dans les choses naturelles, ce qui ne sera jamais, toutes les vérités de calcul pour des vérités de fait : ce qui est arrivé singulièrement dans celles dont l'objet change totalement de caractère et de condition quand il est dépourvu par abstraction de ce qui le constitue, tel que la nature veut qu'il soit dans la structure du monde. En effet il n'y a pas, par exemple, sur les affections intimes et sur les mouvements des fluides compressibles et incompressibles de théorie fondée principalement sur des principes purement mathématiques, laquelle, ainsi que cela peut arriver peut-être dans la philosophie mathématique, soit disposée de manière à mériter aussi avec un droit égal et au dessus de toute exception, une place dans la science naturelle de la nature. Et si jamais ce moyen allait nous manquer, quel serait donc celui qui nous permettrait de nous approfondir dans l'étude de cette science, si les principes constitutifs des objets nous sont inconnus, et si les différentes qualités caractéristiques sont étroitement compliquées avec des forces intimes très obscures et imperceptibles ?

Si je ne me trompe, le moyen qui me semble le plus propre, c'est celui de l'observation très-attentive et du raisonnement, en nous servant judicieusement de l'un et de l'autre par les méthodes de décomposition et de composition, c'est-à-dire par celle de l'analyse et de la géométrie, et en profitant aussi au besoin des symboles et des figures de l'une et de l'autre, mais toujours comme instruments, et lorsque les choses ou leurs parties, sans se défigurer, peuvent prendre le caractère de quantités simples, homogènes, se subordonner à des relations mutuelles et même se représenter aux sens sous les figures abstraites de la géométrie.

Est-ce que ce ne serait pas là le véritable emploi des mathématiques dans la philosophie naturelle ? Ce n'est pas que toutes les suppositions soient exclues de cette manière de philosopher ; il suffit qu'elles soient raisonnables et raisonnablement admissibles en physique comme les postulats le sont en géométrie, et non pas idéales ou arbitraires ou faites uniquement pour accommoder l'objet aux lois du calcul.

Mais certainement, puisque cette manière n'est pas la plus suivie, il faut croire qu'elle n'est pas la plus acceptée ni la plus facile, et qu'il est beaucoup plus commode et plus agréable à l'orgueil humain de feindre que de trouver ce que fait actuellement la nature. Aussi, M. D'Alembert n'a-t-il point hésité à déclarer qu'aujourd'hui à force d'hypothèses et de calculs on vient à bout de tout. Quoi qu'il en soit, si elle n'est pas la plus claire, elle est sans contredit la plus sûre, et elle conduit à la vérité ou du moins à des résultats qui ne sont pas très éloignés de la vérité et que le temps n'efface pas aussi facilement qu'il efface inexorablement nos commentaires. C'est sur ces principes que j'ai entrepris et effectué cette recherche, comme par essai, et aussi bien que mes forces me l'ont permis, sur le mouvement des liquides au-dedans et au-dehors des réservoirs, où ils sont maintenue à une hauteur constante pendant le flux. Les propriétés principales qui distinguent les liquides de tout autre fluide connu, c'est-à-dire l'incompressibilité naturelle, la mobilité parfaite et de l'affinité très-puissante d'agrégation appelée communément adhérence réciproque des molécules,

influent tellement sur leurs affections que, sans y avoir un égard particulier selon l'indication des phénomènes, on ne peut jamais espérer de parvenir à des connaissances sûres à propos des accidents très compliqués de leurs mouvements. Alors, seulement, il paraît qu'on peut se dispenser de les prendre en considération lorsqu'il n'y a aucune de ces propriétés produisant parmi les molécules, l'une sur l'autre, des actions particulières qui troublent le mouvement commun ; dans cette circonstance il est permis de concevoir le liquide comme un fluide imparfait et de le subordonner en quelque sorte aux lois de la dynamique. Dans ce cas, par exemple, j'ai cru qu'on peut se figurer établie une veine liquide en mouvement, dont les molécules soient toujours et partout animées par une vitesse constante et soient mises en mouvement ; dans un autre mémoire qu'on trouvera dans ce volume, j'ai tâché d'assujétir aux lois dynamiques l'appréciation de l'impulsion permanente des liquides contre les surfaces planes. Mais dans toute autre condition de choses, si les propriétés énoncées influent essentiellement sur les phénomènes, il faudra pour que la théorie ne soit pas fautive, qu'elle parte toujours des faits et se dirige toujours par le chemin que nous ont indiqué ces seules expériences dans lesquelles les liquides ont agi naturellement et tel que la nature les a constitués.

Je ne sais si j'ai réussi dans mon entreprise ainsi que j'en avais l'intention. Mais en tout cas, la faute proviendra de mon impuissance et non pas de la méthode que je me suis proposé de suivre.

CHAPITRE PREMIER.

PHÉNOMÈNES NATURELS.

I.

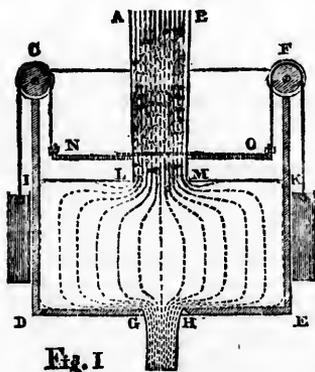


Fig. I

Phénomène 1.—Si une veine d'eau perenne, comme AB (Fig 1) flue dans un réservoir placé au-dessous et ayant une forme quelconque CDEF, dans lequel l'orifice du fond CG, par où l'eau qui influe doit sortir, est plus petit que la grandeur de la veine, on remarque qu'une certaine quantité d'eau se répand d'abord et s'étend dans le fond fermé GD, HE, et ensuite après un certain temps, le liquide se dispose à une certaine hauteur, comme DI, au-dessus du fond avec la surface continuellement agitée par l'influx de la veine, et, la sortie étant égalée à l'entrée, elle reste ainsi tant que subsistent les mêmes circonstances. Cependant le flux est interrompu suivant la direction de la veine, en LM, et ne reprend son

cours qu'en sortant de l'ouverture GH.

II.

Phénomène 2.—Et si plusieurs ouvertures plus petites ou plus grandes que GH sont percées dans de minces lames de métal qui puissent s'appliquer au fond DE, on remarque qu'en y appliquant des ouvertures de plus en plus petites, la surface IK se forme et s'arrête à une hauteur de plus en plus grande, au-dessus du fond des ouvertures, de plus en plus grandes que GH ; la hauteur de l'eau permanente au-dessus du fond diminue de plus en plus et même s'évanouit entièrement si le passage de la veine est rendu libre.

III.

Phénomène 3.—Mais si l'influx de la veine est reçu dans un récipient N O placé de très près au-dessus de la surface I K, percé de petits trous de manière que l'eau descende par de très petits filets, on remarque que la surface I K est sensiblement horizontale durant le flux, comme si le liquide I D E K était stagnant.

IV.

Corollaire 1.—Il est donc évident que le liquide répandu et étendu sur le fond D E est un liquide regorgé.

Corollaire II.—Et que la surface I K est la limite du regorgement.

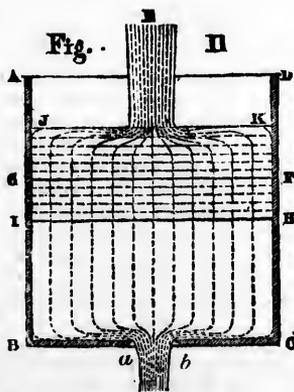
Corollaire III.—Et comme d'une part l'horizontalité sensible et sensiblement permanente de la surface I K durant le flux, et de l'autre l'écoulement successif afin de suppléer à la dépense par l'orifice G H, causent un repos sensible d'un côté et un mouvement de l'autre, ainsi il résulte indubitablement de ces phénomènes, que la condition de cette eau regorgée I D E K est un certain état singulier qui participe du repos et du mouvement et par conséquent tout à fait distinct de l'état absolu de l'un et de l'autre.

V.

Scholie.—Nous verrons ci-après comment ce peu de phénomènes certains, qui sont les axiomes véritables de la philosophie naturelle éclairent la raison et la guident à reconnaître possiblement les propriétés des liquides sortant des orifices des réservoirs, quand il sont maintenus à une hauteur constante au-dessus du niveau des minces orifices. C'est un pas décisif dans cette matière très obscure que d'avoir trouvé, comme nous verrons, que l'état des liquides dans l'intérieur des vases, est un état de regorgement et que cet état est mixte et distinct de celui du repos et du mouvement pris absolument mais qui cependant participe des deux. Mais avant d'aller plus loin examinons d'autres phénomènes qui nous manifestent de plus près à quoi servent ces regorgements en portant et en maintenant leurs limites de plus en plus loin des orifices des bases, en chassant les liquides par les orifices devenus successivement de plus en plus petits.

VI.

Phén. 4.—Que l'on prépare un récipient en verre A B C D (fig. II), dans le fond duquel on ait pratiqué une ouverture a b. Qu'une veine pérenne E plus grande que l'ouverture a b verse constamment dans ce vase pendant un temps donné une quantité donnée d'eau et que l'eau retenue regorge dans le vase jusqu'à la hauteur B G et qu'elle se fixe là avec la surface horizontale F G. Qu'on marque avec soin sur la paroi la limite du regorgement F G. Cela fait, qu'on retire le vase de l'influx de la veine et après avoir laissé sortir par l'ouverture a b une partie du liquide contenu, qu'on ferme cette ouverture, et au lieu de l'eau extraite qu'on introduise dans le vase une quantité à peu près égale d'huile commune; après cela, qu'on remette le vase sous la veine E de manière que l'eau tombe sur l'huile et la traverse pour arriver à la surface de l'eau placée au-dessous; ensuite



qu'on ouvre l'orifice a b.

Après un certain temps, pendant lequel on verra l'huile monter et descendre tour à tour, on remarquera : 1^o que la surface de l'huile s'arrête un peu au-dessus de la limite G F indiquée par l'eau et le flux de l'eau par l'orifice *a b* redevient permanent comme auparavant. 2^o Que la surface de l'eau au-dessous de l'huile se dispose et se maintient constamment dans une position sensiblement horizontale, comme H I. 3^o Que l'eau introduite traverse l'huile comme par un filtre et aboutit dans l'eau placée au-dessous sans y causer aucune ondulation en compensant la dépense par l'orifice *a b* sous la hauteur composée par les deux liquides hétérogènes, comme elle faisait sous la hauteur permanente B G de liquide homogène regorgé primitivement.

VII.

Phén. 5.—Si l'on répète cette expérience en augmentant la quantité de l'huile, on remarque que la surface de l'eau placée au-dessous peut se réduire à l'état permanent très près du nouveau de l'orifice *a b*, surtout si cet orifice est très petit. Et, cependant, l'huile continue à rester au-dessus, troublée intérieurement en ce qu'elle donne passage à l'eau qui concourt à compenser la dépense, mais quant à elle-même comme une masse liquide stagnante. Et l'on remarque en outre que plus la quantité de l'huile placée au-dessus de l'eau est grande, plus la surface de l'huile s'élève au-dessus de la limite primitive établie pour servir de comparaison ; par l'eau regorgée F G.

VIII.

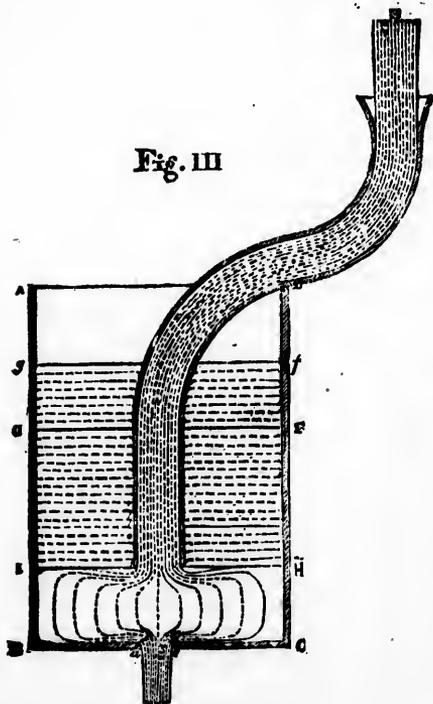


Fig. III

Phén. 6.—Que si l'on change d'appareil et que l'eau de la veine ne soit pas introduite immédiatement dans l'huile, comme dans la fig. II, mais que par un tuyau, comme le montre la fig. III, plongé dans l'huile, on suppose, introduite séparément l'eau de la veine pérenne E jusqu'à la surface I H de l'eau placée au-dessous de l'huile, aussitôt que le flux est réduit à l'état permanent, on remarque :— 1^o que l'huile placée au-dessus reste immobile, comme si c'était un corps solide, lors même que la surface de l'eau se rapprocherait de beaucoup du fond B C, ce qui est très admirable à voir. 2^o Que la surface *f g* de l'huile reste comme auparavant supérieure à la limite du regorgement F G de l'eau et un peu plus encore à cause du volume du tuyau que l'on tient plongé pendant le flux. 3^o Et, enfin, si dans les différents essais on a soin dans chaque cas de tenir un compte aussi exact qu'il est permis de le faire, soit de l'huile

int
je n
du
l'es
aux
au-

l'ea
des
mê
des
abs
tué
seul

ains
est
n'es
com
de t
plus
et n
tuya
une
d'un
avo
laire

rése
et q
nant
par
actu
qu'e
mêm
rego
l'ori
para
men

repo
de la
qui p
qui s
molé
fait
cause
du ré
Quar
repor
tion
parti

ait qu

introduite, soit de la quantité d'eau que l'huile a chassée hors du vase, on trouve, si je ne me suis trompé en prenant ces mesures très délicates, qu'après l'établissement du flux permanent, le poids de l'huile reste constamment un peu plus grand que ne l'est le poids de l'eau exclue; ce qui m'a paru devoir s'attribuer à l'adhérence de l'huile aux parois du vase, adhérence à cause de laquelle l'action de l'huile sur l'eau placée au-dessous diminue de quelque peu.

IX.

Coroll. I.—En attendant, il reste décidé par ces phénomènes que la vitesse de l'eau sortant par l'ouverture $a b$ n'est pas du tout due comme le pensait *Newton* à la descente actuelle de l'eau depuis la surface permanente $F G$ jusqu'au niveau de la même ouverture $a b$, tandis qu'elle devrait aussi être due aux différentes autres descentes faites à d'autres différentes hauteurs, comme $I H$ (fig. II et III) ce qui est absurde, puisqu'il n'y a pas de mouvement descensionnel dans l'huile superposée substituée à l'eau, laquelle huile est stagnante et fixe dans sa position pendant le flux, mais seulement dans l'eau placée au-dessous.

Coroll. II.—Et puisque l'huile agit sur l'eau située au-dessous par *modum unius* ainsi que ferait un poids pressant, un piston pressant sur la surface de l'eau $I H$, il est évident que la pression exercée autour de l'ouverture (*pressione circumfusa à foro*) n'est pas celle de la simple colonne perpendiculaire ayant pour base l'orifice même comme le croyaient *MM. Varignon, Hermann* et beaucoup d'autres, mais bien celle de toute la masse. Car du moment qu'on peut abaisser la surface $I H$ de l'eau de plus en plus vers le fond, en augmentant simplement la charge de l'huile superposée et maintenir constamment un même flux par l'introduction de l'eau moyennant le tuyau ci-dessus indiqué, et l'huile n'agissant jamais que comme un piston exerçant une égale pression sur tous les points de la section infinie $I H$, il résulte que l'action d'une colonne quelconque déterminée ne peut point avoir lieu, de même que ne peut avoir lieu aucune descente déterminée, ainsi que nous l'avons démontré dans le corollaire précédent.

Coroll. III.—Il est démontré par les phénomènes que l'eau maintenue dans les réservoirs à une hauteur constante au-dessus des orifices de sortie est une eau regorgée, et que dans l'état de regorgement la pression exercée par la masse du liquide environnant à l'ouverture, agit comme un piston pour chasser l'eau par l'ouverture, et que, par conséquent, la force que l'eau a à sa sortie n'a pas plus été donnée par la descente actuelle faite depuis la surface ou depuis la limite du regorgement jusqu'à l'ouverture, qu'elle n'a été produite par la pression de la seule colonne verticale ayant l'ouverture même pour base. De sorte que l'on comprend clairement d'où vient que la limite du regorgement s'élève au-dessus du niveau de l'orifice d'autant plus et à mesure que l'orifice se rétrécit, et qu'elle s'abaisse d'autant plus que l'orifice s'élargit, jusqu'à disparaître entièrement avec le regorgement lui-même lorsque l'eau peut sortir librement.

Coroll. IV.—Et en outre on nous fait clairement comprendre en quoi agit le repos sensible dans les liquides regorgés, dont l'horizontalité sensible de la surface ou de la limite du regorgement ne donne plus lieu à aucun doute, puisque c'est la pression qui pousse principalement vers l'orifice. Et ce mouvement descensionnel quelconque qui a cependant lieu dans cet état ne paraît être clairement que le reflux successif des molécules vers l'orifice à cause de la compensation successive et de la substitution qu'on fait par d'autre eau à l'eau qui s'échappe, reflux, dont la masse totale du liquide, à cause du consentement très délicat de ses parties, doit se ressentir du fond à la limite du regorgement, sans qu'il agisse actuellement en chassant l'eau hors de l'orifice. Quant à la manière dont subsistent et se vérifient ensemble dans l'état regorgé, le repos sensible et ce mouvement descensionnel intérieur non agissant dans la production de la vitesse du flux aux orifices, elle servira d'argument à une autre exposition particulière qui aura lieu plus loin.

X.

Phénomène 7.—Si dans le récipient en verre $A B C D$ (fig. II) dans lequel il n'y aait que de l'eau regorgée, jusqu'à la limite $F G$, et que le flux soit déjà devenu perma-

ment, on plonge le long des parois du vase de petits morceaux de cire d'Espagne ou de quelque autre corps semblable, un peu plus pesants que l'eau, on remarque que ces petits morceaux descendent lentement vers le fond et dans une direction sensiblement verticale, jusqu'à ce qu'arrivés à peu de distance du fond, ils inclinent et recourbent visiblement leur cours vers l'ouverture, ensuite, en formant un angle aigu sensiblement déterminé avec le fond. Cette observation a été faite d'abord par M. Daniel Bernouilli ensuite par M. l'abbé Bossut comme on peut le voir dans leurs excellents traités d'hydrodynamique, et je l'ai ponctuellement refaite et vérifiée l'année passée.

XI.

Phénomène 8.—Ayant recueilli et mesuré la quantité d'eau sortie des orifices soit fournis de tubes, soit percés dans de minces lames sous différentes hauteurs permanentes d'eau dans les réservoirs, on a reconnu ainsi que par toutes les expériences faites par les expérimentateurs les plus diligents et les plus fidèles, que les vitesses d'un même fluide sortant du même tube ou du même orifice percé dans une lame, sous différentes hauteurs, sont entre elles en raison partagée ou sous-doublée des hauteurs permanentes du fluide au-dessus du centre de l'orifice. Les observations qui par royale munificence viennent d'être instituées plus récemment et en grand à Turin—(Michelotti, *Sper. Idraulici, e mem. del l'Ac. R. per gli anni 1784-85*) concourent aussi avec toutes les observations des temps passés, à prouver une telle vérité, de sorte qu'il n'y a peut-être pas de phénomène naturel aussi constamment établi que celui-ci.

Coroll.—Quelles que soient donc les hauteurs libres d'où descend un corps pesant, celui-ci, du repos où il est, peut acquérir à la fin du mouvement, les vitesses actuelles de l'eau sortant d'un même orifice sous différentes hauteurs permanentes de liquides dans le réservoir, et ces vitesses devant être entre elles en raison sous-doublée des dites hauteurs libres quelles qu'elles soient, selon la théorie des mouvements accélérés, il est indubitable que les hauteurs permanentes sous lesquelles l'eau est sortie avec les dites vitesses devront être entre elles comme les hauteurs libres d'où un corps pesant aurait acquis en tombant les mêmes vitesses à la fin de la descente.

CHAPITRE II.

RECHERCHE SUR L'ÉTAT DE REGORGEMENT DES LIQUIDES DANS LES RÉSERVOIRS.

XII.

Prop. I.—La surface d'un liquide abandonné à l'action libre de la gravité, et constitué en parfait équilibre dans un vase d'une forme quelconque qui le contient, est horizontale ou perpendiculaire dans tous les points à la direction de la gravité—Voyez-en la démonstration dans les traités d'Hydrostatique.

XIII.

Prop. II.—Réciproquement, un liquide contenu dans un vase d'une forme quelconque et abandonné à l'action de la gravité, dont la surface soit horizontale ou perpendiculaire dans tous les points à la direction de la gravité, est en parfait équilibre.

XIV.

Coroll. I.—Donc si un liquide contenu dans un vase n'est que sensiblement constitué en équilibre, sa surface, n'en sera que sensiblement horizontale ou perpendiculaire dans tous les points à la direction de la gravité.

Coroll. II.—Et réciproquement si la surface d'un liquide contenu dans un vase est sensiblement horizontale ou perpendiculaire de toutes parts à la direction de la gravité, tout le système sera sensiblement en équilibre.

XV.

Prop. III.—La surface de l'eau régorgée dans les réservoirs, d'où le liquide flue par les orifices percés à côté ou au fond, et où il est maintenu à une hauteur constante, pendant le flux, au-dessus du centre des orifices, se maintient toujours sensiblement horizontale.

Voyez le III^e phénomène, au § III du chapitre précédent.

Coroll. I.—Donc un tel système d'eau régorgée, se maintient, pendant le flux, dans l'intérieur des réservoirs sensiblement dans un état d'équilibre (§ XIV).

Coroll. II.—Mais comme dans l'intérieur du réservoir il doit y avoir en même temps un mouvement pour compenser le flux, il est hors de doute (§ IV), que cette condition de l'eau est un état mixte qui participe du repos sensiblement continu, aussi bien que du mouvement continu.

XVI.

Prop. IV.—Cela étant, définir la loi et les symptômes naturels et propres de cet état de regorgement de l'eau dans l'intérieur des réservoirs.

En considérant en premier lieu que dans l'état permanent on doit supposer la sortie de l'eau par l'orifice exactement égale à l'entrée par la partie supérieure, il est indubitable que l'écoulement et l'influx doivent se faire simultanément, autrement, ni d'une part, celui-là ne serait uniforme ni, de l'autre part, la limite supérieure du regorgement ne serait constante. Il faut donc que dans la masse regorgée on vérifie à chaque instant le passage d'une quantité d'eau égale, ni plus ni moins, à celle qui s'écoule par l'ouverture ou à celle qui infuse à la limite du regorgement; et comme toute la masse du liquide est homogène, ainsi l'eau qui infuse ne passe pas, par filtration, à travers l'eau regorgée comme à travers l'huile (§. § VI. VII.), mais se regorge aussitôt et se répand par l'eau qu'elle reçoit, autour de la limite du regorgement; et elle ne peut arriver à l'orifice pour sortir, sans que l'eau qui précède et qui est successivement plus rapprochée de l'orifice, lui ait cédé progressivement la place. Par conséquent la vérification de ce passage se fait par la translation successive et par le rapprochement, vers l'orifice, des molécules graduellement antérieures. Mais attendu la mobilité parfaite de l'eau et le consentement délicat de ses parties, ce mouvement effectif intérieur ne peut se faire sans que la masse entière s'en ressente jusqu'à la surface extérieure ou à la limite du regorgement. Donc il ne peut y avoir dans cette masse un repos absolu permanent, ni un équilibre permanent entre ses parties. En conséquence il ne peut y avoir non plus une horizontalité absolue, permanente à la surface. Mais c'est un fait que (Phén. III) cette surface se maintient, pendant le flux, sensiblement horizontale. Il existe donc un équilibre sensible entre les parties de l'eau dans l'état de regorgement et, par conséquent, un repos sensible dans le système. Mais s'il n'y a dans cette eau ainsi constituée, ni une continuité non interrompue d'équilibre ou de repos, parce que contre le fait, la surface devrait s'y maintenir continuellement et absolument horizontale, ni une continuité non interrompue d'instabilité, parce que pareillement contre le fait, l'horizontalité sensiblement permanente de la surface ne subsisterait pas non plus comme dans les fluides imparfaits, il est de nécessité, que dans cette condition singulière de l'eau ait lieu une perpétuelle succession d'équilibre et d'instabilité. Par conséquent, le mouvement et le repos, c'est-à-dire, l'instabilité dans les parties, et le retour à l'équilibre doivent être nécessairement successifs. Mais de nouveau, l'horizontalité de la surface et l'écoulement par l'orifice paraissent sensiblement continus. Il faut donc conclure que ces passages successifs du repos au mouvement et du mouvement au repos, sont autant que peut l'être une opération subite de la nature, instantanés et très rapides. Par conséquent la loi et les systèmes propres à l'état de regorgement de l'eau dans l'intérieur des réservoirs consistent dans l'existence au dedans de la masse regorgée de l'eau d'une condition périodiquement variable, ou une façon particulière de passages périodiquement successifs du repos momentané au mouvement momentané, et de celui-ci de nouveau au repos, de manière que le repos du système d'où résulte l'horizontalité sensiblement continue et permanente de la surface, ne paraît pas

Espagne ou
arque que ces
sensiblement
recourbant
gu sensible-
r M. Daniel
s excellents
année passé.

orifices soit
tours perma-
expériences
les vitesses
ne lame, sous
des hauteurs
lons qui par
d à Turin—
ourent aussi
de sorte qu'il
celui-ci.

nd un corps
les vitesses
ermanentes de
s sous-doublée
mouvements
les l'eau est
s libres d'où
e la descente.

RÉSERVOIRS.

a gravité, et
le content,
la gravité—

forme quel-
rizontale ou
t en parfait

sensiblement
ou perpendi-

s un vase est
ection de la

interrompu à la vue, de même que le mouvement descensionnel d'où résulte ensuite le flux sensiblement continu et permanent des molécules vers l'orifice ne paraît pas non plus interrompu à la vue. Il est évident par là, de quelle manière est cet état mixte comme nous avons dit (§ IV.)—, qui participe du repos et du mouvement, distinct de l'état de repos absolu et de l'état de mouvement absolu, autant que ces deux états le sont entre eux, et unique dans son genre. Ce qui, etc.

XVII.

Scolie.—Il n'y a, par conséquent, aucune grandeur déterminée ou indéterminée de réservoir, ni aucune forme de vase à laquelle la loi que nous venons de définir soit particulièrement limitée. Quelle que soit la forme du vase dans lequel le liquide a une surface établie et permanente, et quelle que soit l'ouverture par laquelle il s'écoule uniformément, le liquide est dans un véritable état de regorgement, et dans cet état il n'est question ni de la grandeur, ni de la forme du vase et pas même de la grandeur de l'orifice. Telle est la propriété caractéristique qui le fait reconnaître et distinguer des autres.

XVIII.

Prop. V.—La vitesse actuelle d'une molécule quelconque qui traverse la masse d'eau regorgée, pendant le flux, est toujours infiniment petite.

Car, puisqu'il doit y avoir un passage successif de repos au mouvement descensionnel, et de celui-ci au repos, et ainsi toujours alternativement, pendant le flux, tous les petits espaces parcourus successivement par une molécule seront toujours interposés entre deux points de station ou de repos, et par conséquent il ne peut y avoir de molécule descendante en actualité de descente qui ne soit dans l'instant immédiatement précédant partie du repos. Mais il n'y a pas de force déterminée qui soit capable de donner en un instant une vitesse déterminée à un corps sorti du repos. Donc la vitesse actuelle d'une molécule quelconque qui descend à travers la masse regorgée sera nécessairement infiniment petite. Ce qui, etc.—

XIX.

Coroll. I.—Si l'on suppose donc un liquide qui s'écoule avec une vitesse infiniment petite, dès que l'écoulement est constitué dans un état permanent, il est prouvé que les parties du système sont entre elles dans un équilibre sensible.

Coroll. II.—Par conséquent, dans cet état qui est celui de regorgement, il est aussi évident que la loi des sections réciproques aux vitesses ne peut avoir rigoureusement lieu dans la masse regorgée comme cela arrive dans les mouvements libres des liquides. Car pour garantir une semblable loi au dedans de la masse, il faudrait ou se borner à certains vases d'une forme et d'une grandeur déterminée, que la nature de cet état n'exige pas, ou de subordonner les vitesses momentanées des molécules qui traversent la masse à une loi toute autre que celle qu'on a démontré avoir réellement lieu, vitesse éteinte alternativement à la renaissance de l'équilibre et renaissante à la cessation de l'équilibre, avec une alternative très constante et imperceptible. D'où il résulte que les théories des plus illustres hydrodynamiciens sur les mouvements des liquides sortant des orifices des réservoirs ne sont peut-être pas bien fondées sur cette loi qui est nécessairement exclue par l'état de regorgement.

XX.

Scolie.—Il était bien difficile de concilier une accélération continue de mouvement dans l'eau regorgée des réservoirs avec les phénomènes, et surtout avec ceux qui nous montrent ouvertement que la vitesse du flux est due à la pression environnante de l'eau et jamais à la descente actuelle libre de la limite du regorgement à l'endroit du flux. Les stations momentanées à cause desquelles renaît à chaque instant l'équilibre sensible des parties tandis qu'elles interrompent à chaque instant le cours descensionnel, ne laissent pas retenir aux molécules la vitesse acquise et éloignant à

sa naissance toute accélération, sont celles qui donnent lieu en même temps à une vitesse intérieure sensiblement uniforme, toujours élémentaire et à chaque instant renaissante du repos ; ce qui constitue une admirable économie de la nature, laquelle méritait certainement d'être développée et connue intimement. Si toutefois je suis parvenu à le faire convenablement.

XXI.

Scolie.—Par conséquent, tant que l'eau contenue dans les vases, subsiste à l'état de regorgement, le système de l'état mixte, que nous avons défini, se conserve (§ XVI). et la vitesse des molécules ne peut jamais être définie, ni recevoir une détermination. Pour que cette vitesse toujours élémentaire et qui, comme nous avons dit, renaît toujours du repos, puisse recevoir une détermination, il faut que l'eau passe de l'état regorgé à l'état libre qui est véritablement celui dans lequel l'eau n'est pas empêchée de couler avec cette vitesse et dans cette direction de mouvement dont elle est animée, soit à cause de son mouvement naturel, soit à cause des forces qui l'excitent au mouvement.

XXII.

Scolie.—Puisque l'on a démontré (§ XVIII.) que la célérité dc d'une molécule quelconque de passage par la masse d'eau regorgée est toujours infiniment petite, et en outre la dynamique nous démontrant que la vitesse initiale d'un point libre excité par une puissance quelconque " g " est proportionnelle au produit gdt de la puissance g par le temps infiniment petit dt pendant lequel au même point la puissance reste appliquée si une molécule quelconque de liquide regorgé, excitée par la pression circumfuse (§IX. Coroll. III.) devient un point libre, et qu'on appelle g la force de pression qui l'excite, sa célérité dans l'instant dt sera exprimée par le produit gdt . Donc cette célérité instantanée qui était dc indéterminément dans l'état de regorgement, devient gdt dans l'état libre et se détermine par l'équation $dc = gdt$. Par conséquent dans quelque point de ce système regorgé qu'ait lieu ce passage dans les molécules, de l'état de regorgement à l'état libre, on aura toujours l'équation :—

$$(A) \quad dc = gdt = 0$$

XXIII.

Coroll. I.—Il est donc démontré que l'équation (A) ne peut avoir lieu au dedans de la masse des liquides maintenus à une hauteur constante dans les réservoirs à l'état actuel et effectif de regorgement dans lequel ils sont, et qu'elle ne convient qu'à l'état libre, c'est-à-dire lorsque dans les masses liquides regorgées on vérifie le passage de cet état-là à l'état libre.

Coroll. II.—Et, par conséquent, en demeurant ferme dans le propos de ne donner lieu ni à des distinctions mentales ni à des hypothèses souples aux lois du calcul, mais de ne conclure que ce que les phénomènes, vu le raisonnement rigoureux, portant à conclure les choses précédentes excluent inexorablement de l'intérieur des liquides regorgés, les mouvements qui leur sont communément attribués par les Hydrodynamiciens.

XXIV.

Scolie.—Personne peut-être, plus que M. d'Alembert, n'a été aussi près de reconnaître dans les liquides renfermés dans les vases, l'état de regorgement qui participe des deux états de mouvement et de repos et qui est essentiellement distinct de l'un et de l'autre. Il suffit d'examiner les principes sur lesquels il a établi sa théorie sur les mouvements des fluides. Et en vérité notre équation (A) (§. XXII.) qui tire légitimement son origine de la connaissance que l'on a faite de cet état, pourrait servir de principe fondamental pour résoudre tous les problèmes de cet illustre géomètre si une simple spéculation hydronamique était mon but. Mais tout supposerait un état de

mouvement et non pas l'état des liquides en actualité de regorgement, qui est l'objet en question, dans lequel cette équation ne peut pas avoir lieu du tout (§. XXIII.). On voit de là dans quelle condition de choses sa théorie s'accorde avec les faits, c'est-à-dire en supposant que les fluides soient sortis du regorgement et qu'ils fuent sans les alternatives de descente et de l'équilibre, alternatives qui détruisent toute accélération et toute continuité dans les mouvements.

XXV.

Scolie.—Mais comme je craindrais de confondre les objets et de rendre obscures, les idées très-claires, que nous pouvons nous former, sur la condition intérieure des liquides constitués à l'état de regorgement, en approfondissant davantage cette recherche, ce qu'on pourrait bien faire ; ainsi, je m'en vais explorer, d'après les démarches qui ont été faites, leur mouvement extérieur lorsqu'ils sont passés de cet état de regorgement à l'état libre ; et ce sera l'argument du chapitre suivant.

Dans les deux autres chapitres (3me et 4me) de sa " Théorie Physico-Mathématique " Lorgna traite du mouvement des liquides après que, pour me servir de son expression, ils sont sortis de l'état d'écoulement qui existe au-dedans des réservoirs, par les orifices pratiqués dans le fond ou les côtés de ces réservoirs, et aussi de la contraction de la veine dans les jets horizontaux, les jets verticaux ascendants, et les jets descendant verticalement.

Après avoir expliqué de quelle manière les molécules liquides sortant des orifices dans les réservoirs, où le niveau de l'eau est maintenu à une hauteur constante, au-dessus des centres de ces orifices, sont attirées tout à la fois par la gravitation naturelle et l'action réciproque des pressions autour des orifices ; l'auteur, par une série de raisonnements fort ingénieux, trouve moyen de déterminer la hauteur due à la vitesse actuelle dans un orifice percé en mince paroi. Suivant lui elle est égale à :

$$2 H \times 2 \left(\frac{\sqrt{5}-1}{2} \right)^2 = 0.472127 H$$

Il trouve ensuite :

$$2 A a^2 \left(\frac{\sqrt{5}-1}{2} \right)^2 - y \left(x + 2 A \left(\frac{\sqrt{5}-1}{2} \right)^2 \right) = 0, \text{ ou}$$

$$a^2 (0.472 A) - y (x + 0.472 A) = 0$$

pour l'équation du conoïde hyperbolique de la veine liquide contractée,—où A représente la hauteur constante du niveau du liquide au-dessus de l'orifice, a le rayon de cet orifice, y le rayon de la section transversale de la veine à une distance quelconque x , du plan de l'ouverture.

Mettant $a = x = 1$, dans la dernière équation, elle devient :

$$0.472 A - y (1 + 0.472 A) = 0, \text{ d'où il suit que :}$$

$$y = \frac{(0.472 A)^{\frac{1}{2}}}{(1+0.472 A)^{\frac{1}{2}}} = \left\{ \begin{array}{l} \text{le rayon D E (Fig. 8) de la section circulaire de la veine à} \\ \text{une distance, disons, de } \frac{1}{2} \text{ diamètre d'orifice, de son plan,} \end{array} \right\}$$

qui est la formule du conoïde hyperbolique de Newton.

Mais la courbe décrite par les extrémités des ordonnées (y) calculées au moyen de cette formule, diffère complètement du profil que présente la veine naturelle contractée, dont la contraction est beaucoup plus grande que celle qui ressort de ce

calcul, comme Venturi l'a démontré dans la table suivante, que nous extrayons de ses "Recherches Expérimentales."

Auteurs des expériences.	Valeur de D E (Fig. 8) par mesu- rage direct.	Valeur de D E (Fig. 8) d'après la formule précédente.
Peleni (de Castellis, § 35)	0.79	0.97
Michelotti; Sperini. Idraul., Tom. I., Exper. 46; Tom. II., Exper. 4.	0.83	0.99
Bossut (Hydrodyn., Art. 437, Exper. 8)	0.818	0.99
Venturi, avec une charge de 35 pouces et un orifice circulaire horizontal, ayant un diamètre de 18 lignes françaises= 1.6666 pouces anglais.....	0.796	0.984

"Il est évident," dit Venturi, "que la contraction de la veine, telle que trouvée dans les expériences, est incomparablement plus grande que ne pourrait le faire l'accélération de la gravitation, même dans les jets descendants. Mais que dire alors des jets horizontaux et ascendants, sur lesquels assurément la gravitation n'exerce aucune action, et qui ont à peu près la même contraction que les courants descendants? La contraction de la veine est donc bien différente de l'hyperboloïde de Newton."

Venturi ajoute: "Dans son désir de prouver que la veine ne possède pas toute la vitesse qui résulte de la hauteur du niveau du liquide au-dessus du centre de l'orifice, Lorgna rapporte les expériences de Kraft,* qui ne vont point à la question, parce qu'elles ont été faites avec des tubes cylindriques. Or nous avons vu que cette sorte de tubes consume toujours une partie de la vitesse; par conséquent nous ne pouvons pas nous en servir pour déterminer une règle applicable aux orifices en mince paroi. † Il ne veut pas qu'on mesure la vitesse des jets ascendants par la hauteur qu'ils atteignent, parce qu'il croit que chaque partie du jet est poussée et soutenue par celle qui la suit; et cela presque jusqu'à la hauteur de la charge d'eau. Et pourtant, si nous interceptons le jet, tout-à-coup, les dernières parties du liquide s'élèvent à la même hauteur que celles qui les ont précédé, bien qu'elle n'ait aucune colonne ou jet continu, qui les suive et les soutienne. Il faut donc que ces dernières parties aient reçu, à leur passage dans l'orifice, toute la vitesse requise pour les élever presque à la hauteur de la surface de l'eau dans le réservoir."

* Acta Petrop. Vol. VIII.

† Torricelli a remarqué cette différence à la page 168 de ses œuvres "*quoties cumque autem aqua per tubum latentem decurrens per angustius transire debuisset, facta omnia reperies.*"

st l'objet
XXIII.).
ts, c'est-
ent sans
e accélé-

obscurer,
eure des
ge cette
après les
és de cet
t.

Mathéma-
ir de son
réservoirs,
ssi de la
nts, et les

es orifices
stante, au-
gravitation
, par une
teur due à
est égale à:

où A repré-
e rayon de
quelconque

a veine à }
n plan, }

au moyen
naturelle con-
essort de ce

