Technical and Bibliographic Notes / Notes techniques et bibliographiques

The Institute has attempted to obtain the best original copy available for filming. Features of this copy which may be bibliographically unique, which may alter any of the images in the reproduction, or which may significantly change the usual method of filming, are checked below.

L'Institut a microfilmé le meilleur exemplaire qu'il lui a été possible de se procurer. Les détails de cet exemplaire qui sont peut-être uniques du point de vue bibliographique, qui peuvent modifier une image reproduite, ou qui peuvent exiger une modification dans la méthode normale de filmage sont indiqués ci-dessous.

- [ ] Coloured covers/ Couverture de couleur
- [ ] Covers damaged/ Couverture endommagée
- [ ] Covers restored and/or laminated/ Couverture restaurée et/ou pelliculée
- [ ] Cover title missing/ Le titre de couverture manque
- [ ] Coloured maps/ Cartes géographiques en couleur
- [ ] Coloured ink (i.e. other than blue or black)/ Encre de couleur (i.e. autre que bleue ou noire)
- [ ] Coloured plates and/or illustrations/ Planches et/ou illustrations en couleur
- [ ] Bound with other material/ Relié avec d'autres documents
- [x] Tight binding may cause shadows or distortion along interior margin/ La reliure serrée peut causer de l'ombre ou de la distorsion le long de la marge intérieure
- [ ] Blank leaves added during restoration may appear within the text. Whenever possible, these have been omitted from filming/ Il se peut que certaines pages blanches ajoutées lors d'une restauration apparaissent dans le texte, mais, lorsque cela était possible, ces pages n'ont pas été filmées.

- [ ] Coloured pages/ Pages de couleur
- [ ] Pages damaged/ Pages endommagées
- [ ] Pages restored and/or laminated/ Pages restaurées et/ou pelliculées
- [x] Pages discoloured, stained or foxed/ Pages décolorées, tachetées ou piquées
- [ ] Pages detached/ Pages détachées
- [x] Showthrough/ Transparence
- [x] Quality of print varies/ Qualité inégale de l'impression
- [ ] Continuous pagination/ Pagination continue
- [ ] Includes index(es)/ Comprend un (des) index

Title on header taken from:/ Le titre de l'en-tête provient:

- [ ] Title page of issue/ Page de titre de la livraison
- [ ] Caption of issue/ Titre de départ de la livraison
- [ ] Masthead/ Générique (périodiques) de la livraison

- [x] Additional comments:/ Commentaires supplémentaires: Il y a des faux plis dans le milieu des pages.

This item is filmed at the reduction ratio checked below/
Ce document est filmé au taux de réduction indiqué ci-dessous.

10X		14X		18X		22X		26X		30X	
	12X		16X		20X	✓	24X		28X		32X

TRAITÉ
D'ARITHMÉTIQUE,

CONTENANT

TOUTES LES OPERATIONS ORDINAIRES DU CALCUL,

LES FRACTIONS,

L'EXTRACTION DES RACINES,

LES PRINCIPES

POUR MESURER LES SURFACES ET LA SOLIDITE DES CORPS,

ENRICHI D'UN GRAND NOMBRE DE

PROBLÈMES A RÉSOUDRE,

POUR SERVIR D'EXERCICE AUX ÉLÈVES.

A L'USAGE

DES ÉCOLES CHRÉTIENNES.

TROISIÈME ÉDITION.

Montreal:

DE LA LIBRAIRIE CANADIENNE

D'E. R. FABRE & CIE.

RUE ST. VINCENT, NO. 3.

1845.

PRÉFACE.

Cet ouvrage est divisé en Deux Parties. La 1e. contient les définitions et la théorie des quatre règles et des fractions ordinaires ; la 2e. la théorie des proportions et des règles qui en dépendent.

L'expérience a démontré qu'un grand nombre de jeunes gens, qui connaissent parfaitement la manière d'opérer les quatre principales règles de l'Arithmétique, sont cependant embarrassés pour en faire l'application aux problèmes qui leur sont proposés, s'ils renferment la moindre difficulté. Pour obvier à cet inconvénient, nous avons placé, à la suite de chaque partie, un grand nombre de problèmes d'application, pour servir d'exercice à leur intelligence et leur faire contracter l'habitude du calcul.

Pour atteindre ce but, il est essentiel qu'avant de passer à la solution des problèmes, les élèves étudient et comprennent bien les définitions et les raisonnements qui concernent la règle qui doit être appliquée ; car les explications, indiquant la marche qu'il faut suivre, et s'oubliant difficilement, lorsqu'elles sont bien saisies, deviennent des principes sûrs pour toutes les opérations dont elles sont la base fondamentale. Il est aussi très important de ne pas faire passer les élèves à une règle qu'ils ne sachent parfaitement la précédente.

Nous avons placé à la suite de l'Arithmétique, des principes généraux pour mesurer les surfaces et la solidité des corps.

Nous n'avons pas mis les réponses à la suite des problèmes, afin d'obliger les élèves à entrer dans le sens de la question au lieu de se borner seulement à chercher, par une combinaison quelconque des nombres proposés, un résultat semblable à celui qui serait désigné pour réponse. Cette mesure diminuera le travail du maître, qui, sans être obligé d'examiner la marche que les élèves auront suivie, pourra se contenter de leur demander le résultat de leur opération, et de le confronter avec celui qu'il sait être le véritable. Il aura néanmoins l'attention d'interroger les moins capables de chaque ordre les premiers, et d'empêcher les communications réciproques. Cependant, lorsqu'il s'agira d'un problème difficile, on pourra faire écrire la réponse sur le tableau noir, après que les élèves l'auront cherchée avec application pendant un temps suffisant sans avoir réussi.

EXPLICATION

DES SIGNES DONT ON FERA USAGE DANS CET OUVRAGE.

Le signe S. signifie..........schelling.
d..............................denier.
$..............................piastre.
£..............................louis.
℔..............................livre poids.
D..............................demande.
R..............................réponse.
Q..............................question.
—..............................moins.
+..............................plus.
×..............................multiplié par.
$\frac{12}{4}$..............................12 divisé par 4.
=..............................égal à.
pr. $\frac{0}{0}$..............................pour cent.
x..............................terme inconnu.
Nr..............................numérateur.
Dr..............................dénominateur.
D. C..............................dénominateur commun.
:..............................est à.
::..............................comme.
$\sqrt{}^{2}$..............................racine carrée à extraire.
$\sqrt{}^{3}$..............................racine cubique à extraire.
÷..............................progression arithmétique.
∺..............................progression géométrique.

CHIFFRÈS ROMAINS.

I.	V.	X.	L.	C.	D.	M.
1.	5.	10.	50.	100.	500.	1000.

I	1
II	2
III	3
IV	4
V	5
VI	6
VII	7
VIII	8
IX	9
X	10
XI	11
XII	12
XIII	13
XIV	14
XV	15
XVI	16
XVII	17
XVIII	18
XIX	19
XX	20
XXI	21
XXII	22
XXIII	23
XXIV	24
XXV	25
XXVI	26
XXVII	27
XXVIII	28
XXIX	29
XXXI	31
XXXIV	34
XXXIX	39
XL	40
XLVII	47
XLIX	49
LI	51
LX	60
LXXXI	81
XCIV	94
XCIX	99
CCCI	301
CD ou IVc	400
DC ou IDC	600
CM	900
MC	1100
MD	1500
MM ou IIm	2000
MMM	3000
DCCCVI	816
Xm	10000000
Cm	100000000
DCCXCXIX	799
MDCCXC	1790
MDCCCXXIX	1829
MDCCCXXXV	1835

TRAITÉ D'ARITHMÉTIQUE.

PREMIÈRE PARTIE.

INTRODUCTION.

ORIGINE DE L'ARITHMÉTIQUE.

Quoique les besoins de la vie fussent beaucoup moins variés dans les premiers temps qu'ils ne le sont aujourd'hui, il est certain que, dès cette époque, il y avait peu d'hommes qui pussent se suffire à eux-mêmes et trouver, dans leurs possessions particulières, tout ce qui était nécessaire à leur bien-être. Cette insuffisance fut l'origine des échanges qui, d'abord, ne purent se faire qu'en nature, c'est-à-dire que l'un donnait une partie des choses qu'il avait en abondance pour en recevoir d'autres dont il manquait et réciproquement.

Cependant, les besoins s'étant multipliés, les échanges devinrent plus difficiles, surtout entre les populations éloignées les unes des autres; ils seraient même devenus impraticables, si la nécessité de les continuer n'eût fait naître l'idée d'attacher à quelques métaux une valeur de convention, équivalente, en quelque sorte, à celle qui était attribuée aux choses en nature ; telle fut l'origine des monnaies, qui, dès le principe, s'apprécièrent au poids, et les échanges faits de cette manière prirent le nom de ventes.

Les développements successifs du commerce rendirent de jour en jour les ventes plus compliquées et les évaluations plus difficiles. On sentit le besoin de méthodes promptes et sûres pour les effectuer de manière à garantir les intérêts divers qui se trouvaient sans cesse compromis. Les recherches faites à ce sujet donnèrent des résultats satisfaisants pour l'époque ; on les perfectionna dans la suite, et l'on parvint enfin à établir des règles fixes et certaines dont le résultat produisit la science qu'on appelle Arithmétique.

DÉFINITIONS PRÉLIMINAIRES.

1. L'Arithmétique est la science des nombres et du calcul.

2, On appèle nombre l'expression du rapport d'une *grandeur* quelconque comparée à *l'unité.*

3. Par *grandeur* ou *quantité* on entend tout ce qui est susceptible d'être augmenté ou diminué, comme les mesures, la valeur des choses, le temps, &c.

4. *L'unité* est la chose que l'on a en vue, comme terme de comparaison, lorsqu'il s'agit de compter, ou de désigner combien il y en a de semblables dans une quantité.

5. Les nombres, en général, se divisent en nombres *abstraits* et en nombres *concrets.*

6. On appelle nombres *abstraits* ceux dont la nature de l'unité n'est pas déterminée, comme, 1, 2, 6, 4, &c.

7. On appelle nombres *concrets* ceux dont la nature de l'unité est déterminée, comme 4 verges, 5 schellings, 6 toises, &c.

8. On appelle *complexes* les nombres dont les divisions respectives se rapportent à des unités différentes, comme 4 jours, 6 heures, 5 minutes ; et *incomplexes* ceux qui ne contiennent pas de subdivisions, comme 4 jours, 8 degrés, &c.

9. Le calcul est l'art de composer ou décomposer les nombres par diverses opérations. Les opérations fondamentales de l'arithmétique sont l'addition, la soustraction, la multiplication, et la division ; mais avant de faire ces opérations, il faut savoir la numération.

Questions sur les définitions préliminaires.

Qu'est-ce que l'arithmétique ? 1. Qu'appelle-t-on nombre ? 2. Qu'entend-on par grandeur ou quantité ? 3. Qu'est-ce que l'unité ? 4. Comment divise-t-on les nombres ? 5. Qu'appelle-t-on nombres abstraits ? 6. Qu'appelle-t-on nombres concrets ? 7. Qu'appelle-t-on nombres complexes ? 8. Qu'est-ce que le calcul ? 9.

NUMÉRATION.

10. La numération est l'art de représenter et d'énoncer les nombres.

Par exemple, s'il s'agit d'une somme, l'écrire avec des caractères particuliers, ou énoncer sa valeur ; d'une longueur, exprimer combien elle contient de mesures connues ; d'une réunion d'hommes, combien il y en a.

11. Pour représenter les nombres on se sert de dix caractères, qu'on nomme chiffres ; les voici :

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0,
Un deux, trois, quatre, cinq, six, sept, huit, neuf, zéro.

12. Pour exprimer les autres nombres au-dessous de neuf, on est convenu que de dix unités simples on en ferait une seule à laquelle on donnerait le nom de *dizaine ;* ainsi pour exprimer *quatorze* on écrira, 14 ; que de dix dizaines on ferait une seule unité, qui se nommerait *centaine ;* ainsi *cent trente-sept* s'écrit 137 ; le premier chiffre à gauche exprime une centaine, le second 3 dizaines, et celui de la droite sept unités. De même dix centaines font un *mille ;* et ainsi de suite.

13. Les chiffres ont deux valeurs, l'une absolue, qui est celle qu'ils ont, étant considérés isolément, et l'autre relative, qui est celle que leur donne le rang qu'ils occupent. Ainsi dans 842, la valeur absolue du premier chiffre à gauche est 8, et sa valeur relative 8 centaines d'unités ou huit cents, parce qu'il est au troisième rang ; la valeur absolue du second chiffre est 4, et sa valeur relative 4 dizaines, parce qu'il est au second rang ; le 2 conserve sa valeur absolue.

14. Pour énoncer aisément une quantité exprimée par un grand nombre de chiffres on la partage en tranches de trois chiffres chacune, en leur donnant les noms suivants: unités mille, millions, billions, trillions, &c.; ainsi le nombre 345 : | 678 | 907 | 654 | 326, s'exprime en disant : trois cent quarante-cinq trillions, six cent soixante-dix-huit billions, neuf cent sept millions, six cent cinquante-quatre mille, trois cent vingt-six unités.

Questions sur la Numération.

Qu'est-ce que la Numération ? 10. De quoi se sert-on pour représenter les nombres ? 11. Que fait-on pour exprimer les autres chiffres au dessus de neuf ? 12 Combien les chiffres ont-ils de valeurs ? 13. Que fait-on pour énoncer aisément une quantité exprimée par un grand nombre de chiffres? 14.

DÉCIMALES.

15. On appelle décimales des parties dix fois, cent fois, mille fois, &c., plus petites que l'unité, et qui sont successivement de dix en dix fois plus petites que les autres.

16. Les parties contenues dix fois dans l'unité se nomment *dixièmes ;* les dixièmes de dixièmes, *centièmes;* les dixièmes de centièmes, *millièmes,* &c.

17. La formation des parties décimales est rendue sensible par l'exemple suivant : si l'on divise une pomme en dix parties égales, chaque morceau représentera la dixième partie de l'unité, qui est ici la pomme ; si l'on divise ensuite chaque dixième en dix parties égales on obtiendra des centièmes. Il en serait de même, si au lieu d'opérer sur une pomme on opérait sur une verge, sur une toise, &c.

18. On écrit les nombres décimaux avec les mêmes caractères que les nombres ordinaires. On écrit d'abord

le nombre entier, à la droite duquel on met une virgule; puis allant de gauche à droite, on écrit successivement les *dixièmes, les centièmes, les millièmes,* &c. Ainsi, par exemple, le nombre 4 entiers 25 centièmes s'écrit 4,25.

19. S'il manque quelque ordre de décimales on le remplace par un zéro. Par exemple, le nombre 14 entiers 5 centièmes, s'écrit 14,05, en mettant un O pour représenter les dixièmes. Si dans le nombre proposé il n'y a pas d'entiers, on met O aux unités, et on donne aux décimales leurs places respectives.

20. Pour rendre un nombre entier dix fois, cent fois, mille fois, &c., plus grand, on met un zéro à sa droite, deux pour cent, trois pour mille, &c. Par exemple, pour rendre le nombre 26 dix fois plus grand, j'écris un zéro à sa droite ; et j'ai 260, nombre dix fois plus grand que le premier, puisque ses unités sont devenues des dizaines et ses dizaines des centaines. Pour le rendre cent fois plus grand, j'écris à sa droite deux zéros et j'ai 2600, nombre effectivement cent fois plus grand que le premier, puisqu'au lieu de vingt-six unités, j'ai vint-six centaines.

21. Pour rendre un nombre entier dix, cent, mille fois, &c., plus petit, il faut séparer sur sa droite, par une virgule un, deux, trois, &c., chiffres. Ainsi pour rendre le nombre 425 cent fois plus petit, je sépare les deux chiffres à droite, et j'ai 4,25, nombre cent fois plus petit que le premier, puisque les centaines sont devenues des unités, les dizaines des dixièmes, &c.

Questions sur les Décimales.

Qu'appelle-t-on décimales ? 15. Quels noms donne-t-on à ces parties décimales ? 16. Expliquez la formation des parties décimales ? 17. Comment écrit-on les nombres décimaux ? 18. Que fait-on lorsqu'il manque quelque ordre de décimales ? 19. Que faut-il faire pour rendre un nombre entier dix, cent, mille fois, &c. plus grand ? 20. Que faut-il faire pour rendre un nombre entier dix, cent, mille fois, &c., plus petit ? 21.

Exercices sur la Numération.

NOMBRES A ÉCRIRE EN CHIFFRES.

1. Dix *unités*, vingt *unités*, quatre-vingt-six *unités*.

2. Vingt-sept *unités*, quarante-huit *unités*, soixante-cinq *unités*.

3. Soixante-quinze *unités*, quatre-vingt treize *unités*.

4. Soixante-douze *unités*, quatre-vingt-trois *unités*.

5. Cent *unités*, cent dix *unités*, cent dix-sept *unités*.

6. Cent vingt-quatre *unités*, cent trente *unités*, cent quarante-neuf *unités*.

7. Six cent deux *unités*, sept cent vingt-trois *unités*, huit-cent quarante-sept *unités*.

8. Quatre cent quatre-vingt-onze *unités*, cinq cent soixante-six *unités*.

9. Mille *unités*, mille une *unités*, deux mille six *unités*.

10. Trois mille sept *unités*, quatre mille quarante *unités*.

11. Sept mille huit *unités*, huit mil cent douze *unités*.

12. Neuf mille trente et une *unités*, dix-sept mille cinquante-quatre *unités*.

13. Trente-six mille neuf *unités*, cinquante cinq mille cinq cent deux *unités*.

14. Soixante-dix mille quarante *unités*, quatre-vingt mille quatre-vingt-sept *unités*.

15. Cent dix-sept mille cinq cent vingt-deux *unités*.

16. Quatre cent trente-cinq mille deux cent quatre-vingt-dix-sept *unités.*

17. Huit cent mille six cent quatre *unités,* six cent un mille deux *unités.*

18. Sept cent dix-huit mille trois cent deux *unités,* quatre mille quatre *unités.*

19. Deux millions six cent vingt-cinq mille quatre cent deux *unités.*

20. Dix millions six cent mille trois cent vingt-cinq *unités.*

21. Quarante-trois millions neuf cent mille vingt-quatre *unités.*

22. Deux cent millions six cent douze mille cinq cent quatre *unités.*

23. Vingt-six *unités,* trois *dixièmes.*

24. Trente-huit *unités,* quarante *centièmes.*

25. Quarante-quatre *unités,* vingt-trois *centièmes.*

26. Vingt-deux *unités,* quarante-huit *millièmes.*

27. Neuf cent six *unités,* cinq *millièmes.*

28. Quatre mille sept *unités,* cinq cent *millièmes.*

29. Huit cent quinze *unités,* seize *millièmes.*

30. Quarante mille dix *unités,* trois *centièmes.*

Nombres à écrire en toutes lettres.

	Unités.		Unités.
31	14	41	570607
32	60	42	9006014
33	400	43	92100121
34	806	44	800800003
35	6004	45	400000901
36	4068	46	87940015
37	80067	47	35000918
38	68096	48	75007077
39	650005	49	30150900
40	990660	50	45040110

Nombres décimaux.

51..............6 *un.* 45	56.........703, *un.* 200
52...............7, 07	57.........825, 120
53...............9, 909	58.........354, 006
54............402, 899	59.........532, 060
55............541, 409	

Exercices sur l'application des propriétés de la Numération.

60.	Rendre	10 fois plus grand	le nombre	784,
61.	"	100 fois plus petit	"	4867,
62.	"	1000 fois plus grand	"	1064, 45
63.	"	100 fois plus grand	"	640, 4
64.	"	1000 fois plus petit	"	74,
65.	"	10000 fois plus grand	"	746,
66.	"	100 fois plus petit	"	9, 35
67.	"	1000 fois plus grand	"	6, 468
68.	"	1000 fois plus grand	"	0, 45
69.	"	1000 fois plus petit	"	9, 10

ADDITION.

22. L'addition est une opération par laquelle on joint ensemble plusieurs quantités de même espèce pour en faire un seul nombre ou total.

Ainsi l'opération par laquelle on trouverait la somme des nombres 6, 5, 4, et 3, serait une addition.

23. Par quantités de même espèce, on entend celles qui portent la même dénomination. Ainsi on peut additionner des schellings avec des schellings, des verges avec des verges, des toises avec des toises, &c.; mais on n'additionne pas des schellings avec des verges, des toises avec des pieds, &c.

24. Pour bien poser l'addition, il faut écrire les nombres de manière que les unités soient sous les unités,

les dizaines sous les dizaines, les centaines sous les centaines, etc. comme on le voit ci-dessous :

434678
1323
284
32
4

25. On commence l'addition par les chiffres de la première colonne à droite, afin que, dans les nombres entiers, on puisse porter les dizaines qui proviennent de l'addition des unités à la colonne des dizaines, et les centaines qui proviennent de la colonne des dizaines à la colonne des centaines, ainsi de suite.

EXEMPLE :

Quel est le total des trois nombres suivants 428, 635, et 874 ? Réponse, 1937 unités.

OPÉRATION :

	428
	635
	874
Total,	1937
	110

Après avoir écrit les nombres les uns sous les autres, je commence par additionner les unités, en disant, 8 et 5 font 13, et 4 font 17; en dix-sept unités il y a une dizaine et sept unités ; j'écris 7 unités et je retiens une dizaine pour la porter au rang des dizaines. A la seconde colonne, qui est celle des dizaines, je dis: 1 de retenue et 2 font 3, et 3 font 6, et 7 font 13; en treize dizaines il y a une centaine et 3 dizaines; j'écris 3 au rang des dizaines, et je retiens 1 centaine. Je passe à la 3e colonne, en disant: 1 de retenue et 4 font 5, et 6 font 11, et 8 font 19; j'écris 9 au rang des centaines, et j'avance 1 au rang des mille, et j'ai 1937 pour la somme ou le total des trois nombres proposés.

26. L'addition des nombres décimaux se fait comme celle des autres nombres ; mais on sépare à droite du résultat, par une virgule, autant de chiffres qu'il y a de décimales dans celui des nombres qui en a le plus parmi ceux qu'on a additionnés.

EXEMPLE.

Soit proposé de faire l'addition des nombres suivants: 3579 unités 25 centièmes; 4682 unités 05 centièmes; 573 unités 75 centièmes; et 7856 unités 80 centièmes.

OPÉRATION.

3579,	25
4682,	05
573,	75
7856,	80

Réponse, 16691 unités, 85 centièmes.

* Commençant par la droite, je dis: 5 et 5 font 10, et 5 font 15; en 15 centièmes il y a un dixième et 5 centièmes, j'écris les 5 centièmes et je retiens le dixième pour le porter à la colonne de cette espèce, et je dis: 1 de retenue et 2 font 3, et 7 font 10, et 8 font 18; en 18 dixièmes il y a 1 unité que je retiens pour l'additionner avec les unités, et j'écris 8 au rang des dixièmes, puis je dis; 1 et 9 font 10, &c.

27. La preuve de l'addition se fait par la soustraction, mais on commence par la gauche; on ôte le total de chaque colonne du nombre qui est au-dessous, on pose le reste sous ce nombre pour le joindre avec le chiffre qui répond à la colonne suivante; de cette quantité on retranche la totalité de la colonne: on continue ainsi jusqu'à la dernière colonne. Si du total de l'addition on peut ôter, sans reste, le montant de toutes les colonnes, c'est-à-dire s'il vient 0 sous la dernière, la règle est bien faite.

Ainsi, ayant trouvé dans le 1er exemple que les trois nombres ont pour somme 1937, je fais la preuve en disant 5 et 5 font 10, et 8 font 18, lesquels ôtés de 19, reste 1 que je pose sous ce nombre, en joignant cet 1 avec le 3 cela fait 13; je passe à la colonne suivante, 2 et 3 font 5, et 7 font 12, lesquels ôtés de 13, reste 1, que je pose dessous, cet 1 joint avec le 7 fera 17; enfin, 8 et 5 font 13, et 4 font 17, lesquel ôtés de 17 il ne reste rien, je pose 0. La règle est donc bonne.

Questions sur l'Addition.

Qu'est-ce que l'addition? 22. Qu'entendez-vous par quantités de même espèce? 23. Que faut-il observer pour bien poser l'addition? 24. Par où faut-il commencer l'addition? 25. Comment fait-on l'addition des nombres décimaux? 26. Comment fait-on la preuve de l'addition? 27.

Exercices sur la Numération et sur l'Addition.

Problème 70. Ecrivez en chiffres les nombres suivants: dix-huit unités, + quatre-vingt-quinze, + cent un, + cent cinquante, + trois cent dix, + six cent sept, et faites-en la somme.

P. 71. Quel est le total de six cent unités, + huit cent vingt-trois, + cinq cent un, + quarante-neuf, + neuf cent quarante, + sept cent cinquante-neuf, + deux cent quinze, et cinq cent cinquante-cinq ?

P. 72. Ecrivez huit cent dix unités, + neuf cent neuf, + six cent soixante six, + sept cent quatre-vingt-dix, + deux cent soixante-dix-neuf, +neuf cent un, + cent onze, et dites-en le total.

P. 73. Ecrivez cent quatre-vingt-quinze unités, + deux cent onze, + cent dix, + cent quatre-vingt-dix-neuf, + huit cent un, + sept cent soixante-dix-sept, + neuf cent un.

P. 74. Quel est le total des nombres suivans: Six cent quatre unités, + huit cent dix, + trois cent trente-trois, + mille deux cent vingt-six, + trois mille quatre, + quatre mille quatre ?

P. 75. Quelle est la somme totale de quatre mille six cent quarante-deux unités, + six mille neuf cent quinze, + mille vingt-quatre, + neuf mille deux cent dix-neuf ?

P. 76. Ecrivez deux mille neuf cent quatre-vingt-dix-sept, + vingt-trois mille six cent quinze, + douze mille six cent dix, + mille quinze, et dites-en le total.

P. 77. Quelle est la somme totale de dix-neuf mille deux cent vingt-trois unités, + cent vingt-cinq mille neuf cent soixante-dix-neuf, + cent quatre-vingt-neuf mille vingt-trois, + cent mille six cent dix, + trois mille trois cents ?

P. 78. Ecrivez quinze mille huit cent soixante-dix-neuf unités, + quinze mille neuf cent cinquante-sept, + cent mille cent un, + huit cent dix mille sept cent quatre-vingt-dix-neuf, + neuf cent soixante-quinze mille vingt, + cent mille cent dix, et faites-en la somme.

P. 79. Ecrivez cent dix mille deux cent unités, + neuf mille cent quatre, + quatre mille six cent dix, + dix mille cent dix, + quatre-vingt-quinze mille trois cent trois, + huit mille huit cent quatre-vingt-huit, et faites-en le total.

P. 80. Ecrivez neuf mille neuf cents unités, + sept mille trois, + soixante-neuf mille cent dix, + cent un mille cent onze, + cent onze mille cent dix, + cent deux mille cent vingt, et dites quelle en est la somme.

P. 81. Faites le total des nombres suivans: Cent mille cent vingt-trois unités, + trois cent mille dix, + cent soixante-quinze mille neuf cent quatre-vingt-dix, + neuf cent mille neuf cent dix, + cinq cent vingt-cinq mille cinquante, + neuf cent mille quatre cent quarante-quatre.

P. 82. Quel est le total des nombres suivants : Cent mille neuf cent quatre-vingt-dix-neuf unités, + cent millions un mille quatre cent quarante-quatre, + soixante-dix-sept millions sept cent soixante-dix-sept mille sept cent sept, + dix millions cent dix mille, + cent millions quatre-vingt-dix ?

Problème sur l'Addition.

83. Une personne qui était née en 1742, est morte à l'âge de 89 ans : quelle est l'année de sa mort ?

84. Un régiment est composé de 3 bataillons dont le 1er compte en effectif 940 hommes, le 2e 947, et le 3e 912 : dire l'effectif de ce régiment ?

85. Une pépinière contient 427 poiriers, 247 pommiers, 875 cerisiers, 563 pêchers, et 389 abricotiers : combien d'arbres en totalité ?

86. Combien il y a-t-il d'élèves dans une maison d'éducation divisée en 5 classes de la manière qui suit : la 1e contient 57 élèves ; la 2e 65 ; la 3e 72 ; la 4e 88 ; et la 5e 129 ?

87. La population de la Martinique est d'environ 109,995 habitants ; celle de l'Ile Bourbon, de 97,000 ; celle du Sénégal, de 16,130 ; celle de la Guyane française, de 17,331, et celle de la Guadeloupe, de 112,113 : dites combien il y a d'habitans dans ces 5 colonies.

88. Le nombre des naissances, en France, en 1829, a été de 986,709 ; en 1830, de 967,824 ; et en 1831, de 986,709 : quel est le total des naissances pendant ces trois années ?

89. Le nombre des décès, en France, en 1829, a été de 803,453 ; en 1830, de 809,830, et en 1831, de

802,761 : dites le total des décès pendant ces trois années ?

90. La marine française compte 33 vaisseaux de haut-bord, 38 frégates, 26 corvettes, et 29 bricks : combien compte-t-elle de navires de toutes grandeurs ?

91. J'avais un certain nombre de louis, j'en ai perdu 155, j'en ai donné 4 aux pauvres, il m'en reste encore 334 : combien en avais-je ?

92. Pour acquitter une dette, j'ai donné d'abord 3540 schellings, ensuite 643 : quelle est cette dette sachant que je dois encore 364 schellings ?

93. En 1829, la population a augmenté en France de 161,074 ; en 1830, de 157,994 ; et en 1831, de 183,948 : on demande le total de l'augmentation pendant ces trois années ?

Autres exercices sur l'Addition.

94. 4529375 + 9625440 + 7492736 + 4261674 + 18384525.

95. 25832941 + 78069552 + 65108344 + 89318575.

96. 27584995692 + 83429702756 + 164835258478.

97. 17248669 + 69363633 + 7894 + 371867 + 28746 + 85465884.

98. 4676075 + 91483 + 768748 + 4783827 + 457202-536 + 84869.

99. 1006158 + 78028465 + 6714690 + 7891296 + 6978901.

100. 3640615 + 901232 + 5378975 + 345678914 + 8456789.

101. 91063453 + 49789141 + 436789 + 221459 + 769123689.

SOUSTRACTION.

28. La soustraction est une opération par laquelle on retranche un nombre d'un autre nombre, pour connaître de combien le plus grand surpasse le plus petit.

Ainsi, l'opération par laquelle on arriverait à connaître de combien 47 surpasse 23 serait une soustraction, car, pour obtenir ce résultat, il faudrait retrancher 23 de 47.

29. Le résultat de la soustraction se nomme reste, excès ou différence.

30. Pour faire la soustraction, on écrit d'abord le plus petit nombre sous le plus grand ; ensuite on ôte les unités du plus petit de celle du plus grand, et on met le reste au-dessous de la même colonne ; on ôte de même les dizaines, les centaines, &c. Si le chiffre inférieur est égal à son correspondant supérieur, on écrit zéro.

EXEMPLE.

Soit à trouver la différence entre ces deux nombres 783 et 423.

OPÉRATION.

783 unités.
423

Différence cherchée, 360

Après avoir placé le plus petit nombre sous le plus grand, commençant par la droite, je dis : 3 ôtés de 3 reste 0, que j'écris dessous ; ensuite 2 ôtés de 8, reste 6, que j'écris de même; enfin 4 ôtés de 7, reste 3. Le reste ou la différence, est donc 360.

31. Si le chiffre inférieur est plus grand que le supérieur, on augmente, par la pensée, celui-ci de dix, valeur d'une unité du chiffre qui est immédiatement à

gauche et qu'il faut ensuite considérer comme l'ayant de moins.

EXEMPLE :

Otez 483 de 876.

OPÉRATION :

$$\begin{array}{r} 876 \\ 483 \\ \hline \text{Reste, } 393 \end{array}$$

Pour faire cette opération, je dis : 3 ôtés de 6, reste 3. Ensuite 8 ôtés de 7, ne se peut : j'emprunte sur le chiffre à gauche une centaine qui vaut 10 dizaines, et 7 que j'ai font 17 ; alors je dis, 8 ôtés de 17, reste 9. Ayant emprunté sur le 8, il ne vaut plus que 7, je dis donc, 4 ôtés de 7, reste 3, que j'écris : de sorte que la différence ou le reste est de 393.

32. Si le chiffre sur lequel on doit emprunter est un zéro, il faut faire l'emprunt sur le chiffre suivant ; mais comme une unité de ce chiffre en vaut dix de la colonne où se trouve le zéro, on en écrit 9 sur ce zéro et on réduit, par la pensée, la dizaine restante en dix unités, que l'on ajoute au chiffre qui est trop faible.

EXEMPLE :

Soit le nombre de 3408 dont il faille soustraire 1059.

OPÉRATION :

$$\begin{array}{r} 3408 \\ 1059 \\ \hline 2349 \end{array}$$

Comme on ne peut ôter 9 de 8, et qu'on ne peut emprunter sur le premier chiffre à gauche, puisqu'il n'a pas de valeur, on emprunte sur le 4 une centaine qui vaut dix dizaines, on en laisse 9 sur le zéro, on joint la dizaine restante aux 8 unités et on a 18, desquels ayant ôté 9 il reste 9; on ôte ensuite les 4 dizaines de 9 qu'on a laissées sur le zéro, il reste 5; le reste comme à l'ordinaire.

33. S'il y a un grand nombre de zéro, il faut prendre sur le premier chiffre significatif une unité que l'on réduit en une dizaine de l'unité immédiatement inférieure ; on en laisse 9 à ce rang, et on réduit l'unité conservée en une dizaine de l'ordre inférieur suivant, ainsi de suite, jusqu'au dernier chiffre, auquel la dernière dizaine est ajoutée.

EXEMPLE:

De	50000
Otez	43454
	6546

Ne pouvant ôter 4 de 0, ni faire d'emprunt sur les zéros suivants je le fais sur 5; cette unité valant dix mille, j'en place 9 sur le premier zéro; je réduis l'unité de mille qui me reste en dix centaines, j'en place 9 sur le zéro suivant; je réduis la centaine qui reste en dix dizaines, j'en place 9 sur le troisième zéro; et il reste une dizaine de laquelle j'ôte 4, et il reste 6.

34. La soustraction des nombres décimaux se fait comme celle des nombres ordinaires: on écrit les unités sous les unités, les dizaines sous les dizaines, &c., et les unités décimales de même espèce aussi les unes sous les autres, c'est-à-dire les dixièmes sous les dixièmes, les centièmes sous les centièmes, &c.

Soit par exemple, le nombre 24, 45 dont on veuille soustraire 3, 15, on disposera l'opération ainsi qu'il suit:

	24, 45
	3, 15
Reste,	21, 30

35. La preuve de la soustraction se fait en ajoutant la plus petite quantité avec la différence ; si la somme égale la grande quantité, l'opération est juste.

EXEMPLE:

De 35678, on veut ôter 27899.

OPÉRATION:

	35678
	27899
Reste et réponse,–	7779
Preuve,...........	35678

Pour faire la preuve de cette opération, j'ai ajouté la petite quantité 27899 avec la différence 7779, et j'ai eu pour total 35678, nombre égal au plus grand, d'où je conclus que l'opération est bien faite.

Questions sur la Soustraction.

Qu'est-ce que la Soustraction? 28. Comment nomme-t-on le résultat de la soustraction? 29. Comment fait-on la soustraction? 30. Mais si le chiffre inférieur est plus grand que son correspondant, que faut-il faire? 31. Si le chiffre sur lequel on doit emprunter est un zéro, que faut-il faire? 32. S'il y a un grand nombre de zéros, que faut-il faire? 33. Comment fait-on la soustraction des nombres décimaux? 34. Comment fait-on la preuve de la soustraction? 35.

Exercices sur la Soustraction.

102.	De	428	ôtez	217
103.	"	973	"	742
104.	"	835	"	539
105.	"	3900	"	351
106.	"	1571	"	945
107.	"	40469	"	15574

108.	De.............7070	ôtez..................	5075
109.	" 79906	"	16134
110.	" 190540	"	30409
111.	" 90000005	"	39557
112.	" 405907	"	55595
113.	" 8950076	"	4137976
114.	" 14003325	"	988827
115.	" 15989700	"	154379
116.	" 21530600	"	737898
117.	" 945000090	"	1500734
118.	" 337008974	"	40073049
119.	" ...... .90555549	"	9900099
120.	" 97660054	"	14550045
121.	" 4184545945	"	178809709
122.	" 154400000	"	91791994
123.	" 37908089	"	5545737
124.	" 83000443	"	99888
125.	" 97021901	"	400394
126.	" 190054009	"	4590489
127.	" 141000000	"	700909
128.	" 127321155	"	1300475
129.	" 10007449	"	9068073
130.	" 909005409	"	3740055

Problèmes sur la Soustraction.

P. 131. Trouver la différence de 7041 à 6942.

P. 132. Quel est l'excédant de 85450 sur 54498 ?

P. 133. La différence de deux nombres est 880, le plus grand est 1200 : quel est le plus petit?

P. 134. Quel est le nombre qui deviendrait 650, si on y ajoutait 45?

P. 135. Un père et son fils ont ensemble 160 ans, le père en a 92: quel est l'âge du fils?

P. 136. Quel est le nombre qui deviendrait 8809, si on l'augmentait de 756?

P. 137. Un père avait 30 ans lorsque son fils naquit: quel sera l'âge du fils lorsque le père aura 95 ans?

P. 138. Quel nombre faut-il ajouter à 357 unités 75 centièmes pour avoir 8000 unités?

P. 139. Louis XIV. monta sur le trône en 1643, et mourut en 1715, combien d'années a-t-il régné?

P. 140. On compte 150,814 habitants à Lyon et 146,239 à Marseille, quelle est la différence entre les populations de ces deux villes?

P. 141. Pharamond monta sur le trône de France en 420: aujourd'hui, 1er janvier, 1840, combien y a-t-il d'années que cet évènement a eu lieu?

P. 142. En 1832, il mourut 44462 personnes dans la ville de Paris, dont 18602 cholériques: combien en mourut-il d'autres maladies?

P. 143. La première croisade eut lieu en 1096, et la septième et dernière, en 1270; combien d'années ont duré ces expéditions lointaines ?

P. 144. Sous Philippe-le-Bel la population de Paris était de 125,000 habitants; en 1837, elle était de 909,126 ; de combien avait-elle augmenté à cette époque ?

P. 145. Un homme naquit le 5 février 1796, quel âge aura-t-il le 1er janvier 1844?

P. 146. L'église métropolitaine de Paris fut commencée en 1162: combien faut-il encore attendre d'années, à partir de 1844, pour qu'elle ait 800 ans d'existence?

P. 147. Un fermier devait £7887 à son propriétaire, il donne £995: combien lui doit-il encore?

P. 148. Les Israélites partirent de l'Egypte l'an du monde 2513, et le temple de Solomon fut bâti l'an du monde 3000; combien s'est-il passé d'années entre ces deux évènements?

P. 149. La poudre à canon fut inventée en 1302; combien d'années se sont écoulées depuis son invention jusqu'en 1844?

MULTIPLICATION.

36. La multiplication est une opération par laquelle on prend un nombre, qu'on appelle *multiplicande*, autant de fois qu'il est indiqué par un autre nombre, appelé *multiplicateur*, pour avoir un résultat qu'on nomme *produit.*

Ainsi pour avoir le résultat de 3 verges de toile à 4 schellings la verge, il faut faire la multiplication, parce qu'il faut prendre 3 fois 4 pour avoir 12.

37. Le multiplicande est le nombre que le sens du problème indique devoir être répété: il est ordinairement de même nature que le produit. Ainsi dans cet exemple : la verge de drap coûte 25 schellings, combien coûteront 6 verges ? le multiplicande est 25 sch, parceque c'est le nombre qu'il faut répéter 6 fois pour avoir le prix de six verges ; il est aussi de même nature que le produit cherché, et le multiplicateur est 6 verges.

38. Le multiplicande et le multiplicateur se nomment facteurs de la multiplication ou du produit.

Pour opérer facilement la multiplication, il faut savoir par cœur, la table suivante:

TABLE DE MULTIPLICATION.

2 fois	2 font	4
2	3	6
2	4	8
2	5	10
2	6	12
2	7	14
2	8	16
2	9	18
2	10	20
3 fois	3 font	9
3	4	12
3	5	15
3	6	18
3	7	21
3	8	24
3	9	27
3	10	30
4 fois	4 font	16
4	5	20
4	6	24
4	7	28
4	8	32
4	9	36
4	10	40
5 fois	5 font	25
5	6	30
5	7	35
5	8	40
5	9	45
5	10	50
6 fois	6 font	36
6	7	42
6	8	48
6	9	54
6	10	60
7 fois	7 font	49
7	8	56
7	9	63
7	10	70
8 fois	8 font	64
8	9	72
8	10	80
9 fois	9 font	81
9	10	90
10 fois	10 font	100

39. Pour effectuer la multiplication, lorsque le multiplicateur est un seul chiffre, après avoir placé le multiplicateur sous le multiplicande, et tiré un trait sous ce dernier, on prend chacun des chiffres du multiplicande autant de fois que l'unité est contenue dans le multiplicateur; si l'un des produits donne des dizaines de l'ordre qui est multiplié, on ne pose que les unités, et on joint les dizaines au produit suivant.

EXEMPLE:

On veut multiplier 532 par 4, quel sera le produit?

OPÉRATION:

$$\begin{array}{r} 532 \\ 4 \\ \hline 2128 \end{array}$$

Pour faire cette opération, je multiplie d'abord les unités, en disant: 4 fois 2 font 8; j'écris 8 sous les unités. Je passe au second chiffre en disant: 4 fois 3 dizaines font 12 dizaines, j'écris 2 dizaines et je retiens 1 centaine; pour la joindre au troisième produit, que je fais en disant: 4 fois 5 centaines font 20 centaines et 1 de retenue font 21, que j'écris en entier, parce qu'il n'y a plus rien à multiplier. Le nombre 2128 est le produit demandé, car il contient 4 fois le multiplicande. En effet, il renferme 4 fois les unités, 4 fois les dizaines, et 4 fois les centaines: il renferme donc 4 fois tout le nombre 532.

40. On connaît ordinairement que la solution d'un problème exige une multiplication lorsque la valeur de l'unité est désignée, et qu'on demande celle de plusieurs, ou celle de quelques parties de l'unité.

EXEMPLE:

On sait que 25 schellings sont la valeur d'une toise d'ouvrage, combien coûteront 15 toises du même ouvrage?

Dans cet exemple on connaît le prix d'une toise, et on demande celui de 15; le produit sera évidemment égal à 15 fois celui d'une toise; le problème exige donc une multiplication.

41. Lorsque le multiplicateur est un nombre composé de plusieurs chiffres, on fait autant d'opérations particulières qu'il y a de chiffres, dans le multiplicateur,

c'est-à-dire qu'après avoir multiplié par les unités, on multiplie par les dizaines, mais on avance le produit d'un rang vers la gauche; on multiplie ensuite par les centaines, ayant soin de placer au troisième rang le produit qu'elles donnent, &c.

EXEMPLE:

Soit 218 à multiplier par 456.

OPÉRATION:

218	
$\times$456	
1308	produit des unités.
1090	produit des dizaines.
872	produit des centaines.
99408	produit total.

Pour faire cette opération, après avoir multiplié par les unités, comme dans l'exemple précédent, je passe aux dizaines, je multiplie de la même manière le multiplicande 218 par 5, et j'avance le produit d'un rang, c'est-à-dire que je le porte sous les dizaines, &c. Je multiplie ensuite par les centaines, ayant soin d'avancer encore d'une place le produit qui en résulte, c'est-à-dire que je l'écris sous les centaines, &c.

42. On avance d'une place le produit des dizaines; de deux celui des centaines, &c., parce qu'en multipliant les unités par des dizaines on ne peut avoir moins que des dizaines. En effet 10, qui est le plus petit nombre qui puisse exprimer des dizaines, multiplié par 1, qui est le plus petit nombre qui puisse exprimer des unités, donne 10. Par une raison analogue, en multipliant des unités par des centaines, on doit avoir des centaines, et c'est pour cela qu'on en porte le produit sous les centaines.

43. On fait ordinairement la preuve de la multiplication par une autre multiplication, dont l'un des facteurs égale la $\frac{1}{2}$, le $\frac{1}{3}$, le $\frac{1}{4}$, &c., d'un de ceux de la règle, et l'autre égale 2 fois, 3 fois, 4 fois, &c., l'autre facteur de la règle.

Preuve de l'opération précédente.

Moitié du multiplicande,	109	
Double du multiplicateur,	912	
	218	produit des unités.
	109	produit des dizaines.
	981	produit des centaines.
	99408	produit total égal à celui de la règle.

Pour justifier cette méthode, il faut remarquer qu'ayant pris la moitié du multiplicande, si on ne le multiplie que par le multiplicateur primitif, le produit ne sera que la moitié de celui de la règle; il faut donc pour établir la compensation, doubler le multiplicateur, ainsi des autres.

44. S'il y avait un zéro dans l'un des facteurs, ou dans les deux facteurs, on opérerait comme dans l'exemple suivant:

On veut multiplier 109080 par 36050?

OPÉRATION:

```
            109080
             36050
           -------
           5454000
          6544800
         327240
        ----------
Produit, 3932334000
```

Pour faire cette multiplication, j'écris d'abord le dernier zéro du multiplicateur au rang des unités, puis je multiplie par le 5 en disant: 5 fois zéro ne donne rien, j'écris zéro à la gauche de celui des unités, c'est-à-dire au rang des dizaines. Je continue en disant : 5 fois 8 font 40, j'écris 0 et je retiens 4. Puis 5 fois zéro ne donne rien, mais j'ai 4 de retenue que j'écris; j'opère de même pour le 9, &c. Passant au zéro, qui, dans le multiplicateur occupe le rang des centaines, je l'écris sous le même rang, au produit, et je passe au 6 en disant: 6 fois zéro ne donne rien, j'écris 0 au rang des mille, &c. Le produit du 3 doit être écrit également sous le rang des dizaines de mille, parce qu'il exprime lui-même des dizaines de mille; le reste à l'ordinaire.

45. La multiplication des nombres décimaux se fait comme celles des nombres ordinaires, sans avoir égard à la virgule : mais on sépare, à la droite du produit, autant de chiffres décimaux qu'il y en a dans les deux facteurs.

Soit à trouver le produit de 4, 35 par 8, 26.

OPÉRATION:

```
   4, 35
   8, 26
  ------
   2610
   870
 3480
 -------
 35,9310
```

La multiplication étant faite, je sépare quatre chiffres décimaux à la droite du produit, parce qu'il y en a deux dans chaque facteur.

Questions sur la Multiplication.

Qu'est-ce que la multiplication? 36. Qu'est-ce que le multiplicande? 37. Quel est le nom commun aux deux termes de la multiplication? 38. Comment fait-on la multiplication, lorsque le multiplicateur est un seul chiffre? 39. Comment connait-on ordinairement que la solution d'un problème exige une multiplication? 40. Que faut-il faire lorsque le multiplicateur est un nombre composé de plusieurs chiffres? 41. Pourquoi avance-t-on d'une place le produit des dizaines, de deux celui des centaines, &c.? 42. Comment fait-on ordinairement la preuve de la multiplication? 43. Que faut-il faire lorsqu'il y a un zéro dans l'un des facteurs? 44. Comment fait-on la multiplication des nombres décimaux? 45.

Exercices sur la Multiplication.

150.	749×46	170.	3803607×74090
151.	8386×57	171.	7654208×20963
152.	97248×865	172.	80097×74269
153.	867894×996	173.	192740×32730
154.	84966×7649	174.	68940×4090
155.	96824×4696	175.	900007×700608
156.	6654×789	176.	4300407×700608
157.	76496×87969	177.	460004×99804
158.	7674×12478	178.	960076×90708
159.	3696×819162	179.	690800×456007
160.	69421×21754	180.	7006924×540086
161.	3684×3456	181.	896763×907090
162.	4321×987654	182.	1864321×609649
163.	756849×74323	183.	2465783×3686407
164.	980708×70469	184.	7240036×4029008
165.	43×89006	185.	879146×370854
166.	4916×69678	186.	896385×66874
167.	43208×4962	187.	378569×700000
168.	409×5400	188.	3486000×850000
169.	90480×9007	189.	7146874×8191467

Problèmes sur la Multiplication.

P. 190. Quel est le produit de 48 par 637?

P. 191. Multiplier 4906905 par 789, et dites-en le produit?

P. 192. Faites le produit de 40900,87 par 20708?

P. 193. On demande le produit de 8475 par 49,875?

P. 194. Combien y a-t-il de lettres dans un volume de 719 pages, si chacune renferme 1539 lettres?

P. 195. Un édifice a 295 croisées, chaque croisée est de 24 carreaux; combien de carreaux dans tout l'édifice?

P. 196. Combien compte-t-on d'arbres dans une plantation composée de 95 rangées, si chaque rangée en contient 178?

P. 197. Une bibliothèque renferme 75 rayons, et chaque rayon contient 86 volumes ; combien y a-t-il de pages si chaque volume est, terme moyen, de 420 pages?

P. 198. Quelle est la surface d'une chambre qui a 30 pieds de long sur 25 pieds de large ?

P. 199. Un maître d'atelier emploie 20 ouvriers, qui gagnent chacun 3 shellings par jour: quelle somme leur devra-t-il après 50 jours de travail ?

P. 200. Un embarquement est composé de 15 vaisseaux sur chacun desquels il y a 369 hommes: combien y en a-t-il en tout?

P. 201. Six paniers pleins de pommes en contiennent chacun 15 douzaines; combien en contiennent-ils ensemble?

DIVISION.

46. La division est une opération par laquelle on cherche l'un des facteurs d'un produit dont on connaît l'autre facteur et ce produit.

Ainsi diviser 12 par 3, c'est chercher un nombre qui, étant multiplié par 3, donne 12 au produit. Le produit se nomme *dividende*, le facteur connu *diviseur*, et celui qu'on cherche *quotient*.

47. Pour disposer les termes de la division, on place sur une même ligne le dividende et le diviseur séparés par un trait vertical, on souligne le diviseur et on met le quotient dessous.

EXEMPLE.

Dividende	18	6 Diviseur.
	18	
	0	3 Quotient.

Ayant écrit le dividende et le diviseur comme il vient d'être dit, on examine combien de fois le nombre 6 est contenu dans 18; on voit qu'il y est 3 fois; on les porte au quotient, ensuite on multiplie le diviseur par ce quotient; on porte le produit 18 sous le dividende, et on l'en soustrait; comme il ne reste rien on en conclut que le dividende contient le diviseur 3 fois exactement ou que 3 est le nombre par lequel il faut multiplier 6 pour que le produit égale le dividende.

48. On connait ordinairement que la solution d'un problème exige une division lorsque la valeur de plusieurs unités étant donnée, on cherche celle d'une seule.

Exemple: 36 toises d'ouvrage ont coûté 324 schellings, à combien revient la toise ?

Dans ce problème on connait la valeur de plusieurs unités et on demande celle d'une seule: sa solution exige donc une division.

49. Le diviseur est toujours le facteur connu ; ainsi dans l'exemple suivant: 75 sch. sont le prix de 5 toises ; à combien revient la toise? Le nombre 5 est le diviseur parce qu'il est le nombre qui, multiplié par le prix de la toise, doit donner 75 schellings pour produit.

50. Lorsque l'énoncé d'une division est tel que le

quotient doit avoir plusieurs chiffres, par exemple, des centaines, des dizaines et des unités, on fait d'abord la division des centaines, puis celle des dizaines et enfin celle des unités. Soit 4689 à diviser par 9.

OPÉRATION.

```
46. 89|9
45    |521
--
 18
 18
 --
  09
   9
   -
   0
```

Après avoir séparé les centaines par un point, je dis: en 46 combien de fois 9? il y est 5 fois ou 5 centaines de fois; je mets le chiffre 5 au quotient, ensuite j'écris 45, produit de 5 par 9 sous 46; je fais la soustraction, et il reste une centaine que je réduis en dix dizaines par la pensée, j'y ajoute les 8 que j'ai au dividende, ce qui fait 18 dizaines. Je les divise par 9, en disant: en 18 combien de fois 9 ? il y est 2 fois ou deux dizaines de fois; je les écris au quotient; je multiplie ce nombre par 9 et je porte le produit 18 sous le dividende; je l'en soustrais, et il reste zéro. J'écris à côté du zéro les unités du dividende, et je recommence la division en disant: en 9 combien de fois 9? il y est une fois, j'écris 1 au quotient, et je porte le produit du diviseur par ce nombre sous le dividende pour l'en soustraire comme il reste zéro, j'en conclus que 521 est le quotient de 4689 par 9, ou le nombre par lequel il faut multiplier 9 pour avoir un produit égal au dividende; ce qu'il est aisé de vérifier en effectuant la multiplication.

51. La preuve de la division se fait ordinairement en multipliant le diviseur par le quotient, et ajoutant au produit le reste de la division, s'il y en a un.

EXEMPLE.

On veut diviser 8467 par 8: dites le quotient.

OPÉRATION.		PREUVE.	
8467	8	1058	
8	1058	8	
046		8464	
40		3	reste
067		8467	
64			
3			

52. Lorsque le diviseur est un nombre composé de plusieurs chiffres, l'opération se fait de la même manière que la précédente.

Soit, par exemple, 4738 à diviser par 54.

	OPÉRATION		PREUVE
1er dividende partiel	473. 8	54	54
	432.	87	87
2e. dividende partiel	418		378
	378		432
			40
Reste	40		4738

Dans cette opération, le diviseur 54 étant plus grand que les deux premiers chiffres 47 du dividende, j'en prends trois pour faire le premier dividende partiel ; alors je dis: 47 contient 9 fois le nombre 5; mais 54 multiplié par 9 donnerait 486 qui est plus grand que 473, je ne dois donc mettre que 8 au quotient. Je l'écris en effet, et ayant multiplié 54 par 8, j'ai 432 à soustraire du premier dividende partiel; il reste 41. J'écris 8 à la droite de ce nombre, et j'ai 418 pour deuxième dividende partiel ; je dis donc:

en 41 combien de fois 5? je vois qu'il ne peut y être contenu que 7 fois; j'écris 7 au quotient et je multiplie 54 par 7, et il vient 378, à soustraire de 418. L'opération finie je trouve 87 pour *quotient* et 40 pour *reste.*

Autre manière d'effectuer la Division.

53. La méthode qu'on a suivie dans les exemples précédents, en portant sous chaque dividende partiel le produit du diviseur par chaque chiffre du quotient, étant un peu longue, on fait ordinairement la soustraction, à mesure que l'on multiplie, sans écrire le produit, ainsi qu'on le voit dans l'exemple suivant :

Soit le nombre 8764 à diviser par 365.

	OPÉRATION		PREUVE
	8764	365	365
	1464	24	24
Reste	004		1460
			730
			4 reste.
			8764

Dans cette opération, je dis: en 8, combien de fois 3 ? il y est 2 fois, que je pose au quotient; puis multipliant le diviseur, je dis; 2 fois 5 font 10, lesquels ôtés de 16, (parce que j'emprunte sur le 7 une unité qui vaut 10), il reste 6 et je retiens 1; 2 fois 6 font 12, et 1 de retenue font 13, lesquels ôtés de 17 reste 4, je retiens 1; enfin 2 fois 3 font 6, et 1 de retenue font 7, lesquels ôtés de 8 reste 1. J'écris le chiffre 4 pour former le second dividende partiel, et je dis: en 14 combien de fois 3, il y est 4, par lequel je multiplie 365, en ôtant le produit du second dividende, comme on a fait pour le premier, il reste 4, qu'il faut ajouter à la preuve.

54. Lorsqu'après avoir employé tous les chiffres du dividende il y a encore un reste, on réduit le reste d'abord en dixièmes en écrivant un zéro à sa suite, et

on continue la division ; mais comme on ne peut plus avoir d'unités, on met une virgule au quotient. Sl l'on veut continuer, on réduit le second reste en centièmes en écrivant encore un zéro, mais on ne met plus de virgule au quotient, les unités étant terminées par le rang qu'elles occupent.

Soit, par exemple, 679 à diviser par 28.

OPÉRATION		PREUVE
679	28	24,25
119	——	20
70	24,25	———
140		19400
0		4850
		———
		679,00

Après la division il reste 7 ; je réduis ce reste en dixièmes en écrivant un zéro à sa droite, et je place une virgule au quotient, après quoi je dis : en 70 combien de fois 28, ou en 7 combien de fois 2 ? il y est 2 fois ; j'écris ce chiffre au quotient, et je fais les opérations ordinaires. Mais il reste encore 14 dixièmes ; je réduis ce nombre en centièmes en écrivant encore un zéro à sa droite, et je dis : en 140 combien de fois 28, ou en 14 combien de fois 2 ? il y est 5 fois ; j'écris ce chiffre au quotient ; je fais la multiplication et la soustraction, et il reste zéro ; j'en conclus que 24,25 est le quotient exact de 679 par 28. En effet la multiplication qui sert de preuve le démontre.

55. Lorsque le dividende est plus petit que le diviseur, on place d'abord au quotient un zéro suivi d'une virgule pour exprimer qu'il n'y a pas d'entiers, on réduit le dividende en dixièmes, en centièmes, &c. et on opère comme à l'ordinaire.

Supposé que l'on ait 6 entiers à diviser par 25, on aura l'opération suivante :

60	25
100	——
00	0,24

Après avoir disposé les termes, je dis: en 6 combien de fois 25? il n'y est pas; j'écris 0 suivi d'une virgule au quotient. Je réduis les 6 unités en dixièmes en écrivant un zéro à la droite du chiffre 6, et je dis en 60 combien de fois 25? il y est 2 fois; je fais la multiplication et la soustraction, et il reste 10 dizaines. Je les réduis en centièmes, et je dis: en 100 combien de fois 25 ? ou en 10 combien de fois 2? il y est 4 fois ; je fais la multiplication et la soustraction, et il reste zéro; j'en conclus que 0,24 centièmes est le quotient de 6 unités divisées par 25 unités.

56. La division des nombres décimaux s'effectue comme celle des nombres entiers, mais il faut que le dividende et le diviseur aient le même nombre de chiffres décimaux; si l'un de ces termes en a plus que l'autre, il faut écrire des zéros à la suite de celui qui a le moins de décimales pour qu'il en ait autant que l'autre ; ensuite on fait abstraction de la virgule, et on divise comme à l'ordinaire.

Soit à diviser 32 entiers 75 par 5.

OPÉRATION

3275	500
2750	—
2500	6,55
000	

Je prépare cette opération en mettant deux zéros à la suite du diviseur pour lui donner autant de chiffres décimaux qu'en a le dividende; et ayant effectué la division suivant les règles précédentes, je trouve pour quotient 6 unités 55 cent.

Questions sur la Division.

Qu'est-ce que la division? 46. Comment faut-il disposer les termes de la division? 47. Comment connaît-on ordinairement que la solution d'un problème exige une division? 48. Comment connaît-on le diviseur? 49. Comment fait-on la division lorsque le quotient doit être composé de plusieurs chiffres? 50. Comment fait-on la preuve de la division? 51. Comment fait-on la division lorsque le diviseur est un nombre composé de plusieurs chiffres? 52. Donnez-nous une méthode plus abrégée pour faire la division? 53.

Que fait-on ordinairement lorsqu'après avoir employé tous les chiffres du dividende il y a encore un reste? 54. Comment fait-on la division lorsque le dividende est plus petit que le diviseur? 55. Comment fait-on la division des nombres décimaux? 56.

Exercices sur la Division.

	Divisez	par		Divisez	par
202.	30	5	225.	687621	4691
203.	932	7	226.	3466604	1279
204.	4728	75	227.	4268901	1467
205.	6008	42	228.	2468903	4169
206.	4968	64	229.	2486930	7614
207.	39006	79	230.	4107129	7614
208.	94678	47	231.	4167809	6741
209.	30068	36	232.	81267904	6174
210.	41126	49	233.	69267421	7186
211.	67980	96	234.	73690001	4027
212.	432101	69	235.	89064010	7908
213.	470896	72	236.	694735210	9087
214.	680094	67	237.	468904008	7064
215.	666648	441	238.	389006753	8004
216.	767642	386	239.	12347600	7061
217.	634211	278	240.	86742807	8906
218.	124674	126	241.	707070709	42060
219.	964321	216	242.	654380316	49060
220.	7246579	612	243.	987654321	49066
221.	8675404	718	244.	8606000041	60041
222.	4328063	187	245.	61247680241	74085
223.	7890645	367	246.	74238961401	48647
224.	9120128	637	247.	9649646664	42867

Problèmes de Division.

P. 248. Partagez 924 unités en 6 parties égales?

P. 249. Combien de fois le nombre 20 est-il contenu en 4840?

P. 250. Par quel nombre faut-il diviser 2730 pour avoir 42?

P. 251. J'ai acheté 96 rames de papier pour la somme de 806 schellings: à combien revient la rame?

P. 252. On a payé 1470 schel. pour 49 milliers de plumes: à combien revient la plume ?

P. 253. Un homme a mis 36 jours pour faire 1098 milles: on demande combien il a fait de milles par jour?

P. 254. On a payé 1296 schel. pour 36 douzaines de mouchoirs : à combien revient le mouchoir ?

P. 255. Quel est le nombre qui étant multiplié par 341, donne 443641 ?

P. 256. 21 caisses de harengs en contiennent 10,841; combien y en a-t-il dans chaque caisse ?

P. 257. On lève la somme de £4824 dans 12 comtés; chaque comté est composé de six paroisses ; combien lève-t-on dans chaque paroisse ?

P. 258. Un facteur est 475, son produit par un autre facteur est 422218 ; trouvez cet autre facteur ?

P. 259. Ayant multiplié 655 par un autre nombre, on a obtenu 573125 : quel est ce nombre ?

FRACTIONS.

56. Une fraction est une ou plusieurs parties de l'unité divisée en un nombre quelconque de parties égales.

Par exemple, si l'on partageait une pomme en 5 parties égales, chaque morceau exprimerait une fraction de la pomme, et se nommerait un cinquième; si on en prenait trois on aurait trois cinquièmes, &c.

On représente les fractions par deux nombres placés l'un au-dessous de l'autre, et séparés par un trait. Ainsi un cinquième s'écrit $\frac{1}{5}$, trois cinquièmes s'écrivent $\frac{3}{5}$.

57. Pour lire une quantité exprimée en fractions, on

lit d'abord le terme supérieur, puis le terme inférieur, en y ajoutant la terminaison *ième*.

Ainsi $\frac{1}{5}$ se lit un cinquième; $\frac{4}{5}$ quatre cinquièmes; $\frac{7}{8}$ sept huitièmes, &c.; sont exceptées celles dont le dénominateur est un des chifires 2, 3, et 4, comme $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, qu'on lit une demie, deux tiers, trois quarts.

58. Le terme supérieur d'une fraction se nomme numérateur, et le terme inférieur, dénominateur.

59. Le numérateur indique combien la fraction contient de parties de l'unité, et le dénominateur en combien de parties égales l'unité est divisée.

Ainsi cette fraction $\frac{3}{4}$ indique que l'unité est partagée en quatre parties égales, et qu'on en a trois.

60. De ce qui précède il suit que la grandeur d'une fraction dépend du nombre des parties du dénominateur comparées aux unités du numérateur.

Ainsi la fraction $\frac{4}{7}$ est plus grande que la fraction $\frac{3}{7}$; en effet la première contient 4 parties d'une unité divisée en 7, et la seconde ne contient que 3 de ces parties; la fraction $\frac{3}{8}$ est plus grande que la fraction $\frac{3}{16}$, car dans le premier cas, on a trois parties d'une unité divisée en 8; dans le second, on a aussi trois parties; mais l'unité étant divisée en 16 parties, elles sont plus petites.

Ainsi 1°. Plus le numérateur d'une fraction est petit, le dénominateur restant le même, moins la fraction a de valeur.

2°. Au contraire, plus le dénominateur est petit, le numérateur restant le même, plus la fraction a de valeur;

3°. Lorsque le numérateur égale le dénominateur, la fraction égale une unité;

4°. Lorsque le numérateur est plus petit que le dénominateur, la fraction est plus petite que l'unité;

5°. Lorsque le numérateur est plus grand que le dénominateur, la fraction est plus grande que l'unité.

61. Deux fractions exprimées par des termes différens peuvent avoir la même valeur, pourvu que le rapport soit le même outre le numérateur et le dénominateur de chaque fraction, par exemple $\frac{2}{4}$ équivalent à $\frac{3}{6}$, car le rapport de 2 à 4 est le même que celui de 3 à 6, c'est-à-dire que 2 est la moitié de 4 comme 3 est la moitié de 6 ; chacune de ces fractions exprime donc la moitié de l'entier et pourrait s'écrire $\frac{1}{2}$.

62. On peut donc multiplier les deux termes d'une fraction par un même nombre sans en changer la valeur.

Supposons, par exemple, qu'on multiplie par 3 les deux termes de la fraction $\frac{4}{5}$ on aura $\frac{12}{15}$, fraction équivalente à la première. En effet, en multipliant le dénominateur seul, nous aurions $\frac{4}{15}$ fraction 3 fois plus petite que la précédente, puisque dans $\frac{4}{5}$ l'unité a été divisée en 5 et qu'on en a 4 parties, et que dans $\frac{4}{15}$ l'unité est divisée en 15, nombre trois fois plus grand ; chacune de ces dernières parties n'est donc que le tiers de celles de la première fraction, et comme on en a que le même nombre, on n'a donc que le $\frac{1}{3}$ de la fraction primitive ; mais si on multiplie aussi le numérateur 4, dans la fraction $\frac{4}{15}$, par 3, on aura $\frac{12}{15}$, fraction qui égale trois fois $\frac{4}{15}$, puisque dans $\frac{12}{15}$, on a 12 parties de l'unité partagée en 15 et que dans l'autre on n'a que 4, c'est-à-dire le tiers de ces mêmes parties. Mais puisque la fraction $\frac{4}{15}$ égale le $\frac{1}{3}$ de $\frac{4}{5}$, et qu'elle est aussi le $\frac{1}{3}$ de $\frac{12}{15}$, $\frac{12}{15}$ égale donc $\frac{4}{5}$; donc, &c.

Questions sur les Fractions.

Qu'est-ce qu'une fraction? 56. Comment lit-on une fraction? 57. Comment nomme-t-on les deux termes d'une fraction? 58. Que marquent les deux termes d'une fraction? 59. De quoi dépend la grandeur d'une fraction? 60. Deux fractions peuvent-elles avoir la même valeur, quoique exprimées par des nombres différents? 61. Change-t-on la valeur d'une fraction en multipliant ou en divisant ses deux termes par un même nombre? 62.

Réductions des Fractions.

63. Les réductions des fractions sont divers changemens qu'on leur fait subir, sans que pour cela elles changent de valeur.

64. Les principales réductions sont au nombre de quatre : 1°. Réduire des entiers, ou des entiers et des fractions, en une seule fraction ;

2°. Réduire des fractions en entiers, lorsqu'elles en contiennent ;

3°. Réduire les fractions à leur plus simple expression.

4°. Réduire les fractions au même dénominateur.

Première réduction.

65. On réduit des entiers en fractions en les multipliant par le dénominateur donné. Lorsqu'il y a une fraction jointe aux entiers, on ajoute le numérateur au produit.

Premier exemple.

On demande combien il y a de quarts dans trois entiers.

Un entier contient 4 quarts ; 3 entiers contiendront donc 3 fois 4 quarts ; donc, pour résoudre ce problème, il faut multiplier 3 par 4 ; on aura pour réponse $\frac{12}{4}$.

Deuxième exemple.

Réduire 18 entiers $\frac{5}{8}$ en une seule fraction.

D'après ce qui vient d'être dit chaque entier donnera

8 huitièmes, les 18 donneront donc $18 \times 8 = \frac{144}{8}$, plus 3 qu'on avait d'abord $= \frac{147}{8}$.

Exercices sur la première réduction.

P. 260. On veut réduite 7 entiers en quarts, combien y en aura-t-il ?

P. 261. Réduisez 9 entiers $\frac{5}{6}$ en sixièmes.

P. 262. Reduisez 28 $\frac{15}{17}$ en une seule fraction.

P. 263. Reduisez 10 entiers $\frac{3}{5}$ en une seule fraction.

P. 264. On désire réduire 9 entiers en neuvièmes : quel en sera le total ?

P. 265. On veut réduire 20 entiers en dixièmes : combien en aura-t-on ?

P. 266. Dites le total de six unités réduites en quinzièmes.

P. 267. Combien y a-t-il de huitièmes dans 24 entiers $\frac{5}{8}$?

P. 268. Combien y a-t-il de douzièmes dans 51 entiers $\frac{11}{12}$?

P. 269. Combien y a-t-il de septièmes dans 15 entiers $\frac{1}{7}$?

P. 270. Réduisez 34 $\frac{1}{5}$ en une seule fraction.

P. 271. Savoir le nombre de demies qu'il y a dans 31 entiers $\frac{1}{2}$.

P. 172. Dites combien il y a de tiers dans 7 entiers?

P. 273. Dites le nombre de quarts qu'il y a dans 50 entiers $\frac{1}{4}$.

Deuxième réduction preuve de la première.

66. Pour réduire les fractions en entiers, l'orsqu'elles en contiennent, il faut diviser le numérateur par le dénominateur, le quotient donnera les unités ; le reste, s'il y en a un, sera le numérateur d'une fraction qui aura pour dénominateur celui de la fraction primitive.

Premier exemple.

On demande combien il y a d'entiers en $\frac{12}{4}$?

Quatre quarts égalent un entier; 12 quarts valent donc autant d'entiers qu'il y a de fois 4 dans 12 : donc, pour résoudre cette question, il faut diviser 12 par 4.

$$\begin{array}{r|l} 12 & 4 \\ 0 & \overline{\text{Rep. } 3} \end{array}$$

Deuxième exemple.

Combien y a-t-il d'entiers dans $\frac{147}{8}$?

$\frac{8}{8}$ égalent un entier; la fraction proposée contient donc autant d'entiers qu'il y a de fois 8 dans 147; pour avoir la réponse, il faut donc diviser 147 par 8, et le reste, s'il y en a un sera le numérateur d'une fraction qui aura pour dénominateur celui de la fraction primitive.

$$\begin{array}{r|l} 147 & 8 \\ 67 & \overline{} \\ 3 & 18\frac{3}{8} \end{array}$$

Ces exemples servent de preuves à ceux de la réduction précédente et réciproquement.

EXERCISES SUR LA DEUXIÈME RÉDUCTION.

P. 274. Combien y a-t-il d'entiers dans $\frac{28}{4}$?

P. 275. Trouvez les entiers contenus dans $\frac{59}{6}$?

P. 276. Quels sont les entiers contenus dans cette fraction $\frac{491}{17}$?

P. 277. Combien y a-t-il d'entiers dans la fraction $\frac{56}{6}$?

P. 278. Quels sont les entiers contenus dans la fraction $\frac{1355}{46}$?

P. 279. Combien y a-t-il d'entiers dans le fraction $\frac{44}{4}$?

P. 280. On demande combien il y a d'entiers dans $\frac{64}{11}$.

P. 281. Combien y a-t-il d'entiers dans $\frac{64}{6}$?

P. 282. Dites combien il y a de jours dans $\frac{184}{16}$ de jours ?

P. 283. On demande combien il y a de degrés dans $\frac{126}{7}$ de degrés ?

TROISIÈME RÉDUCTION.

67. Pour réduire une fraction à sa plus simple expression, il faut d'abord diviser le numérateur et le dénominateur par un même nombre et répéter cette opération sur les deux termes de la fraction résultante jusqu'à ce qu'on ait obtenu une fraction irréductible(1).

Soit $\frac{36}{54}$, les deux termes étant divisés par 2 donnent $\frac{18}{27}$, ceux-ci étant divisés par 3 on a $\frac{6}{9}$, et si on divise ces deux derniers termes aussi par 3, on obtient $\frac{2}{3}$ pour la plus simple expression de $\frac{36}{54}$.

68. On peut abréger cette simplification successive en divisant les deux termes par le plus grand commun diviseur, c'est-à-dire par le plus grand nombre qui puisse les diviser sans reste.

69. Pour trouver le plus grand commun diviseur des deux termes d'une fraction, il faut diviser le dénominateur par le numérateur ; s'il ne reste rien, ce sera le numérateur qui sera le plus grand commun diviseur ; s'il y a un reste, il faut diviser le premier diviseur par le reste, et continuer ainsi la division jusqu'à ce qu'elle

(1) Un nombre est divisible : par 2, lorsque son dernier chiffre est pair ou zéro ; par 3, lorsque la somme de ses chiffres, considérés comme des unités simples, égale 3, ou un multiple de 3 ; par 4, lorsque le nombre formé par les deux derniers chiffres est divisible par 4 ; par 5, lorsqu'il est terminé par 5 ou 0 ; par 6 ; lorsqu'il est divisible par 2 et par 3 ; par 8, lorsque le nombre formé par les trois derniers chiffres égale un multiple de 8 ; par 9, lorsque la somme des chiffres, considérés comme des unités simples, égale 9 ou un multiple de 9.

se fasse sans reste. Le dernier diviseur qu'on aura employé sera le plus grand commun diviseur, par lequel il faudra diviser les deux termes de la fraction. Si le dernier diviseur était l'unité, la fraction serait irréductible.

EXEMPLE :

On demande la plus simple expression de $\frac{117}{1365}$.

OPÉRATION:

1365	117		78		39	117	39	1365	39
195	11	39	1	00	2	00	3	195	35
78								00	

Ayant divisé le dénominateur par le numérateur, il reste 78 ; je divise le numérateur par ce nombre et il reste 39 ; je continue à diviser ainsi l'avant dernier reste par le dernier, et je trouve que 39 ne donne pas de reste, d'où je conclus qu'il est le plus grand commun diviseur : je divise les deux termes de la fraction par 39 et j'ai 3 pour numérateur de la nouvelle fraction, et 35 pour dénominateur ; ce qui donne $\frac{3}{35}$ pour la plus simple expression de $\frac{117}{1365}$.

Exercices sur la troisième réduction.

P. 284. Réduisez les fractions $\frac{5}{9}$, $\frac{10}{18}$, $\frac{20}{16}$, $\frac{24}{96}$, à leur plus simple expression.

P. 285. Mettez $\frac{54}{126}$ à sa plus simple expression.

P. 286. Quelle est la plus simple expression de la fraction $\frac{75}{120}$?

P. 287. Réduisez $\frac{141}{705}$ à sa plus simple expression.

P. 288. Réduisez $\frac{72}{108}$ à sa plus simple expression.

P. 289. Quelle est la plus simple expression de $\frac{75}{125}$?

P. 290. Quelle est la plus petite expression de $\frac{84}{96}$?

P. 291. Dites la plus simple expression de cette fraction $\frac{72}{126}$.

P. 292. Quelle est la plus simple expression de cette fraction $\frac{252}{1200}$?

P. 293. Réduisez $\frac{819}{4536}$ à sa plus simple expression.

P. 294. Mettez $\frac{806}{3666}$ à sa plus petite expression.

P. 295. Quelle est la plus petite expression de la fraction $\frac{594}{648}$?

Quatrième réduction.

70. Pour réduire les fractions au même dénominateur, on peut se servir de la méthode suivante : on choisit un nombre appelé dénominateur commun, tel qu'il puisse être divisé sans reste par chacun des dénominateurs, et l'on multiplie les deux termes de chaque fraction par le quotient.

71. On trouve le dénominateur commun en multipliant les uns par les autres, les dénominateurs des fractions proposées. On peut se dispenser de multiplier par ceux qui sont sous multiples de quelqu'autre.

EXEMPLE:

On veut mettre les fractions suivantes au même dénominateur: $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{7}{8}$.

OPÉRATION:

$5\times6=30\times8=240$ dénominateur commun.

240 dénom. com.

$\frac{1}{3}=80$	$\frac{2}{3}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{7}{8}$
$\frac{1}{5}=48$	80	48	40	30
$\frac{1}{6}=40$	—	—	—	—
$\frac{1}{8}=30$	$\frac{160}{240}$	$\frac{192}{240}$	$\frac{200}{240}$	$\frac{210}{240}$

Ayant trouvé 240 pour dénominateur commun, je divise ce nombre par 3, par 5, par 6, et par 8, j'ai pour quotients 80, 48, et 30 ; j'écris ces nombres sous les fractions données, et je multiplie chacun de leurs termes par le nombre correspondant 80, 48, &c., et j'ai pour réponse $\frac{160}{240}$, $\frac{192}{240}$, $\frac{200}{240}$, $\frac{210}{240}$. On pourrait également écrire les quotients en la manière indiquée No. 73.

Question sur les Réductions des Fractions.

Qu'est-ce que les réductions de fractions? 63. Quelles sont les principales réductions? 64. Comment réduit-on des entiers en fractions? 65. Que faut-il faire pour réduire les fractions en entiers? 66. Que faut-il faire pour réduire une fraction à sa plus simple expression? 67. Peut-on abréger cette simplification successive des fractions? 68. Que faut-il faire pour trouver le plus grand commun diviseur des deux termes d'une fraction? 69. Que faut-il faire pour réduire les fractions au même dénominateur? 70. Comment trouve-t-on le dénominateur commun? 71.

Exercices sur la quatrième réduction.

P. 296. Réduisez en même dénominateur $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{6}$.

P. 297. On veut réduire au même dénominateur $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{8}$, et $\frac{5}{6}$.

P. 298. Je veux réduire $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{5}{7}$, et $\frac{4}{9}$, au même dénominateur.

P. 299. Réduisez au même dénominateur $\frac{11}{12}$, $\frac{13}{14}$, et $\frac{15}{16}$.

P. 300. Réduire au même dénominateur les fractions suivantes : $\frac{7}{8}$, $\frac{5}{11}$ et $\frac{3}{14}$.

P. 301. On veut réduire au même dénominateur $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{9}{16}$ et $\frac{31}{32}$.

P. 302. Réduisez au même dénominateur les fractions suivantes : $\frac{4}{9}$, $\frac{11}{12}$, $\frac{5}{16}$ et $\frac{9}{12}$.

P. 303. Réduisez au même dénominateur $\frac{31}{46}$, et $\frac{25}{28}$.

P. 304. Donnez un même dénominateur aux fractions suivantes : $\frac{17}{150}$ et $\frac{126}{140}$.

P. 305. Réduisez $\frac{2}{7}$ et $\frac{4}{9}$ au même dénominateur.

P. 306. On propose de réduire $\frac{65}{100}$ et $\frac{44}{50}$ au même dénominateur.

P. 307. On propose de ne donner qu'un même dénominateur à ces deux fractions, $\frac{17}{491}$, $\frac{18}{53}$.

ADDITION DES FRACTIONS.

72. On effectue l'addition des fractions en ajoutant ensemble tous les numérateurs ; quand les fractions sont au même dénominateur ; si elles n'y sont pas, il faut d'abord les y réduire (No. 70.) ensuite on divise la somme des numérateurs par le dénominateur commun pour avoir les entiers qui s'y trouvent.

EXEMPLE:

On demande combien il y a d'entiers dans les fractions suivantes: $\frac{1}{8}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{5}{8}$ et $\frac{7}{8}$? Réponse, 2.

OPÉRATION:

$$1+3+5+7=\frac{16}{8}.$$

La somme $\frac{16}{8}$ égale plus d'une unité, car il ne faut que 8 huitièmes pour former l'unité ; en divisant 16 par 8, on trouvera que cette fraction équivaut à deux unités (No. 66).

73. La preuve de cette règle se fait par une autre addition de fractions qui ont pour dénominateurs les mêmes que ceux de la règle, et pour numérateurs ce qui manque aux numérateurs de la règle, pour que chacun soit égal à son dénominateur. On fait la somme de ces fractions, que l'on joint à la somme des fractions de la règle, et si le total donne autant d'unités qu'il y a de fractions dans la question, la règle est bien faite.

EXEMPLE:

Un tailleur a quatre coupons de drap, savoir: $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{6}$ et $\frac{1}{8}$. Il veut savoir combien il y a d'entiers ? Réponse, $2\frac{3}{8}$.

24 D. C.	24 D. C.
Solution, $\frac{2}{3}\times 8=\frac{16}{24}$	Preuve, $\frac{1}{3}\times 8=\frac{8}{24}$
$\frac{3}{4}\times 6=\frac{18}{24}$	$\frac{1}{4}\times 6=\frac{6}{24}$
$\frac{5}{6}\times 4=\frac{20}{24}$	$\frac{1}{6}\times 4=\frac{4}{24}$
$\frac{1}{8}\times 3=\frac{3}{24}$	$\frac{7}{8}\times 3=\frac{21}{24}$
$57 \mid 24$	$39 \mid 24$
$9 \mid 2\frac{9}{24}$	$15 \mid 1\frac{15}{24}$
$1\frac{15}{24}$ Somme de la preuve.	
$4\frac{0}{0}$	

Exercices sur l'Addition des Fractions.

P. 308. On veut ajouter ensemble les fractions suivantes, savoir : $\frac{3}{7}$, $\frac{2}{9}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{6}{10}$ et $\frac{4}{5}$: combien aura-t-on d'unités?

P. 309. Quel est le total des nombres suivants, $14\frac{3}{5}$, $19\frac{8}{9}$, $41\frac{2}{7}$ et $34\frac{6}{11}$?

P. 310. On demande le total des nombres $31\frac{2}{3}$, $40\frac{3}{5}$, $25\frac{5}{6}$ et $48\frac{1}{8}$?

P. 311. Additionnez les nombres suivants: $36\frac{3}{4}$, $71\frac{7}{8}$, $82\frac{3}{7}$ et $91\frac{2}{3}$?

P. 312. De quel nombre faut-il oter $77\frac{3}{7}$ pour que le reste soit $88\frac{7}{8}$?

P. 313. Additionnez ensemble $\frac{3}{8}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{4}$ et $\frac{2}{7}$.

P. 314. Faites la somme des fractions suivantes : $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{4}$ et $\frac{3}{7}$.

P. 315. Quel est le total des fractions suivantes : $\frac{14}{91}$, $\frac{11}{16}$ et $\frac{12}{13}$?

P. 316. Donnez le total des fractions : $\frac{7}{9}$, $\frac{4}{15}$ et $\frac{8}{15}$.

P. 317. Additionnez les nombres suivants et donnez-en le total : $15\frac{1}{12}$, $18\frac{1}{4}$ et $20\frac{1}{3}$.

SOUSTRACTION DES FRACTIONS.

74. Pour effectuer la soustraction des fractions on opère comme il suit :

1°. Si les deux fractions proposées ont le même dénominateur, on retranche le dénominateur de l'une du numérateur de l'autre, et on donne au reste le dénominateur commun de ces deux fractions. S'il est question, par exemple, de retrancher $\frac{5}{9}$ de $\frac{8}{9}$, le reste sera $\frac{3}{9}$, qui se réduit à $\frac{1}{3}$.

2°. Si les fractions n'ont pas le même dénominateur, on les y réduit (No. 70), après quoi on fait la soustraction comme il vient d'être dit. Ainsi pour ôter $\frac{2}{3}$ de $\frac{3}{4}$ je change ces fractions en $\frac{8}{12}$ et $\frac{9}{12}$; et retranchant 8 de 9, il me reste $\frac{1}{12}$.

3°. Si de 9 $\frac{5}{8}$ on voulait retrancher $4\frac{7}{8}$ comme on ne peut ôter $\frac{7}{8}$ de $\frac{5}{8}$, on emprunterait sur 9 une unité, laquelle réduite en huitième et ajoutée à $\frac{5}{8}$ ferait $\frac{13}{8}$ desquels ôtant $\frac{7}{8}$, il resterait $\frac{6}{8}$, ôtant ensuite 4 de 8 qui restent après l'emprunt, il resterait en tout $4\frac{6}{8}$ ou $4\frac{3}{4}$.

Exercices sur la Soustraction des Fractions.

P. 318. De $\frac{1}{7}$ ôtez $\frac{1}{8}$.

P. 319. De $1\frac{19}{29}$ ôtez $\frac{18}{28}$.

P. 320. De $5\frac{3}{4}$ ôtez $3\frac{1}{8}$.

P. 321. De $14\frac{3}{13}$ ôtez $8\frac{4}{5}$.

P. 322. Quel est le nombre qui, étant ôté de $85\frac{3}{7}$ donne $75\frac{4}{9}$ pour reste ?

P. 323. Quel est l'excédent de $\frac{41}{52}$ sur $\frac{3}{5}$?

P. 324. Trouver la différence qui existe entre les nombres $165\frac{8}{7}$ et $77\frac{8}{9}$.

P. 325. Combien reste-t-il de $14\frac{7}{9}$, après avoir ôté $13\frac{11}{12}$?

MULTIPLICATION DES FRACTIONS

75—1°. Pour multiplier une fraction par une fraction, il faut multiplier le numérateur de l'une par le numérateur de l'autre, et le dénominateur de l'une par le dénominateur de l'autre.

Par exemple, pour multiplier $\frac{2}{3}$ par $\frac{4}{5}$, on multipliera 2 par 4, ce qui donnera 8 pour numérateur; multipliant pareillement 3 par 5, on aura 15 pour dénominateur, et par conséquent $\frac{8}{15}$ pour le produit.

Pour comprendre la raison de cette méthode, il faut se rappeler que le multiplicateur indique toujours combien de fois il faut prendre le multiplicande.

Ainsi, multiplier $\frac{2}{3}$ par $\frac{4}{5}$, c'est prendre 4 fois le 5e de $\frac{2}{3}$: or en multipliant le dénominateur 3 par 5, on change les tiers en quinzièmes, c'est-à-dire en parties 5 fois plus petites ; la fraction $\frac{2}{15}$ égale donc le 5e de $\frac{2}{3}$, et en multipliant le numérateur 2 par 4, on prend 4 fois cette cinquième partie de $\frac{2}{3}$, on multiplie donc en effet $\frac{2}{3}$ par $\frac{4}{5}$. Mais dans cette opération on a multiplié d'une part les deux numérateurs, et de l'autre les dénominateurs : donc pour multiplier, &c.

2°. Si on avait un entier ou des entiers à multiplier par une fraction, ou une fraction à multiplier par un entier ou par des entiers, on mettrait la partie entière sous la forme de fraction, en lui donnant l'unité pour dénominateur ; par exemple, si j'ai 9 à multiplier par

$\frac{4}{7}$, l'opération se réduit à multiplier 9 par $\frac{4}{7}$, ce qui, selon la règle qu'on vient de donner, produit $\frac{36}{7}$, qui se réduisent à 5 $\frac{1}{7}$. On voit que dans ce cas l'opération se réduit à multiplier les entiers par le numérateur de la fraction, et à donner au produit le dénominateur de cette même fraction.

3°. S'il y avait des entiers joints aux fractions, on pourrait, avant de faire la multiplication, réduire ces entiers chacun en fraction de même espèce que celle qui l'accompagne. Par exemple, si j'ai 12 $\frac{3}{5}$ à multiplier par 9 $\frac{3}{4}$, je change le multiplicande en $\frac{63}{5}$ et le multiplicateur en $\frac{39}{4}$, et je multiplie $\frac{63}{5}$ par $\frac{39}{4}$, selon la règle ci-dessus, ce qui me donne $\frac{2457}{20}$, qui équivalent à 122 $\frac{17}{20}$.

Exercices sur la multiplication des fractions.

P. 326. Quel est le produit de 6 $\frac{1}{6}$ par 8 $\frac{2}{9}$?

P. 327. Quel serait le produit de 45 $\frac{3}{5}$ par 3 $\frac{4}{9}$?

P. 328. Multipliez 62 $\frac{1}{7}$ par 28 $\frac{3}{5}$, et dites en le produit.

P. 329. Multipliez 8 $\frac{2}{5}$ par 7.

P. 330. Multipliez 7 $\frac{5}{7}$ par $\frac{9}{13}$.

P. 331. On demande le produit de 36 entiers $\frac{7}{8}$, par 13 entiers $\frac{5}{8}$.

P. 332. Quel est le produit de 35 entiers $\frac{2}{5}$ par 26 entiers $\frac{6}{7}$?

P. 333. Quel est le produit de 436 $\frac{12}{13}$ par 3 entiers ?

P. 334. Multipliez 8 entiers $\frac{2}{5}$ par 25 entiers $\frac{2}{5}$.

P. 335. Calculez le produit de $\frac{67}{126}$ par 86 entiers $\frac{491}{791}$.

DIVISION DES FRACTIONS.

76.—1°. Pour divisier une fraction par une fraction, il faut renverser les deux termes de la fraction diviseur, et multiplier la fraction dividende par cette fraction ainsi renversée.

Par exemple, pour diviser $\frac{6}{5}$ par $\frac{2}{3}$, je renverse la fraction $\frac{2}{3}$, ce qui donne $\frac{3}{2}$, je multiplie $\frac{6}{5}$ par $\frac{3}{2}$; selon la règle donnée (No. 75), et j'ai $\frac{18}{10}$ ou $1\frac{8}{10}$ pour le quotient de $\frac{6}{5}$ divisé par $\frac{2}{3}$.

2°. Si l'on avait une fraction à diviser par des entiers, ou des entiers à diviser par une fraction, on commencerait par mettre les entiers sous la forme de fraction, en leur donnant l'unité pour dénominateur, par exemple, si l'on a 12 à diviser par $\frac{5}{7}$, on réduira l'opération à diviser $\frac{12}{1}$ par $\frac{5}{7}$, ce qui, selon la règle qu'on vient de donner, se réduira à multiplier $\frac{12}{1}$ par $\frac{7}{5}$ ce qui donne $\frac{84}{5}$ ou $16\frac{4}{5}$. Pareillement, si l'on avait $\frac{3}{4}$ à diviser par 5, l'opération se réduirait à diviser $\frac{3}{4}$ par $\frac{5}{1}$ c'est-à-dire à multiplier $\frac{3}{4}$ par $\frac{1}{5}$, ce qui donne $\frac{3}{20}$.

3°. S'il y avait des entiers joints aux fractions, on réduirait ces entiers en une fraction de même espèce que celle qui l'accompagne.

Par exemple, si l'on avait $54\frac{3}{5}$ à diviser par $12\frac{2}{3}$, on changerait le dividende en $\frac{273}{5}$, et le diviseur en $\frac{38}{3}$, et l'opération serait réduite à diviser $\frac{273}{5}$ par $\frac{38}{3}$, c'est-à-dire à multiplier $\frac{273}{5}$ par $\frac{3}{38}$, ce qui donnerait $\frac{819}{190}$ ou $4\frac{59}{190}$.

Questions sur les quatre règles des fractions.

Comment opère-t-on l'addition des fractions ? 72. Comment fait-on la preuve de l'addition des fractions ? 73. Comment fait-on la soustraction des fractions ? 74. Que faut-il faire pour multi-

plier une fraction par une autre fraction? 75. Que faut-il faire pour diviser une fraction par une autre fraction? 76.

Exercices sur la division des fractions.

P. 336. Divisez 15 $\frac{2}{7}$ par $\frac{3}{4}$.

P. 337. Divisez 33 $\frac{1}{2}$ par 99 $\frac{2}{3}$.

P. 338. Divisez 6 $\frac{4}{9}$ par $\frac{7}{8}$.

P. 339. Divisez 2$\frac{1}{4}$ par 7$\frac{1}{2}$.

P. 340. Divisez 36 entiers $\frac{3}{4}$ par 8, et donnez le quotient.

P. 341. Combien de fois $\frac{24}{72}$ sont-ils contenus dans $\frac{17}{18}$?

P. 342. Si l'on divisait $\frac{1}{2}$ par 4 $\frac{3}{8}$, quel serait le quotient ?

P. 343. Quel est le nombre qui, étant multiplié par 7$\frac{2}{3}$, donnerait 19$\frac{2}{3}$ pour produit.

P. 344. On a mis 755 bouteilles dans 3 pièces $\frac{1}{2}$: combien chacune en contient-elle ?

P. 345. On a payé 336 schellings pour 3 douzaines $\frac{1}{2}$ de chapeaux, à combien revient le chapeau.

MONNAIES, POIDS ET MESURES,

USITÉS DANS LE CANADA.

Cours actuel.

2 sous	font	1 penny ou denier	marqué	*d.*
12 pence	"	1 schelling	"	*s.*
5 schellings	"	1 piastre	"	$
20 schellings	"	1 louis	"	£

Monnaie des Etats-Unis.

10 milles	font	1 cent
10 cents	"	1 dime
10 dimes	"	1 piastre
10 piastres	"	1 aigle

Poids de Troie.

24 grains	font	1 gros
20 gros	"	1 once
12 onces	"	1 livre

Poids d'Avoir-du-Poids.

16 dragmes	font	1 once
16 onces	"	1 livre
28 livres	"	1 quart de quintal
4 quarts	"	1 quintal
20 quintaux	"	1 tonneau

Mesures de Longueur.

ANGLAISES.			FRANCAISES.		
12 lignes	font	1 pouce	12 points	font	1 ligne
12 pouces	"	1 pied	12 lignes	"	1 pouce
3 pieds	"	1 verge	12 pouces	"	1 pied
$5\frac{1}{2}$ verges	"	1 perche	6 pieds	"	1 toise
40 perches	"	1 stade	3 toises	"	1 perche
8 stades	"	1 mille	10 perches	"	1 arpent
3 milles	"	1 lieue	84 arpents	"	1 lieue

Mesures de Superficie.

ANGLAISES.			FRANCAISES.		
144 po. car.	font	1 pd. carré	144 po. car.	font	1 pi. car.
9 pi.	"	1 verge	36 pieds	"	1 toise
$30\frac{1}{4}$ verges	"	1 perche	9 toises	"	1 perche
40 perches	"	1 vergée	100 perches	"	1 arpent
4 vergées	"	1 acre	7056 arpents	"	1 lieue
640 acres	"	1 mille			
9 milles	"	1 lieue			

Mesures de Solides.

ANGLAISES.	FRANCAISES.
1718 po.cub.font 1 pi. cub.	1728 po.cub. font 1 pi.cub.
27 pi. cub. " 1 verge	216 pi. cub. " 1 toise

Mesures de Liquides.

2 setiers	font	1 chopine
2 chopines	"	1 pinte
2 pintes	"	1 pot
2 pots	"	1 gallon
42 gallons	"	1 tierçon
63 gallons	"	1 barrique
2 barriques	"	1 pipe
2 pipes,	"	1 tonne

Mesures de Capacité.

2 chopines	font	1 pinte
2 pintes	"	1 pot
2 pots	"	1 gallon
8 gallons	"	1 minot
8 minots	"	1 setier (quarter)

Mesure de Drap.

La verge contient 3 pieds anglais.
5 verges font 4 aunes.

Mesures de Temps.

60 secondes	font	1 minute
60 minutes	"	1 heure
24 heures	"	1 jour
7 jours	"	1 semaine
4 semaines	"	1 mois

52 semaines, un jour et 6 heures, ou 365 jours et 6 heures font une année.

REDUCTION DES POIDS ET MESURES.

77.—La réduction est la méthode de convertir un nombre donné d'une certaine dénomination dans un autre équivalent à la première; comme des louis en schellings, des schellings en louis, &c.; des livres en onces, &c.

78. Pour réduire les unités d'une dénomination en unités de ses subdivisions, il faut multiplier le nombre donné par autant d'unités qu'il en faut de cette subdivision pour en former une de ce nombre donné et y ajouter celle de la subdivision s'il y en a.

79.—S'il y a plusieurs subdivisions, comme, par exemple, pour réduire £756 12 11$\frac{3}{4}$d, alors on commence par celle de la plus haute dénomination et ensuite par celle qui vient immédiatement après, et ainsi de suite, comme dans l'exemple ci-après :-

Exemple. £756 12s. 11$\frac{3}{4}$d.
×20 sch.

15120
+ 12

donne 15132 schellings
× 12d

30264
15132
+ 11

donne 181595 pence
× 4

726380
+ 3

donne 726383 farthings pour réponse.

80.—Pour convertir des unités d'une plus basse dénomination en celle d'une plus haute, il faut diviser le nombre donné par autant d'unités que la plus haute dénomination en contient de la plus basse ; le reste de chaque division est toujours de même nature que le dividende,et ce reste doit être mis après chaque quotient.

EXEMPLE.

726383 farth. div. par 4

$\frac{1}{4}$..... 181595 d. et $\frac{3}{4}$ de reste div. par 12

$\frac{1}{12}$......15132 sch. 11 $\frac{3}{4}$ de reste div. par 20

$\frac{1}{20}$......£756 12 sch. 11 $\frac{3}{4}$ pour réponse.

346. Combien y a-t-il de schellings dans 1°. £698; 2°. dans £47 11s.; 3°. dans £741 15s, 4d.; 4°. dans £207 9s.?

347. Combien y a-t-il de pence dans 1°. 17 sch. ; 2°. dans 15s. ; 3°. dans 12s. 7d ; 4°. dans 18s. 9d; 5°. dans 14s. 11d ?

348. Combien y a-t-il de schellings dans 1°. £976 18s.; 2°. dans £670; 3°. dans £47 9s. ; 4°. dans £764 18s. ?

349. Combien y a-t-il de schellings et de pence dans £74 15s. 7d. ?

350. Combien y a-t-il de livres dans 24 quintaux ; 2°. dans 27 quintaux ?

351. Combien y a-t-il de livres dans 6 quintaux 27 ℔s. ?

352. Combien y a-t-il d'onces dans 28 ℔s. ; 2°. dans 6 ℔s. 11 onces ?

353. Combien y a-t-il de gros dans 57 lbs. 6 on. 3 gros ?

354. Combien y a-t-il de lbs., d'onces et de gros dans 3 quintaux 17 lbs.

355. Combien y a-t-il de perches dans 27 arpents 4 perches ?

356. Dites le nombre de perches et de toises carrées qu'il y a dans 27 arpents 18 perches ?

357. Combien y a-t-il de chopines dans 77 gallons et 1 pot ?

358. Quel est le nombre de pieds carrés dans 27 toises 25 pieds ?

359. Combien y a-t-il d'arpents, 1°. dans 476896 perches ; 2°. dans 6420000 toises ; 3°. dans 4764237 pieds ?

360. Combien y a-t-il de perches carrées, 1°. dans 4 arpents 7 perches ; 2°. dans 18 arpents 22 perches ; 3°. dans 47 arpens 57 perches ?

361. Combien y a-t-il de quintaux dans 1°. 17896421 onces ; 2°. dans 67894002 gros ?

362. Combien y a-t-il de lignes dans 6 toises 4 pieds 9 pouces ?

363. Combien y a-t-il de toises dans 78642975 lignes ?

364. Combien y a-t-il de lignes carrées dans 4 toises 7 pieds 22 pouces ?

365. Combien y a-t-il de toises carrées dans 47860975 lignes ?

366. Dites le nombre de minots qu'il y a dans 247687 chopines ?

367. Combien y a-t-il de setiers dans 476329 pots ?

368. Dites le nombre de louis, de schellings, contenus 1°. dans 47624 pence ; 2°. dans 4763900d. ?

ADDITION COMPOSÉE.

81.—L'addition composée se fait comme celle des nombres simples : après avoir écrit les unités de même espèce les unes sous les autres, on commence l'addition par celles de la plus petite espèce, si leur somme ne compose pas une unité de l'espèce immédiatement supérieure, on l'écrit sous les unités de son espèce ; si la somme contient une ou plusieurs unités de l'espèce prochainement supérieure on n'écrit que l'excédant des unités, et on retient celles-ci pour les ajouter à leurs semblables, sur lesquelles on procède de la même manière.

EXEMPLE.

Ajoutez ensemble les sommes suivantes :

£	s.	d.
824	7	7
212	10	11
124	6	8
83	18	4
7	3	4
752	6	10

Ayant commencé par les deniers, j'en ai trouvé 34, ce qui fait 2 sch. et 10d. ; je pose les 10d. et je retiens les 2 sch. Je passe à la colonne des schellings, et je dis 2 de retenu et 7 font 9 et 10 font 19 et 6 font 25 et 18 font 43 et 3 font 46 ; en 46 schellings il y a 2 louis et 6 schellings, je pose 6 schellings et je retiens £2, le reste comme à l'addition simple.

La preuve se fait comme à l'addition simple.

Exercices sur l'addition composée.

369.—

£	s.	d.
9	8	10
8	16	11
7	8	3
8	16	2
7	3	4
8	17	2
3	8	11
6	9	2
3	7	5

370.—

£	s.	d.
8	17	5
5	8	$6\frac{1}{4}$
7	4	$4\frac{1}{2}$
0	19	$4\frac{3}{4}$
18	10	11
3	7	4
5	12	$7\frac{3}{4}$
8	19	2
7	2	4

371.—

£	s.	d.
94	15	$5\frac{3}{4}$
87	16	$6\frac{1}{2}$
91	17	$7\frac{1}{2}$
67	18	$8\frac{3}{4}$
84	19	$9\frac{1}{2}$
98	0	$0\frac{3}{4}$
56	17	11
138	3	$10\frac{1}{4}$
212	18	9

372.—

£	s.	d.
616	17	$8\frac{1}{2}$
389	18	$10\frac{1}{4}$
31	17	11
346	18	$6\frac{1}{2}$
407	13	$8\frac{3}{4}$
748	11	11
567	14	$4\frac{3}{4}$
687	15	$10\frac{1}{4}$
827	16	$10\frac{3}{4}$

373.—

£	s.	d.
17846	17	8
3479	13	11
6783	14	5
687	15	10
8412	11	4
6791	15	7
6149	17	8
8416	11	3
879	18	4
7358	13	8

374.—

£	s.	d.
4738	17	2
3947	19	8
7135	13	0
914	0	8
4783	15	11
7198	17	0
8359	11	8
8746	0	0
879	8	7
9157	16	8

375.—

£	s.	d.
3109	0	11
798	13	$4\frac{1}{2}$
9146	13	7
874	0	8
9146	3	4
8749	13	5
8735	19	9
9146	11	8
874	13	$4\frac{1}{2}$
68	10	$4\frac{3}{4}$

376.—

£	s.	d.
7148	11	$8\frac{1}{2}$
3596	18	$11\frac{1}{4}$
71416	13	$8\frac{1}{2}$
81	11	4
7186	13	$4\frac{3}{4}$
714	13	$8\frac{3}{4}$
8196	18	$10\frac{1}{2}$
811	8	6

377.—

ton.	*quint*	*qr.*
43	18	1
31	15	3
71	16	2
52	17	1
7	13	3
6	14	3
8	15	3
59	16	1
23	10	2

378.—

lb.	*on.*	*dr.*
23	15	13
21	14	15
8	0	13
15	13	0
6	11	0
7	8	7
8	7	10
24	15	11
17	14	10

379.—

quint.	*qr.*	*lb.*	*on.*	*dr.*
56	3	26	14	14
11	2	27	15	13
3	1	18	13	12
16	1	21	10	11
82	2	24	11	15
6	3	25	12	11
4	3	21	13	12
9	2	17	14	13
75	3	23	15	14

380.—

tois.	*pi.*	*po.*
47	5	6
79	4	11
6	3	1
47	4	9
69	2	6
4	3	10
47	4	8
6	4	9

381.—

tois.	*pi.*	*po.*	*lig.*
678	4	7	11
69	3	0	4
149	0	0	11
77	3	5	10
4	4	1	10
67	3	0	2
44	0	4	0
67	4	0	0

382.—

set.	*min.*	*gal.*	*pot.*	*pint.*
47	7	4	1	1
69	6	7	0	1
4	5	6	1	0
0	3	4	0	1
49	6	6	1	1
3	7	4	0	0
15	6	2	1	1
4	0	0	1	1

Problèmes sur l'Addition Composée.

P. 383. A doit à B £475 18s. 11d., à C £478 18s. 9½d., à D £37 19s. 8¾d., à E £974 19s. 0½d., à F £14 6s. 0¾d., à G £18 0s. 11d., à H £1984 17s. 0d., et à K £15 0s. 6½d.; combien doit-il en tout ?

P. 384. J'ai en argent £148 17s 8d., du vin pour £718 11s. 8d., du rum pour £398 18s. 5½d., de l'eau-de-vie pour £178 19s. 11d., de l'esprit de genièvre pour £918 13s. 11d., du thé pour £508 11s. 11d., du sucre pour £315 19s. 8½d. et pour différentes marchandises £317 19s. 8d.; quel est le montant de mes provisions?

P. 385. Un marchand de drap a dans sa boutique, savoir, en bleu, 314¾ verges pour £264 19s. 4d., en noir 204 verges pour £407 10s., en brun 647½ verges pour £547 15s. 7d., en différentes couleurs 479¼ verges pour £500 9s 4d.; combien a-t-il de verges de drap, et pour combien d'argent?

P. 386. Une servante fut au marché et paya £2 4s. 8½d. pour du thé, £1 5s. 8¾d. pour du café, £3 17s. pour du sucre, £1 7s. pour du bœuf, 36s. pour du mouton, 7s. pour du veau, et 29s. pour différentes choses; combien paya-t-elle en tout ?

P. 387. Un banqueroutier doit à A £784 18s. 11½d., à B £315 17s. 8d., à C £38 0s. 11¼d., à D £778 15s. 8d., à E £785 17 11½d., à F £13 8s. 6½d. à G £57 18s., à H £318, et à I £154 0s. 11d.; quel est le montant de sa dette ?

P. 388. J'ai porté au marché £437 18s. 10d., et j'y ai reçu de A £54 8s. 3d., de B £78 13s. 9d., de C £34 8s., de D £87 8s. 10d., de E £51, de F 18s. 10½d., de G 13s. 11¾d., et de H £15 18s. 0¾d.; combien ai-je rapporté en tout ?

P. 389. Un collecteur perçoit en Janvier £67 18s. 8d., en Février £63 4s. 9d., en Mars £94 18s., en Avril £93 19s., en Mai £108 17s. 11d., en Juin, £118 13s. 6½d., en Juillet £99 13s. 6¾d., en Août £73 19s. 9¾d., en Septembre £53 15s. 9d., en Octobre £68 0s. 11d., en Novembre £48 18s. 10d., et en Décembre £73 11s. 8d.; combien a-t-il reçu dans toute l'année?

SOUSTRACTION COMPOSÉE.

82. La soustraction composée se fait comme celle des nombres simples; mais lorsqu'on emprunte une unité, on la réduit en même espèce que celles pour lesquelles on fait l'emprunt ; s'il y en a dans le nombre supérieur, on y joint l'unité empruntée ainsi réduite ; mais il est beaucoup plus facile d'opérer avec ce que l'on a emprunté et de joindre au reste ce que l'on avait avant que d'emprunter.

EXEMPLE:

De	14 ans	8 mois	15 jours	16 heures	54 minutes,
Otez	12	11	20	22	58
	—	—	—	—	—
	1 an	8 m.	24 j.	17 h.	56 m.

Après avoir écrit la plus petite somme sous la plus grande, je dis : 58 minutes ne pouvant être ôtés de 54, j'emprunte une heure qui vaut 60 minutes, dont j'ôte 58, et je joins les deux qui restent aux 54, ce qui donne 56 pour reste : ne pouvant ensuite ôter 22 heures de 15, j'emprunte un jour qui vaut 24 heures, dont j'ôte les 22, et je joins les deux qui restent aux 15, ce qui donne 17 heures, &c. La réponse sera donc 1 an 8 mois 24 jours 17 heures 56 minutes.

Pour faire la preuve, on ajoute la plus petite somme avec la différence, ayant soin de porter les unités inférieures provenant des additions partielles à celles qui leur sont immédiatement supérieures.

Exercices sur la Soustraction Composée.

390.—			391.—			392.—		
£	*s.*	*d.*	£	*s.*	*d.*	£	*s.*	*d.*
60	8	9	58	10	$9\frac{1}{4}$	715	10	0
50	19	11	50	2	$4\frac{1}{4}$	620	14	$6\frac{1}{4}$

393.—

£	s.	d.
3997	8	11
3180	11	$2\frac{1}{2}$

394.—

£	s.	d.
66807	9	8
48960	12	0

395.—

£	s.	d.
55862	0	4
51123	3	2

396.—

£	s.	d.
50650	6	$5\frac{3}{4}$
47541	5	$6\frac{3}{4}$

397.—

£	s.	d.
99153	10	$2\frac{1}{4}$
92004	18	$5\frac{3}{4}$

398.—

£	s.	d.
309987	9	$0\frac{1}{4}$
300838	17	3

399.—

Quint.	*qr.*	*lb.*	*on.*	*dr.*
192	3	17	12	5
135	3	18	13	7

400.

Tois.	*pi.*	*po.*
4	3	5
3	5	11

401.—

Arp.	*per.*	*tois.*	*pi.*
47	5	3	3
29	4	1	7

402.—

Arp.	*per.*	*tois.*	*pi.*	*po.*
79	3	1	4	6
42	4	2	5	11

403.

Quint.	*qr.*	*lb.*	*on.*	*dr.*
45	2	20	14	8
29	3	18	15	9

404.—

Quint.	*qr.*	*lb.*	*on.*	*dr.*
623	1	21	13	11
435	2	27	14	15

Problèmes sur la Soustraction Composée.

P. 405. Un marchand a en argent £474 8s. 9d., en marchandise la valeur de £3443 15s., une maison de £713 11s., un bateau de £574, un autre de £315, une personne lui doit £957 18s. $11\frac{1}{2}$d ; il doit à A

£115 7s. 8d. ; à B £327 18s. $4\frac{3}{4}$d. ; à C £74 13s, 4d. ; quel est le montant de son fonds net ?

P. 406. Un particulier devait la somme de £567 10s., il a payé £456 9s. ; combien doit-il encore ?

P. 407. Quelle est la différence de £607 14s. à £506 5s. ?

P. 408. Je devais £730 12s. 9d., je paie £420 ; combien dois-je encore ?

P. 409. Louis a £784 15s. 10d., Paul £399 12s. 7d. ; combien celui-ci en a-t-il de moins ?

P. 410. Une personne devait £836 0s. 4d., elle a payé £737 10s. 5d. ; combien doit-elle encore ?

P. 411. Quelqu'un ayant vendu des marchandises pour la somme de £879 4s. 11d., gagne £37 8s. 4d. ; combien avait-elle déboursé ?

P. 412. Un menuisier avait 345 toises 5 pieds 6 pouces d'ouvrage à faire, il en a fait 95 toises 7 pieds 9 pouces ; combien lui en reste-t-il encore à faire ?

P. 413. Un marchand de blé en avait acheté 347 minots 7 gallons 1 pot ; il en a déjà reçu 298 minots 3 gallons ; combien doit-il en recevoir encore ?

P. 414. Un épicier a reçu 45 quintaux 2 quarts 12 livres de sucre, sur 92 quintaux 1 quart 17 livres qu'il avait achetés : combien doit-il encore en recevoir ?

P. 415. Un particulier ayant acheté 947 cordes $\frac{3}{4}$ de bois, en a reçu 49 cordes 2 quarts : combien lui en revient-il encore ?

P. 416. Un propriétaire avait acheté 478 arpents 52 perches de terrain, en a cédé 75 arpents 50 perches : combien lui en reste-t-il ?

P. 417. Quel est l'excédant de £8047 sur £4789 9s. 7d. ?

P. 418. Un débiteur devait £700 à son créancier, il lui donne £655 11s. 4d. ; combien lui doit-il encore ?

P. 419. Un bourgeois avait acheté une maison pour la somme de £1896, il l'a revendue £1934 15s. 6d : combien a-t-il gagné ?

P. 420. Quel est le contour d'une pièce de terre, qui deviendrait 65 arpents si on y ajoutait 7 arpents 9 perches 10 pieds 11 pouces.

P. 421. Un père et son fils ont ensemble 160 ans 11 mois, le père a 92 ans 7 mois 15 jours 20 heures ; quel est l'âge du fils ?

P. 422. Un magasin contenait 200 setiers de grain : on en a distribué en 4 fois, 1°. 45 set. 7 minots, 2°. 3 setiers 5 minots, 3°. 49 setiers 1 minot 5 gallons ; 4°. 18 setiers 6 gallons : combien lui en reste-t-il ?

P. 423. Un homme naquit en 1799 le 18 mars à 7 heures du matin ; quel âge aura-t-il en 1856 ?

P. 424. Pierre est né le 16 février 1811 à 10 heures 17 minutes du matin ; quel âge a-t-il eu le 23 Août 1824 à 5 h. 57 minutes du soir ?

MULTIPLICATION COMPOSÉE.

I. RÈGLE.

83.—Quand le multiplicateur n'excède pas 12, il faut multiplier les unités de la plus basse dénomination du multiplicande, par le multiplicateur, et trouver, comme dans l'addition, combien ce nombre contient d'unités immédiatement supérieures, et poser le reste, s'il y en a, sous les unités qu'on a multipliées, et porter le quotient aux unités précédentes, ainsi de suite, jusqu'à la plus haute dénomination.

PREUVE.

Pour faire la preuve, multipliez par deux des chiffres qui forment le multiplicateur, additionnez les produits, si la règle est bonne les produits seront égaux.

	EXEMPLE.			PREUVE.		
Multipliez	£35	17	$8\frac{3}{4}$	£35	17	$8\frac{3}{4}$
Par			7			6
Produit..........	£251	4	$1\frac{1}{4}$	215	6	$4\frac{1}{2}$
				35	17	$8\frac{3}{4}$
				£251	4	$1\frac{1}{4}$

Après avoir posé le multiplicateur j'ai dit 7 fois 3 farthings font 21, en 21 farth. il y a 5d. et $\frac{1}{4}$ de reste que je pose sous les farthings et je continue, 7 fois 8 font 56 et 5 de retenu font 61, en 61 pence il y a 5 sch. et 1 penny que je pose au rang des pence ensuite, 7 fois 7 font 49 et 5 font 54, je pose 4 et retiens 5 ; 7 fois 1 font 7 et 5 font 12 dizaines de schellings ; comme il faut 2 dizaines de schellings pour faire un louis, je dis la moitié de 12 est 6 louis que je porte avec les louis ; 7 fois 5 font 35 et 6 font 41, je pose 1 et retiens 4 ; 7 fois 3 font 21 et 4 font 25 que je pose et j'ai pour réponse £251 4s. $1\frac{1}{4}$d.

Pour la preuve, après avoir multiplié le multiplicande par 6, j'y ai ajouté le produit de 1 qui fait 7, ce qui m'a donné £251 4s. $1\frac{1}{4}$d. produit égal à celui de la règle.

II. RÈGLE.

84.—Quand le multiplicateur est plus grand que 12 et qu'il est multiple de deux nombres, il faut multiplier le multiplicande par l'un de ces deux nombres comme à la règle précédente, ensuite multiplier le produit par le second nombre.

EXEMPLE.

Multipliez	£4	13	$9\frac{1}{4}$
Par 56=8×7			8
	37	10	2
			7
	£262	11	2

Après avoir multiplié le multiplicande par 8, j'ai multiplié le produit £37 10s. 2d. par 7, ce qui m'a donné la réponse £262 11s. 2d.

Pour la preuve, il n'y a qu'à changer les multiplicateurs, c'est-à-dire multiplier d'abord par 7 et ensuite par 8.

III. RÈGLE.

85.—Quand le multiplicateur n'est pas le produit exact de deux nombres, prendre le multiple qui est le plus près de ce nombre, et ensuite faire le produit de la différence des deux nombres et l'additionner au produit, par exemple, multiplier par 38; le multiple le plus près est 36; il faut multiplier 2 fois par 6 et ajouter le produit de 2. Si le multiple le plus près était plus fort que le nombre donné, il faudrait soustraire.

I. EXEMPLE.

Multipliez......	£2	10	$6\frac{1}{4}$
Par 38=6×6+2			6
	15	3	$1\frac{1}{2}$
			6
	90	18	9
Produit de 2=	5	1	$0\frac{1}{2}$
Réponse......	£95	19	$9\frac{1}{2}$

II. EXEMPLE.

Multipliez	£ 2	10	$6\frac{1}{4}$
Par $35=6\times6-1$			6
	15	3	$1\frac{1}{2}$
			6
	90	18	9
Produit de 1—	2	10	$6\frac{1}{4}$
Réponse.........	£88	8	$2\frac{3}{4}$

IV. RÈGLE.

86.—Quand le produit est plus grand que 12 fois 12, on multiplie successivement par 10 autant de fois qu'il y a de chiffres au multiplicateur moins 1. Ensuite multiplier le multiplicande par les unités, le 1er produit par les dizaines, le 2d par les centaines, &c.

EXEMPLE.

	£	*s.*	*d.*		£	*s.*	*d.*	*fois.*
Multipliez	3	14	$8\frac{3}{4}$	$\times$3 unités=	11	4	$2\frac{1}{4}$=	3
Par 9753			10					
	37	7	$3\frac{1}{2}$	$\times$5 diz=	186	16	$5\frac{1}{4}$=	50
			10					
	373	12	11	$\times$7 cents=	2615	10	5 =	700
			10					
	3736	9	2	$\times$9 mille=	36441	13	$6\frac{3}{4}$=	9000

Exercices sur la Multiplication Composée.

		£	s.	d.		
425.	Multipliez	4	6	$7\frac{1}{2}$	par	3
426.	"	9	8	$4\frac{1}{4}$	"	4
427.	"	14	18	$11\frac{1}{2}$	"	6
428.	"	0	17	$3\frac{3}{4}$	"	7
429.	"	18	0	11	"	8
430.	"	17	15	$0\frac{1}{4}$	"	9
431.	"	13	5	$7\frac{1}{4}$	"	10
432.	"	0	0	$4\frac{3}{4}$	"	11
433.	"	15	0	$7\frac{1}{2}$	"	4
434.	"	17	8	$0\frac{3}{4}$	"	5
435.	"	0	9	$7\frac{1}{2}$	"	7
436.	"	18	0	$4\frac{1}{4}$	"	11
437.	"	70	0	$11\frac{1}{2}$	"	12
438.	"	73	0	8	"	11
439.	"	0	19	8	"	10
440.	"	54	13	0	"	9
441.	"	73	17	$8\frac{3}{4}$	"	11
442.	"	57	19	0	"	12
443.	"	63	0	$8\frac{3}{4}$	"	18
444.	"	17	11	$8\frac{3}{4}$	"	20
445.	"	13	17	$8\frac{3}{4}$	"	36
446.	"	27	18	$0\frac{1}{2}$	"	45
447.	"	0	17	0	"	56
448.	"	0	0	$11\frac{1}{4}$	"	72
449.	"	23	15	$10\frac{3}{4}$	"	24
450.	"	15	8	0	"	30
451.	"	13	15	0	"	42
452.	"	17	4	$11\frac{1}{2}$	"	48
453.	"	54	13	0	"	60
454.	"	0	19	$0\frac{1}{4}$	"	84
455.	"	15	18	$11\frac{3}{4}$	"	16
456.	"	37	7	0	"	36
457.	"	7	8	$11\frac{3}{4}$	"	88
458.	"	2	8	0	"	108
459.	"	19	11	4	"	144
460.	"	17	5	0	"	168

		£	s.	d.		
461.	Multipliez	3	7	0	par	17
462.	"	4	0	3½	"	23
464.	"	7	0	0¾	"	41
465.	"	0	7	8¾	"	51
466.	"	18	11	4	"	53
467.	"	77	18	0¾	"	59
468.	"	63	17	8	"	19
469.	"	53	13	8¼	"	39
470.	"	0	14	8¼	"	47
471.	"	0	19	4½	"	57
472.	"	62	13	8	"	58
473.	"	18	19	0	"	61
474.	"	77	13	4	"	68
475.	"	57	18	9½	"	348
476.	"	99	13	6	"	3469
477.	"	84	13	9	"	4660
478.	"	1	15	0½	"	7841
479.	"	77	11	4¼	"	6352
480.	"	79	19	8	"	10002
481.	"	137	18	4½	"	1141
482.	"	15	18	3	"	673
483.	"	18	11	11	"	9145
484.	"	6	7	8	"	632
485.	"	4	18	9½	"	561
486.	"	25	15	7	"	14½
487.	"	67	14	2	"	22½
488.	"	45	2	9	"	15¾
489.	"	42	7	0½	"	7¼
490.	"	79	16	4	"	19¼
491.	"	45	7	11	"	20¾
492.	"	7	5	6	"	45½
493.	"	67	12	1	"	22¾
494.	"	45	0	3	"	5¼

Problèmes sur la Multiplication Composée.

P. 405. Multipliez 7 quintaux 2 quarts 18 livres par 9.

P. 496. 15 lbs. 13 onces 5 dragmes, multiplié par 11.

P. 497. 37 tonneaux 15 quintaux 2 quarts × par 4.

P. 498...15 lbs. 13 onc. 3 drag. × 5.

P. 499...67 toises 4 pieds 9 pouces × 9.

P. 500.. 3 ans 5 mois 29 jours × 9.

P. 501...2 jours 3 heures 59 minutes × 10.

P. 502...47 arpents 15 perches 6 toises×9.

P. 503...4 minots 5 gallons 1 pot×8.

P. 504...67 toises 3 pieds 11 pouces × 11.

P. 505...14 quintaux de sucre à £2 10s. 7½d. le quintal?

P. 506...11 lbs. de thé à 13s. 4¾d. la livre?

P. 507...12 verges de velours à 17s. 8½d. la verge?

P. 508...20 quintaux de figues à £1 4s. 8½d. le quintal?

P. 509...27 moutons à £2 5s. 9d. le mouton?

P. 510...32 verges de velours à £2 8s. 9½d. la verge?

P. 511...51 verges de velours à £1 15s. 9½d. la verge?

P. 512...35 barils de rum à £2 17s. 6½d. le baril?

P. 513...40 barils de vin à £3 12s. 11¼d. le baril?

P. 514...60 balles de coton à £3 14s. 4¾d. la balle?

P. 515 76 quintaux de plomb à £2 18s. 9d. le quintal?

P. 516...45 quintaux de fer à £1 4s. 7½d. le quintal?

P. 517...65 balles de coton à £1 17s. 6½ la balle?

P. 518...9½ verges de coton à 11s. 5½d. la verge?

P. 519...42¾ minots de blé à 9s. 11d. le minot?

P. 520...103¼ minots de patates à 2s. 3d. le minot?

P. 521...77½ verges de drap à £1 15s. 3d la verge?

P. 522...6½ toises d'ouvrages à 15s. 9d. la toise?

P. 523...336 lbs. de café à 4s. 6d. la livre ?

P. 254. Quel est le poids de 47 caisses de tabac à 6 quint. 2 qr. 17 lbs. 13 dr. la caisse ?

Autre Méthode.

87. La multiplication des nombres composés se fait encore après avoir multiplié les unités entières du multiplicande par les unités du multiplicateur, on décompose les unités de la première subdivision du multiplicande en parties aliquotes de ses unités principales, et l'on prend sur les unités principales du multiplicateur, les parties représentées par le rapport que les parties subdivisées ont avec leurs unités principales ; on en fait de même pour les suivantes, les unes à l'égard des autres. On subdivise de même les quantités inférieures du multiplicateur, et on prend les quantités qu'exige leur rapport, avec leurs unités principales, sur toutes les parties du multiplicande, ainsi qu'on le voit ci-après.

EXEMPLE.

Que faut-il payer pour 17 toises 5 pieds d'ouvrage à £2 11s. 8d. la toise ?

OPÉRATION.

	£2	11s.	8d.
	17 tois.	5 pi.	
	34		
Pour 10s. la $\frac{1}{2}$......	8	10	0
" 1s. $\frac{1}{10}$......	1	17	0
" 6d. $\frac{1}{2}$......	0	8	6
" 2d. $\frac{1}{3}$......	0	2	10
" 3 pi. $\frac{1}{2}$......	1	5	7
" 1 pi. $\frac{1}{3}$......	0	8	$6\frac{1}{3}$
" 1 pi. $\frac{1}{3}$......	0	8	$6\frac{1}{3}$

Réponse, £46 0s. $11\frac{2}{3}$d.

Je multiplie d'abord 2 par 17, ensuite je décompose 11 schellings en parties aliquotes de 20 schellings pour un louis ; je prends pour 10 schellings la moitié des 17 toises que je considère comme des louis; je prends ensuite pour un qui reste, le dixième du produit de 10 ; je décompose 8 deniers en parties aliquotes du schelling ; je prends pour 6 la moitié du produit d'un schelling ensuite pour les 2 qui restent, je prends le tiers du produit de 6; je décompose pareillement les 5 pieds en parties aliquotes de la toise, et je prends pour 3 la moitié de tout le multiplicande, ensuite pour les deux qui restent, je prends pour chacun le tiers du produit de 3 pieds.

Table des parties aliquotes de 20 schellings sur le produit d'un louis.

Pour 1 sch. prenez le $\frac{1}{20}$	Pour 6s. pr. le $\frac{1}{5}$ et $\frac{1}{2}$ du $\frac{1}{5}$
" 2.................... $\frac{1}{10}$	" 7.............. $\frac{1}{4}$ et $\frac{1}{10}$
" 3 .... $\frac{1}{10}$ et $\frac{1}{2}$ du $\frac{1}{10}$	" 8.............. 2 fois $\frac{1}{5}$
" 4.................... $\frac{1}{5}$	" 9.. .... $\frac{1}{4}$ et $\frac{1}{5}$
" 5.................... $\frac{1}{4}$	" 10.............. $\frac{1}{2}$

Lorsqu'il y a plus de 10 schellings, on reprend comme ci-dessus.

De 12 Deniers sur le produit d'un schelling.

Pour 1 denier prenez le $\frac{1}{12}$	Pour 7 deniers prenez $\frac{1}{3}$ et $\frac{1}{4}$
" 2.................... $\frac{1}{6}$	" 8 deux fois........ $\frac{1}{3}$
" 3.................... $\frac{1}{4}$	" 9.................. $\frac{1}{2}$ et $\frac{1}{4}$
" 4.................... $\frac{1}{3}$	" 10.................. $\frac{1}{2}$ et $\frac{1}{3}$
" 5......... $\frac{1}{3}$ et $\frac{1}{4}$ du $\frac{1}{3}$	" 11 2 fois $\frac{1}{3}$ et 1 fois $\frac{1}{4}$
" 6.................... $\frac{1}{2}$	

DIVISION COMPOSÉE.

I. RÈGLE.

88. Si le dividende seul est composé, et qu'en même temps le quotient doive être de même espèce que lui, on divisera les unités principales du dividende par le diviseur, on réduira ce qui restera de ces unités en

unités de la deuxième espèce, et on y ajoutera celles qui se trouvent au dividende, on continuera à diviser et à réduire chaque reste en unités inférieures, ayant soin de les distinguer au quotient par les signes convenables.

EXEMPLE.

On a reçu £478 3s. 9d. pour le paiement de 187 toises d'ouvrage ; à combien revient la toise ?

OPÉRATION.

£478 3s. 9d.	187.
104	
× 20s.=1 louis.	£2 11s. 1d. $\frac{134}{187}$
2083	
0213	
026	
× 12d.=1 sch.	
52	
269	
321	
Reste 134	

II. RÈGLE.

89. Lorsque le dividende et le diviseur étant de même espèce, le quotient ne doit pas être de même espèce, il faut réduire le dividende et le diviseur à la plus petite espèce qui y soit contenue, ensuite traiter les unités du dividende comme si elles étaient de même espèce que celle que l'on veut avoir au quotient.

EXEMPLE :

Combien fera-t-on faire de toises d'ouvrage à raison de £3 10s. pour la somme de £331 8s. 4d?

OPÉRATION :

	£331 8s. 4d.	£3 10s.
	×20s.	×20s.
	6628	70
	×12d.	×12d.
	13256	140
	66284	70
Div. prép.	79540	840 div. préparé.
	3940	840
	580	94 toises 4 pieds 1 pouce $\frac{5}{14}$.
	6	
	3480	
	120	
	12	
	1440	
	600	

III. RÈGLE.

90. Lorsque le dividende et le diviseur étant composés et d'espèces différentes, le quotient devra être de même espèce que le dividende ; il faudra réduire le diviseur à sa plus petite espèce, ensuite multiplier le dividende par le nombre qu'il faut de la plus petite unité du diviseur pour former la plus grande, et diviser comme dans le premier cas.

EXEMPLE.

14 toises 2 pieds 10 pouces 3 lignes d'ouvrages ayant coûté £213 14s. $5\frac{1}{4}$d.; combien cela revient-il la toise?

OPÉRATION.

14 t. 2 pi. 10 po. 3 lig.	1 toise.
$\times$6 pi.=1 toise.	$\times$6 pi.
86	6
$\times$12 po.=1 pied.	$\times$12 po.
172	72
86	$\times$12 lig.
+10	144
1042	72
$\times$12 lig.=1 po.	864 lig. valeur de la toise en lig.
2084	
10423	
12507 divis. préparé.	

£213 14s. 5$\frac{1}{4}$d.
$\times$864
852
1278
1704

Pour	10s. $\frac{1}{2}$	432	
"	4s. $\frac{1}{5}$	172	16
"	4d. $\frac{1}{3}$	14	8
"	1d. $\frac{1}{4}$	3	12
"	$\frac{1}{4}$d.	0	18

184655 14 | 12507
059585
09557 | £14 15s. 3d. $\frac{1689}{4169}$
$\times$ 20
191154
066084
03549
$\times$ 12
7098
3549
42588
05067

Questions sur les Réductions et sur les quatre Règles Composées.

Qu'est-ce que la réduction ? 77. Que faut-il faire pour réduire les unités d'une dénomination en unités de ses subdivisions ? 78. Par où faut-il commencer s'il y a plusieurs subdivisions ? 79. Que faut-il faire pour convertir les unités d'une plus basse dénomination en celle d'une plus haute ? 80. Comment se fait l'addition composée ? 81. Comment se fait la soustraction composée ? 82. Que faut-il faire quand le multiplicateur n'excède pas 12 ? 83. Que faut-il faire quand le multiplicateur est plus grand que 12 et qu'il est multiple de deux nombres? 84. Que faut-il faire quand le multiplicateur n'est pas le produit exact de deux nombres ? 85. Que fait-on quand le produit est plus grand que 12 fois 12? 86. Comment fait-on encore la multiplication composée? 87. Comment fait-on la division composée ? 88. Que faut-il faire lorsque le dividende et le diviseur étant de même espèce, le quotient ne doit pas être de même espèce? 89. Que faudra-t-il faire lorsque le dividende et le diviseur étant composés et d'espèces différentes, le quotient devra être de même espèce que le dividende ? 90.

Exercices sur la Division Composée.

525.	£57	18s.	9d...................	divisé par	4
526.	£33	17s.	6d	"	6
527.	£789	13s.	4d.....	"	5
528.	£87	15s.	6d...................	"	6
529.	£54	15s.	8d...................	"	7
530.	£91	13s.	8d...................	"	8
531.	£899	7s.	6d...................	"	6
532.	£6	1s.	2½d...................	"	7
533.	£498	17s.	8d...................	"	8
534.	£195	15s.	2¼d...................	"	9
535.	£7	10s.	4d...................	"	11
536.	£73	17s.	8d...................	"	11
537.	£17	1s.	7d...................	"	12

538. £812 15s. $0\frac{1}{4}$d....................	divisé par	11
539. £8 19s. 0d....................	"	12
540. 118 lbs. 8 on....................	"	4
541. 27 lbs. 8 on. 10 dr..............	"	5
542. 19 lbs. 11 on. 3 dr............	"	10
543. 73 verges 1 quart..............	"	5
544. 149 lbs. 3 on. 15 dr...........	"	7
545. 107 verges 2 pi. 6 po...........	"	6
546. 53 verges 2 pi. 11 po...	"	3
547. $87\frac{1}{3}$ milles....................	"	8
548. 176 verges 1 quart..............	"	12
549. 47 toises 3 pi. 9 po...........	"	5
550. £79 17s. 2d....................	"	7
551. £99 1s..........................	"	8
552. £1088 2s. 6d.........	"	25
553. 2 livres 1 once 4 dragm.........	"	14
554. 20 quint. coûtent £120 10s. 10d. combien coûte le quintal		
555. 1 quintal coûte £18 18s. 0d. combien coûte la livre?		
556. £120 12s. 4d....................	"	9
557. £12 4. 3d.................. ..	"	11
558. £109 14s. 2d....................	"	5
559. £132 17s. 1d....................	"	7
560. 3 perches 5 toises 15 pi......	"	4
561. 68 quint. 3 gr. 22 lb...........	"	9
562. 167 lbs. 4 on. 7 dr..............	"	11
563. 74 lbs 11 on. 6 dr..............	"	12
564. 47 arpens 8 per. 8 tois. car...	"	12
565. 302 ton. 4 quint..................	"	8
566. 158 lbs. 3 on. 14 dr...........	"	10
567. £18 7s. 6d....................	"	17
568. £27 12s. 0d....................	"	23

569.	£10	8s.	$7\frac{1}{2}$d....................	divisé par	26
570.	£17	1s.	$7\frac{3}{4}$d....................	"	31
571.	£38	2s.	$4\frac{1}{4}$d....................	"	43
572.	£167	7s.	7d....................	"	38
573.	£418	13s.	4d....................	"	65
574.	£999	18s.	6d....................	"	69
575.	£341	16s.	$8\frac{1}{2}$d....................	"	71
576.	£448	15s.	$8\frac{1}{4}$d....................	"	74
577.	£500	18s.	$1\frac{1}{2}$d....................	"	78
578.	£931	19s.	9d....................	"	87
579.	£478	13s.	$0\frac{3}{4}$d....................	"	89
580.	£347	15s.	0d....................	"	$49\frac{1}{4}$

Problème sur la Division Composée.

P. 581. On a payé £899 14s. à 24 ouvriers ; quelle a été la part de chacun ?

P.582. J'ai acheté 96 rames de papier pour la somme de £40 16s. ; à combien revient la rame ?

P. 583. A £3 12s.4d. les cent livres de cassonade ; à combien revient la livre ?

P. 584. Un voyageur a fait 156 milles en 12 jours ; combien a-t-il fait de milles par jour ?

P. 585. Un ouvrier reçoit £9 0s. 11d. pour $33\frac{1}{2}$ jours de travail ; combien gagnait-il par jour ?

P. 586. On a payé £12 15s. pour 36 douzaines de mouchoirs ; à combien revient la douzaine et le mouchoir ?

P. 587. J'ai acheté $117\frac{1}{2}$ verges de drap pour la somme de £96 12s. ; à combien revient la verge ?

P. 588. Pour £13 15s.6d. on a 314 lbs. de beurre ; à combien revient la livre ?

P. 589. Si 11 verges de toile coûtent £4 5s. $0\frac{1}{4}$d. ; quel est le prix de la verge ?

P. 590. Une personne a reçu 9 pièces de marchandises de 11 verges chacune pour £38 5s.. $2\frac{1}{4}$d., quel est le prix de la verge ?

P. 591. Si 47 ℔s. de thé coûtent £34 10s. $3\frac{3}{4}$d. ; combien coûte la livre ?

P. 592. Si une ferme de 57 arpens est louée £55 4s. $4\frac{1}{2}$d. ; quel est le prix de l'arpent ?

P. 593. Si 9 caisses de sucre pèsent 68 quint. 3 qr. 22 ℔s. ; quel est le prix de chaque caisse ?

P. 594. Trois hommes ont gagné £370 ; quelle est la part de chacun?

P. 595. Sept hommes ont fait ensemble un gain de £878 3s. ; quelle est la part de chacun?

P. 596. Divisez £3 10s. entre 5 hommes et 6 femmes de manière que les hommes aient trois fois autant que les femmes.

P. 597. Si 37 verges de drap coûtent £23 13s. $3\frac{1}{2}$d; dites le prix de la verge ?

P. 598. Si 48 verges de marchandise coûtent £33 16s. 6d. ; quel est le prix de la verge ?

P. 599. Pour £3 9s. $5\frac{1}{2}$d. on a fait faire 6 toises 2 pieds 3 pouces d'ouvrage ; à combien revient la toise?

P. 600. On a payé £20 6s. 7d. pour 46 verges $\frac{3}{4}$ de drap ; à combien revient la verge?

DEUXIÈME PARTIE.

PROPORTIONS.

Opérations qui en dépendent, &c.

1. Une proportion est l'égalité de deux rapports.

2. Un rapport est le résultat de la comparaison de deux nombres.

3. On désigne les quatre termes qui entrent dans une proportion, par des noms qui leur sont affectés, le 1er et le 3e sont appelés antécédents ; et le 2e et le 4e conséquents ; le 1er et le dernier se nomment aussi extrêmes et les deux du milieu moyens.

4. Les propriétés fondamentales des proportions sont les suivantes. 1°. Le produit des moyens est égal au produit des extrêmes. Soit la proportion 2:4::3: 6. En exprimant la raison de chaque rapport par une fraction, nous aurons $\frac{2}{4}$ et $\frac{3}{6}$, et ces deux fractions réduites au même dénominateur (No. 70), seront $\frac{12}{24}\frac{12}{24}$. Or, par cette opération nous n'avons pas troublé la proportion ; en la rétablissant, nous avons 12:24::12:24 ; mais les fractions des moyens sont les mêmes que ceux des extrêmes, donc &c.

Il résulte de là qu'on peut changer l'ordre des termes d'une proportion sans la troubler, pourvu que dans celui dans lequel on l'a établie, le produit des moyens soit toujours égal à celui des extrêmes. Ainsi la proportion ci-après peut avoir toutes les formes suivantes :

12: 3::20: 5	5:20:: 3:12
12:20:: 3: 5	5: 3::20:12
3:12:: 5:20	20:12:: 5: 3
3: 5::12:20	20: 5::12: 3

En effet, dans tous ces arrangemens, le produit des extrêmes et celui des moyens est toujours l'un des deux produits 12×5, 3×20.

Il résulte de là que, pour avoir un extrême inconnu, il faut faire le produit des moyens, et le diviser par l'extrême connu; de même pour avoir un moyen inconnu, il faut faire le produit des extrêmes, et le diviser par le moyen connu, le quotient donnera, le terme demandé soit à trouver le 4e terme de cette proportion 15:5:: 21 : x.

$$\text{Solution } \frac{5\times21=105}{15}=7$$

En effet, 15 qui est ici diviseur, est le facteur d'un produit égal à celui de 5 par 21 ; mais en divisant un produit par l'un de ses facteurs, l'autre facteur vient au quotient ; donc pour avoir un extrême inconnu, &c.

Soit encore cet autre exemple, 18: 24::x: 28.

$$\text{Solution } \frac{18\times28=504}{24}=21$$

En effet, le diviseur 24 est le facteur d'un produit égal à celui de 18 par 28, mais en divisant un produit par l'un de ses facteurs, il vient au quotient l'autre facteur ; donc pour avoir un moyen inconnu, il faut &c.

2°. Si on ajoute chaque conséquent à son antécédent ou si on l'en retranche, la proportion est encore existante. Soit la proportion 12: 10::48: 40 ; la différence des deux termes du premier rapport est 2 (12—10=2) ; celles des deux termes du second est 8 (48—40=8) ; or on a 2 : 10::8 : 40. En effet, en retranchant les conséquens des antécédens, on a diminué les deux rapports de chacun une unité, ils sont donc demeurés égaux. Au contraire, les rapports seraient augmentés d'une unité et seraient encore égaux si on ajoutait chaque conséquent à son antécédent.

3°. La somme des antécédents est à la somme des conséquents, comme un antécédent est à son conséquent. Soit la proportion 4: 2::6:3 ; on peut changer les moyens de place et écrire 4: 6::2: 3 ; on peut ensuite ajouter chaque conséquent à son antécédent, et on aura 4+6 : 2+3::6 : 3. S'il y avait un plus grand nombre de rapports égaux, on le démontrerait de même.

4°. Si l'on multiplie ou si l'on divise l'un des rapports ou tous les deux par un même nombre, la raison entre les termes de chaque rapport sera toujours la même, et par conséquent on n'aura rien changé à la proportion ; soit les deux rapports 6: 2 et 9: 3 formant la proportion 6 : 2 :: 9 : 3. Remarquons d'abord que dans chacun de ces rapports, la raison peut être exprimée par une fraction, par exemple : 6: 2 par $\frac{6}{2}$ et 9: 3 par $\frac{9}{3}$. Mais on a vu que lorsqu'on multiplie les deux termes d'une fraction par un même nombre, on ne trouble pas le rapport qui existe entre eux : donc, &c. Par une suite nécessaire, si l'on divise les deux termes d'un rapport par un même nombre, la raison ne sera pas changée.

5°. Si l'on multiplie ou si l'on divise les deux antécédens ou les deux conséquens par un même nombre, la proportion ne sera pas troublée. Ceci est évident, dans la proportion suivante, par exemple, 4 : 2 : : 6 : 3, si nous multiplions 4 qui contient 2 fois 2, par 3, par exemple, nous aurons pour produit 12 qui contiendra 2 fois 2 autant de fois que le nombre 3 contient d'unités, c'est-à-dire 6 fois ($\frac{12}{6}=6$) ; mais en multipliant par 3 le nombre 6 qui contient 3 deux fois, nous aurons aussi un produit qui contiendra 2 fois 3 autant de fois qu'il y a d'unités dans 18, c'est-à-dire 6 fois ($\frac{18}{3}=6$). On le démontrerait d'une manière analogue pour les conséquens.

Par une suite nécessaire, si l'on divise au lieu de multiplier, la même propriété aura lieu.

6°. Quand on multiplie terme à terme deux proportions, les produits résultant de ces opérations forment encore une proportion. Par exemple, soit les deux proportions.

$$\begin{array}{l} 3 : 6 : : 4 \ : 8 \\ 5 : 7 : : 15 : 21 \\ \hline 15 : 42 : : 60 : 168 \end{array}$$

Les quatre produits forment la proportion 15 : 42 : : 60 : 168. En effet, les deux proportions 3 : 6 : 4 : 8 et 5 : 7 : : 15 : 21 donnent les égalités.

$$\tfrac{3}{6} = \tfrac{4}{8} \text{ et } \tfrac{5}{7} = \tfrac{15}{21}$$

Et en multipliant terme à terme ces deux égalités on aura.

$$\tfrac{3}{6}\times\tfrac{5}{7} = \tfrac{4}{8}\times\tfrac{15}{21} \text{ ou } \tfrac{15}{42} = \tfrac{60}{178}, \text{ donc \&c.}$$

Questions sur les Proportions.

Qu'est-ce qu'une proportion ? 1. Qu'est-ce qu'un rapport ? 2. Comment désigne-t-on les quatre termes qui entrent dans une proportion ? 3. Quelles sont les propriétés fondamentales des proportions ? 4.

RÈGLES DE TROIS SIMPLE.

5. La Règle de Trois simple est une opération à laquelle donne lieu l'énoncé d'un problême qui renferme quatre termes d'une proportion, dont trois étant connus servent à découvrir le quatrième.

Par exemple, le problême suivant : 6 hommes ayant fait 42 toises d'ouvrage ; combien 10 hommes en feront-ils durant le même temps, renferme une règle de trois.

6. Quoique l'on distingué ordinairement cinq sortes de règle de trois, savoir : 1°. la directe simple, 2°. l'inverse simple, 3o. la directe double, 4o. l'inverse double, 5o. la composée, c'est-à-dire, en partie directe et en partie inverse, nous n'en reconnaîtrons ici que de deux sortes : celles dont chaque terme n'est composé que d'un seul nombre, et que nous appelons pour ce sujet *règles de trois simples*, tel est l'exemple précédent ; et celles dont deux termes, quelquefois les quatre, sont composés de plusieurs nombres, nous les nommons *règles de trois composées*, et elles renfermeront les quatre dernières espèces nommées ci-dessus.

L'exemple suivant renferme une règle de trois composée.

Combien faudra-t-il de jours à 8 hommes qui travaillent 10 heures par jour, pour faire un ouvrage de 25 toises de longueur et de deux de largeur, sachant que 6 hommes ont fait en 15 jours, travaillant 12 heures par jour, 30 toises d'un autre ouvrage qui a 3 toises de largeur ?

7. Pour opérer sans employer les proportions un pro-

blème qui renferme une règle de trois, on divise la quantité qui est seule de son espèce par celle qui l'a produite ou qu'elle produit elle-même, et on multiplie le quotient par le troisième terme.

Soit, par exemple, à résoudre le premier problème ci-dessus : si je connaissais l'ouvrage que chaque homme a fait, je le multiplierais par 10. nombre d'hommes qui doivent être employés pour faire l'ouvrage demandé, ce qui donnerait la réponse : mais je connais l'ouvrage que 6 hommes ont fait et je cherche celui d'un seul, cette première question demande une division, et le quotient donnera l'ouvrage d'un seul homme : pour avoir celui de dix, il suffit de répéter dix fois cette quantité, ce qui exige une multiplication.

2. Exemple. Onze minots de blé coûtent 68 schellings, combien coûteront 15 minots du même blé ? Je divise 68 par 11, et j'ai 6 schellings $\frac{2}{11}$ pour le prix du minot, je multiplie ce nombre par 15, et j'ai $92\frac{8}{11}$ pour réponse.

C'est ainsi qu'on peut opérer toutes les règles de trois directes; mais comme cette méthode présente quelques difficultés à cause des fractions qui peuvent résulter de la division, on peut, pour les éviter, commencer par la multiplication. Ainsi dans le premier exemple je multiplie 42 par 10 et j'ai 420 ; mais 420 est l'ouvrage de 6 hommes, j'ai donc un produit 6 fois trop fort; pour le réduire à sa juste valeur, il faut donc le diviser par 6. En appliquant le même raisonnement au second exemple on aurait $\frac{15 \times 68}{11} = 92\frac{8}{11}$.

8. Pour résoudre les règles de trois en faisant usage des proportions, il faut considérer d'abord que tout problème de ce genre renferme deux rapports. Soit, par exemple, le problème précédent ; 11 minots de blé coûtent 68 schellings, combien coûteront 15 minots du même blé. En divisant 68 par 11, j'aurai le prix du minot de blé : mais si je connaissais le prix des 15 minots,

en le divisant par 15, j'aurais également le prix d'un minot, lequel doit être égal dans les deux cas ; or, le quotient de chacune de ces divisions exprime le rapport qui règne entre les deux termes, et comme il est le même, j'en conclus que ces 4 termes forment une proportion que l'on peut écrire ainsi ; 11 : 68 : : 15 : x. Le produit des moyens divisé par l'extrême connu donnera la réponse.

9. Pour placer convenablement les nombres qui composent les règles de trois, quand on veut les résoudre par les proportions, il faut avoir soin d'écrire les deux rapports dans le même ordre, c'est-à-dire qu'ils doivent commencer tous deux par les antécédents ou par les conséquents on remplace le terme inconnu par x.

EXEMPLE.

Lorsque 140. sch. sont le prix de 14. verges de drap, combien faudra-t-il payer pour 20 verges du même drap ?

Solution 140 : 14 verg. : : x : 20 verges.

Je compose le premier rapport des schellings et des verges qu'ils ont données, le second doit être composé de la même manière ; mais ne connaissant pas les schellings de ce second rapport, je les remplace par l'x ; l'inconnu se trouvant aux moyens, je fais le produit des extrêmes 140 et 20, il est de 2800 que je divise par 14, et j'ai pour réponse 200.

Autre Exemple. Combien faut-il payer pour 280 verges de toile, lorsque pour 850 schellings, on en reçoit 170 verges?

Solution : x : 280 : : 850 : 170. Rép. 1400 sch.

Le premier terme du problême étant inconnu, je le remplace par l'x, et je mets son antécédent au deuxième terme. Je compose le deuxième rapport comme le premier, commençant par les schellings. Comme l'x est un extrême, je fais le produit des moyens 280 et 850, il est de 238000 que je divise par 170 ; la réponse est 1400.

10. On fait la preuve de la règle de trois par une autre règle de trois dans laquelle on change de place l'inconnu ; s'il était au 4e terme dans la règle, on le met au 2e dans la preuve ; s'il était au 3e terme, on le met au premier, et réciproquement. Pour faire la preuve du dernier exemple, je mettrai donc 1400 : 280 : : x : 170, l'opération doit donner 850 pour réponse.

Questions sur la Règle de Trois.

Qu'est-ce que la règle de Trois? 5. Combien y a-t-il de sortes de règle de Trois? 6. Comment peut-on résoudre une question renfermant une règle de trois sans employer les proportions ? 7. Comment peut-on résoudre les règles de trois en se servant des proportions? 8. Que faut-il observer pour placer convenablement les nombres qui composent les règles de trois, quand on veut les résoudre par les proportions? 9. Comment fait-on la preuve de la règle de trois ? 10.

Exercices sur la Règle de Trois Simple.

P. 1. J'ai acheté 6 verges de drap pour £4 10s ; combien en aurai-je pour £22 10s.?

P. 2. Si 57 quint. de sucre coûtent £216, quel sera le prix de 95 quint. ?

P. 3. Quel est le prix de 900 rames de papier, sachant que 275 rames coûtent £330 ?

P. 4. Si 148 gallons de liqueur coûtent £119 10s. ; combien en aura-t-on pour £89 12s. 6d.?

P. 5. 52 quint. 1 qr. 4 lbs. de farine coûtent £114 ; quel sera le prix de 122 quint. ?

P. 6. Ayant payé £51 pour 10 quint. 2 qr. 14 lbs. de sucre ; combien dois-je payer pour 8 quint. 1 qr. 14 lbs ?

P. 7. Si 19 quint. 3 qr. 21 lbs. de bœuf, coûte £36; combien coûteront 46 quint. 1 qr. 20 lbs.

P. 8. La rente de 10 arpents de terre étant de £4 13s. 4d.; combien en louera-t-on pour £70 10s. 6d.?

P. 9. Combien aura-t-on de blé pour £64 3s. $2\frac{1}{2}$d ; à 18s. 3d. le quint.?

P. 10. Si 6 quint. 3 qr. 12 lbs. de farine coûtent £9 ; quel est le prix de 4 quint. 2 qr.?

P. 11. Combien coûteront 13 quint. de lard, si 39 quint. 1 qr. 11 lbs. coûtent £59 1s. 3d. ?

P. 12. Si 63 gallons de vin coûtent £41 10s. $6\frac{1}{4}$d; combien coûtent 10 gallons?

P. 13. $4\frac{1}{4}$ verges de drap coûtent £5 14s. $4\frac{1}{2}$; combien coûteront 20 verg. au même prix ?

P. 14. Lorsque 15 personnes dépensent £6 8s. ; combien 20 dépenseront-elles ?

P. 15. Si $1\frac{1}{4}$ verge de coton coûte 2s. 6d. ; combien coûtent $24\frac{1}{2}$ verges ?

P. 16. Combien coûteront 24 lbs. de thé, si $1\frac{1}{4}$ once coûte $6\frac{1}{4}$d.?

P. 17. Si $2\frac{1}{2}$ quint. de café coûtent £42 ; quel sera le prix de 12 onces ?

P. 18. Si $1\frac{1}{2}$ once de tabac coûte 6d. ; quel est le prix de 3 quint. 3 qr. 18 lbs. ?

P. 19. Quel est le prix de 7 paniers de thé de chacun $2\frac{3}{4}$ quint. ; si 51 lbs. coûtent £8 10s. ?

P. 20. Combien aura-t-on de thé pour £7 8s. $5\frac{1}{4}$d.; quand 14 quint. 3 qr. coûtent £436 8s. $1\frac{1}{2}$d.?

P. 21. Combien un homme gagnera-t-il en 146 jours, à £37 4s. 1d. dans un an ?

P. 22. Quel est le prix de 6 fromages de chacun $14\frac{3}{4}$ lbs. si 7 lbs. coûtent 3s. $4\frac{1}{4}$d.?

P. 23. Si un tonneau de fer coûte £23 6s. 8d ; combien peut-on en avoir pour 6¼d?

P. 24. Si 8 quint. 3 qr. sont portés 110 milles pour 30 sch. ; combien de milles portera-t-on 3 quint. 3 qr. pour la même somme?

P. 25. Une machine à carder travaille 21 lb. de laine dans 1 heure 4¾ minutes ; combien mettra-t-on de temps pour carder 54 lb?

P. 26. Un ouvrier qui fait 40 dents de peignes dans une heure ; combien en fera-t-il en 6 jours travaillant 8 heures par jour ?

P. 27. Si 42 hommes font un ouvrage en 108 jours; combien faudra-il de temps à 72 hommes pour faire le même ouvrage?

P. 28. Vingt huit personnes peuvent faire une moisson en 36 jours, mais le maître désire qu'elle soit faite en 9 jours, combien faut-il d'ouvriers?

P. 29. Combien faut-il de temps à 36 maçons pour bâtir une maison, sachant que 57 maçons peuvent la faire en 156 jours?

P. 30. Soixante dix hommes avaient 108 caisses de provisions pour 12 mois ; mais comme il en est survenu 102 ; combien de temps dureront les provisions?

P. 31. Si 2000 hommes ont des provisions pour 6 mois, combien faut-il retirer d'hommes afin que les provisions durent 8 mois?

P. 32. Si 770 pièces de plomb pesant chacune 2 quint. 1 qr. 8 lb coûtent £2268 15s. ; quel sera le prix de 470 pièces du même métal pesant 3 quint. 3 qr.

P. 33. Combien faut-il d'arpents à 27 sch. l'arpent, pour être donné en échange à 480 arpents à 45 sch. 6d. par arpent?

P. 34. Vingt quatre paquets de houblon de chacun 1 quint. 2 qr. 17 lb. ont été payés £201 3s. 9d. quel est le prix du quintal ?

P. 35. Si un des pains à 8d. pèse 50 onces quand le blé est à £3 8s.; combien pèseront-ils quand le blé coûtera £2 11s.?

P. 36. Combien faut-il de mousseline à 2s. 8½d. la verge pour être échangé contre 169 verges de batiste à 7s. 8½d. la verge?

P. 37. Si 11 moutons produisent 24 lb. de laine, combien 12 millions en produiront-ils ?

P. 38. On a employé 5505 lb. de plomb pour couvrir 5 maisons ; combien a-t-on dépensé à 39 sch. par quintal?

P. 39. Une personne marchant 14 heures par jour, a fini son voyage en 9 jours ; combien mettra-t-elle de jours pour son retour si elle marche 10 heures par jour ?

P. 40. Combien faudra-t-il donner de paires de gants à 15 sch. la paire, en échange de 42 douzaines et 4 paires de bas à £2 16s. 6d. la douzaine?

P. 41. Une garnison ayant des provisions pour 10 mois à 16 onces par personne pour chaque jour ; combien faudra-t-il donner à chacun par jour afin que les provisions durent un an?

P. 42. Si les provisions d'une garnison doivent durer 8 mois à 16 onces par personne par jour, combien dureront-elles si on ne donne à chacun que 15 onces ?

P. 43. La dette d'un banqueroutier est de £9356 ; combien paiera-t-il à raison de 11s. 6d. par louis?

P. 44. Un homme qui devait £1920, en a payé 1008 à ses créanciers, combien leur a-t-il payé par louis ?

P. 45. Quel est l'intérêt de £1750 pour un an, à 5 par cent?

P. 46. Combien coûte la commission de £256 18s. $2\frac{1}{2}$d. à 5 par cent?

P. 47. Si une certaine somme donne £64 5s. 6d. de gain dans un an ; combien en donnera-t-elle dans 15 mois?

P. 48. Si £150 donne £7 dans 10 mois, combien £225 donneront-ils?

P. 49. J'ai donné 64 verges de batiste à 8d. la verge pour 192 verges de coton, à combien me revient la verge ?

P. 50. Combien faut-il de drap à 22s. 6d. la verge pour être donné en échange de 8 pièces de chacune 18 verges à 15s. la verge.

RÈGLE DE TROIS COMPOSÉE.

11. La règle de trois composée est celle dans laquelle plusieurs quantités concourent à former un même antécédent ou un même conséquent.

EXEMPLE.

6 hommes en 24 jours travaillant 8 heures par jour, ont fait 456 toises d'ouvrage, on demande combien en feront 5 hommes en 20 jours, travaillant 10 heures par jour?

Dans ce problème, 6 hommes en 24 jours, feront 144 journées, lesquelles à raison de 8 heures, font 1152 heures. C'est donc en 1152 heures qu'on a fait 456 toises d'ouvrage. Dans le second rapport, 5 hommes, pendant 20 jours, feront 100 journées à raison de 10 heures = 1000 heures: ce qui revient à cette solution : $6 \times 24 \times 8 : 456 :: 5 \times 20 \times 10 : x$; ou $1152 : 456 :: 1000 : x$; par où l'on voit que les hommes, les jours et les heures dans chaque rapport ont concouru à former l'antécédent.

12. Après avoir rappelé à trois termes, les règles de trois composées, on les opérera comme les simples par la division et la multiplication, et réciproquement (Nos. 7 et 8), ou par les proportions, écrivant pour premier rapport celui des deux que l'on veut, et de la manière que l'on veut, ayant soin de mettre dans un même terme toutes les quantités qui concourent à produire le même antécédent et le même conséquent, &c., et de désigner les multiplications par le signe $\times$: on écrit le second rapport de la même manière et dans le même ordre que le premier, et l'on met l'x à la place que doit occuper dans la proportion le terme inconnu ; si l'x se trouve dans les moyens, on fait le produit de tous les nombres qui composent les extrêmes, et on le divise par celui de tous les moyens connus ; s'il est dans les extrêmes, on fait le produit des moyens, et on le divise par celui des extrêmes connus ; le quotient donne la réponse.

EXEMPLE.

1er Ex. Douze hommes ayant entrepris un ouvrage en ont fait la moitié en 14 jours, après quoi 4 d'entre eux sont tombés malades ; combien faudra-t-il de temps aux 8 autres pour l'achever?

Solution 12 h. $\times$ 14 j. : 1 ouv. :: 8 ouv. $\times x$: 1.

Multipliez 12 par 14, et divisez par 8. R. 21.

2e Ex. Cent vingt-deux toises d'ouvrage ont été faites par 8 hommes en 6 jours ; combien 20 hommes en 12 jours en feront-ils ?

Solution 122 : 8×6 :: x : 20×12 jours.

Dans la solution ci-dessus l'x étant aux moyens, je fais le produit des extrêmes, et je le divise par celui des moyens connus, le quotient donne pour réponse 610 toises.

3e Ex. Un maître maçon s'est engagé à faire les murs d'un bâtiment en 30 jours ; pendant les 18 premiers jours 12 ouvriers, travaillant 10 heures par jour, en ont fait la moitié, c'est-à-dire 150 toises ; combien faudra-t-il employer d'ouvriers qui travailleront 11 heures par jour, pour finir l'ouvrage dans les 12 jours qui restent?

Solution 12 ouv. $\times$ 18 j. $\times$ 10 h. : 150 : : $x \times 12 \times 11$: 150.

Le 2e et le 4e termes étant les mêmes, on les remplace par l'unité ; on supprime aussi le nombre 12 qui se trouve dans le 1er et le 3e terme, et l'opération se réduit à multiplier 18 par 10, et diviser ce produit par 11. La réponse est 16 ouvriers, plus un dix-septième qui ne fera que les $\frac{4}{11}$ de l'un des 16 premiers.

4e Ex. J'ai fait transporter 200 livres de marchandises à 600 milles, pour 450 sch. combien en ferait-on transporter pour 227 sch. à 900 milles? Solution. $200 \times 600 : 450 :: x \times 900 : 227$; l'x étant aux moyens je fais le produit de tous les extrêmes, et je le divise par celui de tous les moyens connus.

Le 1er des quatre exemples ci dessus renferme une règle de trois inverse et simple.

Le 2e. exemple renferme une règle de trois directe double.

Le 3e exemple renferme une règle de trois inverse double.

Le 4e exemple renferme une règle de trois composée.

Questions sur la Règle de Trois Composée.

Qu'est-ce que la règle de trois composée ? 11. Comment opère-t-on ces sortes de règles? 12.

Exercices sur la Règle de Trois Composée.

P. 51. Si 6 hommes gagnent £15 en 15 jours, combien 10 hommes gagneront-ils en 27 jours?

P. 52. Si 7 hommes gagnent £4 en 3 jours, combien 14 hommes mettront-ils de temps pour gagner £56?

P. 53. Douze personnes ayant dépensé £160 en 4 mois ; combien faudra-t-il de personne pour dépenser £853 6s. 8d. en 8 mois?

P. 54. On a nourri 1050 soldats, avec 250 minots de blé pendant 6 mois; combien en nourrira-t-on avec 960 minots pendant 4 mois?

P. 55. Si 2 barriques de bierre sont suffisantes pour 8 personnes pendant 14 jours, combien en faudra-t-il pour 4 personnes pendant un an?

P. 56. Combien faudra-t-il de temps à 15 hommes pour gagner £160, si 10 hommes gagnent £90 en six semaines ?

P. 57. Sachant que douze matelots consument 48 lb. de bœuf dans une semaine, combien pourra-t-on nourrir de matelots avec 19800 lb. pendant 9 semaines.

P. 58. Si 18 chevaux mangent 12 minots d'avoine en 36 jours, combien en faudra-t-il pour nourrir 12 chevaux en 48 jours?

P. 59. Si 3 chevaux mangent 14 minots d'avoine en 7 jours ; combien nourrira-t-on de chevaux avec 263 setiers dans une semaine ?

P. 60. Combien 48 maçons feront-ils de toises d'ouvrage en 24 jours, quand 12 maçons en font 7 toises en 36 jours?

P. 61. Si 15 ouvriers font 37 toises d'ouvrage en 27 jours, quel temps mettront 20 ouvriers pour en faire 48 toises?

P. 62. On sait que 21 hommes ont fauché 72 arpents d'herbe en 60 jours, combien doit-on employer d'hommes pour en faucher 460 arpents 83 perches en 72 jours?

P. 63. Si 12 onces de laine sont suffisantes pour faire $2\frac{1}{2}$ verges de drap de 6 quarts de large, combien en faudra-t-il pour en faire 150 verges de 4 quarts de large?

P. 64. Si 10 onces de laine font 5 verges de drap de 3 quarts de large, combien fera-t-on de drap de 5 quarts de large avec 250 ballots de laine de chacun 14 lb. ?

P. 65. On a employé 66 rames de papier pour faire 3000 copies d'un livre de 11 feuilles, combien faudra-t-il de papier pour faire 5000 copies d'un livre de $12\frac{1}{2}$ feuilles?

P. 66. Combien faudra-t-il à 4 copistes pour copier un ouvrage de 12 feuilles, sachant que 6 en ont écrit un de 6 feuilles en 10 jours ?

P. 67. Si £100 gagnent £5 dans un an, combien £650 gagneront-ils dans 219 jours?

P. 68. Si £600 donnent £45 dans 18 mois, combien £100 donneront-ils dans 1 an?

P. 69. Combien £375 gagneront-ils dans 39 semaines, si £100 gagnent £4 dans 1 an ?

P. 70. Combien faut-il mettre en intérêt pour gagner £88 2s. 6d. en 5 ans, quand £175 donnent £5 18s. $1\frac{1}{2}$d. dans 39 semaines?

P. 71. Si £175 gagnent £5 18s. $1\frac{1}{2}$d. dans 39 semaines, combien c'est pour 100 par an?

P. 72. Quand £100 donnent £4½ dans un an, dans combien de temps £975 gagneront-ils £191 2s.?

P. 73. Si 118 hommes mangent 80 minots de blé en 108 jours, combien 88 hommes en mangeront-ils en 107 jours?

P. 74. Si un homme fait 90 milles en 3 jours marchant 8 heures par jour, en combien de temps fera-t-il 540 milles?

P. 75. Si 3 personnes peuvent passer 4 semaines dans un hôtel avec £7 ; combien de temps pourront y passer 14 personnes avec £112?

P. 76. On peut porter 30 quint. 15 milles de chemin pour £5 8s. 9d. à quelle distance pourra-t-on porter 80 quint. pour £29?

P. 77. Si 12 caisses sont transportées 18 milles pour £16 quand le transport est à 15d. le quintal, à quelle distance portera-t-on 18 caisses pour £72 quand le transport coûte 10d.?

P. 78. On sait qu'il faut pour 16s. de pain à 18 hommes pendant 3 jours quand le blé est à 54s. ; combien de pain faudra-t-il à 45 hommes pendant 27 jours quand le blé est à 45s.?

P. 79. Combien faudra-t-il d'hommes en 64 jours, travaillant 6 heures par jour, pour creuser un fossé de 60 verges ; sachant qu'il a fallu 24 jours à 18 hommes travaillant 8 heures par jour pour en creuser un de 30 verges?

P. 80. Si 12 maçons ont fait 24 toises d'ouvrage en 30 jours, travaillant 8 heures par jour ; combien faudra-t-il que 18 hommes travaillent d'heures par jour pour en faire 72 toises en 40 jours ?

P. 81. Si 36 hommes creusent un fossé long de 64 pieds sur 16 de large et 8 de profondeur en 16 jours et 9 heures par jour ; quelle longueur aura un autre fossé qui a 18 pi. de large et 9 de profondeur, si on y emploie 6 hommes travaillant 72 jours et 6 heures par jour ?

P. 82. On a employé 12 maçons pour bâtir une muraille de 60 pi. de long, sur 4 d'épaisseur et 20 de hauteur, en 24 jours et 12 heures par jour ; combien faudra-t-il d'hommes pour en bâtir une de 100 pi. de long sur 3 d'épaisseur et 12 de haut, travaillant 18 jours et 8 heures par jour?

P. 83. Si 248 hommes en 11 jours et 11 heures par jour creusent un roc de 7 degrés de densité, ayant 465 pi. de long, sur 50 de large et 14 de profondeur, combien faudra-t-il de temps à 24 hommes, travaillant 9 heures par jour pour en creuser un de 675 pi. de long sur 84 de large et 21 de profondeur ayant 4 degrés de densité?

P. 84. Une place forte est gardée par 13,500 hommes qui ont des vivres pour 8 mois : le commandant reçoit l'ordre de faire sortir un nombre d'hommes tel que les vivres puissent durer 4 mois de plus en faisant la même ration ; combien doit-il faire sortir d'hommes ?

RÈGLE D'INTÉRÊT.

13. La règle d'intérêt est une opération par laquelle on trouve le profit d'une somme placée à tant pour cent par an.

14. Placer à 4, ou à 5, &c. pour cent, c'est exiger £4, 5, &c. par chaque cent louis que l'on place.

Le *capital* est l'argent placé, le *taux* est le profit que l'on tire du cent par an, et la *rente* est le profit total.

15. Les règles d'intérêt par cent s'opèrent en suivant

cette formule générale : *Cent est à tant pour cent multiplié par le temps, comme le capital est à la rente.*

EXEMPLE.

A combien s'élèvera, au bout de 3 ans, la rente de £8500 placés à 5 pour cent.

Solution. $100 : 5\times3 :: 8500 : x$.

£100 donnant 5 d'intérêt par an, ils en produiront trois fois autant en trois ans, c'est-à-dire £15, et £8500 produiront autant de fois £15 que cette somme renferme de fois £100, c'est-à-dire 85 fois £15 ou £1275. Il faut donc multiplier le taux par le temps du paiement, et le produit par le quotient du capital divisé par 100. On aurait pu également multiplier par 5×3 et diviser ensuite par 100, ce qui revient à la formule précédente.

Comme la division par cent se fait en séparant deux chiffres à droite par une virgule, l'opération se réduit à multiplier le capital par le temps et le taut pour cent, et à séparer par une virgule deux chiffres au produit.

EXEMPLE.

Un commis voyageur place à intérêts, avant un voyage de 5 ans, une somme de £3850 à 5 pour cent, on demande à combien s'élèvera l'intérêt de cette somme à son retour.

$3850\times5\times5=96250$, et en séparant deux chiffres, on a pour réponse £962,50.

16. Pour connaître à quelle somme s'élève l'intérêt d'un capital placé pour un certain nombre de mois ou de jours, on considère les mois comme des douzièmes de l'année, et les jours comme des trois cent soixantièmes. Ainsi, pour trouver l'intérêt de £500 à 5 pour cent pendant 9 mois, on dirait $100 : 5\times\frac{9}{12} :: 500 : x$, &c.

Questions sur la Règle d'Intérêt.

Qu'est-ce que la règle d'intérêt? 13. Qu'est-ce que placer à 4 ou 5, &c. pour cent? 14. Comment opère-t-on les règles d'intérêt par cent? 15. Que faut-il faire pour connaître à quelle somme s'élève l'intérêt d'un capital placé pour un certain nombre de mois ou de jours? 16.

Exercices sur la Règle d'Intérêt par cent.

P. 85. Un jeune homme qui avait quelques épargnes s'est engagé : il voudrait se faire une rente annuelle de £650 ; quel capital lui faut-il, s'il le place à cinq pour cent ?

P. 86. Une personne a placé une certaine somme à 4 pour cent, qui lui a produit, en 3 ans, £8550 ; quelle est cette somme?

P. 87. Quel est l'intérêt de £9000 pour 5 ans, à 10 pour cent par an?

P. 88. La somme de £8680 placée à intérêts, a rapporté £1171 16s. 0d. en 3 ans, à quel taux était-elle placée ?

P. 89. On a donné £1910 à intérêts sur le pied de 6 pour cent ; on demande dans combien de temps l'emprunteur devra £2826 0s. 8d. en tout?

P. 90. On a placé £25000 à intérêt ; au bout de 8 ans on reçoit £37000 tant pour capital que pour intérêts ; quel était le taux du cent ?

P. 91. On a placé une somme à raison de 4 et demi pour cent, et, en 10 ans, elle a donné £4500 d'intérêts ; quelle était cette somme ?

P. 92. Un garçon de boutique ayant fait quelques épargnes, veut se faire une rente annuelle de £350 ; quel principal lui faut-il, s'il le place à 5 pour cent ?

P. 93. Un élève, avant d'entrer au collège, place un capital de £3600, à 4 pour cent, chez un de ses amis : on demande quelle somme il doit toucher après ses études, s'il y emploie 1[illegible] ans et demi.

P. 94. Un marchand a placé £18000 à 5 pour cent, il demande pendant combien de temps il doit laisser ce capital pour recevoir un intérêt de £2240 ?

P. 95. Un marchand de bois étant sur le point de faire une bonne emplette, emprunte d'un fermier la somme de £72000 à 5 pour cent ; s'il ne paie les intérêts de cette somme qu'au bout de 4 ans ; combien le fermier recevra-t-il en tout?

P. 96. Un officier désirant se faire une rente annuelle de £34000 0s. 2d., demande quel capital il doit placer à 5 pour cent?

P. 97. Un négociant dit que le gain qu'il a fait pendant les neuf années de son négoce égale le prix de 459 verges de drap estimé à 80 sch. 4d. la verge ; on demande quelle rente annuelle il s'est procurée, sachant qu'il a placé son capital à 5 pour cent ?

P. 98. Un commis voyageur ayant gagné pendant les 15 années de sa profession 36682 sch. 5d., les a placés à 5 pour cent; combien attendra-t-il de temps pour recevoir 5502 sch. 7¾d.?

P. 99. Une personne charitable ayant placé 18341 sch. 2½d. à 5 pour 100, veut employer la moitié de la rente au soulagement des pauvres, et le reste pour sa dépense personnelle ; combien leur donnera-t-elle annuellement et que lui restera-t-il si elle est trois ans sans toucher les intérêts qu'elle se réserve ?

P. 100. J'ai prêté 11680 sch. à 5 pour 100; combien dois-je recevoir au bout de 55 jours ?

P. 101. Deux maître-maçons, après 25 ans d'exercice, veulent se faire une rente annuelle de 3290 sch. chacun ; quel capital doivent-ils placer à constitution à 4 pour 100 ?

P. 102. Un capitaine de vaisseau dit qu'après 5 ans de navigation il s'est procuré, par ses épargnes, un bénéfice annuel de 3849 sch.; quel gain a-t-il fait pendant les 5 années de sa navigation, en supposant qu'il l'ait placé à 5 pour 100 ?

P. 103. Quatre négociants disent qu'ayant placé un capital de 305,534 schelings 4d. à 5 pour 100, il leur a procuré une somme de 45,830 sch.; combien leur capital a-t-il dû rester de temps à intérêts ?

P. 104. Quels sont les intérêts d'une somme de £60,000 placée à $4\frac{1}{4}$ pour 100 pendant 25 ans ?

RÈGLE DE L'INTÉRÊT DES INTÉRÊTS.

17. La règle de l'intérêt des intérêts est une opération qui a pour but de trouver l'intérêt d'une somme prêtée pour un certain nombre d'années avec celui des intérêts de cette même somme ?

Le moyen le plus simple pour opérer ces sortes de règles, c'est de chercher par la méthode du numéro 15, d'abord l'intérêt d'un an, et l'ajouter avec le capital pour en chercher l'intérêt de la 2e année ; ajouter ensuite l'intérêt de cette 2e année au capital pour trouver celui de la troisième, &c.

EXEMPLE.

Un mineur qui s'est fait émanciper exige que son tuteur lui fasse le remboursement de £6000 de capital, avec les intérêts des intérêts, à raison de 4 pour cent pour 3 ans; combien recevra-t-il ? Rép. £6749 18.

OPÉRATION.

$100:4::6000 : x=£240$ pour la 1e année
$+ 240$

$100:4::6240 : x=£249,60$, pour la 2e année
$+ 249, 60$

$100:4::6489, 60 : x=£259,58$ pour la 3e année
$+ 259, 58$

Total £6749, 18

RÈGLE D'ESCOMPTE.

18. La Règle d'escompte est une opération qui a pour but de déterminer la remise que fait un créancier, ou la perte à laquelle il se soumet, en faveur du paiement qu'on lui fait d'une somme avant l'échéance du terme.

Par exemple, un particulier me demande de l'argent comptant pour un billet de £205, qui ne devait être soldé que dans 6 mois; il est clair que je ne dois lui donner que £205, moins les intérêts de cette somme pour 6 mois ; car c'est comme si je lui prêtais la somme de £205 pour ce temps ; c'est cet intérêt qu'on appelle escompte. L'escompte se prend à 4, à 5, à 6, &c. pour 100 par an.

19. Il y a deux sortes d'escomptes : l'escompte dit en dedans, qui consiste à ne prendre que l'intérêt de la somme placée, comme dans l'exemple précédent, et l'escompte dit en dehors, qui exige l'intérêt de toute une somme portée sur un billet, et l'intérêt des intérêts. Par exemple, la somme de £100 étant escomptée en

dehors à 5 pour $\frac{0}{0}$, se réduit à £95, au lieu qu'en dedans elle ne se réduit qu'à 95, 23 $\frac{17}{21}$.

Manière d'opérer l'Escompte en dedans.

20. On calcule l'escompte en dedans en suivant cette formule : 100+*l'escompte pour cent est à l'escompte* : : *la somme à escompter est à x.*

Soit à trouver l'escompte d'une somme de £577 escomptée un an avant l'échéance à 5 pour cent?

Solution 100+5: 5: : £577 : x

OPÉRATION.

$$\frac{£577\times5}{100+5}=£27\ \frac{10}{21}$$

L'escompte de £105 pour un an=£5 ; celui de £1 est donc de $\frac{5}{105}$; celui de £577 sera donc de $577\times\frac{5}{105}$; ou ce qui revient au même de

$$\frac{577\times5}{105}\text{: donc, \&c.}$$

Si on voulait l'escompte en dedans pour un certain nombre d'années, on suivrait la formule suivante :100+ *l'escompte pour cent*×*par le temps* : *l'escompte pour cent*×*par le temps* : : *la somme à escompter* : *x*.

EXEMPLE.

Quel sera l'escompte à 5 pour cent, d'un capital de £8400, soldé 4 ans avant l'échéance du terme ?

Solution. 100+5 en un an escomptera £5 ; donc

$100+(5\times4$ en $4)$ ans escomptera 4×5 ; l'escompte pour un £ sera par conséquent.

$$\frac{5\times4}{100+(5\times4)}$$, et pour £8400

$$\frac{8400\times5\times4}{100+(5\times4)}=\text{R. }1400$$; mais cette opération se décompose en cette proportion : $100+(5\times4):5\times4::8400:x$.

De ce qui précède on a déduit cette formule générale: *cent, plus l'escompte multiplié par le temps, est à l'escompte pour cent multiplié par le temps, comme la somme à escompter est à l'escompte de cette somme.*

Si on demandait la somme escomptée pour un certain nombre de mois ou de jours, on suivrait la formule suivante :

100+*l'escompte pour cent multiplié par le nombre de mois ou de jours, exprimés en fractions d'année*: 100 :: *la somme à escompter : la somme escomptée.*

Exercices sur la Règle d'Escompte en dedans.

105. Quelle doit être la diminution sur £1865 payés onze mois avant le terme convenu, si l'on obtient 6 pour cent d'escompte par an ?

P. 106. La somme de £975 est payable dans treize mois ; quelle sera la diminution si l'on obtient 4 pour cent d'escompte en payant comptant?

P. 107. Lorsque pour un achat de drap, à vingt-un mois de crédit, on est débité de £2860, combien faudra-t-il payer comptant, si l'on obtenait $\frac{2}{5}$ pour cent d'escompte par mois?

P. 108. Louis a acheté pour £1640 à 20 mois de crédit ; à quelle époque a-t-il payé, sachant qu'il a obtenu $\frac{2}{3}$ d'escompte par mois et qu'il n'a déboursé que £1519?

P. 109. Sur la somme de £1200 je n'ai payé que £1140, de combien pour cent était l'escompte?

P. 110. Je dois £1500 payables dans un an ; mais, pouvant payer comptant, j'obtiens 5 pour cent d'escompte, combien paierai-je ?

P. 111. Je paie £1850 pour une somme que je devais; quelle était cette somme, sachant qu'on m'a accordé 5 et demi pour 100 d'escompte ?

P. 112. J'ai acheté 136 verges de drap à raison de 15 sch. la verge, combien paierai-je si j'obtiens 4 pour cent d'escompte ?

Manière d'opérer l'Escompte en dehors.

21. L'escompte en dehors se calcule comme l'intérêt pour cent ; ainsi toutes les questions qui y auront rapport se résoudront en suivant cette formule générale.

100 : *l'escompte pour* $\frac{0}{0}$ × *par le temps* : : *la somme à escompter : x.*

EXEMPLE.

Un commerçant devait payer une somme de £3645 dans un an ; mais il veut payer 9 mois avant le terme; on la lui escompte à raison de 5 pour $\frac{0}{0}$; à combien s'élèvera son escompte ?

Solution. £100 en un an escompterait £5, donc en 9 mois ou $\frac{9}{12}$ d'un an l'escompte sera $5\times\frac{9}{12}$; l'escompte pour £1 sera donc de $\frac{5\times\frac{9}{12}}{100}$; et celui de £3645 sera de

$\frac{3645\times5\times\frac{9}{12}}{100}$=R. £135 3s. 7d. $\frac{1}{5}$; mais cette opération revient à cette proportion, $100 : 5\times\frac{9}{12} :: 3646 : x$.

C'est-à-dire C : E$\times$T : : S : x, ce qui est à la formule précédente ; donc, &c.

Questions sur la Règle d'Escompte.

Qu'est-ce que la règle d'escompte? 18. Combien y a-t-il de sortes d'escomptes ? 19. Comment opère-t-on l'escompte en dedans ? 20. Comment se calcule l'escompte en dehors ? 21.

Exercices sur la Règle d'Escompte en dehors.

P. 113. £8600 sont payables dans un an, £54500 le sont dans dix-huit mois ; mais en payant comptant on peut obtenir 5 pour cent par an pour la 1e somme, et $4\frac{1}{2}$ pour la seconde ; quelle est la diminution ?

P. 114. Quel sera l'escompte de £1766 à 6 pour cent pour 9 ans?

P. 115. On demande l'escompte pendant 6 mois de £40000 15s. à 3 pour $\frac{0}{0}$?

P. 116. Une facture se monte à 6007; et on accorde $2\frac{1}{2}$ pour $\frac{0}{0}$ d'escompte au comptant ; à quelle somme se réduit le montant de cette facture ?

P. 117. Une personne doit £45000 0s. 4d. payables dans 6 mois ; si elle paie comptant avec 2 pour $\frac{0}{0}$ d'escompte, combien paiera-t-elle ?

P. 118. Si j'avais acheté pour 17500 sch. de marchandises, j'aurais gagné 2400 sch. par les escomptes qu'on m'aurait accordés ; mais comme je n'ai acheté de marchandises que pour 12400 sch. les escomptes ne se montent qu'à 1960 sch.; je demande si j'ai obtenu plus de diminution à proportion de mes achats, et à combien pour cent ce surplus s'élève ?

RÈGLE DE SOCIÉTÉ.

22. La règle de société est une opération qui sert à partager entre plusieurs associés le profit ou la perte qui résulte de leur commerce.

I. EXEMPLE.

Trois marchands ont à se partager la somme de £1800; combien auront-ils chacun ; la mise du 1er étant de £2000, celle du second de 4000, et celle du 3e de 6000?

23. Pour effectuer ce problème et les autres du même genre, on partage le profit ou la perte en parties proportionnelles aux mises des associés, et au temps que leur argent est resté dans la société : ce qui se fait par plusieurs règles de trois directes simples.

Le premier terme est la somme des mises, le second la somme que l'on veut partager ; les troisièmes termes sont les mises particulières, et les quatrièmes termes donnent la part de chaque associé.

Solution du problème précédent.

mises des associés.

du 1e 2000
du 2e 4000
du 3e 6000

$$\overline{12000} : 1800 \left\{\begin{matrix}2000\\4000\\6000\end{matrix}\right\} : x = \left\{\begin{matrix}1e=£300\\2e=£600\\3e=£900\end{matrix}\right.$$

24. Pour faire la preuve de la règle de la société, il faut additionner les pertes ou les profits particuliers ; si l'opération est bien faite, le total sera égal à la somme que l'on a partagée ; s'il y avait un reste il faudrait l'ajouter.

Ainsi pour la preuve de l'opération ci-dessus, il faut donc faire le total des sommes 300+600+900. Le total 1800, égal à la somme à partager, prouve que l'opération est bien faite.

II. EXEMPLE.

Trois marchands ont acheté une petite coupe de bois; le premier y a contribué pour £275, le second pour £475, le troisième pour £500 ; à ce marché ils ont gagné £150 ; on demande quel sera le gain de chacun à proportion de sa mise.

Solution 1e 275
2e 475
3e 500

$$\text{Total des mises } 1250 : 150 :: \left\{\begin{matrix} 275 \\ 475 \\ 500 \end{matrix}\right\} : x = \left\{\begin{matrix} \pounds 33 \text{ gain du 1er} \\ \pounds 57 \text{ gain du 2e} \\ \pounds 60 \text{ gain du 3e} \end{matrix}\right.$$

Total £150 égal à la somme à partager, ce qui prouve que l'opération est bien faite.

25. On peut encore résoudre les règles de société, en divisant le gain ou la perte par la somme des mises, et en multipliant chaque mise particulière par le quotient soit le 1er exemple ci-dessus.

Je divise 1800 par 12000, et j'ai 0, 15.

Je multiplie chaque mise par 0, 15.

$$\text{Et j'ai } \left.\begin{matrix} \text{pour le 1er } 300 \\ \text{pour le 2e } 600 \\ \text{pour le 3e } 900 \end{matrix}\right\} \pounds 1800$$

On concevra facilement la raison de cette opération si l'on fait attention que si avec £12000 on a gagné £1800, on gagnera la douze millième partie de £1800 avec un £, c'est-à-dire £15; chaque associé aura donc autant de fois 0, 15 qu'il a mis de louis dans le commerce ; donc il faut multiplier chaque mise par le quotient du gain divisé par la somme des mises.

Questions sur la Règle de Société.

Qu'est-ce que la règle de société ? 22. Comment se fait ce partage ? 23. Comment fait-on la preuve de la règle de société? 24. Ne peut-on pas encore résoudre les règles de société d'une manière plus abrégée? 25. En quoi la règle de société composée diffère-t-elle de la simple? 26.

Exercices sur la Règle de Société.

P. 119. Avec £800 deux hommes ont gagné £200 ; le premier avait mis £500, et le second £300 ; combien chacun doit-il avoir en proportion de sa mise?

Solution 800 : 200 :: $\left\{\begin{matrix}500\\300\end{matrix}\right\}$: la part de chacun

Il y a deux règles de trois à faire, ayant chacune 800 et 200 pour les deux premiers termes, la première 500 pour troisième ; et la seconde 300 ; le quatrième terme donnera la part de chaque associé.

P. 120. Trois particuliers s'étant associés, ont gagné £360 ; le 1er avait mis £500, le second £600, et le 3e £700 ; combien chacun doit-il avoir de profit?

Solution. Il faut additionner les trois mises, et dire; la somme des mises se montant à £1800 est au gain, comme la mise de chaque associé est à sa part du gain.

P. 121. Trois hommes s'étant associés, ont gagné £1150 ; le 1er avait mis 400 verges de toile à 4 sch. la verge, le second 350 verges de drap à 8 sch., et le 3e 450 verges de casimir à 3 sch. ; combien chacun doit-il avoir sur le gain ?

Solution. Il faut multiplier les verges par leur prix, le produit sera la mise de chaque associé, ensuite opérer comme ci-dessus.

P. 122. Trois hommes ont gagné la somme de £2025; le 1er a mis en société £1200, le second £1500 ; la mise du 3e est égale à la moitié de la mise totale des deux autres ; combien chacun aura-t-il sur le gain.

Il est aisé de voir que, pour connaître la mise du troisième associé, il faut additionner celle des deux premiers et en prendre la moitié,

P. 123. Quatre personnes ayant fait un traité d'association, conviennent que la première mettra £5000, la 2e un quart de plus que la 1e, la 3e autant que les deux autres ensemble, et la 4e son industrie pendant l'année qu'elle estime £8000 ; combien chacune aura-t-elle sur le profit, s'il s'élève à £6100?

P. 124. Louis, Pierre et André, s'étant associés ont perdu £600 ; Louis avait mis £600, Pierre 800 et André 1000 ; combien chacun doit-il supporter de cette perte ?

Que les associés aient perdu ou gagné, l'opération se fait de la même manière ; on regarde toujours le gain ou la perte comme une somme qu'il s'agit de partager en parties proportionnelles aux mises.

P. 125. Quatre marchands ayant fait un fonds de £15000, retirent £24000 à la fin de la société ; combien chacun doit-il avoir sur le profit, sachant que le premier avait mis £2800, le second £2900, le troisième £3000, et le 4e le reste ?

Remarquez qu'il ne s'agit pas de partager £24000, mais le surplus de cette somme sur celle qui avait été mise en société, et dont chacun doit retirer sa part avant le partage du gain. Quant à la part du 4e, on la trouvera en retranchant de la mise totale le montant de celle des trois premiers.

P. 126. Quatre associés ont gagné £1500 ; le premier doit avoir 3 parts, le 2e 4, le 3e 5, et le 4e 6 ; combien chacun aura-t-il ?

Les parts que chacun doit avoir représentent les mises.

P. 127. On veut partager £600 entre trois personnes, proportionnellement à la part qu'elles ont mise en société ; celle de la 1e se monte à £1200 ; celle de la seconde à £1500, et celle de la troisième à £1800; quel est le bénéfice de chacun?

P. 128. Quatre marchands s'étant associés, ont fait un fonds de £4500 ; le premier a mis £1500, le second £1100, le troisième £1000, et le quatrième le reste ; leur gain consiste en 36 verges $\frac{1}{4}$ de drap estimé 12 sch. la verge ; à combien se monte le bénéfice de chacun ?

P. 129. Quatre hommes ont fait un fonds de £20000 le premier a reçu pour son gain la somme de £800, le second 700, le troisième 600, et le quatrième 500 ; combien chacun avait-il mis ?

P. 130. Cinq hommes s'étant associés, le premier a mis £800, le second £400 de plus que le premier, le troisième £400 de plus que le second, et ainsi des autres, toujours en augmentant de £400 : le gain a été de £1800 ; quelle doit être la part de chacun ?

P. 131. Trois hommes se sont associés pour faire un ouvrage ; ils ont gagné £1000 ; combien chacun doit-il avoir, le premier estimant sa journée 6 sch., le second 4s. 5d., et le troisième se contentant de gagner 2 sch. par jour ?

P. 132. Trois particuliers se sont associés ; le 1er a mis £350, le 2e £405, et le troisième £500 ; ils ont gagné £301 ; savoir ce que chacun doit avoir à proportion de sa mise, après avoir prélevé du gain total £50 qu'ils destinent aux pauvres?

P. 133. Deux maîtres-maçons ont entrepris la construction d'un mur ; le premier y a dépensé £1158, et le second £942 ; on demande quelle somme chacun doit recevoir du gain, montant à £1200.

RÈGLE DE SOCIÉTÉ COMPOSÉE.

26. Pour opérer ces sortes de règles, il faut multiplier la mise de chaque associé par le temps qu'il l'a laissée

dans la société, la somme de toutes les mises ainsi multipliées représentera le fonds de la société, et le reste s'opère comme la règle de société simple.

I. EXEMPLE.

Trois négociants ont à se partager le gain qu'ils ont fait dans le commerce, qui est de 6000 piastres. Le premier a mis 3000 piastres pour 12 mois, le second 750 piastres pour 10 mois, et le troisième 500 piastres pour 6 mois ; combien revient-il à chacun, à proportion de sa mise et du temps qu'elle est restée dans le commerce ?

Solution. 3000×12 mois$=$ 36000
750×10 mois$=$ 7500
500×6 mois$=$ 3000

Somme des mises 46500

Multipliée par le temps.

46500 : 6000 :: 36000 : $x=$4645 p. 0s. 9d. 315
:: 7500 : $x=$ 967 p. 3s. 8d. 240
:: 3000 : $x=$ 387 p. 0s. 5d. 375

Preuve 6000 p. 0s. 0d. 930 / 000 $\left\{\frac{465}{2}\right.$

Pour comprendre la raison de cette opération, il faut remarquer que la mise de 3000 piastres pour 12 mois, répond à 12 fois 3000 piastres pour 1 mois, ou à 36000 piastres ; que la mise de 750 piastres pour 10 mois, répond à 10 fois 750 piastres pour un mois; c'est-à-dire à 7500 piastres, et que le 3e. 500 pour 6 mois, répond à 6 fois 500 piastres pour 1 mois ou à 3000. On conclura donc que 6000 piastres est le gain de 36000+7500+3000 ou 46500 piastres pour un mois. Nous avons donc par ces multiplications, rappelé la question à une règle de société simple que nous devons par conséquent opérer de la même manière.

II. EXEMPLE.

Deux personnes se sont associées dans le commerce; la première a mis d'abord £100 pour 3 ans, puis £250 pour 2 ans, et enfin £125 pour un an ; la deuxième a mis £350 pour 4 ans, et £400 pour 3 ans. Le gain total est de £4500 ; combien chacune doit-elle avoir, à proportion de ses mises et du temps que l'argent a resté dans la société ?

Solution.	100×3 ans=£300	350×4 ans=£1400
	250×2 ans= 500	400×3 ans= 1200
	125×1 an = 125	——
	——	Mise de la 2e 2600
	Mise de la 1e 925	
	Mise de la 2e 2600	
	——	
Somme des mises 3525		

$$\left.\begin{array}{l}3525 : 4500 :: 925 : x \\ :: 2600 : x\end{array}\right\} \begin{array}{r} = £1180,\ 85 \\ = 3319,\ 15 \\ \hline \text{Preuve } £4500,\ 00\end{array}$$

Exercices sur la Règle de la Société Composée.

P. 134. Trois négociants ont fait un fonds de 13300 sch. ; le 1er a mis 4800 sch. pour 8 mois, le second 4500 sch. pour 15 mois, le troisième 4000 sch. pour 6 mois: et le reste pour 12 mois ; on demande quelle part chacun doit avoir au gain, montant à 1500 schellings?

P. 135. Deux personnes ont contribué inégalement à faire un fonds, la 1e a mis £2300 pour 2 ans, et la seconde £1500 pour 18 mois . dites quelle part chacun doit avoir au gain montant à la somme de £1400 ?

P. 126. Deux marchands de toile ont à se partager le gain qu'ils ont fait dans le commerce, qui est de £8544 ; on demande combien chacun doit avoir de ce gain, sachant que le 1er a mis £1500 pour 18 mois dans la société, et le second £1800 pour 2 ans?

P. 137. Trois individus ont fait un fonds avec lequel ils ont gagné £4550 ; le premier a mis £800 pour 2 ans et demi, le second £500 pour 25 mois, et le troisième £995 pour 35 mois ; on demande quelle somme chacun doit avoir sur le gain ?

P. 138. Trois marchands ont gagné 1508 piastres ; le premier avait mis 1200 piast. pour 18 mois, le second 1800 piast. pour 15 mois, et le troisième 200 piast. pour 14 mois : combien chacun doit-il avoir du gain ?

P. 139. Un garçon de boutique s'étant associé avec un colporteur, ils firent un fonds de 16000 sch.; au bout de 2 ans ils se partagèrent le gain, et le colporteur qui avait mis 9000 sch. reçut 1800 sch.; dites ce que reçut son compagnon, sachant qu'il ne laissa ses fonds en société que pendant 20 mois ?

P. 140. Trois particuliers voulant faire le commerce des toiles, firent un fonds commun ; le premier qui eut 400 piastres pour bénéfice avait mis 1200 piastres pour 8 mois, le second avait mis 1200 piastres pour 10 mois, et le troisième 1800 piastres pour 5 mois ; on demande quel fut le gain total de la société et celui des deux derniers associés.

RÈGLE DU TEMPS POUR LES PAIEMENTS.

27. La règle du temps pour les paiements est une opération qui sert à découvrir les temps auxquels les paiements doivent être faits ; selon les conventions des créanciers et des débiteurs.

28. On peut proposer sur cette règle deux cas différents.

I. CAS.

29. Dans le premier cas, on cherche à quelle époque on devra faire un seul paiement pour en remplacer plusieurs qui devraient avoir lieu à des époques différentes, afin qu'il y ait compensation dans les intérêts réciproques comme dans l'exemple suivant :

Un ouvrier doit 24 schelings, payables comme il suit, savoir: 4 sch. dans deux mois, 8 dans 5 mois, et 12 dans 8 mois. Il convient avec son créancier de ne faire qu'un seul paiement : en quel temps doit-il le faire pour qu'il y ait compensation ?

Pour résoudre ce problème, il fau multiplier chaque somme par le temps de son crédit, faire le total des produits, et le diviser par celui de la dette ; le quotient donnera le temps du paiement.

OPÉRATION.

$$
\begin{array}{lll|l}
4 \text{ sch.} & \times 2 \text{ mois} & = 8 \text{ sch.} & \\
8 & \times 5 & = 40 & \\
12 & \times 8 & = 96 & 24 \\
\hline
24 & & 144 & \overline{6 \text{ mois.}} \\
 & & 00 &
\end{array}
$$

La raison de cette opération, c'est que l'on suppose que l'argent profite entre les mains du possesseur proportionnellement au temps qu'il l'a à sa disposition. Or, on gagne autant, par exemple, avec 2 schellings en 3 mois, qu'avec 6 en 1 mois.

Ainsi, dans cet exemple, je multiplie 4 par 2, et j'ai 8 sch. qui par la même raison, produiront pendant un mois autant que 4 pendant 2. Je multiplie également les autres sommes par leur temps, et j'ai pour le total des produits 144, qui produiraient autant pendant un mois que les sommes particulières durant le temps exprimé dans le problème ; or, comme la somme des produits est formée de la multiplication de toutes les sommes par les temps divers, il est évident qu'en la divisant par la somme payable, il doit venir le temps moyen du paiement.

II. CAS.

30. Dans le deuxième cas de la règle du temps pour les paiements, on cherche combien de temps on doit différer un paiement pour compenser les avances qu'on a faites.

31. Pour découvrir l'époque cherchée, il faut multiplier la somme due par le temps de son crédit : multiplier parcillement les sommes avancées par le temps qu'on les a gardées ; faire la somme des produits, et la retrancher de la somme due, multipliée par son temps ; diviser le restant par ce qui reste à payer ; le quotient donnera le temps du paiement du reste de la dette.

EXEMPLE:

J'ai acheté pour £180 de marchandises à 8 mois de crédit ; au bout de 4 mois, je paie £30, et 2 mois après £40 ; combien de temps dois-je garder le reste pour compenser les avances que j'ai faites ? R. Dans 9 mois $\frac{9}{11}$.

OPÉRATION:

Sommes dues			Sommes avancées	
$180 \times 8 = 1440$			$30 \times 4 = 120$	
-70	360	110	$40 \times 6 = 240$	
$= 110$	1080	$9\frac{9}{11}$	70	360
	090			

32. On fait la preuve de cette opération en examinant si le profit qu'on fait en retardant le paiement de certaines sommes, balance la perte qu'on éprouve en avançant le paiement des autres.

Questions sur la Règle du Temps pour les Paiements.

Qu'est-ce que la règle du temps pour les paiements ? 27. Combien peut-on proposer de cas différents sur ces sortes de règles?28. Quel est le premier cas ? 29. Quel est le deuxième cas ? 30. Que faut-il faire pour l'opérer dans ce cas? 31. Comment fait-on la preuve de cette règle? 32.

Exercices sur la Règle du Temps pour les Paiements.

P. 141. Un marchand de drap en a acheté pour 95000 piastres, il doit en payer $\frac{1}{5}$ chaque mois ; de combien sera chaque paiement ?

P. 142. Un particulier doit £15960 payables, $\frac{1}{4}$ comptant, $\frac{2}{5}$ dans 6 mois, et le reste au bout de 1 an : de combien sera chaque paiement ?

P. 143. Je dois 16848 sch. payables comme il suit : la $\frac{1}{2}$ comptant, le $\frac{1}{4}$ du reste dans 6 mois, les $\frac{2}{3}$ de ce qui restera à payer dans 8 mois, et solder le reste de la dette au bout de 1 an ; quel sera le montant de chaque paiement ?

P. 144. J'ai acheté pour une certaine somme de marchandises que je dois acquitter par $\frac{1}{8}$, de mois en mois : dites quelle est cette somme, et de combien sera chaque paiement, sachant que £340 que j'ai donnés à compte, sont à la somme totale : : 5 : 350 ?

P. 145. J'ai acquitté une dette en quatre paiements : le premier a été de 1800 piastres ; pour le second j'ai donné deux fois et un tiers de plus que pour le premier ; pour le troisième j'ai donné autant que pour les deux premiers, moins £1359 0s. $7\frac{1}{2}$d., et pour le quatrième la moitié du second et les trois quarts du troisième ; combien devais-je, et quel est le montant de chaque paiement ?

P. 146. Louis a fait le remboursement de £5850 en trois fois ; le premier paiement a été du cinquième de la dette, plus £25 ; le second égalait le premier, plus le tiers de la dette; le troisième était le reste : on demande la valeur de chaque paiement ?

P. 147. En trois paiements on acquitte une dette ; le premier est quatre fois plus grand que le second, et le second trois fois moindre que le troisième qui est de 10131 schellings ; quelle était cette dette ?

P. 148. La somme de £8560 doit être payée en deux fois, la moitié dans 6 mois, et le reste dans 10 ; si l'on ne voulait faire qu'un seul paiement, quand devrait-on le faire ?

P. 149. Vingt-cinq pièces de vin ont coûté 2250 sch. payables à deux termes, savoir : 1050 dans 6 mois, et le reste 3 mois après ; l'acheteur ne pouvant faire le premier paiement désire n'en faire qu'un seul ; le vendeur y consent, à condition de ne rien perdre : quand devra se faire cet unique paiement ?

P. 150. Un marchand de drap en a acheté pour £3600 à 15 mois de crédit; mais ayant payé une partie de la somme il garde £1200 pendant 3 ans 9 mois pour compenser l'avance qu'il avait faite : on demande à quelle époque il avait donné les £2400 ?

P. 151. Un marchand fait un achat de drap pour 8000 piastres, dont il devrait payer $\frac{1}{5}$ dans 6 mois, $\frac{1}{3}$ dans 8, et le reste dans 10; mais il désire ne faire qu'un seul paiement ; quand doit-il le faire ?

P. 152. Dans combien de temps faudrait-il payer £1560 pour ne perdre ni gagner sachant que d'après les premières conventions on aurait dû payer $\frac{1}{2}$ à 8 mois, $\frac{1}{4}$ à 10, et le reste au bout de l'an ?

P. 153. Etienne ayant vendu pour £8400 de drap à

12 mois de crédit, n'a reçu le $\frac{1}{3}$ de cette somme qu'au bout de 15 mois ; à quelle époque avait-il reçu les $\frac{2}{3}$ de cette somme ?

RÈGLE DE MÉLANGE. (1)

33. La règle de mélange est une opération par laquelle on cherche le prix moyen de plusieurs objets différents qui ont été mélangés, par la connaissance du nombre et de la valeur respective des objets avant le mélange.

C'est aussi une opération par laquelle on découvre combien on doit prendre de parties de différentes espèces de marchandises dont on connait la valeur pour former un mélange à un prix moyen déterminé par l'énoncé de la question.

I. CAS.

34. Pour opérer les règles de mélange dans le premier cas, il faut suivre la marche suivante : 1° si les quantités des marchandises à mélanger sont exprimées par l'unité il faut additionner les différents prix et les diviser par le total des mesures.

EXEMPLE:

Un marchand de vin en a à 5, à 9 et à 10 sch. le gallon ; s'il les mélangeait, à combien reviendrait le gallon du mélange ? R. 8 schellings.

(1) Quelques auteurs nomment cette règle *Règle d'Alliage;* mais il est à remarquer que ce mot *alliage* ne s'emploie que pour exprimer l'union des métaux.

OPÉRATION:

1 gal. à 5s
1 à 9
1 à 10 ⎧ 3
— — ⎨ —
3 24 ⎬ 8 sch.
0 ⎩

2° S'il y a plusieurs mesures de chaque marchandise, il faut les multiplier par le prix d'une seule ; faire le total des divers produits, et le diviser par la totalité des mesures qui doivent entrer dans le mélange.

EXEMPLE:

Un marchand de grains en a 6 minots à 4 sch., 8 à 5s. 12 à 7s., et 14 à 9 sch. ; s'il les mélangeait, à combien lui reviendrait le minot ? R. 6s. 10d. $\frac{1}{5}$

OPÉRATION.

$6 \times 4 = 24$
$8 \times 5 = 40$
$12 \times 7 = 84$
$14 \times 9 = 126$ | 40
— — | —
40 274 | 6 sch. 10d. $\frac{1}{5}$
34
+12
—
408
008

3°. Enfin, si l'on voulait faire entrer dans le mélange une qualité en raison double, triple, &c. il faudrait prendre deux, trois fois le prix et les unités du dit objet.

EXEMPLE.

On a mélangé quatre sortes de vins, savoir à 3 sch., à 5 sch., à 6, et à 8 sch. le gallon : à combien revient le gallon du mélange, sachant qu'on en a mis deux fois autant de la première et de la dernière sorte que de chacune des autres? Rép. 5 sch. 6d.

OPÉRATION :

2 gallons	à 3sch.	=	6	
1	à 5	=	5	
1	à 6	=	6	
2	à 8	=	16	6
6			33	5 sch. 6d.
			3	
			×12	
			36	
			0	

35. On fait la preuve de cette règle en multipliant le nombre de mesures qui entrent dans le mélange par le prix d'une mesure du mélange, et on doit avoir le même produit que si on les multipliait chacune par son prix particulier.

Ainsi, pour faire la preuve de la règle précédente, je multiplie 6 par 5s. 6d. et j'ai 33 schellings, produit égal au total des prix particuliers des objets qui entrent dans le mélange.

Exercices sur la Règle du Mélange

I. CAS.

P. 154. Un marchand de vin en a deux pièces l'une de 7 sch. le gallon, et l'autre de 9 sch.; s'il les mêlait, quel serait le prix du mélange?

P. 155. Un marchand de blé en a 80 minots du prix de 17 schellings le minot; mais comme il n'en trouve pas le débit, il se propose de le mêler avec 40 minots de 11 sch.; à combien pourra-t-il céder le minot du mélange?

P. 156. Cinq ouvriers ont 560 toises d'ouvrage à faire ; le premier en a fait 8 toises par jour, le second 9, et le troisième 10, le quatrième 11 et le cinquième 12; en combien de jours les auront-ils faits s'ils travaillent ensemble ?

P. 157. On a tiré 25 coups pour essayer une pièce d'artillerie ; les 10 premiers ont porté à 560 toises, 5 à 590 toises, 6 à 600 toises, et 4 à 550 toises; on demande quelle est sa portée moyenne ?

P. 158. Un commis reçoit 582 sch. par semaine pour solder 18 ouvriers, dont il a la surveillance ; combien aura-t-il de reste s'il en paie 5 à 8 sch. par jour, 4 à 6, 6 à 3, et 3 à 2 ; combien gagnerait-il sur chaque ouvrier, s'il recevait le reste pour ses honoraires, et quel serait son traitement annuel ?

P. 159. On a fait défricher 4 arpens de terrain ; l'ouvrage n'étant pas partout également difficile, le prix a été différent; pour le premier on donnait 250 piastres, pour le second 175, pour le troisième 163, et pour le quatrième 156 ; quel est le prix moyen, et combien a-t-on dépensé ?

P. 160. Un fondeur doit faire une cloche de 9000 livres, il y met 2 fois autant de cuivre que d'étain ; à combien reviendra cette cloche, sachant que le cuivre vaut 2 sch. 8d. la lb. et l'étain 2s. $1\frac{1}{2}$d.?

P. 161. Un marchand de blé en a 60 minots à 8 sch., 70 à 9 sch. 80 à 10 sch., et 90 à 11 sch.; il veut mêler ces différéntes qualités et gagner 160 schellings sur le tout ; combien doit-il vendre le minot ?

P. 162. Un aubergiste a 140 gallons de vin à 30 sch. et 250 à 40 sch.; il voudrait mêler ces vins et gagner 5 sch. par gallon ; combien doit-il le vendre ?

II. CAS.

36. Pour découvrir quelle quantité de marchandises il faut faire entrer dans un mélange afin qu'il y ait compensation entre leurs prix respectifs ; les uns étant supérieurs et les autres inférieurs à celui qu'on veut affecter au dit mélange, il faut d'abord remarquer qu'on perd sur les marchandises dont le prix surpasse celui du mélange, et qu'on gagne sur celles dont le prix est inférieur, et l'opération consiste à égaliser le gain à la perte.

Par exemple, on veut, avec du vin à 40 sous, et à 60 sous, le gallon, composer un mélange qu'on puisse donner à 45 sous. Il est évident que si l'on met une égale quantité de chaque prix, on perdra ; car sur le vin à 40 sous, on ne gagne que 5 sous, tandis qu'on perd 15 sous sur celui à 60 sous.

37. Pour opérer ce problème et les autres du même genre, il faut écrire les uns sous les autres, par ordre de grandeur, les prix des objets à mélanger, ainsi que celui du mélange, ayant soin de le séparer pour le distinguer des autres ; puis écrire devant chaque prix leur différence au prix moyen ; la somme des différences des prix inférieurs au prix moyen représentera la quantité qu'il faudra prendre de chaque unité des prix supérieurs et réciproquement, et le total des deux sommes représentera les unités du mélange.

I. EXEMPLE :

Un aubergiste a du vin à 11s. et de l'autre à 16s. le gallon ; il trouve que ces deux sortes de vin feraient un bon mélange ; combien en doit-il prendre de chaque qualité pour qu'il puisse donner le gallon à 14 schellings?

OPÉRATION.

11		3
	14	
16		2
		5

Après avoir écrit les prix des objets du mélange dans une colonne verticale, et le prix moyen un peu de côté entre le prix supérieur et l'inférieur, je dis : la différence de 11 à 14 est 3, que j'écris vis-à-vis de 11 ; puis la différence de 16 à 14 est 2, que j'écris vis-à-vis de 16, et j'ai pour réponse qu'il faut mettre dans ce mélange 2 gallons à 11s. et 3 à 16s. et la somme 5 indique qu'il entrera 5 gallons dans ce mélange.

Le raisonnement suivant fera comprendre la raison de cette opération. En mélangeant un gallon à 11s. avec un gallon à 16s, on gagne 3s. sur la première, et l'on ne perd que 2s. sur le second ; le gain n'égale donc pas la perte. Mais si l'on avait deux nombres par l'un desquels multipliant la perte et par l'autre le gain, on obtint deux produits égaux, il est évident que ces deux multiplicateurs pourraient représenter la quantité qu'il faudrait prendre de chaque marchandise pour composer le mélange dans le rapport demandé. Mais en multipliant le gain 3 par la perte 2, et la perte 2 par le gain 3 les deux produits seront égaux ; donc la différence du prix inférieur au prix moyen représente la quantité de marchandise qu'il faut prendre du prix supérieur, et réciproquement.

II. EXEMPLE:

Avec du vin à 8 sch. à 10s. à 14s. et à 16s. le gallon, on veut faire un mélange, qu'on puisse donner à 11s. le gallon?

OPÉRATION

$$\begin{array}{ll}
8 & 3 \\
10 & 1
\end{array}\Big\} 4$$

$$11$$

$$\begin{array}{ll}
14 & 3 \\
16 & 5
\end{array}\Big\} 8$$

12 gallons.

Dans cet exemple, la perte 8 nous représente combien il faut mettre de vin à 8s, et à 10s. ; et le gain 4 combien il faut en mettre à 14s. et à 16s. En effet, 3 $+1$ ou $4\times8=3+5$ ou 8×4.

III. EXEMPLE.

Un épicier a du sucre à 24, à 27, à 34 et à 35 sous la livre ; il se propose de faire un mélange de 396 livres, qu'il puisse donner à 29s. la livre ; combien doit-il en mettre de chaque espèce ?

OPÉRATION.

$$\begin{array}{ll}
24 & 5 \\
27 & 2
\end{array}\Big\} \; 7\times2=14$$

$$29$$

$$\begin{array}{ll}
34 & 5 \\
35 & 6
\end{array}\Big\} \; 11\times2=22$$

$$\overline{\quad 36}$$

Après avoir fait l'opération comme à l'ordinaire on a trouvé que sur 36 livres, il en faut 7 à 34s. et à 35s. ; puis 11 livres à 24 et à 27s. ensuite on a dit ; si sur 36 livres, il en faut 11 à 24 et à 27s. pour une livre, il en faudra $\frac{11}{36}$, et pour 396 liv., $396\times\frac{11}{36}=121$. Puis si sur 36 liv. il en faut 7 à 34s. et à 35s., pour une livre il en faudra $\frac{7}{36}$, et pour 396 livres, $396\times\frac{7}{36}=77$.

Ces dernières opérations reviennent à ces proportions 36 : 11 :: 396 : x, et 36 : 7 :: 396 : x. C'est-à-dire la somme des produits de la différence en plus $\times$ le nombre de prix supérieurs au prix moyen, et de la différence en moins $\times$ le nombre de prix inférieurs : la différence en plus, si l'on veut avoir la quantité du mélange de chacun des prix inférieurs, ou : la différence en moins si l'on veut avoir le contraire, :: la quantité du mélange : x.

38. Si l'on déterminait la quantité qu'on veut mettre de l'une des parties du mélange, comme, par exemple, dans ce problème :

On veut faire un mélange de 600 mesures d'une certaine marchandise qu'on puisse donner à 11 sch. la mesure, avec 5 sortes de marchandises que l'on vend séparément, suivant leurs qualités, 5 sch., 6s., 8s., 13s. et 15s. ; mais on veut qu'il entre dans ce mélange 150 mesures à 5 schellings.

Il faudrait mélanger cette marchandise, qui est d'un prix inférieur au prix moyen, avec celle du prix supérieur, dont la différence est la plus rapprochée de 5 à 11 (c'est 15) ; composer ce mélange de manière qu'il en entrât 150 mesures à 5 ; soustraire le total du nombre qu'on veut avoir d'unités (ici c'est 600). Opérer sur le reste avec les prix dont la quantité à prendre n'a pas été déterminée, comme pour le problème précédent.

I. OPÉRATION.

$$\begin{array}{ccc} 5 & & 6 \\ & 11 & \\ 15 & & 4 \\ \hline & & 10 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 150 \times \frac{6}{4} = 225 \\ +150 \\ \hline 375 \text{ ôtés de } 600 = 225 \end{array}$$

Sur 10 mesures il en faudra 4 à 5 sch. et 6 à 15 ;

c'est-à-dire qu'avec 4 mesures à 5 sch. il faut en mettre 6 à 15 ; avec une mesure à 5 sch. il en faudra donc $\frac{6}{4}$, à 15 et avec 150 mesures, $150\times\frac{6}{4}=225$ à 15 sch.

II. OPÉRATION.

$$\begin{array}{ccc} 6 & 5 & \\ 8 & 3 & \left.\right\} 8\times2=16 \\ & 11 & \\ 13 & 2 & \\ 15 & 4 & \left.\right\} 6\times2=12 \\ & & \overline{\quad 28} \end{array}$$

On a multiplié 8 et 6 par 2, parce qu'on veut mettre autant de mesures à 6 qu'à 8, et autant à 13 qu'à 15.

$\frac{8}{28}\times225=$R. 64 $\frac{8}{28}$ à 13 sch. et à 15.

$\frac{6}{28}\times225=$R. 48 $\frac{6}{28}$ à 6 et à 8

PREUVE.

64 $\frac{8}{28}$..............à 13 sch.

$225+64\frac{8}{28}=289$ $\frac{8}{28}$..............à 15

48 $\frac{6}{28}$..............à 8

48 $\frac{6}{28}$..............à 6

150 ....à 5

600 mesures.

Questions sur la Règle de Mélange.

Qu'est-ce que la règle de mélange ? 33. Comment opère-t-on le mélange dans le premier cas? 34. Comment fait-on la preuve de cette règle ? 35. A quoi sert la deuxième espèce de mélange? 36. Que faut-il faire pour trouver la quantité des marchandises qui doivent entrer dans un mélange dont le prix est déterminé? 37. Que faudrait-il faire si l'on déterminait la quantité qu'on veut mettre de l'une des parties du mélange? 38.

Exercices sur la Règle du Mélange.

II. CAS.

P. 163. Un marchand de blé en a à 6 sch., à 8s., à

12s., à 15s. et à 18 sch.; il veut faire un mélange de 650 minots, mais de manière qu'en le vendant 10 sch., il ne perde ni ne gagne : combien doit-il en mettre de chaque espèce ?

P. 164. Un épicier a de l'huile à 19s., à 17s., à 15 et à 13 sch. la pinte ; il voudrait les mélanger de manière à pouvoir vendre la pinte 14s. ; combien doit-il en mettre de chaque sorte pour remplir une pièce contenant 240 pintes?

P. 165. Un détaillant demande quelle quantité d'eau il doit mettre dans un gallon de vin de 15s. pour qu'elle ne lui revienne qu'à 12s.?

P. 166. On a du vin à 6s., à 7s., à 9s. à 12s., et à 15s. le gallon ; combien en faudra-t-il mettre de chaque sorte avec 40 gallons de 16s. pour faire un mélange de 800 gallons qu'on puisse vendre 10s. ?

P. 167. Un aubergiste a 450 pintes de vin à 8s. ; combien doit-il en ajouter de 14s. pour que le mélange vaille 13s.?

P. 168. Dans quelle proportion faut-il mêler un liquide à 25s. et 19s. le gallon, pour avoir un mélange de 21 schellings?

P. 169. Quelqu'un voudrait emplir une pièce de 450 pintes avec du vin à 7½d. la pinte ; combien doit-il y mettre d'eau et de vin pour que le mélange ne lui revienne qu'à 6d.?

P. 170. On a 150 minots de blé à 30s. et 140 à 45 sch.; combien faut-il en mettre de chacun pour en faire 250 minots de 42s.?

P. 171. J'ai acheté 2 pièces de vin qui coûtent ensemble 228 sch. ; la première coûte 36s. de plus que la seconde ; elles contiennent chacune 240 pintes ; je trouve à en vendre 350 pintes à raison de $4\frac{1}{2}$d. ; combien dois-je en mettre de chaque pièce ?

P. 172. On a 150 pintes de vin qu'on vend 9d.; combien faut-il y mettre de pintes d'eau pour qu'on puisse livrer la pinte du mélange à $7\frac{1}{2}$d., et quelle sera la quantité du mélange?

P. 173. Un aubergiste a acheté 450 pintes de vin qu'il a payées à raison de $7\frac{1}{2}$d. la pinte ; il ne peut le vendre que 7d.; dites combien il y mettra d'eau pour ne rien perdre, sachant qu'il a dépensé 16 sch. pour le port, &c.

P. 174. Combien faut-il mélanger de pintes de vin à 5d. avec 200 pintes à $6\frac{1}{2}$d., si on veut revendre le mélange $5\frac{1}{2}$d. ?

RACINE CARRÉE.

39. On appelle carré d'un nombre le produit qui résulte de la multiplication de ce nombre par lui-même. Ainsi les carrés de 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9,
sont 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81 ?

Il résulte de là que, pour carrer un nombre, il faut le multiplier par lui-même.

40. Le carré d'un nombre est composé : 1°. du carré des dizaines ; 2°. du produit du double des dizaines par les unités ; 3°. du carré des unités.

Soit, par exemple, le nombre 12 à élever à son carré ; ce nombre est composé d'une dizaine et de 2 unités.

Disposons le calcul comme il suit :

$$\begin{array}{r l} & 10+2 \\ \times & 10+2 \\ \hline 100 & \text{carré des dizaines} \\ 20 & \text{prod. des diz. par les unités} \\ 20 & \text{id.} \\ 4 & \text{carré des unités.} \\ \hline 144 & \end{array}$$

Commençons la multiplication par les dizaines, ce qui est indifférent, et disons ; 10 fois 10 = 100, carré des dizaines ; 10 fois 2 = 20, produit des dizaines par les unités ; puis 2 fois 10 = 20 encore une fois les dizaines par les unités ; enfin 2 fois 2 = 4, carré des unités : total 144 ; donc le carré d'un nombre est composé du carré des dizaines, &c.

41. On appelle racine carrée d'un nombre, le nombre qui, étant multiplié par lui-même, reproduit ce même nombre.

Ainsi les nombres 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81,
ont pour racine carrée 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

42. Pour extraire la racine carrée d'un nombre, il faut d'abord le partager en tranches de deux chiffres chacune, en allant de droite à gauche ; la dernière à gauche pourra n'en contenir qu'un ; on examinera ensuite quel est le plus grand carré contenu dans cette tranche à gauche, dont on posera la racine à droite ; puis ayant soustrait son carré de cette même tranche, on mettra le reste dessous ; à côté de ce reste, on descendra la tranche suivante, et, de ce nombre, on séparera par un point la figure à droite.

43. Pour avoir le second diviseur, on double la racine trouvée, ce qui est le double des dizaines ; on cherche combien ce double est contenu de fois dans les chiffres

qui précèdent celui de la droite ; on écrit le quotient à droite de la racine ; on écrit aussi ce même quotient à côté du double des dizaines ; on multiplie chaque chiffre de ce diviseur par le quotient, et le produit se soustrait du membre dont on a pris la racine, de la manière qu'on le fait dans la division : on fait autant d'opérations semblables qu'il y a de tranches dans le nombre dont on veut avoir la racine.

44. Il doit y avoir à la racine autant de chiffres qu'il y a de tranches dans le nombre donné.

Soit à extraire la racine carrée de 4096.

OPÉRATION.

40.96	64
49.6	——
000	124

Il est évident que le carré des dizaines ne peut se trouver que dans les centaines ; car $10 \times 10 = 100$; c'est pourquoi on a séparé 40 de 96 pour extraire la racine carrée de quarante qui est 6. Je carre 6 et j'ai 36 que je retranche de 40 ; il reste 4 à côté duquel j'écris l'autre tranche 96, et j'ai 496 ; or ce reste contient 2 fois les dizaines multipliées par les unités, plus le carré des unités (No. 40); mais le double des dizaines multiplié par les unités, ne peut donner moins que des dizaines ; ce produit est donc contenu dans 49 ; on en sépare la dernière figure 6 par un point. Maintenant donc, pour avoir les unités, il ne s'agit plus que de diviser 49 par le double des dizaines, lequel égale 12 ; le quotient égale 4. Si ce nombre égale effectivement les unités, il faut qu'on puisse retrancher le produit du double des dizaines par 4, plus le carré de 4, de 496.

Comme cette opération s'effectue exactement, on en conclut que 64 est la racine carrée exacte de 4096.

Si le nombre dont on veut avoir la racine avait trois tranches, le carré des dizaines se trouverait évidemment dans les centaines. Pour avoir la racine carrée de ces centaines, on calcule comme dans un nombre de deux tranches, et pour avoir les unités on raisonnerait comme dans l'exemple précédent.

EXEMPLE.

On demande la racine carrée de 459643. R. 677, et il reste 1314.

OPÉRATION.

45.96.43	677 racine.
99.6	——
10.74.3	127 1e diviseur.
1.31.4	1347 2e diviseur.

Pour faire cette opération, après avoir séparé les chiffres par tranches; je cherche quel est le plus grand carré contenu dans la première tranche à gauche, c'est 36, dont la racine est 6, que j'écris à droite du nombre, en le séparant par un trait ; j'ôte 36 de 45, reste 9, à côté duquel je descends la tranche suivante, et j'ai 996, dont je sépare 6 par un point.

Pour avoir le diviseur, je double la racine trouvée, il vient 12; je dis donc en 99 combien de fois 12 ; je vois qu'il ne peut y être que 7 que j'écris à la racine ; à droite du 6 ; je mets aussi ce 7 à côté du diviseur 12, et j'ai 127, que je multiplie par 7 ; ôtant le produit de 996, il ne reste que 107 ; je descends la tranche 43, et j'ai pour troisième membre 10743, dont je sépare la figure à droite ; je forme le second diviseur en doublant la racine 67, et j'ai 134 par lequel je divise les quatre chiffres 1074 ; il vient 7 pour quotient; j'écris 7 à la racine, et à la suite du diviseur 134, ce qui donne 1347. Multipliant par 7, je retranche le produit de 10743 ; il reste 1314 ; de sorte que la racine carrée de 459643 est 677, avec 1314 de reste, parce que le nombre donné n'est pas un carré parfait.

Si, après avoir fait la division, il restait un nombre qui égalât deux fois plus 1 celui qui est la racine, ce serait une preuve que le dernier chiffre qu'on y a mis est trop faible.

45. La preuve de cette règle se fait en multipliant la racine trouvée par elle-même et ajoutant le reste au produit. Le total doit égaler le nombre dont on extrait la racine.

Ainsi, pour l'exemple précédent, en multipliant 677 par lui-même et ajoutant le reste 1314 au résultat, on reproduit le nombre 459 643.

46. Si du reste on voulait tirer des décimales, il faudrait ajouter à ce reste autant de fois deux zéros qu'on voudrait avoir de chiffres décimaux à la racine.

En effet, le nombre dont on extrait la racine peut être considéré comme le produit d'un nombre décimal d'autant de chiffres qu'on en veut avoir à la racine ; or, lorsque les deux facteurs d'un produit contiennent chacun deux chiffres décimaux, il y en a 4 au produit ; donc, &c.

Questions sur la Racine Carrée.

Qu'appelle-t-on carré d'un nombre ? 39. De quoi est composé le carré d'un nombre ? 40. Qu'appelle-t-on racine carrée d'un nombre ? 41. Que faut-il faire pour extraire la racine carrée d'un nombre ? 42. Que faut-il faire pour trouver le second diviseur ? 43. Combien doit-il y avoir de chiffres à la racine carrée d'un nombre ? 44. Comment fait-on la preuve de cette règle? 45. Si du reste d'une opération on voulait tirer des décimales, que faudrait-il faire? 46.

Exercices sur la Racine Carrée.

P, 175. Soit proposé de trouver la racine carrée de 1368, à moins d'un centième près, c'est-à-dire avec deux décimales?

P. 176. On veut entourer de murs un terrain carré qui contient 3600 toises de superficie ; on demande quelle sera la longueur des murs?

P. 177. Un jardinier a 3969 choux qu'il veut planter en carré, de manière qu'ils forment des lignes droites et parallèles, en long et en large ; on demande combien il y aura de choux dans chaque rangée, sur les quatre faces ?

P. 178. Un terrain de forme carrée est planté d'arbustes à 1 toise de distance ; combien y en a-t-il sur chaque face sachant que le terrain en contient 94864 ?

P. 179. Combien faut-il placer d'arbres sur chaque côté d'un terrain carré qui doit en contenir 15129 en totalité ?

P. 180. On veut rendre carré un terrain qui a 625 toises de longueur sur 400 de largeur ; on demande de combien on doit diminuer la longueur et augmenter la largeur pour que le terrain ait la même superficie ?

P. 181. On demande la racine carrée de 87567 à moins d'un millième près ?

P. 182. Un terrain de forme circulaire, ayant 119025 toises de superficie, doit être réduit en carré ; quelles en seront les dimensions ?

P. 183. Un jardin qui a 90 toises de long et 40 de large, doit être échangé avec un autre de forme carrée; quelles sont les dimensions de ce dernier ?

P. 184. On veut former un parterre de 961 toises carrées de superficie ; quelle sera la longueur de ses côtés ?

P. 185. On a deux nombres, le plus grand est 40, et le total de leurs carrés est 1625 ; quel est le plus petit?

RACINE CUBIQUE.

47. On appelle cube d'un nombre le produit de ce nombre multiplié deux fois par lui-même ; ainsi les cubes des nombres.

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, sont :
1, 8, 27, 64, 125, 216, 343, 512, 729, qui leur correspondent.

48. Le cube d'un nombre est composé : 1° du cube des dizaines ; 2° du produit de trois fois le carré des dizaines par les unités ; 3° de trois fois les dizaines par le carré des unités ; 4° du cube des unités.

Ce qu'on peut représenter, par cette formule :

$$a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$$

En se souvenant que a marque les dizaines et b les unités ; que a^3 marque la troisième puissance, ou le cube des dizaines ; a^2 la deuxième puissance, ou le carré, &c.

Pour élever un nombre au cube, il faut faire attention que le cube des dizaines donnant des mille, il faut mettre trois zéros à sa droite ; que le carré des dizaines donnant des centaines, il faut mettre deux zéros à sa droite ; et que les dizaines doivent avoir aussi un zéro à leur droite : d'après cela, si l'on veut cuber le nombre 24, on aura.

1°. a^3. Le cube des dizaines 2+2+2, suivi de trois zéros,..=8000

2°. $3a^2b$. Trois fois le carré des dizaines, multiplié par les unités, $3\times4\times4$, suivi de deux zéros,..=4800

3°. $3ab^2$. Trois fois les dizaines, multipliées par le carré des unités, $3\times2\times16$, suivi d'un zéro,..= 960

4°. $3b^3$. Le cube des unités, $4\times4\times4$,.........= 64

Le cube de 24 est de 13824

49. On appelle racine cubique d'un nombre le nombre qui, étant multiplié deux fois par lui-même, reproduit celui dont il est la racine. Ainsi, les racines des nombres 1, 8, 27, 64, 125, 216, 343, 512, 729, sont.

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9,

qui leur correspondent, car tous ces nombres étant multipliés deux fois par eux-mêmes, les reproduisent.

Pour extraire la racine cubique d'un nombre quelconque, il faut suivre la méthode suivante.

Si le nombre proposé n'a pas plus de trois chiffres, sa racine se trouve dans les unités ; car 10, qui est le plus petit nombre de deux chiffres, en a 4 à son cube ($10\times10\times10=1000$.) Si le nombre en contient plus de trois, on le partage en tranches de trois chiffres en allant de droite à gauche ; la dernière peut en avoir moins de trois. On cherche ensuite la racine cubique de la dernière tranche, on l'écrit au-dessus du trait horizontal, et on retranche le cube de cette racine du nombre sur lequel on opère ; à côté du reste on écrit la tranche suivante, on en sépare deux chiffres par un point, puis on divise cette tranche par le triple carré des dizaines : on écrit le quotient à la racine, après quoi on soustrait de la tranche que l'on vient de diviser la somme du produit du triple carré des dizaines multiplié par ce dernier chiffre, + celui du triple des dizaines multiplié par le carré des unités, + le cube des unités.

On pourrait aussi, ce qui est plus expéditif, cuber les chiffres qui sont à la racine et retranchir ce cube de toutes les tranches déjà employées. On renouvelle les mêmes opérations toutes les fois qu'on écrit une nouvelle tranche à côté du reste. Le nombre qui se trouve à la racine exprime alors la racine cubique du nombre proposé.

50. Soit proposé de trouver la racine cubique de 12167.

OPÉRATION.

12.167	23
41.67	—
0000	12

Je dis que ce nombre est composé de quatre parties dont la plus grande est le cube des dizaines (No. 48) ; or, le cube des dizaines ne peut être que dans les mille ($10 \times 10 \times 10 = 1000$), j'en sépare donc trois chiffres et je cherche la plus grande racine contenue dans 12, je trouve que c'est 2, je l'écris dans la partie supérieure de l'accolade, je cube cette racine, je la retranche du nombre sur lequel j'opère, je descends à côté du reste l'autre tranche et j'ai 4167 ; ce nombre contient encore trois parties dont la plus grande est le produit de trois fois le carré des dizaines par les unités ; mais ce produit ne peut être que dans les centaines : c'est pour cela que j'en sépare deux chiffres à droite par un point, et je dis ; puisque 41 contient le produit de trois fois le carré des dizaines par les unités, si je le divise par trois fois le carré des dizaines, il viendra les unités au quotient ; je carre donc 2, puis je triple ce carré et j'ai pour diviseur 12, je divise 41 par ce nombre, et il vient 3 que je pose à la racine ; pour m'assurer que 3 égale les unités, j'essaie si je puis retrancher de 4167 les trois nombres qui y sont contenus, c'est-à-dire, trois fois le carré des dizaines $\times$ les unités $+$ trois fois les dizaines $\times$ le carré des unités $+$ le cube des unités ; et comme je vois qu'il ne reste rien, j'en conclus que 23 est la racine cubique de 12167.

Si le nombre dont on veut avoir la racine avait trois tranches, sa racine serait composée de dizaines et d'unités ; or, le cube de ces dizaines se trouverait dans les mille ; on en séparerait donc les mille, qui forment deux tranches, pour en extraire la racine cubique, puis on opérerait sur ces deux tranches comme on a fait pour extraire la racine du nombre précédent qui n'en avait que deux. On aurait les unités en raisonnant et en opérant comme on a fait pour les avoir dans l'exemple précédent.

Si après l'extraction de la racine de la dernière tranche, il restait un nombre qui contînt trois fois le carré de celui qui est à la racine, + trois fois ce nombre, + l'unité, ce serait une marque que le dernier chiffre écrit à la racine serait trop faible.

51. Pour approcher de la véritable racine au moyen des décimales, il faut ajouter, à ce qui reste après l'extraction, autant de fois trois zéros qu'on veut avoir de chiffres décimaux à la racine, et on opère ensuite comme à l'ordinaire, ayant soin de séparer à la racine autant de chiffres qu'on a ajouté de fois trois zéros au reste.

Ceci est évident, si la racine doit avoir un certain nombre de chiffres décimaux, le cube en aura trois fois plus.

S'il s'agissait d'un nombre accompagné déjà de chiffres décimaux, on les compterait avec les zéros qu'on ajoute.

EXEMPLE.

Soit à extraire la racine cubique du nombre 36,20, à moins d'un millième près.

36,200000000	3,308
9,200	
263000000	27
1005883	3267
	326700

Comme il y a deux chiffres décimaux au nombre dont on demande la racine, je n'en ajoute que 7 pour avoir les trois tranches qui doivent donner les trois chiffres décimaux à la racine après quoi j'opère comme à l'ordinaire.

Questions sur la Racine Cubique.

Qu'appelle-t-on cube d'un nombre ? 47. De quoi est composé le cube d'un nombre ? 48. Qu'appelle-t-on racine cubique d'un

nombre ? 49. Que faut-il faire pour extraire la racine cubique d'un nombre quelconque ? 50. Que faut-il faire pour approcher de la véritable racine au moyen des décimales ? 51.

Exercices sur la Racine Cubique.

P. 186. Quelle est la racine cubique de 35937 ?

P. 187. On désire savoir quelle est la racine cubique de 123456789 ?

P. 188. Quelle doit être la hauteur d'un bloc de marbre formant un cube parfait ; sachant qu'il égale un autre bloc de 1 toise 35 centièmes de longueur, 1 toise 15 cent. de largeur et 1 toise d'épaisseur?

P. 189. Une citerne de forme cubique doit contenir 2744 pi. cubes d'eau ; quelles en seront les dimensions?

DES PROGRESSIONS.

52. On appelle progression, 1°. une suite plus ou moins nombreuse de termes dont la différence du premier au deuxième est la même que celle du deuxième au troisième, que celle du troisième au quatrième, &c.

Telles sont les suivantes :

÷ 2. 4. 6. 8. 10. 12.

÷ 15. 12. 9. 6. 3.

Dans le premier exemple, la progression est croissante et dans le deuxième elle est décroissante. La différence, qui est la même entre tous les termes consécutifs, est appelée raison de la progression.

2°. C'est aussi une suite de termes dont le rapport par quotient est le même entre tous les termes consécutifs ÷÷ 3: 6: 12: 24: 48: 96 est une progression par quotient croissante ; ÷÷ 128: 64: 32: 16: 8: 4 est une progression par quotient décroissante. Le quotient d'un terme quelconque divisé par celui qui le précède est appelé raison de la progression.

Dans le premier de ces exemples, la raison est 2 ; car $\frac{6}{3}=2$ et $\frac{12}{6}=2$, &c. ; et dans la deuxième la raison est $\frac{1}{2}$; car $\frac{64}{128}=\frac{1}{2}$ et $\frac{32}{64}=\frac{1}{2}$, &c.

53. Les progressions par différence se nomment progressions arithmétiques ; on les fait précéder d'un trait horizontal placé entre deux points (÷), et on place un point entre chaque terme de la progression ; les progressions par quotient se nomment progressions géométriques : on les fait précéder d'un trait horizontal placé entre quatre points (∻), on en sépare par deux points chaque terme de cette espèce de progression.

Des Progressions Arithmétiques.

54. Chaque terme d'une progression arithmétique est composé du premier plus autant de fois la raison qu'il y a de termes avant lui, si la progression est croissante, et moins autant de fois la raison, si la progression est décroissante. Ainsi, dans la progression ÷ 2. 4. 6. 8. 10. 12. 14. 16., le deuxième terme 4 est composé du premier terme, + la raison qui est 2 ; le troisième 6 est composé du premier terme 2, + 2 fois la raison, parce qu'il y a deux termes avant lui. En effet, $2+2+2=6$; le 8e terme 16 est composé du premier terme 2, + 7 fois la raison $2+(7\times2)=16$.

De même dans la progression décroissante ÷ 15. 12. 9. 6. 3. le 2e terme est composé du 1er—la raison, qui est 3. En effet, $15-3=12$; le troisième est composé du 1er—2 fois la raison : $15-(3+3)=9$; le

5e terme est composé du 1er—4 fois la raison : 15—(3 ×4)=3.

55. De ce qui précède on doit conclure ; 1°. que pour avoir un terme quelconque d'une progression arithmétique dont on connaît le premier terme, il faut multiplier la raison par un nombre égal à celui des termes qui doivent précéder celui qu'on cherche, et ajouter le produit au premier terme de la progression si elle est croissante, et au contraire l'en retrancher, si elle est décroissante.

Ainsi soit proposé le problème suivant :

Un escalier a 24 marches ; la première a 6 pouces de hauteur, et les autres 7 pouces chacune ; quelle est l'élévation de la dernière au-dessus du sol ?

Solution : La dernière marche est élevée au-dessus du sol de 23 fois 7 pouces + 6 pouces, ou de 23 fois la raison de la progression qui est 7 pouces + le premier terme qui égale 6 pouces. En opérant nous avons (23×7)+6=R. 13. pi. 11 po.

Exemple pour une progression décroissante :

Un escalier a 24 marches de chacune 7 pouces ; la dernière est à 13 pi. 11 po. au-dessus du sol ; on demande quelle est l'élévation de la première marche ?

Solution : La 24e marche est élevée au-dessus du sol de 23 fois 7 pouces, raison de la progression, + la hauteur de la première marche ; donc en retranchant 23 fois 7 pouces de 13 pi. 11 pouces, le reste égalera l'élévation de la première marche.

Opération 13 pi. 11 po.—(7×23)=6 pouces.

2°. Que pour avoir le premier terme d'une progression dont on connaît le dernier terme et la raison, si la progression est croissante, il faut soustraire de ce dernier terme le produit de la raison par le nombre de termes qui précède le dernier, le reste égalera le premier : si la progression est décroissante, il faudra ajouter le produit au dernier terme.

3°. Que pour avoir la raison d'une progression il faut soustraire le plus petit des deux termes connus de l'autre, et diviser le reste par le nombre de termes compris entre ces deux termes connus, $+1$.

56. L'une des propriétés principales des progressions arithmétiques est que la somme du premier et du dernier terme est égale à celle du deuxième avec l'avant dernier, &c. En effet, soit la progression suivante de six termes :

$\div 3.\ 6.\ 9.\ 12.\ 15.\ 18.$

Le dernier terme 18 se compose du premier terme 3 et de 5 fois la raison qui est aussi 3, c'est-à-dire de $3 + 5$ fois 3 ; mais le deuxième terme est composé du premier terme 3 et d'une fois la raison, c'est-à-dire de $3+3$ et le cinquième du premier$+4$ fois la raison, c'est-à-dire de $3+4$ fois 3. En rapprochant ces termes nous aurons pour la somme du premier et du dernier $3+3+5$ fois $3=(5\times3)+6=21$; et pour celle du deuxième avec l'avant dernier $3+3+3+3$ fois 4 ou $3+3+5$ fois 3 ou $6+(5\times3)=21$; donc, &c.

Exercices sur les Progressions Arithmétiques.

P. 190. On demande le 18e. terme d'une progression arithmétique dont le 1er. est 4 et la raison 5.

P. 191. Connaissant que le 18e. terme d'une progression arithmétique est 89 et que la raison est 5, on demande le 1er. terme.

P. 192. Un débiteur a 18 créanciers : il doit 89 sch. au dernier, la somme qu'il doit aux autres va en diminuant de 5 sch. ; on demande combien il doit au premier?

P. 193. Un particulier a acquitté une dette en plusieurs paiements ; le premier a été de 4 sch. et le dernier de 89 sch.; chaque paiement augmentait de 5 sch.; on demande combien il a fait de paiement.

P. 194. Une dame charitable a donné tous les jours de l'année l'aumône à un pauvre ; le premier jour elle lui donna 10 sous, le second 25 ; en augmentant ainsi de 15 sous ; combien lui donna-t-elle le dernier jour?

P. 195. Un particulier voulant favoriser un jeune homme, lui donna le 1er. jour de l'an 10 sous ; on ne dit pas combien il lui donna les autres jours, mais on sait que le don du dernier jour montait à 54 sch. ; combien le jeune homme a-t-il reçu en tout ?

Des Progressions Géométriques.

57. Un terme quelconque d'une progression géométrique est composé du premier terme multiplié par la raison, élevée à une puissance marquée par le nombre de termes qui doit précéder celui qu'on cherche.

Par exemple : soit la progression $\div\div 3 : 6 : 12 : 24 : 48 : 96$, dont la raison est 2 ; le deuxième terme est composé du premier $3\times2=6$; le troisième est composé de deux fois 3 multiplié par la raison 2 ; donc $3\times 2\times2=12$, c'est-à-dire du premier terme 3 multiplié par le carré (2×2) ou la deuxième puissance de la raison ; le quatrième est composé du troisième $(3\times2\times 2)$ multiplié aussi par la raison 2 ; donc de $3\times2\times2\times2$, c'est-à-dire du premier terme 3 multiplié par le cube ou la troisième puissance de la raison ; on le démontrerait de même pour les autres termes ; donc, &c.

58. De ce qui vient d'être dit on doit conclure :

1°. Que pour avoir un terme quelconque d'une progression géométrique dont on connait le premier terme et la raison, il faut multiplier ce premier terme par la raison élevée à une puissance marquée par le nombre des termes qui précèdent celui qu'on cherche.

Par exemple, soit à trouver le quatrième terme d'une progression géométrique dont le premier est 3 et la raison 2. Comme le quatrième est composé du premier multiplié par la raison élevée à la troisième puissance, je multiplie 3 par le cube de 2 qui est 8, et j'ai $3 \times 8 = 24$ pour le terme demandé.

2°. Que pour avoir le premier terme d'une progression géométrique dont on connaît un terme quelconque et la raison, il faut diviser ce terme par la raison élevée à une puissance marquée par le nombre de termes qui précèdent celui qu'on connaît.

Ainsi, pour avoir le premier terme d'une progression dont la raison est 2 et le quatrième terme 24, je divise 24 par le cube de 2 qui est 8, et j'ai $\frac{24}{8}$ ou 3 entiers.

3°. Que pour avoir la raison d'une progression géométrique dont on connaît deux termes quelconques, il faut diviser le plus grand par le plus petit, et extraire du quotient une racine d'un degré indiqué par le nombre de termes compris entre les deux termes connus, plus l'unité.

Par exemple ; on demande quelle est la raison d'une progression géométrique dont le troisième terme est 12 et le sixième 96 ; comme ce terme est composé du 3e. multiplié par le cube de la raison, je divise 96 par 12, $\frac{96}{12} = 8$; j'extrais la racine cubique de 8, et j'ai 2 pour la raison de la progression proposée.

59. Pour avoir la somme de tous les termes d'une progression géométrique, il faut multiplier le dernier terme par la raison, soustraire le premier terme du pro-

duit et diviser le reste par la raison diminuée de l'unité; le quotient sera la réponse.

Ceci est évident ; soit la progression suivante dont la raison est 2 :

$$\div 3 : 6 : 12 : 24 : 48 : 96.$$

Chaque terme est composé de celui qui le précède répété autant de fois que la raison contient d'unités.

Le 2e. terme		$6 = 3 \times 2$
Le 3e.		$12 = 6 \times 2$
Le 4e.		$24 = 12 \times 2$
Le 5e.		$48 = 24 \times 2$
Le 6e.		$96 = 48 \times 2$

La somme des termes primitifs $6+12+24+48+96$ égale $(3+6+12+24+48) \times 2$.

On voit que le premier membre de l'équation contient la somme de tous les termes, excepté le premier ; et que le second contient la somme de tous les termes excepté le dernier, multiplié par la raison.

Si nous représentons donc la somme par S, le premier terme par P, le dernier par D et la raison par R, on aura cette formule : $S - P = (S - D) \times R$, ou $S - P = SR - DR$, ou $S - SR = P - DR$, ou $SR - S = DR - P$, ou $(R - 1) \times S = DR - P$, et enfin $S = \frac{DR-P}{R-1}$ donc, &c.

Questions sur les Progressions.

Qu'appelle-t-on progression ? 52. Comment nomme-t-on les deux espèces de progressions ? 53. De quoi est composée une progression arithmétique ? 54. Que concluerez-vous de là ? 55. Quelle est une des propriétés principales des progressions arithmétiques ? 56. De quoi est composé un terme quelconque d'une progression géométrique ? 57. Quelle conséquence tirez-vous de là ? 58. Que faut-il faire pour avoir la somme de tous les termes d'une progression géométrique ? 59.

Exercices sur les Progressions Géométriques.

P. 196. Quel est le 8e terme d'une progression géométrique dont le premier terme est 4, et la raison 3?

P. 197. On demande quel est le premier terme d'une progression géométrique dont la raison est 3, et le 5e et dernier terme 324.

P. 198. Le dernier terme d'une progression géométrique est 324, le premier est 4, et le nombre de termes est 5 ; quelle est la raison ?

P. 199. Le premier terme d'une progression géométrique est 4, la raison 3, et le dernier terme 324 ; quelle est la somme de tous les termes ?

P. 200. Un particulier a commencé sa fortune avec 4 sch. ; la dixième année elle est de 78732 sch.; dans quel rapport géométrique a-t-elle augmenté chaque année?

P. 201. Un joueur ayant perdu 4 sch. dans une première partie, voulut encore en faire quatre autres, qu'il perdit aussi en triplant le jeu à chaque partie ; on demande combien il a perdu à la 5e ?

202. Un particulier assure que si l'on triplait successivement 4 fois son argent, il aurait 324 sch ; combien a-t-il ?

P. 203. Pendant 5 jours un capitaine a distribué une somme à ses soldats ; le premier jour il ne leur a donné que 4 sch., et les jours suivants la somme a été multipliée par un nombre qu'on voudrait connaître, sachant que le 5e jour ils ont reçu 324 schellings.

RÈGLE DE FAUSSE POSITION SIMPLE.

60. La règle de fausse position simple, est une opération par laquelle on prépare la solution d'un problème en opérant sur un nombre supposé.

EXEMPLE.—Une personne a vendu le $\frac{1}{3}$ + le $\frac{1}{4}$ + le $\frac{1}{6}$ d'une pièce de drap dont il lui reste encore 6 verges : on demande quelle était la longueur de cette pièce de drap?

Opération, nombre supposé, 12

$$\begin{array}{r} \text{le } \frac{1}{3} = 4 \\ \text{le } \frac{1}{4} = 3 \\ \text{le } \frac{1}{6} = 2 \\ \hline 9. \end{array}$$

9. 12—9=3. 3: 12:: 6 : x=R. 24.

Pour résoudre ce problème, je suppose le nombre 12, sur lequel je puis faire les opérations exigées ; je trouve 3 de reste au lieu de 6 ; mais comme il doit y avoir un même rapport entre le reste 3 et le nombre supposé 12 qu'entre le reste de la question et le nombre vrai, j'en conclus la proportion qui me donne 24 pour le nombre cherché. En effet, en retranchant de 24 le $\frac{1}{3}$, le $\frac{1}{4}$ et le $\frac{1}{6}$, il reste 6.

On pourrait aussi résoudre ce problème sans fausse position, en additionnant les fractions $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ et $\frac{1}{6}$, après les avoir réduites au même dénominateur ; et ce qui leur manquerait pour former une unité représenterait le reste 6 indiqué dans le problème, et servirait à découvrir la longueur de la pièce au moyen d'une règle de trois.

OPÉRATION.

$\left.\begin{array}{l}\frac{1}{3}=\frac{24}{72}\\ \frac{1}{4}=\frac{18}{72}\\ \frac{1}{6}=\frac{12}{72}\end{array}\right\}$ $=\frac{54}{72}$, il manque $\frac{18}{72}$ pour faire une unité, donc $\frac{18}{72}$: 6 *v.* :: $\frac{72}{72}$: x ou en supprimant les dénominateurs 18 : 6 :: 72 : x=R. 24.

Ou bien le $\frac{1}{3}$+le $\frac{1}{4}$+le $\frac{1}{6}$ égalent en tout les $\frac{3}{4}$ de la marchandise ; les 6 verges qui restent égalent donc l'autre quart ; donc 1 : 6 :: 4 : x=R. 24.

Ou bien encore ; puisque 6 verges = le $\frac{1}{4}$ d'un nombre, ce nombre=donc 6×4 ou 24.

Tous les problèmes suivants seront résolus avec fausse position et sans fausse position.

Quel est le nombre dont la $\frac{1}{2}$, le $\frac{1}{3}$, le $\frac{1}{6}$ et les $\frac{6}{7}$ égalent 468 ?

Nombre supposé, 42

la $\frac{1}{2}$=21
le $\frac{1}{3}$=14
le $\frac{1}{6}$= 7
les $\frac{6}{7}$=36

78 : 42 :: 468 : x=R. 252.

Sans Fausse Position.

$\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}+\frac{6}{7}$=, $\frac{13}{7}$ 13 : 7 :: 468 : x=R. 252.

Un seigneur étant interrogé sur le nombre de louis qu'il avait dans sa cassette, répondit : si on ajoutait au nombre qu'elle contient le $\frac{1}{5}$, le $\frac{1}{7}$ et les $\frac{3}{4}$ de ce même nombre, il y en aurait 879.

Nombre supposé, 140

le $\frac{1}{5}$ = 28
le $\frac{1}{7}$ = 20
les $\frac{3}{4}$ = 105

153+140=293:140::879: x= R. 420.

Sans Fausse Position.

$\frac{1}{5}+\frac{1}{7}+\frac{3}{4}=\frac{153}{140}+\frac{140}{140}=\frac{293}{140}$, 293: 140::879: x = R. 420.

Cinq joueurs ayant eu dispute se sont jetés sur l'argent du jeu ; le premier en a pris $\frac{1}{5}$, le deuxième $\frac{1}{6}$, le troisième $\frac{1}{10}$, le quatrième $\frac{5}{12}$ et le dernier a eu le reste qui égalait 3 sch. 5d. ; combien y avait-il d'argent sur le jeu ?

Nombre supposé, 60

le $\frac{1}{5}$ =12
le $\frac{1}{6}$ =10
le $\frac{1}{10}$= 6
les $\frac{5}{12}$=25

53 ôtés de 60, reste 7. 7 : 3s. 5d. :: 60 : x=R. 30.

Sans Fausse Position.

$\frac{1}{5}+\frac{1}{6}+\frac{1}{10}+\frac{5}{12}=\frac{106}{120}$, 120—106 = 14 : 3s. 5d. :: 120 : x=R. 30.

Quel est le nombre dont les $\frac{3}{4}$ + les $\frac{5}{6}$ + les $\frac{7}{9}$ égalent 56 $\frac{2}{3}$?

Nombre supposé, 36

les $\frac{3}{4}=27$
les $\frac{5}{6}=30$
les $\frac{7}{9}=28$

$85 : 36 :: 56\frac{2}{3} : x = \text{R. } 24.$

Sans Fausse Position.

$\frac{3}{4}+\frac{5}{6}+\frac{7}{9}=\frac{85}{36}$, $85 : 36 :: 56\frac{2}{3} : x=\text{R. } 24.$

Un homme qui ne connaît pas les mathématiques, étant à l'article de la mort, ordonne par son testament, que le $\frac{1}{4}$ de son bien, qui, en tout, a été évalué 18753 sch., sera pour ses héritiers, les $\frac{2}{3}$ pour l'église, la moitié pour les pauvres, et le $\frac{1}{6}$ pour la rédemption des captifs ; comment doit-on faire le partage pour suivre l'intention du testateur, car il a donné plus qu'il n'avait ?

Nombre supposé, 12

le $\frac{1}{4}=$ 3
les $\frac{2}{3}=$ 8
la $\frac{1}{2}=$ 6
le $\frac{1}{6}=$ 2

$19 : 12 :: 18753 : x=\text{R. } 11844.$

11844

le $\frac{1}{4}=2961$ sch. pour les héritiers.
les $\frac{2}{3}=7896$ pour l'église.
la $\frac{1}{2}=5922$ pour les pauvres.
le $\frac{1}{6}=1974$ pour les captifs.

18753 succession totale.

J'ai donné aux pauvres le $\frac{1}{3}+$les $\frac{2}{9}+$le $\frac{1}{7}+$les $\frac{5}{11}$ de mon argent, et il me reste encore 60 sch. ; combien en avais-je d'abord ?

Nombre supposé, 693

$$\begin{array}{l} \text{le } \frac{1}{3} = 231 \\ \text{les } \frac{2}{9} = 154 \\ \text{le } \frac{1}{7} = 99 \\ \text{les } \frac{3}{11} = 189 \end{array}$$

673 ôtés de 693, reste 20, 20 : 60 : : 693 : x=R. 2709 sch.

On propose de partager £350, entre trois personnes, de manière que la seconde ait trois fois autant que la première—7, et la troisième autant que les deux autres +3.

Nombre supposé pour la 1e 1
pour la 2e 3—7
pour la 3e 4—7+3

8—14+3

350+7+7—3=361

$$8 : 361 :: \left\{\begin{array}{c} 1 \\ 3 \\ 4 \end{array}\right\} : x = \text{R.} \left\{\begin{array}{lll} \text{1e} & 45\,\frac{1}{8} & \;45\,\frac{1}{8} \\ \text{2e} & 135\,\frac{3}{8} & -7 = 128\,\frac{3}{8} \\ \text{3e} & 180\,\frac{4}{8} & -4 = 176\,\frac{4}{8} \end{array}\right.$$

£350

Exercices sur la Règle de Fausse Position Simple.

P. 204. On veut partager 720 en trois parties, de manière que la plus grande surpasse la moyenne de 80, et la moyenne surpasse la plus petite de 40 ; quelles sont ces parties ?

P. 205. On propose de partager 14250 en trois parties qui soient entre elles comme les nombres 3, 5 et 11; c'est-à-dire que la première soit à la seconde : : 3 : 5, et la première à la troisième : : 3 : 11 ; quelles sont ces parties ?

P. 206. Un berger interrogé sur le nombre de moutons qu'il gardait, répondit ; si j'en avais encore $\frac{1}{3}$ et 12 de plus, j'en aurais 132 ; devinez combien j'en ai ?

P. 207. Un lapidaire interrogé sur le nombre de ses diamants, réponds que s'il en avait $\frac{1}{4}$ de plus, cela ferait 132 ; combien en a-t-il ?

P. 203. On dit que le nombre d'élèves d'une école est tel que s'il en avait $\frac{2}{3}$ et 15 de plus, il égalerait 165 ; quel est ce nombre ?

P. 209. Quel est le nombre qui, augmenté de sa $\frac{1}{2}$ et de son $\frac{1}{4}$ plus 1, fasse 100 ?

P. 210. Une armée ayant été défaite, on a reconnu que le $\frac{1}{4}$ des soldats était mort, que les $\frac{2}{3}$ avaient été faits prisonniers et que 14000 hommes qui formaient le reste de l'armée avaient pris la fuite ; combien y avait-il de soldats ?

P. 211. Pierre, Jacques et Jean ont ensemble 156 pièces d'or, Pierre en a 18 de plus que Jacques, et celui-ci en a cinq de plus que Jean ; combien en ont-ils chacun ?

P. 212. Quatre marchandes d'œufs en ont acheté 30 douzaines, la première en a acheté 3 douzaines de plus que la seconde ; celle-ci 3 douzaines de plus que la troisième, et la troisième 3 douzaines de plus que la 4e ; combien chacune en a-t-elle acheté ?

P. 213. Un joueur ayant perdu la $\frac{1}{2}$ de son argent se remit à jouer et perdit la $\frac{1}{2}$ de ce qui lui restait ; il fit la même chose une troisième et quatrième fois, après quoi il ne lui resta plus que 6 sch. combien avait-il d'argent avant de commencer à jouer ?

P. 214. Trois oncles s'étant réunis pour favoriser une pauvre nièce, le premier lui donna une somme qu'on ne dit pas ; le deuxième le triple, et le troisième autant que les deux premiers ; quel fut le don de chacun, sachant que la jeune personne reçu 14400 schellings ?

P. 215. Un homme veut vendre une maison, un jardin et une petite terre, le tout £1000 ; le jardin vaut quatre fois plus que la terre, et la maison cinq-fois plus que le jardin ; quel est le prix de chaque objet ?

P. 216. Trois personnes ont ensemble 150 ans, la première a le double de l'âge de la seconde, et la seconde le triple de l'âge de la troisième : quel est l'âge de chacune.

RÈGLE DE FAUSSE POSITION DOUBLE.

61. La règle de fausse position double est une opération par laquelle on parvient à découvrir un nombre que l'on cherche ; en remplissant les conditions du problème sur deux nombre supposés.

62. Pour opérer ces sortes de règles on emploie la méthode suivante:

1°. On suppose d'abord un nombre sur lequel on suit toutes les conditions du problême ; si le résultat amène celui qui est demandé ; l'opération se termine là, parce que le nombre supposé se trouve être le véritable ; si au contraire ce résultat est différent de celui qui est demandé, on cherche quelle en est la différence soit en plus soit en moins.

2°. On fait ensuite les mêmes opérations sur un second nombre supposé ; puis l'on fait cette proportion : *La différence des différences est à la différence des nombres supposés, comme la première ou la seconde différence est à la différence du premier ou du second nombre supposé au nombre vrai.* On aura donc le nombre vrai en retranchant cette différence du nombre supposé, ou en l'y ajoutant ; suivant que ce nombre devra être plus petit ou plus grand que le nombre supposé.

63. Pour connaître s'il faut retrancher ou ajouter la différence du nombre supposé au nombre vrai pour avoir ce dernier, il faut observer 1°. que quand les deux différences ont des signes contraires, cela vient de ce que les nombres supposés sont, l'un en excès et l'autre en défaut, et par conséquent, quand on aura la différence du plus petit nombre supposé au nombre vrai, il faudra ajouter cette différence ; et si on avait la différence du plus grand, on la retrancherait ; 2°. que quand les différences ont les mêmes signes, c'est que les nombres supposés sont tous deux en défaut, ou tous deux en excès ; or ils seront tous deux en défaut, si le plus grand nombre supposé donne la plus petite différence ; au contraire, ils seront tous deux en excès, si le plus grand nombre donne la plus grande différence. Dans le premier cas, il faudra ajouter la différence ; et, dans le second cas, la soustraire.

Problème. Un maître de mathématiques veut distribuer à quelques-uns de ses écoliers un certain nombre d'oranges, à condition qu'ils trouveront eux-mêmes combien il en veut récompenser ainsi, et quel est le nombre des oranges qu'il leur destine. Il leur dit que s'il leur en donne à chacun sept, il lui en restera 9, et que s'il en veut donner à chacun 10, il lui en manquera 6. R. 5 écoliers et 44 oranges.

I. SUPPOSITION.

Si 8 était le nombre d'élèves, le produit de 8 par 7, augmenté de 9, serait celui des oranges ; et le produit de 8 par 10, diminué de 6 devrait aussi donner la réponse.

II. SUPPOSITION.

$8\times 7=56+9=65$	$11\times 7=77+9=86$
$8\times 10=80-6=74$	$11\times 10=110-6=104$
1e différence -9	2e différence -18

$$\begin{array}{r} 18 \\ 9 \\ \hline \end{array}$$

Différence des différences $=9$

$$\begin{array}{r} 11 \\ 8 \\ \hline \end{array}$$

Différence des nombres supposés $=3$

$9:3::9:x=3$, différence du premier nombre supposé au nombre cherché, laquelle étant retranchée de ce premier nombre, donne 5 pour le nombre vrai.

$$\text{Preuve.}\left\{\begin{array}{l} 5\times 7=35+9=44 \text{ oranges.} \\ 5\times 10=50-6=44 \end{array}\right.$$

Il est évident que chaque nombre supposé produit une différence d'autant plus grande que ce nombre lui-même diffère plus du nombre vrai. Il est encore évident que la différence qu'il y a entre les deux différences ne provient que de la différence des deux nombres supposés, et que cette différence des différences est d'autant plus grande, que les nombres supposés diffèrent plus entre eux ; il y a donc même rapport entre la différence des différences, et la différence des nombres supposés, qu'entre la différence qu'un des nombres a produite, et la différence de ce même nombre au nombre vrai; donc *la différence des différences est à la différence des deux nombres supposés, comme la première ou la seconde dif-*

férence est à la différence du premier ou du second nombre supposé au nombre vrai.

Problème. Un capitaine voulant récompenser quelques-uns de ses soldats qui s'étaient distingués dans une action, leur destina un certain nombre de pièces de 5 sch. de sorte qu'au partage, lorsqu'ils en prenaient chacun 8 il en restait 45, et lorsqu'ils en prenaient chacun 11, il en manquait 27 ; on demande quel était le nombre de soldats, et combien il y avait de pièces ? R. 24 soldats, 237 pièces.

1e supposition 7 soldats	2e supposition 25 soldats
$7 \times 8 = 56 + 45 = 101$	$25 \times 8 = 200 + 45 = 245$
$7 \times 11 = 77 - 27 = 50$	$25 \times 11 = 275 - 27 = 248$
1e différence $+51$	2e différence -3

1e nombre supposé	7	1e différence	$+51$
2e nombre supposé	25	2e différence	-3
Differ. des nomb. supp.$=$	18	Diff. des differ.$=$	54

Donc $54 : 18 :: 51 : x = 17$, differ. du 1e nombre au nombre vrai.

$54 : 18 :: 3 : x = 1$, differ. du 2e nombre au nombre vrai.

1e nomb. supp. $7 + 17 = 24$ nombre vrai.

1e nomb. supp. $25 - 1 = 24$

Preuve. $24 \times 8 = 192 + 45 = 237$ nombre de pièces.
$24 \times 11 = 264 - 27 = 237$.

64. Les questions de ce genre peuvent se résoudre d'une manière fort simple ; il suffit d'ajouter ce qui reste d'une part avec ce qui manque de l'autre, $45 + 27 = 72$, puis diviser cette somme par la différence de ce que prennent les partageant, $11 - 8 = 3$; le quotient 24 indiquera le nombre des partageants.

Problème. Un particulier s'est arrangé avec un ouvrier de manière qu'il lui paierait 12 sous pour chaque jour qu'il travaillerait, à condition que celui-ci lui en donnerait 15 chaque jour qu'il ne travaillerait pas, à cause du dommage qu'il lui causerait ; il se trouve qu'au bout de 63 jours l'ouvrier n'a rien à recevoir, et qu'il ne doit rien non plus ; on demande combien il a travaillé de jours ? R. 35 jours ; il a donc été 28 jours à ne rien faire.

I. SUPPOSITION.	II. SUPPOSITION.
23 j. à 12 sous=276s.	39 j. à 12 sous=468s.
40 à 15 =600	24 à 15 =360
1e. différence —324	2e différence +108
39	—324
23	+108
16 diff. des nomb. supposés	432 diff. des différences.

432 : 16 :: 324 : x=12. 23+12=35 jours de travail.

PREUVE.

35 jours à 12 sous=420 sous
28 à 15 =420

Questions sur la Règle de Fausse Position Simple et Double.

Qu'est-ce que la règle de fausse position simple? 60. Qu'est-ce que la règle de fausse position double ? 61. Quelle est la méthode générale pour résoudre les problèmes dont la solution demande deux fausses positions ? 62.

Exercices sur la Règle de Fausse Position Double.

P. 217. Louis et André ont chacun un certain nombre de pièces, Louis dit à André ; si je te donnais 5 de mes pièces, tu en aurais autant que moi, et si tu m'en donnais 5 des tiennes, j'en aurais le triple de ce qui t'en resterait ; combien en ont-ils chacun ?

P. 218. Pierre et Jean ont chacun un certain nombre de Louis ; on dit que si Pierre donnait 20 des siens à Jean, ce dernier en aurait autant que le premier ; mais que si Jean donnait 20 des siens à Pierre, ce dernier en aurait 8 fois autant que Jean ; combien en ont-ils chacun?

P. 219. On a une tabatière dont le double du prix ôté de 18 sch., donne un reste égal au triple de ce même prix ; on demande quelle est la valeur de cette tabatière ?

P. 220. On a deux vases et un couvercle ; le couvercle, du prix de 30 sch., mis sur le premier vase, le fait valoir autant que le deuxième ; mais mis sur le second, il le fait valoir le triple du premier ; on demande le prix de chaque vase ?

P. 221. Une fruitière dit avoir vendu la moitié d'une caisse d'oranges, plus 8 oranges, et que ce qu'il lui reste égale les $\frac{2}{7}$ de la caisse plus 7 oranges ; combien en contenait-elle ?

P. 222. Pierre et Jean ont ensemble 108 sch. Pierre a dépensé le $\frac{1}{3}$ de sa part, et Jean le $\frac{1}{4}$ de la sienne ; on demande la part de chacun et ce que chacun a dépensé, la dépense totale étant de 32 sch. ?

P. 223. Une personne charitable veut faire l'aumône à un certain nombre de pauvres ; ayant compté son argent, elle trouve qu'en donnant 20 sous à chaque pauvre il lui manque 10 sous ; elle donne 15 sous à chacun et on a 25 de reste ; combien a-t-elle assisté de pauvres ?

P. 224. Un père partageant son bien entre ses enfants donne £1000 au premier, plus le $\frac{1}{9}$ du reste ; £2000 au deuxième, plus le $\frac{1}{9}$ du reste ; £3000 au troisième, plus le $\frac{1}{9}$ du reste ; et ainsi de suite jusqu'au dernier qui a le reste ; on demande combien il y avait d'enfans, ce que chacun a reçu, et le total de l'héritage, sachant que toutes les parts ont été égales.

MESURE DES SURFACES ET DES CORPS.

1° *Définitions des Surfaces.*

65. Il y a trois sortes d'étendues.

1°. L'étendue en longueur seulement.

2°. L'étendue en longueur et largeur.

3°. L'étendue en longueur, largeur et épaisseur.

66. Mesurer une étendue en longueur, c'est chercher combien de fois elle contient une longueur connue.

67. L'étendue en longueur et largeur se nomme surface ou superficie.

68. Toutes les surfaces à 4 côtés formées par des lignes droites et parallèles deux à deux, portent le nom général de parallèlogramme.

69. Mesurer une surface, c'est chercher combien elle contient une surface connue.

70. La mesure de toutes les surfaces se réduit à celles du carré, du rectangle, du triangle, du trapèze, du losange, du cercle et de la spère.

71. Un carré est une surface renfermée par 4 lignes droites de même longueur, formant 4 angles droits, ABCD. fig. 1.

72. Un angle est l'espace contenu entre deux lignes qui se rencontrent en un point ; ce point se nomme le sommet de l'angle, fig. 2.

73. Un rectangle est un parallèlogramme dont les 4 angles sont droits, fig. 3.

74. Un triangle est une surface renfermée par trois lignes droites, fig. 4.

75. Un trapèze est une surface renfermée par quatre lignes, dont deux seulement sont parallèles, fig. 5.

76. On appelle lignes parallèles deux lignes qui sont partout également éloignées l'une de l'autre, ou bien deux lignes qui ne peuvent jamais se rencontrer à quelque distance qu'on les imagine prolongées, fig. 6.

77. Un losange est une surface renfermée par quatre lignes égales formant 4 angles, deux aigus et deux obtus dont chacun est égal à celui qui lui est opposé, fig. 7.

78. Un cercle est la surface renfermée par une ligne courbe appelée circonférence, dont tous les points sont également éloignés d'un point intérieur qu'on appelle centre, fig. 8.

79. La circonférence du cercle se divise en 360 parties qu'on nomme degrés.

80. Les principales lignes considérées dans le cercle sont le rayon et le diamètre.

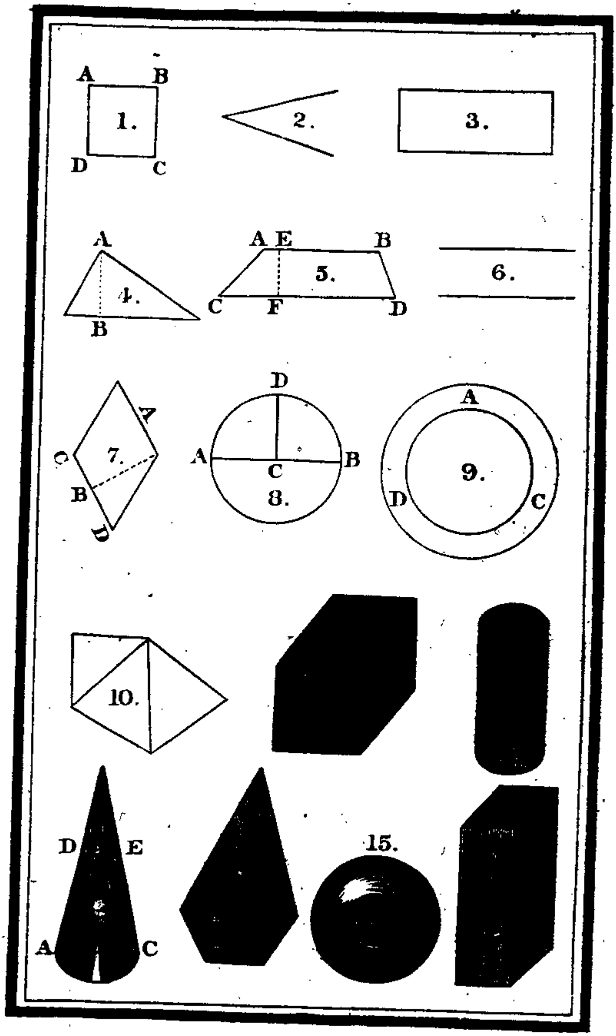
81. Le rayon du cercle est la ligne qui mesure la distance du centre à la circonférence, CD, fig. 8.

82. Le diamètre du cercle est la ligne qui, passant par le centre, se termine de part et d'autre à la circonférence AB, fig. 8. Chaque diamètre égale donc deux rayons, et partage le cercle en deux parties égales.

83. Pour mesurer les étendues, on se sert. 1°. pour les longueurs ; de l'arpent, de la perche, de la toise, du pied et du pouce.

2°. Pour les surfaces ; du pied carré, de la toise carrée, de la perche carrée, de l'arpent carré, &c.

3°. Pour les solides ; du pied cube et de la toise cube.


A
B
1.
D
C
2.
3.
A
4.
B
A
E
B
5.
C
F
D
6.
A
7.
C
B
D
D
A
C
B
8.
A
9.
D
C
10.
D
E
A
C
15.

2° De la Mesure des Surfaces.

84. On obtient la superficie d'un carré en multipliant la longueur d'un côté par elle-même.

85. On obtient la surface du rectrangle en multipliant la longueur de l'un des deux grands côtés par celle de l'un des deux petits.

86. On obtient la surface d'un triangle en multipliant sa hauteur par sa base, et prenant la moitié du produit.

87. La hauteur d'un triangle est une ligne qu'on imagine partir de son sommet, c'est-à-dire de l'un de ses angles, et tomber perpendiculairement sur le côté opposé, qui, pour lors, est considéré comme la base de ce triangle ; telle est AB, fig. 4.

88. Pour obtenir la surface du trapèze, il faut additionner la longueur des deux côtés parallèles AB, CD, fig. 5, en prendre la moitié, et la multiplier par la hauteur EF, c'est-à-dire, par la longueur de la distance perpendiculaire de ses deux côtés.

89. Pour obtenir la surface du losange, il faut multiplier la base CD par la hauteur AB, fig. 7, c'est-à-dire par la ligne qui, partant de l'un des côtés pris pour base s'élève perpendiculairement vers le côté opposé.

90. Pour obtenir la surface d'un cercle, il faut multiplier la longueur de la circonférence par la moitié du rayon ou le quart du diamètre.

91. On obtient la longueur de la circonférence par cette proportion, 7 : 22 comme le diamètre donné est à la circonférence du cercle auquel il appartient.

92. Si l'on ne connaissait que la circonférence d'un cercle, on trouverait son diamètre par cette autre proportion, 22 : 7 : : la circonférence donnée est à son diamètre.

93. Pour obtenir la surface de la couronne ABC, fig. 9, il faut retrancher la surface du petit cercle de celle du grand, considéré comme contenant la superficie totale.

94. Pour obtenir la superficie de la sphère, il faut multiplier la longueur de sa circonférence par son diamètre.

95. Pour évaluer la surface des autres polygones, réguliers ou irréguliers, tels que la fig. 10. il faut les diviser en triangles par des diagonales, les évaluer séparément, et ensuite additionner les produits.

96. Pour obtenir la surface du cône, fig. 13, il faut multiplier la longueur de la circonférence ABC, par la moitié de la distance du sommet à cette circonférence.

97. Pour obtenir la surface du cylindre, appelé vulgairement rouleau, fig. 12, il faut multiplier la longueur de sa circonférence par la longueur totale du cylindre.

Si les circonférences des extrémités n'étaient pas égales, on les additionnerait, et on multiplierait la moitié de la somme par la longueur du cylindre.

Les surfaces des cubes et des prismes formant des carrés et des rectangles, et celles des pyramides formant des triangles, il est aisé d'en avoir la superficie.

98. Les surfaces des figures semblables sont entre-elles comme les carrés de leurs lignes homologues.

Questions sur la Mesure des Surfaces.

Combien y a-t-il de sortes d'étendues ? 65. Qu'est-ce que mesurer l'étendue en longueur ? 66. Qu'est-ce qu'une surface ou superficie ? 67. Qu'est-ce qu'un parallèlogramme ? 68. Qu'est-ce que mesurer une surface ou superficie ? 69. A quoi se réduit la mesure de toutes les surfaces ? 70. Qu'est-ce qu'un carré ? 71. Qu'est-ce qu'un angle ? 72. Qu'est-ce qu'un rectangle ? 73. Qu'est-ce qu'un triangle ? 74. Qu'est-ce qu'un trapèze ? 75. Qu'entendez-vous par lignes parallèles ? 76. Qu'est-ce qu'un losange? 77. Qu'est-ce qu'un cercle? 78. En combien de parties se divise la circonférence? 79. Quelles sont les principales lignes considérées dans le cercle ? 80. Qu'est-ce que le rayon ? 81. Qu'est-ce que le diamètre ? 82. De quelle mesure se sert-on ordinairement pour comparer les étendues ? 83. Comment se trouve la superficie d'un carré ? 84. Que faut-il faire pour obtenir la surface du rectangle ? 85. Que faut-il faire pour obtenir la surface d'un triangle? 86. Qu'est-ce que la hauteur d'un triangle? 87. Que faut-il faire pour obtenir la surface du trapèze? 88. Que faut-il faire pour obtenir la surface du losange? 89. Que faut-il faire pour obtenir la surface du cercle? 90. Comment trouve-t-on la longueur de la circonférence? 91. Et si l'on ne connaissait que la circonférence comment trouverait-on le diamètre? 92. Que faut-il faire pour avoir la surface de la couronne ABC, fig. 9? 93. Que faut-il faire pour obtenir la superficie de la sphère? 94. Que faut-il faire pour évaluer la surface des autres polygones, réguliers ou irréguliers, fig. 10? 95. Que faut-il faire pour obtenir la surface du cône, fig. 13? 96. Que faut-il faire pour obtenir la surface du cylindre, fig. 12? 97. Quel est le rapport des surfaces des figures semblables? 98.

Exercices sur les Surfaces.

P. 225. Quelle est la superficie d'un terrain de forme carrée ayant 20 toises de côté ?

P. 226. Quelle est la superficie d'un jardin formant un carré long de 40 toises sur 30 de large ?

P. 227. Quelle est la surface d'un pré formant un triangle de 60 toises 2 pieds de base sur une hauteur de 48 toises 5 pieds ?

P. 228. Quelle est la surface d'une cour formant un trapèze, dont un côté a 34 toises, l'autre 56, et dont la hauteur est de 25 toises?

P. 229. Quelle est la surface d'un jardin en forme de losange, ayant 44 toises $\frac{7}{10}$ de base, sur 38 toises $\frac{4}{10}$ de perpendiculaire ?

P. 230. Quel est le diamètre d'un cercle de 44 pieds de circonférence ?

P. 231. Quel est le rayon d'un cercle de 350 pieds de circonférence ?

P. 232. Quelle est la surface d'un étang de forme circulaire, ayant 50 toises de circonférence ?

P. 233. Quelle est la superficie d'une colonne de 17 pieds de hauteur sur 7 de circonférence ?

P. 234. Un cône ayant 12 pieds de circonférence et 6 de hauteur, doit être peint à 3 sch. 6d. le pied ; combien faut-il payer ?

P. 235. Un bassin a 136 pieds de diamètre ; quelle est sa superficie ?

P. 236. Quelle est la superficie d'un terrain régulier ayant 490 toises de longueur sur 320 de largeur ?

P. 237. On donne 10 sous par toise pour cultiver une terre de 30 arpents ; que faut-il payer pour ce travail ?

P. 238. Combien faut-il de planches de 12 pieds $\frac{1}{2}$ de longueur et 6 po. de largeur pour boiser une chambre de 30 pieds de longueur et 24 de largeur, si la boiserie doit monter à 6 pieds ?

P. 239. On a fait peindre une porte de 6 pi. de haut sur 4 pi. de large à 2 sch. le pi. pour le dehors et 1 sch. 3d. pour le dedans ; combien faut-il payer ?

P. 240. Que faut-il payer pour faire crépir une pyramide quadrangulaire, dont chaque triangle a 18 pieds de base et 60 de hauteur, à 1 sch. 3d. le pied ?

P. 241. Un puits ayant 45 pieds de profondeur et 12 pi. de circonférence, a été cimenté pour 180 sch. ; à combien revient le pied ?

P. 242. Les 4 côtés d'une citerne ont été cimentés pour 192 sch. ; quelle est sa hauteur, sachant que les quatre côtés parfaitement égaux ont 12 pieds de large, et qu'on a payé 1 sch. du pied carré ?

2°. *Définitions des Solides.*

99. L'étendue en longueur, largeur et épaisseur se nomme volume, corps ou solides.

100. Pour évaluer la solidité des corps, on cherche le nombre de pieds cubes qu'ils contiennent.

101. Les solides que l'on a le plus ordinairement à mesurer sont le cube, le cylindre, le cône, la pyramide, la sphère et le prisme.

102. Le cube est un solide dont les six faces sont des carrés égaux, fig. 11.

103. Un cylindre, vulgairement appelé rouleau, est un solide dont les bases sont deux cercles égaux et parallèles, fig. 12.

104. Un cône, dont la forme est celle d'un pain de sucre, est un solide qui a un cercle pour base, et dont les lignes élevées au-dessus aboutissent toutes à un point qu'on nomme sommet, fig. 13.

105. Une pyramide est un solide qui a pour base un polygone quelconque, et pour côtés des triangles dont les sommets se réunissent tous en un point commun, nommé le sommet de la pyramide, fig. 14.

106. La sphère est un solide renfermé par une surface dont tous les points sont également éloignés d'un point intérieur qu'on nomme centre, fig. 15.

107. Un prisme est un solide dont 2 faces opposées, appelées bases, sont parallèles, et les autres sont des parallèlogrammes, fig. 16.

4°. *De la Mesure des Solides.*

108. Pour obtenir la solidité du cube, fig. 11, il faut multiplier la surface de sa base par sa hauteur.

109. Pour obtenir la solidité du cylindre, il faut multiplier la surface de la base par la hauteur de ce solide.

110. Pour obtenir la solidité d'une pyramide, il faut multiplier la surface de la base par le tiers de la hauteur de la pyramide.

111. Pour obtenir la solidité du cône, il faut multiplier la surface de sa base par le tiers de sa perpendiculaire abaissée du sommet sur le centre du cercle qui lui sert de base.

112. Si le cône était coupé en DE, fig. 13, il faudrait en chercher la hauteur par cette proportion ; AC—DF : IB : : DE : la hauteur de la partie retranchée. Ayant ensuite calculé la solidité de cette partie retranchée, on la soustrairait de la solidité totale du cône, considéré comme entier. Il en serait de même de la pyramide tronquée parallèlement à sa base.

113. Pour obtenir la solidité de la sphère, il faut multiplier sa surface par le tiers du rayon.

114. Pour obtenir la solidité d'un prisme, il faut multiplier la surface de sa base par sa hauteur.

115. Si les bases ou extrémités du prisme n'étaient pas égales, on les décomposerait en prismes et en pyramides, suivant la forme de l'objet ; et les ayant calculées séparément, on joindrait tous les produits partiels.

116. Pour obtenir la solidité des corps irréguliers, on les décompose par tranches représentant des prismes ou autres corps réguliers faciles à évaluer.

117. Les solides semblables sont entre eux comme le cube de leurs lignes homologues.

Questions sur les Solides.

Comment nomme-t-on l'étendue en longueur, largeur et épaisseur ? 99. En quoi consiste la mesure des corps ou solides? 100. Quels sont les solides que l'on a le plus ordinairement à mesurer? 101. Qu'est-ce qu'un cube? 102. Qu'est-ce qu'un cylindre vulgairement appelé rouleau? 103. Qu'est-ce qu'un cône? 104. Qu'est-ce qu'une pyramide? 105. Qu'est-ce que la sphère? 106. Qu'est-ce qu'un prisme? 107. Que faut-il faire pour obtenir la solidité du cube? 108. Que faut-il faire pour obtenir la solidité du cylindre? 109. Que faut-il faire pour obtenir la solidité d'une pyramide? 110. Que faut-il faire pour obtenir la solidité du cône? 111. Si le cône était tronqué en DE, fig. 13, que faudrait-t-il faire? 112. Que faut-il faire pour avoir la solidité de la sphère? 113. Que faut-il faire pour avoir la solidité d'un prisme? 114. Si les bases ou extrémités n'étaient pas égales, comment obtiendrait-on la solidité de ce prisme ou parallelipipède? 115. Comment obtiendrait-on la solidité des corps irréguliers? 116. Quel est le rapport des solides semblables? 117.

Exercices sur la Solidité des Corps.

P. 243. Quelle est la solidité d'un cube, ayant 6 pieds de côté ?

P. 244. Quelle est la solidité d'un cube, dont chaque surface a 16 pieds carrés ?

P. 245. Quelle est la solidité d'un cylindre de 8 pieds de hauteur, et dont chaque cercle est de 20 pieds carrés ?

P. 246. Quelle est la solidité d'un cône ayant 15 pieds de hauteur, et dont le cercle qui lui sert de base a 25 pieds de circonférence ?

P. 247. Quelle est la solidité d'un cône tronqué dont le petit diamètre est de 16 pieds, le grand de 24, et la hauteur de 14.

P. 248. Quelle est la solidité d'une pyramide de 36 pieds de hauteur, et dont la base est un triangle ayant 18 pieds de base sur 12 de hauteur ?

P. 249. Quelle est la solidité d'une sphère de 36 pieds de circonférence ?

P. 250. Un vase triangulaire, dont chaque surface est de 3 pieds et la hauteur de 4, est plein d'eau ; combien en contient-il de pieds cubes ?

P. 251. L'eau contenue dans un puits de $3\frac{1}{2}$ pieds de diamètre, et à la hauteur de 16 pieds, doit être mise dans un bassin de 4 pieds de long sur 3 de large ; à quelle hauteur s'élèvera-t-elle ?

P. 252. Deux vases, l'un cylindrique ,ayant 10 pieds de surface et 6 de hauteur, l'autre de forme cubique, ayant 4 pieds de côté, sont pleins d'eau ; quel est celui qui en contient d'avantage ?

P. 253. Quel est le cube d'une pièce de bois de 25 pieds de longueur, sur 1 pi. $\frac{1}{6}$ de largeur, et 1 pi. $\frac{1}{2}$ d'épaisseur ?

P. 254. Un puits de 7 pieds de circonférence contient 112 pieds cubes d'eau ; à quelle hauteur est-elle ?

P. 255. Un bassin rond ayant 12 pi. de hauteur, 132 de circonférence est plein d'eau ; combien en contient-il de pieds cubes ?

P. 256. Combien faut-il de pieds cubes d'eau pour remplir un bassin cylindrique ayant 11 pieds de hauteur et 132 de circonférence.

P. 257. Quel est le cube d'une sphère de $3\frac{1}{2}$ pieds de diamètre ?

P. 258. On a creusé un puits de 3 pi. 2 pouces de diamètre, et 45 pieds 3 pouces de profondeur ; quelle quantité de déblais en a-t-on extrait ?

P. 259. Une citerne de 12 pieds de hauteur, de 15 pieds de longueur et de 9 pieds de largeur est pleine d'eau ; combien en contient-elle de pieds cubes?

P. 260. Quelle quantité d'eau contient un fossé long de 120 pieds, et dont le haut à 6 pieds 4 pouces de largeur, et le bas 3 pi. 10 pouces, la profondeur étant de 6 pieds.

FIN.

TABLE DES MATIÈRES.

DEUXIEME PARTIE.

TABLE DES MATIÈRES.

EXTRAIT

DU

TRAITÉ D'ARITHMÉTIQUE,

A L'USAGE DES

ÉCOLES CHRÉTIENNES.

§ I.

D. Qu'est-ce que l'Arithmétique ?

R. L'*Arithmétique* est la scienee des nombres.

D. Qu'est-ce qu'on appelle nombre ?

R. On appelle *nombre* l'expression de la collection de plusieurs unités, comme 3, 4, &c.

D. Qu'est-ce que l'unité ?

R. L'*unité* est la chose que l'on a en vue, comme terme de comparaison, lorsqu'il s'agit de compter, combien il y en a de semblables dans une quantité. Ainsi dans £20 l'unité est le *louis,* dans 20 maisons, l'unité est *maison*, &c.

D. Qu'est-ce qu'on entend par quantité ?

R. Par *quantité* on entend tout ce qui peut être augmenté ou diminué, comme les mesures, le temps, la valeur des choses, &c.

§ II.

DIVISION DES NOMBRES.

D. Comment divise-t-on les nombres ?

R. Les nombres en général se divisent en nombres *abstraits* et en nombres *concrets*.

D. Qu'est qu'on appelle nombres abstraits ?

R. On appelle nombres *abstraits* ceux dont la nature des unités n'est pas déterminée, comme 3, 4, &c.

Qu'appelle-t-on nombres concrets ?

R. On appelle nombres *concrets* ceux dont la nature des unités est déterminée, comme 2 louis, 3 hommes, &c.

§ III.

DE LA NUMÉRATION.

D. Qu'est-ce que la numération ?

R. La *numération* est l'art de représenter et d'énoncer les nombres ?

D. Comment exprime-t-on les nombres ?

R. On exprime les nombres par les mots suivants : *un, deux, trois, quatre, cinq, six, sept, huit, neuf, dix* ou *dizaines, cent, mille, million,* &c.

D. Comment représente-t-on les nombres ?

R. On représente les nombres au moyen des dix caractères suivants: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0.

D. Comment avec ces dix caractères peut-on représenter tous les nombres !

R. On peut, avec ces dix caractères, représenter les nombres en donnant à chaque chiffre une valeur relative à la place qu'il occupe.

D. Combien les chiffres ont-ils de valeurs ?

R. Tout chiffre qui n'est pas seul, ou le premier d'un nombre, a deux valeurs, l'une *absolue*, qui est celle qu'il a étant considéré seul ; et l'autre *relative*, qui est celle que lui donne le rang qu'il occupe dans un nombre. Ainsi, dans 56 la valeur absolue de 5 est cinq, et sa valeur relative est *cinq* dizaines ou *cinquante* unités.

D. Comment exprime-t-on les nombres écrits en chiffres ?

R. On exprime les nombres écrits en chiffres en désignant la valeur que donne à chaque chiffre le rang qu'il occupe. Ainsi le nombre 56 s'exprime *cinquante-six* unités, &c.

D. Que faut-il faire pour exprimer facilement un nombre qui renferme un grand nombre de chiffres par exemple 12345678.

R. Il faut séparer ces chiffres par tranches de trois chiffres en commençant par la droite, ainsi qu'il suit : 12,345,678. On donne à la première tranche le nom d'unités, à la seconde celui de mille, à la troisième celui de millions, &c. ainsi le nombre proposé s'exprime en disant : 12 millions 345 mille 678 unités.

§ IV.

DES OPÉRATIONS EN ARITHMÉTIQUE.

D. Comment nomme-t-on les divers changements que l'on fait subir aux nombres dans l'arithmétique ?

R. Les divers changements que l'on fait subir aux nombres se nomment opérations.

D. Quelles sont les opérations fondamentales de l'arithmétique ?

R. Les opérations fondamentales de l'arithmétique sont l'*addition*, la *soustraction*, la *multiplication* et la *division*.

D. Pourquoi ces quatre opérations sont-elles appelées fondamentales ?

R. Ces quatre opérations sont appelées fondamentales parceque les autres, même les plus compliquées ne sont qu'une application de celles-là.

D. Qu'est-ce qu'on appelle problème en arithmétique ?

R. On appelle problème en arithmétique une proposition qui renferme une question à résoudre ou une vérité à découvrir.

D. Qu'est-ce que le calcul ?

R. Le calcul est l'exécution des opérations à faire pour résoudre un problème.

§ V.

D. Qu'est-ce que l'addition ?

R. L'addition est une opération par laquelle on joint ensemble des nombres exprimant des unités de même nature, pour en faire un seul qu'on appelle somme ou total.

D. Qu'entendez-vous par quantités de même nature?

R. Par quantités de même nature on entend celles qui portent la même dénomination. Ainsi on peut additionner des louis avec des louis, des verges avec des verges, &c.

D. Comment faut-il écrire les nombres que l'on veut additionner ?

R. Pour bien poser les nombres que l'on veut additionner, il faut les écrire de manière que les unités soient sous les unités, les dizaines sous les dizaines, &c.

et si les nombres sont composés, il faut écrire les louis sous les louis, les shellings sous les shellngs, &c.

D. Par quelle colonne faut-il commencer l'addition ?

R. Il faut commencer l'addition par la première colonne à droite, afin de porter les dizaines qui proviennent d'une colonne inférieure à la colonne suivante, &c.

D. Comment fait-on la preuve de l'addition ?

R. On fait la preuve de l'addition en ajoutant ensemble d'abord quelques uns des nombres proposés, puis les autres séparément, et additionnant ensuite les deux totaux, on doit trouver la même somme qu'à l'opération.

§ VI.

DE LA SOUSTRACTION.

D. Qu'est-ce que la soustraction ?

R. La soustraction est une opération par laquelle on retranche un nombre d'un autre nombre de même espèce pour connaître de combien le plus grand surpasse le plus petit.

D. Comment nomme-t-on le résultat de la soustraction ?

R. On nomme le résultat de la soustraction, *reste*, *excès* ou *indifférenee*.

D. Comment fait-on la soustraction ?

R. Pour faire la soustraction on écrit d'abord le plus petit nombre sous le plus grand ; ensuite on ôte les unités du plus petit de celles du plus grand, et on met le reste au dessous de la même colonne ; on ôte de même les dizaines, les centaines, &c. ; si le chiffre inférieur est égal à son correspondant supérieur on écrit zéro.

D. Si le chiffre de la somme inférieure est plus grand que son correspondant supérieur, que faut-il faire ?

R. Si le chiffre de la somme inférieure est plus grand que son correspondant supérieur, on augmente, par la pensée celui-ci de dix, valeur d'une unité du chiffre qui est immédiatement à gauche et qu'il faut ensuite considérer comme l'ayant de moins.

D. Si le chiffre sur lequel on doit emprunter est un zéro, que faut-il faire ?

R. Si le chiffre sur lequel on doit emprunter est un zéro, il faut faire l'emprunt sur le chiffre suivant ; mais comme une unité de ce chiffre en vaut dix de la colonne où se trouve le zéro, on laisse, par la pensée, 9 sur le zéro, et on réduit la dizaine restante en dix unités que l'on ajoute au chiffre qui est trop faible.

D. S'il y a plusieurs zéros, que faut-il faire ?

R. S'il y a plusieurs zéros, il faut prendre sur le premier chiffre significatif une unité que l'on réduit en une dizaine de l'unité immédiatement inférieure ; on en laisse 9 à ce rang, et on réduit l'unité conservée en une dizaine de l'ordre inférieur suivant, ainsi de suite jusqu'au dernier chiffre, auquel la dernière dizaine est ajoutée.

D. Comment fait-on la preuve de la soustraction ?

R. On fait la preuve de la soustraction en additionnant le plus petit nombre avec la différence ; la somme doit égaler le plus grand.

§. VII.

DE LA MULTIPLICATION.

D. Qu'est-ce que la multiplication ?

R. La multiplication est une opération par laquelle on prend un nombre appelé *multiplicande* autant de fois qu'il est indiqué par un autre nombre appelé *multiplicateur* pour avoir un résultat qu'on nomme *produit.*

D. Comment distingue-t-on le multiplicande d'avec le multiplicateur ?

R. C'est que le multiplicande est ordinairement de même nature que le produit qu'on cherche.

D. Quel est le nom commun aux deux termes donnés pour une multiplication ?

R. On les nomme facteurs de la multiplication ou du produit.

D. Comment fait-on la multiplication lorsque le multiplicateur est un seul chiffre ?

R. Pour effectuer la multiplication lorsque le multiplicateur est un seul chiffre, après avoir placé le multiplicateur sous le multiplicande et tiré un trait sous ce dernier, on prend chacun des chiffres du multiplicande autant de fois que l'unité est contenue dans le multiplicateur ; si l'un des produits donne des dizaines de l'ordre qui est multiplié, on ne pose que les unités et on joint les dizaines au produit suivant, et ainsi de suite.

D. Que faut-il observer lorsque le multiplicateur est composé de plusieurs chiffres ?

R. Lorsque le multiplicateur est un nombre composé de plusieurs chiffres, on fait autant d'opérations particulières qu'il y a de chiffres dans ce multiplicateur, c'est-à-dire qu'après avoir multiplié par les unités on multiplie par les dizaines, mais on avance le produit d'un rang vers la gauche ; on multiplie ensuite par les centaines, ayant soin de placer au troisième rang le produit qu'elles donnent, &c.

D. Pourquoi avance-t-on d'une place le produit des dizaines, de deux celui des centaines, &c. ?

R. On avance d'une place le produit des dizaines, de deux celui des centaines, &c. parcequ'en multipliant les unités par des dizaines on ne peut avoir moins que des dizaines, &c.

D. Comment fait-on la multiplication lorsqu'il y a des zéros à l'un des facteurs ?

R. Si ces zéros sont au multiplicande, on les écrit simplement à chaque produit partiel de la multiplication, excepté le cas où on aurait des unités retenues, car alors on les écrirait au lieu du premier zéro. Si les zéros sont au multiplicande on les écrit également au produit partiel à la place indiquée par le rang qu'ils occupent et on continue la multiplication.

D. Comment connait-on ordinairement que la solution d'un problème exige une multiplication ?

R. On connait ordinairement que la solution d'un problème exige une multiplication lorsque la valeur de l'unité est désignée et qu'on demande celle de plusieurs ou celle de quelques parties de l'unité.

D. Que faut-il faire pour multiplier un nombre par par 10, 100, 1000, &c. ?

R. Pour multiplier un nombre par 10, 100, 1000, &c. il faut mettre après ce nombre autant de zéros qu'il y en a dans le nombre par lequel on multiplie, ainsi en multipliant 24 par 10 on aura 240 ; par 100 on aura 2400, &c.

D. Comment fait-on la preuve de la multiplication ?

R. On fait ordinairement la preuve de la multiplication par une autre multiplication dont l'un des facteurs égale la $\frac{1}{2}$ ou le $\frac{1}{3}$, le $\frac{1}{4}$ &c. d'un de ceux de la règle, et l'autre égale 2 fois, 3 fois, 4 fois, &c. l'autre facteur de la règle.

On peut aussi mettre le multiplicateur à la place du multiplicande et réciproquement.

D. Que faut-il savoir pour faire la multiplication ?

R. Il faut savoir par cœur la table qu'on appelle livret.

TABLE DE MULTIPLICATION.

2 fois	2 font	4
2	3	6
2	4	8
2	5	10
2	6	12
2	7	14
2	8	16
2	9	18
2	10	20
3 fois	3 font	9
3	4	12
3	5	15
3	6	18
3	7	21
3	8	24
3	9	27
3	10	30
4 fois	4 font	16
4	5	20
4	6	24
4	7	28
4	8	32
4	9	36
4	10	40
5 fois	5 font	25
5	6	30
5	7	35
5	8	40
5	9	45
5	10	50
6 fois	6 font	36
6	7	42
6	8	48
6	9	54
6	10	60
7 fois	7 font	49
7	8	56
7	9	63
7	10	80
8 fois	8 font	64
8	9	72
8	10	80
9 fois	9 font	81
9	10	90
10 fois	10 font	100

§ VIII.

DE LA DIVISION.

D. Qu'est-ce que la division ?

R. La division est une opération par laquelle on cherche l'un des facteurs d'un produit dont on connaît l'autre facteur et le produit.

Ainsi diviser 12 par 3, c'est chercher un nombre qui étant multiplié par 3, donne 12 au produit.

D. Comment nomme-t-on les termes donnés dans une division ?

R. Le nombre à diviser se nomme *dividende*, celui par lequel on divise se nomme *diviseur* et le résultat se nomme *quotient.*

D. Comment faut-il disposer les termes d'une division ?

R. Pour disposer les termes d'une division on place sur une même ligne le dividende et le diviseur séparés par un trait vertical, on souligne le diviseur, et on met le quotient dessous.

D. Comment fait-on la division ?

R. Pour effectuer la division on prend à gauche du dividende un nombre de chiffres suffisant pour contenir le diviseur, on écrit au quotient le nombre qui exprime combien de fois il y est contenu, ensuite on multiplie tous les chiffres du dividende par celui du quotient et on soustrait le produit de chaque chiffre de son correspondant au dividende. S'il y a encore un chiffre au dividende on l'écrit à la suite du reste et on opère de la même manière.

D. Comment connait-on le diviseur ?

R. Le diviseur est toujours le facteur connu.

D. Que faut-il faire pour diviser un nombre par 10, 100, 1000, &c.

R. Pour diviser un nombre par 10, 100, 1000, &c. il faut retrancher à sa droite, autant de chiffres qu'il y a de zéros dans le diviseur et les chiffres à droite seront le reste de la division. Ainsi pour diviser 2450 par 10 on aura 245 et rien de reste ; par 100 on aura 24 et 50 de reste, &c.

D. Comment connait-on ordinairement que la solution d'un problême exige une division ?

R. On connait ordinairement que la solution d'un problème exige une division lorsque la valeur de plusieurs unités étant donnée, on cherche celle d'une seule.

D. Comment fait-on la preuve de la division ?

R. La preuve de la division se fait ordinairement en multipliant le diviseur par le quotient et ajoutant au produit le reste de la division, s'il y en a un.

§ IX.

DES FRACTIONS.

D. Qu'est-ce qu'une fraction ?

R. Une fraction est une ou plusieurs parties de l'unité divisée en un nombre quelconque de parties égales. Par exemple si on partageait une pomme, une ligne, &c. en cinq parties égales, on aurait des fractions qu'on nommerait cinquièmes.

D. Comment représente-t-on les fractions ?

R. On représente les fractions par deux nombres placés l'un au-dessous de l'autre et séparés par un trait ; ainsi dans l'exemple d'une pomme partagée en cinq parties égales on écrirait : $\frac{1}{5}$ pour une partie, $\frac{2}{5}$ pour deux parties, $\frac{3}{5}$ pour 3 parties, &c.

D. Comment nomme-t-on les termes qui composent une fraction ?

R. Le nombre écrit au dessus du trait dans une fraction, se nomme *numérateur* et celui qui est au-dessous se nomme *dénomimateur.*

D. Que marque le dénominateur ?

R. Le dénominateur indique en combien de parties égales l'unité est divisée.

D. Que marque le numérateur ?

R. Le numérateur marque combien la fraction contient de parties de l'unité.

D. Quelle est en général la valeur d'une quantité représentée sous la forme de fraction ?

R. Une quantité représentée sous la forme de fraction vaut une unité lorsque le numérateur égale le dénominateur, comme dans $\frac{5}{5}$; elle vaut moins que l'unité lorsque le numérateur est plus petit que le dénominateur, comme dans $\frac{3}{5}$; elle vaut plus d'une unité lorsque le numérateur est plus grand que le dénominateur, comme dans $\frac{6}{5}$; etc.

§ X.

RÉDUCTIONS DES FRACTIONS.

D. Qu'est-ce qu'on entend par réductions des fractions ?

R. Par réductions des fractions on entend les divers changements qu'on fait subir aux fractions, sans que pour cela elles changent de valeur.

D. Quelles sont les principales réductions des fractions ?

R. Les principales réductions des fractions sont au nombre de quatre ;

La première consiste à réduire des entiers, ou des entiers et des fractions en une seule fraction.

La seconde consiste à extraire les entiers d'une fraction, lorsqu'elle en contient.

La troisième consiste à réduire une fraction à sa plus simple expression.

La quatrième consiste à mettre plusieurs fractions au même dénominateur.

D. Que faut-il faire pour réduire des entiers en fractions ?

R. Pour réduire des entiers en fractions, il faut multiplier ces entiers par le dénominateur donné ; le produit est le numérateur de la nouvelle fraction ; ainsi on réduirait 9 entiers en cinquièmes en multipliant 9 par 5, ce qui donnerait $\frac{45}{5}$. S'il y avait une fraction jointe aux entiers, il faudrait ajouter le numérateur au produit ; ainsi on réduirait 9 entiers $\frac{4}{5}$ en fraction en multipliant 9 par 5 et ajoutant 4 au produit, ce qui donnerait $\frac{49}{5}$.

D. Que faut-il faire pour extraire les entiers contenus dans une fraction ?

R. Pour extraire les entiers contenus dans une fraction, il faut diviser le numérateur par le dénominateur ; le quotient donnera les entiers ; le reste, s'il y en a un, devient le numérateur d'une fraction qui a pour dénominateur celui de la fraction primitive ; ainsi on trouverait que la fraction $\frac{45}{5}$ contient 9 entiers, et que la fraction $\frac{49}{5}$ contient 9 entiers $\frac{4}{5}$.

D. Que faut-il faire pour réduire une fraction à sa plus simple expression ?

R. Pour réduire une fraction à sa plus simple expression, il faut d'abord diviser les deux termes de cette fraction par un même nombre, et répéter cette opération sur les deux termes de la fraction résultante autant qu'elle pourra se faire. Par exemple, si l'on avait $\frac{120}{180}$ à réduire à sa plus simple expression, on pourrait d'abord diviser les deux termes par 2 et on aurait $\frac{60}{90}$, par 2 encore et on aurait $\frac{30}{45}$, par 3, on aurait $\frac{10}{15}$, et par 5 on aurait $\frac{2}{3}$ pour réponse.

D. Quels sont les nombres divisibles par 2, par 3, par 5, etc.

R. Tout nombre terminé par 0, ou par un chiffre pair est divisible par 2 ; tout nombre dont la somme des chiffres qui le composent, considérés comme des unités simples, est 3 ou un multiple de 3, est divisible par 3 ; tout nombre terminé par 0, ou par 5, est divisible par 5.

On pourrait encore diviser tout de suite les deux termes de la fraction par le plus grand commun diviseur.

D. Qu'est-ce qu'on entend par le plus grand commun diviseur de deux nombres ?

R. Par le plus grand commun diviseur de deux nombres on entend le plus grand nombre qui les divise chacun sans reste.

D. Que faut-il faire pour trouver le plus grand commun diviseur des deux termes d'une fraction ?

R. Pour trouver le plus grand commun diviseur des deux termes d'une fraction, il faut diviser le dénominateur par le numérateur ; s'il ne reste rien, le numérateur est le plus grand commun diviseur ; s'il y a un reste, il faut diviser le premier diviseur par le reste et continuer ainsi la division jusqu'à ce qu'elle se fasse sans reste. Le dernier diviseur qu'on aura employé sera le plus grand commun diviseur. Si on trouvait l'unité pour reste, la fraction serait irréductible.

D. Que faut-il faire pour réduire deux fractions au même dénominateur ?

R. Pour réduire deux fractions au même dénominateur, il faut multiplier les deux termes de la première par le dénominateur de la seconde, et les deux termes de la seconde par le dénominateur de la première.

Par exemple, pour réduire à un même dénominateur les deux fractions $\frac{2}{3}$ $\frac{3}{4}$, je multiplie 2 et 3 qui sont les deux termes de la première fraction chacun par 4, dénominateur de la seconde et j'ai $\frac{8}{12}$ qui est de même valeur que $\frac{2}{3}$. Je multiplie de même les deux termes 3 et 4 de la seconde fraction, chacun par 3, dénominateur de la première, et j'ai $\frac{9}{12}$ qui est de même valeur que $\frac{3}{4}$, en sorte que les fractions $\frac{2}{3}$ et $\frac{3}{4}$ sont changées en $\frac{8}{12}$ et $\frac{9}{12}$ qui sont respectivement de même valeur que les premières et qui ont un même dénominateur.

D. Que faut-il faire pour réduire trois fractions et même un plus grand nombre au même dénominateur ?

R. Si on a plus de deux fractions, on les réduira toutes au même dénominateur, en multipliant les deux termes de chacune par le produit résultant de la multiplication des dénominateurs des autres fractions.

§ XI.

DES OPÉRATIONS PAR FRACTIONS.

D. Comment fait-on l'addition des fractions ?

R. On effectue l'addition de fractions en ajoutant ensemble tous les numérateurs ; ensuite on divise la somme des numérateurs par le dénominateur commun pour avoir les entiers qui s'y trouvent. Si les fractions n'étaient pas au même dénominateur, il faudrait les y mettre avant d'en faire l'addition.

D. Comment fait-on la soustraction des fractions ?

R. On soustrait une fraction d'une autre fraction, ayant un même dénominateur, on retranche le numérateur de la plus petite du numérateur de la plus grande ; par exemple si de $\frac{8}{9}$ on veut ôter $\frac{5}{9}$, on aura pour reste $\frac{3}{9}$ ou $\frac{1}{3}$. Si les fractions ne sont pas au même dénominateur il faut les y mettre.

Si on avait des entiers et des fractions à soustraire d'autres entiers et fractions, et que dans ce cas la fraction de la plus petite somme fut plus forte que celle de la plus grande, on emprunterait sur le plus grand nombre, un entier qui vaudrait un entier. Ainsi pour ôter 7 $\frac{7}{8}$ de 9 entiers $\frac{5}{8}$, on emprunte sur le 9, 1 qui vaut $\frac{8}{8}$, lesquels ajoutés à $\frac{5}{8}$ font $\frac{13}{8}$. $\frac{7}{8}$ ôtés de $\frac{13}{8}$ il reste $\frac{6}{8}$ et ensuite 7 entiers ôtés de 8 qui restent donnent pour réponse l'entier $\frac{6}{8}$.

D. Comment fait-on la multiplication des fractions ?

R. Pour multiplier une fraction par une fraction, il faut multiplier le numérateur de l'une par le numérateur de l'autre et le dénominateur de l'une par le dénominateur de l'autre.

Par exemple, pour multiplier $\frac{2}{3}$ par $\frac{4}{5}$, on multipliera 2 par 4, ce qui donnera 8 pour numérateur : multipliant pareillement 3 par 5, on aura 15 pour dénominateur et par conséquent $\frac{8}{15}$ pour le produit.

D. Comment fait-on la division des fractions ?

R. Pour diviser une fraction par une fraction, il faut renverser les deux termes de la fraction diviseur et multiplier la fraction dividende par cette fraction ainsi renversée.

Par exemple, pour diviser $\frac{4}{5}$ par $\frac{2}{3}$, je renverse la fraction $\frac{2}{3}$, ce qui me donne $\frac{3}{2}$ selon la règle donnée et j'ai $\frac{12}{10}$ ou $1\frac{2}{10}$ pour le quotient de $\frac{4}{5}$ divisé par $\frac{2}{3}$.

§ XII.

FRACTIONS DE FRACTIONS.

D. Qu'est-ce qu'on appelle fractions de fractions ?

R. Par fractions de fractions on entend une suite de fractions dépendantes les unes des autres, comme si par exemple, on demandait quels sont les $\frac{2}{3}$ des $\frac{3}{4}$ de $\frac{5}{6}$ d'une unité.

D. Comment peut-on réduire ces sortes de fractions en une seule ?

R. Pour réduire les fractions de fractions en une seule, il faut multiplier entre eux tous les numérateurs et aussi entre eux tous les dénominateurs ; ainsi la réponse du problème ci-dessus est $\frac{30}{72}$ d'unité.

§ XIII.

RÉDUCTION DES POIDS ET MESURES ET DE L'ADDITION COMPOSÉE.

D. Qu'est-ce que la réduction des poids et mesures ?

R. La réduction des poids et mesures est la méthode de convertir un nombre donné d'une certaine dénomination dans un autre équivalent à la première.

D. Que faut-il faire pour réduire les unités d'une dénomination en unités de ses subdivisions ?

R. Pour réduire une unité en ses subdivisions, il faut multiplier le nombre donné par autant d'unités qu'il en faut de cette subdivision pour en former le nombre donné et y ajouter celle de la subdivision s'il y en a.

D. Que faut-il faire pour convertir des unités d'une plus basse dénomination en celle d'une plus haute ?

R. Pour réduire des unités d'une basse dénomination en une plus haute, il faut diviser le nombre donné par autant d'unités que la plus haute dénomination en contient de la plus basse ; le reste de chaque division est toujours de même nature que le dividende et ce reste doit être mis après chaque quotient.

D. Comment se fait l'addition composée ?

R. L'addition composée se fait comme celle des nombres simples ; après avoir mis les unités de même espèce les unes sous les autres, on commence par les unités de la plus petite espèce ; si la somme contient des unités de l'ordre supérieur on en fait la réduction et on les porte à la colonne suivante et on pose le reste, s'il y en a, à la colonne qu'on vient d'additionner.

§ XIV.

DE LA SOUSTRACTION ET MULTIPLICATION COMPOSÉES.

D. Comment se fait la soustraction composée ?

R. La soustraction composée se fait comme la soustraction simple; mais 1° quand on emprunte une unité, on la réduit en la même espèce que celles pour lesquelles on fait l'emprunt. 2° S'il y a de ces unités dans le nombre supérieur, on y joint l'unité empruntée ainsi réduite ; mais il est beaucoup plus facile d'opérer avec ce que l'on a emprunté et de joindre au reste ce que l'on avait avant que d'emprunter.

D. Comment se fait la multiplication composée ?

R. Si le multiplicateur est un nombre incomplexe, on multiplie d'abord les plus petites subdivisions du multiplicande, et ensuite ayant extrait les unités supérieures du produit, s'il y en a, on les ajoute aux unités immédiatement supérieures, ainsi de suite.

D. Que faut-il faire si le multiplicateur est un nombre complexe ?

R. Quand le multiplicateur est un nombre complexe, on multiplie d'abord par les unités principales comme dans la question précédente, ensuite pour les subdivisions on opère d'après la règle des parties aliquotes (Arith. 87.)

§ XV.

DIVISION COMPOSÉE.

D. Comment fait-on la division composée ?

R. Si le dividende est seul composé, on divisera les unités principales par le diviseur ; on réduira ce qui restera en unités de la deuxième espèce et on y ajoutera celles qui se trouvent au dividende et on les divisera comme les premières; ainsi de suite.

D. Que faut-il faire si le dividende et le diviseur sont de même espèce ?

R. Lorsque le dividende et le diviseur sont de même espèce, le quotient ne doit pas leur être semblable, alors il faut réduire le dividende et le diviseur à la plus petite espèce qui y soit contenue, ensuite opérer sur les unités du dividende comme si elles étaient de même nature que celle que l'on veut avoir au quotient.

D. Comment opère-t-on quand le dividende et le diviseur sont composés et d'espèces différentes ?

R. Quand le dividende et le diviseur sont d'espèces différentes, il faut réduire le diviseur à sa plus petite espèce, multiplier ensuite le dividende par le nombre qu'il faut de la plus petite unité du diviseur pour former la plus grande, et diviser ensuite comme dans le premier cas.

§ XVI.

RÈGLE DE TROIS.

D. Qu'est-ce que la règle de trois ?

R. La règle de trois est une opération à laquelle donne lieu l'énoncé d'un problème qui renferme quatre termes, dont trois étant connus servent à découvrir le quatrième.

D. Comment nomme-t-on les quatre termes de la règle de trois.

R. Le 1er et le 3me termes d'une règle de trois se nomment *antécédants* ; le 2me et le 4me *conséquents ;* le 2me et le 3me se nomment aussi *moyens,* le 1er et le 4me *extrêmes.*

D. Comment faut-il disposer ces quatre termes avant que d'opérer.

R. Il faut écrire les deux derniers nombres dans le même ordre que les deux premiers, c'est-à-dire, que le premier et le 3me doivent être de même nature ainsi que le 2me. et le 4me. On remplace le nombre inconnu par un x.

D. Comment opère-t-on ensuite ?

R. Si l'x est aux extrêmes, on fait le produit des deux moyens et on divise par l'extrême connu, s'il est aux moyens, on fait le produit des extrêmes et on divise par le moyen connu, le quotient donne la réponse.

D. Qu'est ce que la règle de trois composée ?

R. La règle de trois composée est celle dans laquelle plusieurs quantités concourent à former un même antécédent ou un même conséquent.

§ XVII.

DE LA RÈGLE D'INTÉRÊT ET D'ESCOMPTE.

D. Qu'est-ce que la règle d'intérêt ?

R. La règle d'intérêt est une opération par laquelle on trouve le profit d'une somme placée à tant pour cent par an.

D. Comment nomme-t-on les différentes sommes qui forment une règle d'intérêt !

R. On nomme *capital*, l'argent placé, *taux*, le profit que l'on tire du cent par an, et *rente*, le profit total.

D. Quelle est la formule à suivre pour la règle d'intérêt ?

R. La règle d'intérêt s'opère en suivant cette formule générale. *Cent est à tant pour cent multiplié par le temps comme le capital est à la rente.*

D. Qu'est-ce que la règle d'escompte ?

R. La règle d'escompte est une opération qui a pour but de déterminer la remise que fait un créancier, ou la perte à laquelle il se soumet, en faveur du paiement qu'on lui fait d'une somme avant l'échéance du terme.

D. Combien y a-t-il de sortes d'escompte ?

R. Il y a deux sortes d'escompte, l'escompte en *dedans*, et l'escompte en *dehors*.

D. En quoi consiste l'escompte en dedans ?

R. Il consiste à ne prendre que l'intérêt de la somme placée.

D. En quoi consiste l'escompte en dehors ?

R. Il consiste à prendre l'intérêt de toute une somme portée sur un billet avec l'intérêt des intérêts.

D. Comment calcule-t-on l'escompte en dedans ?

R. On calcule l'escompte en dedans en suivant cette formule, 100+*l'escompte pour* 100×*par le temps est à l'escompte pour* 100×*par le temps*::*la somme à escompter* : *x*.

D. Comment calcule-t-on l'escompte en dehors ?

R. L'escompte en dehors se calcule en suivant cette formule : 100 : *l'escompte pour* §×*par le temps*::*la somme à escompter* : *x*.

§ XVIII.

DE LA RÈGLE DE SOCIÉTÉ SIMPLE ET COMPOSÉE.

D. Qu'est-ce que la règle de société ?

R. La règle de société est une opération qui sert à partager entre plusieurs associés le profit ou la perte qui résulte de leur commerce.

D. Donnez la formule générale de la règle de société ?

R. La formule générale de la règle de société est ainsi exprimée : *La somme des mises*: *la somme à partager*::*chaque mise particulière*: *la part de chaque associé.*

D. Comment s'opère la règle de société composée ?

R. Pour opérer cette règle, il faut multiplier la mise de chaque associé par le temps qu'il l'a laissé dans la société, la somme de toutes les mises ainsi multipliées représentera le fonds de la société, et le reste s'opère comme la règle de société simple.