TRAITÉ D'ARITHMÉTIQUE,

CONTENANT

TOUTES LES OPÉRATIONS ORDINAIRES DU CALCUL,

LES FRACTIONS,

L'EXTRACTION DES RACINES,

LES PRINCIPES

POUR MESURER LES SURFACES ET LA SOLIDITÉ DES CORPS,

ENRICHI D'UN GRAND NOMBRE DE

PROBLÈMES À RÉSOUDRE,

POUR SERVIR D'EXERCICE AUX ÉLÈVES.

À L'USAGE DES ÉCOLES CHRETIENNES.

QUATRIÈME ÉDITION.

Montreal:

IMPRIMÉ PAR LOVELL ET GIBSON, RUE ST. NICOLAS.

1847.

PRÉFACE.

CET ouvrage est divisé en Trois Parties. La 1^{e}. contient les définitions et la théorie des quatre premières règles simples et composées et des fractions absolues; la 2^{e}. la théorie des proportions et des règles qui en dépendent; la 3^{e}. les fractions des fractions, les fractions décimales, les racines, les progressions, etc.

L'expérience a démontré qu'un grand nombre de jeunes gens, qui connaissent parfaitement la manière d'opérer les quatre principales règles de l'Arithmétique, sont cependant embarrassés pour en faire l'application aux problèmes qui leur sont proposés, s'ils renferment la moindre difficulté. Pour obvier à cet inconvénient, nous avons placé, à la suite de chaque partie, un grand nombre de problèmes d'application, pour servir d'exercice à leur intelligence et leur faire contracter l'habitude du calcul.

Pour atteindre ce but, il est essentiel qu'avant de passer à la solution des problèmes, les élèves étudient et comprennent bien les définitions et les raisonnements qui concernent la règle qui doit être appliquée; car les explications, indiquant la marche qu'il faut suivre, et s'oubliant difficilement, lorsqu'elles sont bien saisies, deviennent des principes sûrs pour toutes les opérations dont elles sont la base fondamentale. Il est aussi très important de ne pas faire passer les élèves à une règle qu'ils ne sachent la précédente.

Nous avons placé à la suite de l'Arithmétique, des principes généraux pour mesurer les surfaces et la solidité des corps.

Nous n'avons pas mis les réponses à la suite des problèmes, afin d'obliger les élèves à entrer dans le sens de la question au lieu de se borner seulement à chercher, par une combinaison quelconque des nombres proposés, un résultat semblable à celui qui serait désigné pour réponse. Cette mesure diminuera le travail du maître, qui, sans être obligé d'examiner la marche que les élèves auront suivie, pourra se contenter de leur demander le résultat de leur opération, et de le confronter avec celui qu'il sait être le véritable. Il aura néanmoins l'attention d'interroger les moins capables de chaque ordre les premiers, et d'empêcher les communications réciproques. Cependant, lorsqu'il s'agira d'un problème difficile, on pourra faire écrire la réponse sur le tableau noir, après que les élèves l'auront cherchée avec application pendant un tems suffisant sans avoir réussi.

EXPLICATION

DES SIGNES DONT ON FERA USAGE DANS CET OUVRAGE.

Le signe S. signifie.........	schelling.
d..............................	denier.
$..............................	piastre.
£..............................	louis.
℔..............................	livre poids.
D..............................	demande.
R..............................	réponse.
Q..............................	question.
$-$..............................	moins.
$+$..............................	plus.
$\times$..............................	multiplié par.
$\frac{12}{4}$ ou $12 > 4$...............	12 divisé par 4.
$=$..............................	égal à.
$\frac{0}{0}$..............................	pour cent.
x..............................	terme inconnu.
Nr..............................	numérateur.
Dr..............................	dénominateur.
D. C............................	dénominateur commun.
$:$..............................	est à.
$::$..............................	comme.
$\sqrt{}^{2}$..............................	racine carrée à extraire.
$\sqrt{}^{3}$..............................	racine cubique à extraire.
$\div$..............................	progression arithmétique.
$\div\!\!\div$..............................	progression géométrique.

CHIFFRES ROMAINS.

I.	V.	X.	L.	C.	D.	M.
1.	5.	10.	50.	100.	500.	1000.

I.	1	XXIX	29
II	2	XXXI	31
III	3	XXXIV	34
IV	4	XXXIX	39
V	5	XL.	40
VI	6	XLVII	47
VII	7	XLIX	49
VIII	8	LI	51
IX	9	LX	60
X	10	LXXXI	81
XI	11	XCIV	94
XII	12	XCIX	99
XIII	13	CCCI	301
XIV	14	CD ou IVc	400
XV	15	DC ou IDC	600
XVI	16	CM	900
XVII	17	MC	1100
XVIII	18	MD	1500
XIX	19	MM ou IIm	2000
XX	20	MMM	3000
XXI	21	DCCCVI	806
XXII	22	Xm	10,000,000
XXIII	23	Cm	100,000,000
XXIV	24	DCCXCIX	799
XXV	25	MDCCXC	1790
XXVI	26	MDCCCXXIX	1829
XXVII	27	MDCCCXXXV	1835
XXVIII	28	MDCCCXLVII	1847

TRAITÉ D'ARITHMÉTIQUE.

PREMIÈRE PARTIE.

INTRODUCTION.

ORIGINE DE L'ARITHMÉTIQUE.

Quoique les besoins de la vie fussent beaucoup moins variés dans les premiers temps qu'ils ne le sont aujourd'hui, il est certain que, dès cette époque, il y avait peu d'hommes qui pussent se suffire à eux-mêmes et trouver, dans leurs possessions particulières, tout ce qui était nécessaire à leur bien-être. Cette insuffisance fut l'origine des échanges qui, d'abord, ne purent se faire qu'en nature, c'est-à-dire que l'un donnait une partie des choses qu'il avait en abondance pour en recevoir d'autres dont il manquait et réciproquement.

Cependant, les besoins s'étant multipliés, les échanges devinrent plus difficiles, surtout entre les populations éloignées les unes des autres; ils seraient même devenus impraticables, si la nécessité de les continuer n'eût fait naître l'idée d'attacher à quelques métaux une valeur de convention, équivalente, en quelque sorte, à celle qui était attribuée aux choses en nature; telle fut l'origine des monnaies, qui, dès le principe, s'apprécièrent au poids, et les échanges faits de cette manière prirent le nom de ventes.

Les développemens successifs du commerce rendirent de jour en jour les ventes plus compliquées et les évaluations plus difficiles. On sentit le besoin de méthodes promptes et sûres pour les effectuer de manière à garantir les intérêts divers qui se trouvaient sans cesse compromis. Les recherches faites à ce sujet donnèrent des résultats satisfaisans pour l'époque ; on les perfectionna dans la suite, et l'on parvint enfin à établir des règles fixes et certaines dont le résultat produisit la science qu'on appelle Arithmétique.

DÉFINITIONS PRÉLIMINAIRES.

1. L'Arithmétique est la science des nombres et du calcul.

2. On appelle nombre l'expression du rapport d'une *grandeur* quelconque comparée à *l'unité.*

3. Par *grandeur* ou *quantité* on entend tout ce qui est susceptible d'être augmenté ou diminué, comme les mesures, la valeur des choses, le tems, etc.

4. *L'unité* est la chose que l'on a en vue, comme terme de comparaison, lorsqu'il s'agit de compter, ou de désigner combien il y en a de semblables dans une quantité.

5. Les nombres, en général, se divisent en nombres *abstraits* et en nombres *concrets.*

6. On appelle nombres *abstraits* ceux dont la nature de l'unité n'est pas déterminée, comme, 1, 2, 6, 4, etc.

7. On appelle nombres *concrets* ceux dont la nature de l'unité est déterminée, comme 4 verges, 5 schellings, 6 toises, etc.

8. On appelle *complexes* les nombres dont les divisions respectives se rapportent à des unités différentes, comme 4 jours, 6 heures, 5 minutes ; et *incomplexes* ceux qui ne contiennent par de subdivisions, comme 4 jours, 8 degrés, etc.

9. Le calcul est l'art de composer ou décomposer les nombres par diverses opérations. Les opérations fondamentales de l'arithmétique sont l'addition, le soustraction, la multiplication, et la division ; mais avant de faire ces opérations, il faut savoir la numération.

Questions sur les définitions préliminaires.

1. Qu'est-ce que l'arithmétique?—2. Qu'appelle-t-on nombre? —3. Qu'entend-on par grandeur ou quantité?—4. Qu'est ce que l'unité?—5. Comment divise-t-on les nombres?—6. Qu'appelle-t-on nombres abstraits?—7. Qu'appelle-t-on nombres concrets? 8.—Qu'appelle-t-on nombres complexes?—9.—Qu'est-ce que le calcul.

NUMÉRATION. (1.) (*)

10. La numération est l'art de représenter et d'énoncer les nombres.

Par exemple, s'il agit d'une somme, l'écrire avec des caractères particuliers, ou énoncer sa valeur; d'une longueur, exprimer combien elle contient de mesures connues; d'une réunion d'hommes combien il y en a.

11. Pour représenter les nombres on se sert de dix caractères, qu'on nomme chiffres; les voici:

1,	2,	3,	4,	5,	6,	7,	8,	9,	0,
Un,	deux,	trois,	quatre,	cinq,	six,	sept,	huit,	neuf,	zéro.

12. Pour exprimer les autres nombres au-dessus de neuf, on est convenu que de dix unités simples on en ferait une seule à laquelle on donnerait le nom de *dizaine;* ainsi pour exprimer *quatorze* on écrira, 14; que de dix dizaines on ferait une seule unité, qui se nommerait *centaine;* ainsi *cent trente-sept* s'écrit 137; le premier chiffre à gauche exprime une centaine, le second 3 dizaines, et celui de la droite sept unités. De même dix centaines font un *mille;* et ainsi de suite.

13. Les chiffres ont deux valeurs, l'une absolue, et l'autre relative. 1°. La valeur absolue est celle qu'ils ont étant considérés seuls; 2°. La valeur relative est celle que leur donne le rang qu'ils occupent.

(*) Les chiffres placés à la fin des titres des spécialités marquent le No. des changements.

Ainsi dans 842, la valeur absolue du premier chiffre à gauche est 8, et sa valeur relative 8 centaines d'unités ou huit cents parce qu'il est au troisième rang; la valeur absolue du second chiffre est 4, et sa valeur relative 4 dizaines parce qu'il est au second rang; le 2 conserve sa valeur absolue. Le zéro n'a aucune valeur, sa seule fonction est de remplir les places vides.

1o. Pour énoncer aisément une quantité exprimée par un grand nombre de chiffres on la partage en tranches de trois chiffres chacune, en leur donnant les noms suivants: unités, mille, millions, billions, trillions, etc.; ainsi le nombre 345; | 678 | 907 | 654 | 326, s'exprime en disant: trois cent quarante cinq trillions, six cent soixante-dix-huit billions, neuf cent sept millions, six cent cinquante-quatre mille, trois cent vingt-six unités.

Questions sur la Numération.

10. Qu'est-ce que la Numération ?—11. De quoi se sert-on pour représenter les nombres ?—12. Que fait-on pour exprimer les autres chiffres au-dessus de neuf ?—13. Combien les chiffres ont-ils de valeurs ?—14. Que fait-on pour énoncer aisément une quantité exprimée par un grand nombre de chiffres ?

EXERCICES SUR LA NUMÉRATION.

Nombres à écrire en toutes lettres ou à faire lire. (*)

	Unités.		Unités.
1	14	11	570,607
2	60	12	9,006,014
3	400	13	92,100,121
4	806	14	800,800,003
5	6,004	15	400,000,901
6	4,068	16	8,794,015
7	80,067	17	35,000,918
8	68,096	18	75,007,077
9	650,005	19	30,150,900
10	990,660	20	45,040,110

(*) Quand les élèves sauront bien lire ces nombres, on pourra leur faire lire les nombres qui servent d'exercices à l'addition, soustraction, multiplication et division.

Nombres à écrire en chiffres.

21. Dix *unités*, vingt *unités*, quatre-vingt-six *unités*.

22. Vingt-sept *unités*, quarante-huit *unités*, soixante-cinq *unités*.

23. Soixante-quinze *unités*, quatre-vingt treize *unités*.

24. Soixante-douze *unités*, quatre-vingt-trois *unités*.

25. Cent *unités*, cent dix *unités*, cent dix-sept *unités*.

26. Cent vingt-quatre *unités*, cent trente *unités*, cent quarante-neuf *unités*.

27. Six cent deux *unités*, sept cent vingt-trois *unités*, huit-cent quarante-sept *unités*.

28. Quatre cent quatre-vingt-onze *unités*, cinq cent soixante-six *unités*.

29. Mille *unités*, mille une *unités*, deux mille six *unités*.

30. Trois mille sept *unités*, quatre mille quarante *unités*.

31. Sept mille huit *unités*, huit mil cent douze *unités*.

32. Neuf mille trente-et-une *unités*, dix-sept mille cinquante-quatre *unités*.

33. Trente-six mille neuf *unités*, cinquante cinq mille cinq cent deux *unités*.

34. Soixante-dix mille quarante *unités*, quatre-vingt mille quatre-vingt-sept *unités*.

35. Cent dix-sept mille cinq cent vingt-deux *unités*.

36. Quatre cent trente-cinq mille deux cent quatre-vingt-dix-sept *unités*.

37. Huit cent mille six cent quatre *unités*, six cent un mille deux *unités*.

38. Sept cent dix-huit mille trois cent deux *unités*, quatre mille quatre *unités*.

39. Deux millions six cent vingt-cinq mille quatre cent deux *unités.*

40. Dix millions six cent mille trois cent vingt-cinq *unités.*

41. Quarante-trois millions neuf cent mille vingt-quatre *unités.*

42. Deux cent millions six cent douze mille cinq cent quatre *unités.*

ADDITION. (2.)

15. L'addition est une opération par laquelle on joint ensemble plusieurs quantités de même espèce pour en faire un seul nombre ou total.

Ainsi l'opération par laquelle on trouverait la somme des nombres 6, 5, 4 et 3, serait une addition.

16. Par quantités de même espèce, on entend celles qui portent la même dénomination.

Ainsi on peut additionner des schellings avec des schellings, des verges avec des verges, des toises avec des toises, etc.; mais on n'additionne pas des schellings avec des verges, des toises avec des pieds, etc.

17. Pour bien poser l'addition, il faut écrire les nombres de manière que les unités soient sous les unités, les dizaines sous les dizaines, les centaines sous les centaines, etc., comme on le voit ci-dessous:

$$\begin{array}{r} 434678 \\ 1323 \\ 284 \\ 32 \\ 4 \end{array}$$

18. On commence l'addition par les chiffres de la première colonne à droite, afin que, dans les nombres entiers, on puisse porter les dizaines qui proviennent de l'addition des unités à la colonne des dizaines, et les centaines qui proviennent de la colonne des dizaines à la colonne des centaines, ainsi de suite.

EXEMPLE:

Quel est le total des trois nombres suivans: 428,635, et 874? Réponse, 1937 unités.

OPÉRATION:

	428
	635
	874
Total,	1937

Après avoir écrit les nombres les uns sous les autres, je commence par additionner les unités, en disant: 8 et 5 font 13, et 4 font 17; en dix-sept unités il y a une dizaine et sept unités ; j'écris 7 unités et je retiens une dizaine pour la porter au rang des dizaines. A la seconde colonne, qui est celle des dizaines, je dis: 1 de retenue et 2 font 3, et 3 font 6, et 7 font 13; en treize dizaines il y a une centaine et 3 dizaines; j'écris 3 au rang des dizaines, et je retiens 1 centaine. Je passe à la 3e colonne, en disant: 1 de retenue et 4 font 5, et 6 font 11, et 8 font 19 ; j'écris 9 au rang des centaines, et j'avance 1 au rang des mille, et j'ai 1937 pour la somme ou le total des trois nombres proposés.

19. Pour faire la preuve de l'addition il faut retrancher la première somme et faire l'addition des autres; ensuite additionner le nombre retranché avec la dernière somme, et si le total égale celui de la règle, l'opération est bien faite, comme on le voit dans l'exemple ci-après:

OPÉRATION.

	427
	642
	38
	129
	650
Total,	1886
	1459
Preuve,	1886

Ainsi, après avoir fait l'addition, j'ai retranché par une ligne le nombre 427: j'ai additionné les quatre autres nombres qui m'ont donné 1459, lequel ajouté avec 427 donne 1886: nombre qui égale le total de la règle.

Questions sur l'Addition.

15. Qu'est-ce que l'addition?—16. Qu'entendez-vous par quantités de même espèce?—17. Que faut-il observer pour bien poser l'addition?—18. Par où faut-il commencer l'addition?—19. Comment fait-on la preuve de l'addition?

Exercices sur la Numération et sur l'Addition.

Problème 43. Ecrivez en chiffres les nombres suivans: dix-huit unités, + quatre-vingt-quinze, + cent un, + cent cinquante, + trois cent dix, + six cent sept, et faites-en la somme.

P. 44. Quel est le total de six cents unités, + huit cent vingt-trois, + cinq cent un, + quarante-neuf, + neuf cent quarante, + sept cent cinquante-neuf, + deux cent quinze et cinq cent cinquante-cinq?

P. 45. Ecrivez huit cent dix unités, + neuf cent neuf, + six cent soixante-six, + sept cent quatre-vingt-dix, + deux cent soixante-dix-neuf, + neuf cent un, + cent onze, et dites-en le total.

P. 46. Ecrivez cent quatre-vingt-quinze unités, + deux cent onze, + cent dix, + cent quatre-vingt-dix-neuf, + huit cent un, + sept cent soixante-dix-sept, + neuf cent un.

P. 47. Quel est le total des nombres suivans: six cent quatre unités, + huit cent dix, + trois cent trente-trois + mille deux cent vingt-six, + trois mille quatre, + quatre mille quatre?

P. 48. Quelle est la somme totale de quatre mille six cent quarante-deux unités, + six mille neuf cent quinze, + mille vingt-quatre, + neuf mille deux cent dix-neuf ?

P. 49. Ecrivez deux mille neuf cent quatre-vingt-dix-sept, + vingt-trois mille six cent quinze, + douze mille six cent dix, + mille quinze, et dites-en le total.

P. 50. Quelle est la somme totale de dix-neuf mille deux cent vingt-trois unités, + cent vingt-cinq mille neuf cent soixante-dix-neuf, + cent quatre-vingt-neuf mille vingt-trois, + cent mille six cent dix, + trois mille trois cents?

P. 51. Ecrivez quinze mille huit cent soixante-dix-neuf unités, + quinze mille neuf cent cinquante-sept, + cent mille cent un, + huit cent dix mille sept cent quatre-vingt-dix-neuf, + neuf cent soixante-quinze mille vingt, + cent mille cent dix, et faites-en la somme.

P. 52. Ecrivez cent dix mille deux cents unités, + neuf mille cent quatre, + quatre mille six cent dix, + dix mille cent dix, + quatre-vingt-quinze mille trois cent trois + huit mille huit cent quatre-vingt-huit, et faites-en le total.

P. 53. Ecrivez neuf mille neuf cents unités, + sept mille trois, + soixante-neuf mille cent dix, + cent un mille cent onze, + cent onze mille cent dix, + cent deux mille cent vingt, et dites quelle en est la somme.

P. 54. Faites le total des nombres suivans: cent mille cent vingt-trois unités, + trois cent mille dix, + cent soixante-quinze mille neuf cent quatre-vingt-dix, + neuf cent mille neuf cent dix, + cinq cent vingt-cinq mille cinquante, + neuf cent mille quatre cent quarante-quatre.

P. 55. Quel est le total des nombres suivans: cent mille neuf cent quatre-vingt-dix-neuf unités, + cent millions un mille quatre cent quarante-quatre, + soixante-dix-sept millions sept cent soixante-dix-sept mille sept cent sept, + dix millions cent dix mille, + cent millions quatre-vingt-dix?

Autres exercices sur l'Addition.

(56.)	(57.)	(58.)	(59.)	(60.)
3214	1476	3264	4763	27
4704	5665	2415	423	407
8917	4763	2354	47	64
6406	5275	4732	604	6076
5234	4235	7649	37	491

61. 3460 + 2435 + 6253 + 4635 + 3456.

62. 3521 + 4235 + 5364 + 7182 + 2467.

63. 64075 + 3192 + 79608 + 25384 + 91670 + 4709 + 826.

64. 79356 + 24862 + 5893 + 91756 + 648 + 28753 + 6479.

65. 258118 + 74456 + 688 + 909475 + 32847 + 991116 + 93688 + 785495.

66. 4529375 + 9625440 + 7492736 + 4261674 + 18384525.

67. 25832941 + 78069552 + 65108344 + 89318575.

68. 27584995692 + 83429702756 + 164835258478.

69. 17248669 + 69363633 + 7894 + 371867 + 28746 + 85465884.

70. 4676075 + 91483 + 768748 + 4783827 + 457202536 + 84869.

71. 1006158 + 78028465 + 6714690 + 7891296 + 6978901.

72. 3640615 + 901232 + 5378975 + 345678914 + 8456789.

73. 91063453 + 49789141 + 436789 + 221459 + 769123689.

Problèmes sur l'Addition.

74. Une personne qui était née en 1742, est morte à l'âge de 89 ans: quelle est l'année de sa mort ?

75. Un régiment est composé de 3 bataillons dont le 1er. compte en effectif 940 hommes, le 2e. 947, et le 3e. 912: dire l'effectif de ce régiment?

76. Une pépinière contient 427 poiriers, 247 pommiers, 875 cerisiers, 563 pêchers, et 389 abricotiers: combien d'arbres en totalité?

77. Combien il y a-t-il d'élèves dans une maison d'éducation divisée en 5 classes de la manière qui suit: la 1e. contient 57 élèves; la 2e. 65; la 3e. 72; la 4e. 88; et la 5e. 129?

78. La population de la Martinique est d'environ 109,995 habitans; celle de l'Ile Bourbon, de 97,000;

celle du Sénégal, de 16,130; celle de la Guyane française, de 17,331, et celle de la Guadeloupe, de 112,113: dites combien il y a d'habitans dans ces 5 colonies.

79. Le nombre des naissances, en France, en 1829, a été de 986,709; en 1830, de 967,824; et en 1831, de 986,709: quel est le total des naissances pendant ces trois années?

80. Le nombre des décès, en France, en 1829, a été de 803,453; en 1830, de 809,830, et en 1831, de 802,761: dites le total des décès pendant ces trois années?

81. La marine française compte 33 vaisseaux de haut-bord, 38 frégates, 26 corvettes, et 29 bricks: combien compte-t-elle de navires de toutes grandeurs?

82. J'avais un certain nombre de louis, j'en ai perdu 155, j'en ai donné 4 au pauvres, il m'en reste encore 334: combien en avais-je?

83. Pour acquitter une dette, j'ai donné d'abord 3540 schelins, ensuite 643: quelle est cette dette sachant que je dois encore 364 schelins?

84. En 1829, la population a augmenté en France de 161,074: et en 1830, de 157,994: et en 1831, de 183,948: on demande le total de l'augmentation pendant ces trois années?

SOUSTRACTION. (3.)

20. La soustraction est une opération par laquelle on retranche un nombre d'un autre nombre, pour connaître de combien le plus grand surpasse le plus petit.

Ainsi, l'opération par laquelle on arriverait à connaître de combien 47 surpasse 23 serait une soustraction, car, pour obtenir ce résultat, il faudrait retrancher 23 de 47.

21. Le résultat de la soustraction se nomme reste, excès ou différence.

22. Pour faire la soustraction, on écrit d'abord le plus petit nombre sous le plus grand; ensuite on ôte les unités du plus petit de celle du plus grand, et on met le reste au-dessous de la même colonne; on ôte de même les dizaines, les centaines, etc. Si le chiffre inférieur est égal à son correspondant supérieur, on écrit zéro.

EXEMPLE.

Soit à trouver la différence entre ces deux nombres, 783 et 423.

OPÉRATION.

	783 unités.
	423
Différence cherchée,	360

Après avoir placé le plus petit nombre sous le plus grand, commençant par la droite, je dis: 3 ôtés de 3 reste 0, que j'écris dessous; ensuite 2 ôtés de 8, reste 6, que j'écris de même; enfin 4 ôtés de 7, reste 3. Le reste ou la différence est donc 360.

23. Si le chiffre inférieur est plus grand que le supérieur, on augmente, par la pensée, celui-ci de dix, valeur d'une unité du chiffre qui est immédiatement à gauche et qu'il faut ensuite considérer comme l'ayant de moins.

EXEMPLE :

Otez 483 de 876.

OPÉRATION :

	876
	483
Reste,	393

Pour faire cette opération, je dis: 3 ôtés de 6, reste 3. Ensuite 8 ôtés de 7, ne se peut: j'emprunte sur le chiffre à gauche une centaine qui vaut 10 dizaines, et 7 que j'ai font 17; alors je dis: 8 ôtés de 17, reste 9. Ayant emprunté sur le 8, il ne vaut plus que 7, je dis donc: 4 ôtés de 7, reste 3, que j'écris: de sorte que la différence ou le reste est de 393.

24. Si le chiffre sur lequel on doit emprunter est un zéro, il faut faire l'emprunt sur le chiffre suivant; mais comme une unité de ce chiffre en vaut dix de la colonne où se trouve le zéro, on en écrit 9 sur ce zéro et on réduit, par la pensée, la dizaine restante en dix unités, que l'on ajoute au chiffre qui est trop faible.

EXEMPLE :

Soit le nombre de 3408 dont il faille soustraire 1059.

OPÉRATION :

$$\begin{array}{r} 3408 \\ 1059 \\ \hline 2349 \\ \hline \end{array}$$

Comme on ne peut ôter 9 de 8, et qu'on ne peut emprunter sur le premier chiffre à gauche, puisqu'il n'a pas de valeur, on emprunte sur le 4 une centaine qui vaut dix dizaines, on en laisse 9 sur le zéro, on joint la dizaine restante aux 8 unités et on a 18, desquels ayant ôté 9 il reste 9; on ôte ensuite les 4 dizaines de 9 qu'on a laissées sur le zéro, il reste 5; le reste comme à l'ordinaire.

25. S'il y a un grand nombre de zéros, il faut prendre sur le premier chiffre significatif une unité que l'on réduit en une dizaine de l'unité immédiatement inférieure; on en laisse 9 à ce rang, et on réduit l'unité conservée en une dizaine de l'ordre inférieur suivant, ainsi de suite, jusqu'au dernier chiffre, auquel la dernière dizaine est ajoutée.

EXEMPLE :

De	50000
Otez	43454
	6546

Ne pouvant ôter 4 de 0, ni faire d'emprunt sur les zéros suivans je le fais sur 5; cette unité valant dix mille, j'en place 9 sur le premier zéro; je réduis l'unité de mille qui me reste en dix centaines, j'en place 9 sur le zéro suivant; je réduis la centaine qui reste en dix dizaines, j'en place 9 sur le troisième zéro; et il reste une dizaine de laquelle j'ôte 4, et il reste 6.

26. La preuve de la soustraction se fait en ajoutant la plus petite quantité avec la différence; si la somme égale la grande quantité, l'opération est juste.

EXEMPLE :

De 35078, on veut ôter 27899.

OPÉRATION :

	35078
	27899
Reste et réponse,	7179
Preuve,...........	35078

Pour faire la preuve de cette opération, j'ai ajouté la petite quantité 27899 avec la différence 7079, et j'ai eu pour total 35078, nombre égal au plus grand, d'où je conclus que l'opération est bien faite.

27. On peut encore faire la soustraction de la manière suivante et qui est plus expéditive dans la pratique:

Ainsi, dans l'exemple précédent, au lieu de diminuer le chiffre sur lequel on emprunte on augmente celui de dessous, et on opère ainsi : 9 ôtés de 18, (augmentant le chiffre supérieur de 10 s'il est plus faible), il reste 9 et je retiens 1 que j'ajoute au chiffre inférieur suivant disant : un de retenu et 9 font 10 ôtés de 17, il reste 7 et je retiens 1 ; 1 et 8 font 9 ôtés de 10 reste 1 ; etc.

Questions sur la Soustraction.

20. Qu'est-ce que la soustraction?—21. Comment nomme-t-on le résultat de la soustraction?—22. Comment fait-on la soustraction?—23. Mais si le chiffre inférieur est plus grand que son correspondant, que faut-il faire?—24. Si le chiffre sur lequel on doit emprunter est un zéro, que faut-il faire?—25. S'il y a grand nombre de zéros, que faut-il faire?—26. Comment fait-on la preuve de la soustraction?—27. Comment peut-on encore faire la soustraction?

Exercices sur la Soustraction.

85.	De..............428	ôtez..............217
86.	" 973	" 742
87.	" 835	" 539
88.	" 3900	" 351
89.	" 1571	" 945
90.	" 49469	" 15574
91.	" 7070	" 5075
92.	" 79906	" 16134
93.	" 190540	" 30409
94.	" 90000005	" 39557
95.	" 405907	" 55595
96.	" 8950076	" 4137976
97.	" 14003325	" 988827
98.	" 15989700	" 154379
99.	" 21530600	" 737898
100.	" 945000090	" 1500734
101.	" 337008974	" 40073049
102.	" 90555549	" 9900099
103.	" 97660054	" 14550045

104.	De...4184545945	ôtez....178809709
105.	" 154400000	" 91791994
106.	" 37908089	" 5545737
107.	" 83000443	" 99888
108.	" 97021901	" 400394
109.	" 190054009	" 4590489
110.	" 141000000	" 700909
111.	" 127321155	" 1300475
112.	" 10007449	" 9068073
113.	" 909005409	" 3740055

Problèmes sur la Soustraction.

P. 114. Trouver la différence de 7041 à 6942.

P. 115. Quel est l'excédant de 85450 sur 54498 ?

P. 116. La différence de deux nombres est 880, le plus grand est 1200: quel est le plus petit?

P. 117. Quel est le nombre qui deviendrait 650, si on y ajoutait 45?

P. 118. Un père et son fils ont ensemble 160 ans, le père en a 92: quel est l'âge du fils?

P. 119. Quel est le nombre qui deviendrait 8809, si on l'augmentait de 756 ?

P. 120. Un père avait 30 ans lorsque son fils naquit: quel sera l'âge du fils lorsque le père aura 95 ans?

P. 121. Quel nombre faut-il ajouter à 357 unités pour avoir 8000 unités?

P. 122. Louis XIV, monta sur le trône en 1643, et mourut en 1715, combien d'années a-t-il régné?

P. 123. On compte 150,814 habitans à Lyon et 146,239 à Marseille, quelle est la différence entre les populations de ces deux villes?

P. 124. Pharamond monta sur le trône de France en 420: combien y a-t-il eu d'années en 1840, que cet évènement a eu lieu?

P. 125. En 1832, il mourut 44462 personnes dans la ville de Paris, dont 18602 cholériques: combien en mourut-il d'autres maladies?

P. 126. La première croisade eut lieu en 1096, et la septième et dernière, en 1270; combien d'années ont duré ces expéditions lointaines?

P. 127. Sous Philippe-le-Bel la population de Paris était de 125,000 habitans; en 1837, elle était de 909,126; de combien avait-elle augmenté à cette époque?

P. 128. L'église métropolitaine de Paris fut commencée en 1162: combien faut-il encore attendre d'années, à partir de 1844, pour qu'elle ait 800 ans d'existence?

P. 129. Un fermier devait £7887 à son propriétaire, il donne £995: combien lui doit-il encore?

P. 130. Les Israélites partirent de l'Egypte l'an du monde 2513, et le temple de Salomon fut bâti l'an du monde 3000: combien s'est-il passé d'années entre ces deux évènemens?

P. 131. La poudre à canon fut inventée en 1302: combien d'années se sont écoulées depuis son invention jusqu'en 1844?

MULTIPLICATION. (4.)

28. La multiplication est une opération par laquelle on prend un nombre, qu'on appelle *multiplicande*, autant de fois qu'il est indiqué par un autre nombre, appelé

multiplicateur, pour avoir un résultat qu'on nomme *produit.*

Ainsi pour avoir le résultat de 3 verges de toile à 4 schelins la verge, il faut faire la multiplication, parce qu'il faut prendre 3 fois 4 pour avoir 12.

29. Le multiplicande est le nombre que le sens du problème indique devoir être répété: il est ordinairement de même nature que le produit.

Ainsi dans cet exemple: la verge de drap coûte 25 schelins, combien coûteront 6 verges? le multiplicande est 25 sch. parce que c'est le nombre qu'il faut répéter 6 fois pour avoir le prix de six verges; il est aussi de même nature que le produit cherché, et le multiplicateur est 6 verges.

30. Le multiplicande et le multiplicateur se nomment facteurs de la multiplication ou du produit.

Pour opérer facilement la multiplication, il faut savoir par cœur, la table suivante:

TABLE DE MULTIPLICATION.

2	fois 1	font	2	3	fois 1	font	3	4	fois 1	font	4
2	2		4	3	2		6	4	2		8
2	3		6	3	3		9	4	3		12
2	4		8	3	4		12	4	4		16
2	5		10	3	5		15	4	5		20
2	6		12	3	6		18	4	6		24
2	7		14	3	7		21	4	7		28
2	8		16	3	8		24	4	8		32
2	9		18	3	9		27	4	9		36
2	10		20	3	10		30	4	10		40
2	11		22	3	11		33	4	11		44
2	12		24	3	12		36	4	12		48

5	fois	1	font	5	6	fois	1	font	6	7	fois	1	font	7
5		2		10	6		2		12	7		2		14
5		3		15	6		3		18	7		3		21
5		4		20	6		4		24	7		4		28
5		5		25	6		5		30	7		5		35
5		6		30	6		6		36	7		6		42
5		7		35	6		7		42	7		7		49
5		8		40	6		8		48	7		8		56
5		9		45	6		9		54	7		9		63
5		10		50	6		10		60	7		10		70
5		11		55	6		11		66	7		11		77
5		12		60	6		12		72	7		12		84

8	fois	1	font	8	9	fois	1	font	9	10	fois	1	font	10
8		2		16	9		2		18	10		2		20
8		3		24	9		3		27	10		3		30
8		4		32	9		4		36	10		4		40
8		5		40	9		5		45	10		5		50
8		6		48	9		6		54	10		6		60
8		7		56	9		7		63	10		7		70
8		8		64	9		8		72	10		8		80
8		9		72	9		9		81	10		9		90
8		10		80	9		10		90	10		10		100
8		11		88	9		11		99	10		11		110
8		12		96	9		12		108	10		12		120

11	fois	1	font	11	12	fois	1	font	12
11		2		22	12		2		24
11		3		33	12		3		36
11		4		44	12		4		48
11		5		55	12		5		60
11		6		66	12		6		72
11		7		77	12		7		84
11		8		88	12		8		96
11		9		99	12		9		108
11		10		110	12		10		120
11		11		121	12		11		132
11		12		132	12		12		144

31. Pour effectuer la multiplication, lorsque le multiplicateur est un seul chiffre, après avoir placé le multiplicateur sous le multiplicande, et tiré un trait sous ce dernier, on prend chacun des chiffres du multiplicande autant de fois que l'unité est contenue dans le multiplicateur ; si l'un des produits donne des dixaines de l'ordre qui est multiplié, on ne pose que les unités, et on joint les dizaines au produit suivant.

EXEMPLE:

On veut multiplier 532 par 4, quel sera le produit?

OPÉRATION.

$$\begin{array}{r} 532 \\ 4 \\ \hline 2128 \end{array}$$

Pour faire cette opération, je multiplie d'abord les unités, en disant: 4 fois 2 font 8; j'écris 8 sous les unités. Je passe au second chiffre en disant: 4 fois 3 dizaines font 12 dizaines, j'écris 2 dizaines et je retiens 1 centaine, pour la joindre au troisième produit, que je fais en disant: 4 fois 5 centaines font 20 centaines et 1 de retenue font 21, que j'écris en entier, parce qu'il n'y a plus rien à multiplier. Le nombre 2128 est le produit demandé, car il contient 4 fois le multiplicande. En effet, il renferme 4 fois les unités, 4 fois les dizaines, et 4 fois les centaines: il renferme donc 4 fois tout le nombre 532.

32. On connaît ordinairement que la solution d'un problème exige une multiplication lorsque la valeur de l'unité est désignée, et qu'on demande celle de plusieurs, ou celle de quelques parties de l'unité.

EXEMPLE:

On sait que 25 schelins sont la valeur d'une toise d'ouvrage, combien coûteront 15 toises du même ouvrage?

Dans cet exemple on connaît le prix d'une toise, et on demande celui de 15; le produit sera évidemment égal à 15 fois celui d'une toise; le problème exige donc une multiplication.

33. Lorsque le multiplicateur est un nombre composé de plusieurs chiffres, on fait autant d'opérations particulières qu'il y a de chiffres, dans le multiplicateur, c'est-à-dire qu'après avoir multiplié par les unités, on multiplie par les dizaines, mais on avance le produit d'un rang vers la gauche; on multiplie ensuite par les centaines, ayant soin de placer au troisième rang le produit qu'elles donnent, etc.

Nota.—On doit toujours poser le premier chiffre qui vient au produit sous celui qui multiplie; ainsi dans l'exemple suivant: multipliant 6 par 8, j'ai 48; je pose le 8 sous le 6; multipliant par le 5 il vient 40, je pose le 0 sous le 5; etc.

EXEMPLE:

Soit 218 à multiplier par 456.

OPÉRATION:

218	
×456	
1308	produit des unités.
1090	produit des dizaines.
872	produit des centaines.
99408	produit total.

Pour faire cette opération, après avoir multiplié par les unités, comme dans l'exemple précédent, je passe aux dizaines, je multiplie de la même manière le multiplicande 218 par 5, et j'avance le produit d'un rang, c'est-à-dire que je le porte sous les dizaines, etc. Je multiplie ensuite par les centaines, ayant soin d'avancer encore d'une place le produit qui en résulte, c'est-à-dire que je l'écris sous les centaines, etc.

34. On avance d'une place le produit des dizaines; de deux celui des centaines, etc., parce qu'en multipliant les unités par des dizaines on ne peut avoir moins que des dizaines. En effet 10, qui est le plus petit nombre qui puisse exprimer des dizaines, multiplié par 1, qui est le plus petit nombre qui puisse exprimer des unités, donne 10. Par une raison analogue, en multipliant des unités par des centaines, on doit avoir des centaines, et c'est pour cela qu'on en porte le produit sous les centaines.

35. On fait ordinairement la preuve de la multiplication par une autre multiplication, dont l'un des facteurs égale la $\frac{1}{2}$, le $\frac{1}{3}$, le $\frac{1}{4}$, etc., d'un de ceux de la règle, et l'autre égale 2 fois, 3 fois, 4 fois, etc., l'autre facteur de la règle.

On peut aussi faire la preuve en changeant les deux facteurs ; c'est-à-dire, en mettant le multiplicateur à la place du multiplicande et réciproquement comme dans le 2^{me} exemple.

Preuve de l'opération précédente.

1er EXEMPLE :

Moitié du multiplicande,	109	
Double du multiplicateur,	912	
	218	produit des unités.
	109	produit des dizaines.
	981	produit des centaines.
	99408	produit total égal à celui de la règle.

2^{me} EXEMPLE :

```
   456
   218
  ----
  3648
  456
 912
 -----
 99408
```

Pour justifier la méthode du premier exemple, il faut remarquer qu'ayant pris la moitié du multiplicande, si on ne le multiplie que par le multiplicateur primitif, le produit ne sera que la moitié de celui de la règle ; il faut donc pour établir la compensation, doubler le multiplicateur, ainsi des autres.

36. S'il y avait un zéro dans l'un des facteurs, ou dans les deux facteurs, on opérerait comme dans l'exemple suivant:

On veut multiplier 109080 par 36050?

OPÉRATION:

```
      109080
       36050
      ------
     5454000
    6544800
   327240
  ----------
Produit, 3932334000
```

Pour faire cette multiplication, j'écris d'abord le dernier zéro du multiplicateur au rang des unités, puis je multiplie par le 5 en disant: 5 fois zéro ne donne rien, j'écris zéro à la gauche de celui des unités, c'est-à-dire au rang des dixaines. Je continue en disant: 5 fois 8 font 40, j'écris 0 et je retiens 4. Puis 5 fois zéro ne donne rien, mais j'ai 4 de retenue que j'écris; j'opère de même pour le 9, etc. Passant au zéro, qui, dans le multiplicateur occupe le rang des centaines, je l'écris sous le même rang, au produit, et je passe au 6 en disant: 6 fois zéro ne donne rien, j'écris 0 au rang des mille, etc. Le produit du 3 doit être écrit également sous le rang des dizaines de mille, parce qu'il exprime lui-même des dizaines de mille; le reste à l'ordinaire.

37. Pour multiplier un nombre par 10 il faut ajouter un 0 à ce nombre: ainsi multipliant 27 par 10 on a 270; pour multiplier par 100, il faut ajouter deux zéros, etc., ajoutant autant de zéros qu'il y en a dans le nombre par lequel on multiplie.

Questions sur la Multiplication.

28. Qu'est-ce que la multiplication?—29. Qu'est-ce que le multiplicande?—30. Quel est le nom commun aux deux termes de la multiplication?—31. Comment fait-on la multiplication, lorsque le multiplicateur est un seul chiffre?—32. Comment connait-on ordinairement que la solution d'un problème exige une multiplication?—33. Que faut-il faire lorsque le multiplicateur est un nombre composé de plusieurs chiffres?—34. Pourquoi avance-t-on d'une place le produit des dizaines, de deux celui des centaines, etc.?—35. Comment fait-on ordinairement la preuve de la multiplication?—36. Que faut-il faire lorsqu'il y a un zéro dans l'un des facteurs?—37. Que faut-il faire pour multiplier un nombre par 10, par 100, par 1000, etc.?

Exercices sur la Multiplication.

132.	749×46	152.	3803607×74090
133.	8386×57	153.	7654208×20963
134.	97248×865	154.	80097×74269
135.	867894×996	155.	192740×32730
136.	84966×7649	156.	68940×4090
137.	96824×4696	157.	900007×700608
138.	6654×789	158.	4300407×700608
139.	76496×87969	159.	460004×99804
140.	7674×12478	160.	960076×90708
141.	3696×819162	161.	690800×456007
142.	69421×21754	162.	7006924×540086
143.	3684×3456	163.	896763×907090
144.	4321×987654	164.	1864321×609649
145.	756849×74323	165.	2465783×3686407
146.	980708×70469	166.	7240036×4029008
147.	43×89006	167.	879146×370854
148.	4916×69678	168.	896385×66874
149.	43208×4962	169.	378569×700000
150.	409×5400	170.	3486000×850000
151.	90480×9007	171.	7146874×8191467

Problèmes sur la Multiplication.

P. 172. Quel est le produit de 48 par 637 ?

P. 173. Multipliez 4906905 par 789, et dites-en le produit.

P. 174. Faites le produit de 4090087 par 20708.

P. 175. On demande le produit de 8475 par 49,875 ?

P. 176. Combien y a-t-il de lettres dans un volume de 719 pages, si chacune renferme 1539 lettres?

P. 177. Un édifice a 295 croissées, chaque croisée est de 24 carreaux: combien de carreaux dans tout l'édifice?

P. 178. Combien compte-t-on d'arbres dans une plantation composée de 95 rangées, si chaque rangée en contient 178?

P. 179. Une bibliothèque renferme 75 rayons, et chaque rayon contient 86 volumes: combien y a-t-il de pages si chaque volume est, terme moyen, de 420 pages?

P. 180. Quelle est la surface d'une chambre qui a 30 pieds de long sur 25 de large ?

P. 181. Un maître d'atelier emploie 20 ouvriers, qui gagnent chacun 3 schellings par jour: quelle somme leur devra-t-il après 50 jours de travail?

P. 182. Un embarquement est composé de 15 vaisseaux sur chacun desquels il y a 369 hommes: combien y en a-t-il en tout?

P. 183. Six paniers pleins de pommes en contiennent chacun 15 douzaines: combien en contiennent-ils ensemble?

DIVISION. (5.)

38. La division est une opération par laquelle on cherche l'un des facteurs d'un produit dont on connaît l'autre facteur et ce produit.

Ainsi diviser 12 par 3, c'est chercher un nombre qui, étant multiplié par 3, donne 12 au produit. Le produit se nomme *dividende*, le facteur connu *diviseur*, et celui qu'on cherche *quotient*.

39. Pour disposer les termes de la division, on place sur une même ligne le dividende et le diviseur séparés par un trait vertical, on souligne le diviseur et on met le quotient dessous.

EXEMPLE.

Dividende 18	6 Diviseur.
18	
0	3 Quotient.

Ayant écrit le dividende et le diviseur comme il vient d'être dit, on examine combien de fois le nombre 6 est contenu dans 18; on voit qu'il y est trois fois; on les porte au quotient, ensuite on multiplie le diviseur par ce quotient; on porte le produit 18 sous le dividende, et on l'en soustrait; comme il ne reste rien on en conclut que le dividende contient le diviseur 3 fois exactement ou que 3 est le nombre par lequel il faut multiplier 6 pour que le produit égale le dividende.

40. On connaît ordinairement que la solution d'un problème exige une division lorsque la valeur de plusieurs unités étant donnée, on cherche celle d'une seule.

Exemple: 36 toises d'ouvrage ont coûté 324 schellings, à combien revient la toise?

Dans ce problème on connaît la valeur de plusieurs unités et on demande celle d'une seule: sa solution exige donc une division.

41. Le diviseur est toujours le facteur connu; ainsi dans l'exemple suivant: 75 sch. sont le prix de 5 toises;

à combien revient la toise? Le nombre 5 est le diviseur parce qu'il est le nombre qui, multiplié par le prix de la toise, doit donner 75 schellings pour produit.

42. On connaît le nombre de chiffres qu'il y aura au quotient en séparant du dividende autant de chiffres à gauche qu'il en faut pour contenir le diviseur ; le nombre de chiffres qui restent au dividende, plus un, indique le nombre de chiffres qu'il y aura au quotient.

43. Lorsque l'énoncé d'une division est tel que le quotient doit avoir plusieurs chiffres, par exemple, des centaines, des dizaines et des unités, on fait d'abord la division des centaines, puis celle des dizaines et enfin celle des unités. Soit 4689 à diviser par 9.

OPÉRATION.

```
46. 89 | 9
       |----
45     | 521
--
 18
 18
 --
  09
   9
   -
   0
```

Après avoir séparé les centaines par un point, je dis: en 46 combien de fois 9? il y est 5 fois ou 5 centaines de fois; je mets le chiffre 5 au quotient, ensuite j'écris 45, produit de 5 par 9, sous 46; je fais la soustraction, et il reste une centaine que je réduis en dix dizaines par la pensée, j'y ajoute les 8 que j'ai au dividende, ce qui fait 18 dizaines. Je les divise par 9, en disant: en 18 combien de fois 9? il y est 2 fois ou deux dizaines de fois; je les écris au quotient; je multiplie ce nombre par 9 et je porte le produit 18 sous le dividende; je l'en soustrais, et il reste zéro.

J'écris à côté du zéro les unités du dividende, et je recommence la division en disant: en 9 combien de fois 9 ? il y est une fois, j'écris 1 au quotient, et je porte le produit du diviseur par ce nombre sous le dividende pour l'en soustraire; comme il reste zéro, j'en conclus que 521 est le quotient de 4689 par 9, ou le nombre par lequel il faut multiplier 9 pour avoir un produit égal au dividende; ce qu'il est aisé de vérifier en effectuant la multiplication.

44. Dans chaque division partielle il faut observer cinq choses: 1°. que le produit du diviseur par le chiffre qu'on écrit au quotient doit toujours être moindre que le dividende partiel duquel il doit être soustrait, ou lui être égal; 2°. que le reste de chaque division doit toujours être moindre que le diviseur, autrement ce quotient devrait être augmenté d'une ou plusieurs unités; 3°. qu'il ne peut jamais y avoir plus de 9 au quotient pour chaque division partielle, autrement le chiffre qu'on a mis au quotient précédemment serait trop faible ; 4°. qu'il faut toujours poser un chiffre au quotient chaque fois qu'on en descend un du dividende; 5°. si après avoir descendu un chiffre le dividende partiel ne contient pas le diviseur, il faut poser un 0 au quotient avant de descendre un autre chiffre.

45. 1°. Pour diviser un nombre par 10 il faut retrancher un chiffre à sa droite; 2 pour 100; 3 pour 1000, etc.; les chiffres retranchés sont le reste de la division et les chiffres à gauche en sont le quotient.

2°. Pour diviser un nombre par 5, il faut le multiplier par 2 et le diviser par 10.

46. La preuve de la division se fait ordinairement en multipliant le diviseur par le quotient, et ajoutant au produit le reste de la division, s'il y en a un.

EXEMPLE.

On veut diviser 8467 par 8 : dites le quotient.

OPÉRATION.		PREUVE.	
8467	8	1058	
8	1058	8	
046		8464	
40		3	reste
67		8467	
64			
3			

47. Lorsque le diviseur est un nombre composé de plusieurs chiffres, l'opération se fait de la même manière que la précédente.

Soit, par exemple, 4738 à diviser par 54.

	OPÉRATION.		PREUVE.
1er dividende partiel	473. 8	54	54
			87
	432.	87	378
2e dividende partiel	418		432
	378		40
	Reste 40		4738

Dans cette opération, le diviseur 54 étant plus grand que les deux premiers chiffres 47 du dividende, j'en prends trois pour faire le premier dividende partiel ; alors je dis : 47 contient 9 fois le nombre 5 ; mais 54 multiplié par 9 donnerait 486 qui est plus grand que 473, je ne dois donc mettre que 8 au quotient. Je l'écris en effet, et ayant multiplié 54 par 8, j'ai 432 à soustraire du premier dividende partiel ; il reste 41. J'écris 8 à la droite de ce nombre, et j'ai 418 pour deuxième dividende partiel; je dis donc: en 41 combien de fois 5? je vois qu'il ne peut y être contenu que 7 fois, j'écris 7 au quotient et je multiplie 54 par 7, et il vient 388, à soustraire de 418. L'opération finie je trouve 87 pour *quotient* et 40 pour *reste.*

Autre manière d'effectuer la Division.

48. La méthode qu'on a suivie dans les exemples précédens, en portant sous chaque dividende partiel le produit du diviseur par chaque chiffre du quotient, étant un peu longue, on fait ordinairement la soustraction, à mesure que l'on multiplie, sans écrire le produit, ainsi qu'on le voit dans l'exemple suivant:

Soit le nombre 8764 à diviser par 365.

	OPÉRATION.		PREUVE.
	8764	365	365
	1464	——	24
	——	24	——
Reste	004		1460
			730
			4 reste.
			——
			8764

Dans cette opération, je dis: en 8, combien de fois 3? il y est 2 fois, que je pose au quotient; puis muitipliant le diviseur, je dis: 2 fois 5 font 10, lesquels ôtés de 16, (parce que j'emprunte sur le 7 une unité qui vaut 10), il reste 6 et je retiens 1; 2 fois 6 font 12, et 1 de retenue font 13, lesquels ôtés de 17 reste 4, je retiens 1; enfin 2 fois 3 font 6, et 1 de retenue font 7, lesquels ôtés de 8 reste 1. J'écris le chiffre 4 pour former le second dividende partiel, et je dis: en 14 combien de fois 3, il y est 4, par lequel je multiplie 365, en ôtant le produit du second dividende, comme on a fait pour le premier, il reste 4, qu'il faut ajouter à la preuve.

49. On peut abréger la division dans les cas suivans: 1°. lorsque le diviseur est un seul chiffre; 2°. lorque le diviseur est le produit de deux nombres d'un seul chiffre; 3°. lorsqu'il est possible de supprimer autant de zéros au dividende qu'au diviseur.

1er. *Exemple.*	2me. *Exemple.*	3me. *Exemple.*
$2476 > 4$	$2649 \quad > \quad 24 = 6 \times 4$	$47000 > 700$
$\frac{1}{4}$ 619	$\frac{1}{6}$ 441 1er. reste 3	$= 470 > 7$
	$\frac{1}{4}$ 110 2e. reste $1 \times 6 + 3 = 9$	$\frac{1}{7}$ 67 reste 1

Dans le 1er. ex. j'ai dit le $\frac{1}{4}$ de 24 est 6 et rien de reste; le $\frac{1}{4}$ de 7 est de 1 pour 4, et il reste 3 qui valent 30 et 6 font 36; le $\frac{1}{4}$ de 36 est de 9 et rien de reste; le quotient de 2476 est donc de 619.

Dans le 2me. ex. j'ai pris les deux facteurs de 24, qui sont 6 et 4 parce que $6 \times 4 = 24$, et j'ai divisé d'abord par 6 en prenant le $\frac{1}{6}$ du dividende et il est venu 441 au quotient et 3 de reste; divisant ensuite ce quotient par 4, il est venu 110, quotient de 2649 par 24.

Nota.—Pour avoir le vrai reste de la division il faut multiplier le dernier reste par le 1er. diviseur et ajouter le 1er. reste au produit comme on le voit au 2me. ex. S'il y avait un 3me. diviseur et un 3me. reste il faudrait ajouter cette dernière somme au produit du 3me. reste par le 1er. et le 2me. diviseur, ainsi de suite.

Questions sur la Division.

38. Qu'est-ce que la division?—39. Comment faut-il disposer les termes de la division?—40. Comment connaît-on ordinairement que la solution d'un problème exige une division?—41. Comment connaît-on le diviseur?—42. Comment peut-on connaître combien il y aura de chiffres au quotient?—43. Comment fait-on la division lorsque le quotient doit être composé de plusieurs chiffres? 44. que faut-il observer dans chaque division partielle?—45. Que faut-il faire pour diviser un nombre par 10, par 100, etc.?—46. Comment fait-on la preuve de la division?—47. Comment fait-on la division lorsque le diviseur est un nombre composé de plusieurs chiffres?—48. Donnez-nous une méthode plus abrégée pour faire la division?—49. Quand peut-on abréger la divison, et comment?

Exercices sur la Division.

184. 47634752 ⩾ 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12.
185. 123467598 ⩾ 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12.
186. 30 ⩾ 5
187. 932 ⩾ 7
188. 4728 ⩾ 75
189. 6008 ⩾ 42
190. 4968 ⩾ 64
191. 39006 ⩾ 79
192. 94678 ⩾ 47
193. 30068 ⩾ 36
194. 41126 ⩾ 49
195. 67980 ⩾ 96
196. 432101 ⩾ 69
197. 470896 ⩾ 72
198. 680094 ⩾ 64
199. 666648 ⩾ 441
200. 767642 ⩾ 386
201. 634211 ⩾ 278
202. 124674 ⩾ 126
203. 964321 ⩾ 216
204. 7246579 ⩾ 612
205. 21181500 ⩾ 4707
206. 3077376 ⩾ 768
207. 1745000 ⩾ 349
208. 3416400 ⩾ 876
209. 3468578 ⩾ 576
210. 29565000 ⩾ 730
211. 25006630 ⩾ 463
212. 46005327 ⩾ 4509
213. 170874429 ⩾ 7429
214. 572985225 ⩾ 6345
215. 237333600 ⩾ 4709
216. 81267904 ⩾ 6174
217. 69267421 ⩾ 7186
218. 73690001 ⩾ 4027
219. 89064010 ⩾ 7908
220. 694735210 ⩾ 9087
221. 468904008 ⩾ 7064
222. 389006753 ⩾ 8004
223. 12347600 ⩾ 7061
224. 86742807 ⩾ 8906
225. 707070709 ⩾ 42060
226. 654380316 ⩾ 49060
227. 987654321 ⩾ 49066
228. 8606000041 ⩾ 60041
229. 61247680241 ⩾ 74085
230. 74238961401 ⩾ 48647
231. 9649646664 ⩾ 42867

Exercices sur la manière d'abréger la division.

232. 47689764 ⩾ 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12.
233. 98765421 ⩾ 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12.
234. 57642394 ⩾ 1°. 22; 2°. 27; 3°. 56.

235.	546789364 >	22	245.	48000 >	6000
236.	1943808741 >	27	246.	84500 >	900
237.	376471104 >	56	247.	460 >	230
238.	233048552 >	88	248.	36900 >	4500
239.	28517856 >	96	249.	6260 >	20
240.	622179063 >	99	250.	68600 >	30
241.	266584392 >	108	251.	476000 >	5400
242.	687074058 >	121	252.	760000 >	2200
243.	458820384 >	132	253.	64200 >	7000
244.	147473534 >	120			

Problèmes sur la Division.

254. Combien de fois 20 est-il contenu en 4840?

255. Par quel nombre faut-il diviser 2730 pour avoir 42?

256. J'ai acheté 96 rames de papier pour 806 sch.; à combien la rame?

257. Un homme a mis 36 jours pour faire 1098 milles; combien en a-t-il fait par jour?

258. On a payé 1296 sch. pour 36 douzaines de mouchoirs, à combien revient le mouchoir?

259. Quel est le nombre qui, multiplié par 341, donne 443641?

260. 21 caisses de harengs en contiennent 10841, combien y en a-t-il dans chaque caisse?

261. On lève la somme de £4824 dans 12 comtés; chaque comté est composé de six paroisses; combien lève-t on dans chaque paroisse?

262. Un facteur est 475, son produit par un autre facteur est 422218; trouvez cet autre facteur.

263. Ayant multiplié 655 par un autre nombre, on a obtenu 553125: quel est cet autre nombre?

264. Un volume in-4o. contient 3393400 lettres, chaque page contient 4465 lettres; quel nombre de pages y a-t-il dans le volume?

MONNAIES, POIDS ET MESURES,

USITÉS DANS LE CANADA.

50. *Cours actuel.*

2 sous............	font	1 penny ou denier	marqué	*d.*
12 pence..........	"	1 schelling.........	"	*s.*
5 schellings......	"	1 piastre............	"	$
20 schellings......	"	1 louis..............	"	£

51. *Monnaie des Etats-Unis.*

10 milles...................	font	1 cent.
10 cents..................	"	1 dime.
10 dimes.................	"	1 piastre.
10 piastres..............	"	1 aigle.

52. *Poids de Troie.*

24 grains *gr*..........	font	1 gros.	*gs.*
20 gros...........	"	1 once.	*on.*
12 onces................	"	1 livre.	*lb.*

53. *Poids d'Avoir-du-Poids.*

16 dragmes *dr*.......	font	1 once.	*on.*
16 onces...............	"	1 livre.	*lb.*
28 livres...............	"	1 quartdequintal.	*qr.*
4 quarts................	"	1 quintal.	*cwt.*
20 quintaux...........	"	1 tonneau.	*ton.*

54. *Mesures de longueur.*

ANGLAISES.			FRANÇAISES.			
12 lignes...	font	1 pouce.	12 points...	font	1 ligne.	*lg.*
12 pouces..	"	1 pied.	12 lignes...	"	1 pouce.	*po.*
3 pieds....	"	1 verge.	12 pouces..	"	1 pied.	*pi.*
5½ verges...	"	1 perche.	6 pieds....	"	1 toise.	*T.*
40 perches.	"	1 stade.	3 toises....	"	1 perche.	*pr.*
8 stades...	"	1 mille.	10 perches.	"	1 arpent.	*ar.*
3 milles...	"	1 lieue.	84 arpents.	"	1 lieue.	*li.*

55. *Mesures de Superficie.*

ANGLAISES.			FRANÇAISES.		
144 po. car.	font	1 pd. carré.	144 lig. car.	font	1 po. car.
9 pi.	"	1 verge.	144 po. car.	font	1 pi. car.
30¼ verges..	"	1 perche.	36 pieds...	"	1 toise.
40 perches	"	1 vergée.	9 toises...	"	1 perche.
4 vergées	"	1 acre.	100 perches	"	1 arpent.
640 acres...	"	1 mille.	7056 arpents	"	1 lieue.
9 milles....	"	1 lieue.			

56. *Mesures de Solides.*

ANGLAISES.			FRANÇAISES.		
1718 po.cub.	font	1 pi. cub.	1728 po.cub.	font	1 pi. cub.
27 pi.cub.	"	1 verge.	216 pi.cub.	"	1 toise.

57. *Mesures de Liquides.*

2 setiers.............	font	1 chopine.	*ch.*
2 chopines...........	"	1 pinte.	*pn.*
2 pintes.....	"	1 pot.	*pt.*
2 pots................	"	1 gallon.	*ga.*
42 gallons............	"	1 tierçon.	*tr.*
63 gallons............	"	1 barrique.	*br.*
2 barriques..........	"	1 pipe.	*pp.*
2 pipes,..............	"	1 tonne.	*ton.*

58. *Mesures de Capacité.*

2 chopines...........	font	1 pinte.	*pn.*
2 pintes...............	"	1 pot.	*pt.*
2 pots..................	"	1 gallon.	*ga.*
8 gallons.............	"	1 minot.	*m.*
8 minots..............	"	1 setier (quarter).	*set.*

59. *Mesure de Drap.*

La verge contient 3 pieds anglais.
5 verges font 4 aunes.

60. *Mesure de Temps.*

60 secondes ″	font	1 minute.	′.
60 minutes...............	"	1 heure.	*h.*
24 heures....	"	1 jour.	*j.*
7 jours....................	"	1 semaine.	*sem.*
4 semaines..............	"	1 mois.	*mo.*

52 semaines, un jour et 6 heures, ou 365 jours et 6 heures font une année. *an.*

RÉDUCTION DES POIDS ET MESURES. (6.)

61.—La réduction est la méthode de convertir un nombre donné d'une certaine dénomination dans un autre équivalent à la première; comme des louis en schellings, des schellings en louis, etc.; des livres en onces, etc.

62.—Pour réduire les unités d'une dénomination en unités de ses subdivisions, il faut multiplier le nombre donné par autant d'unités qu'il en faut de cette subdivision pour en former une de ce nombre donné et y ajouter celle de la subdivision s'il y en a.

63.—S'il y a plusieurs subdivisions, comme, par exemple, pour réduire £756 12s. $11\frac{3}{4}$d., alors on commence par celle de la plus haute dénomination et ensuite par celle qui vient immédiatement après, et ainsi de suite, comme dans l'exemple ci-après:

$$
\begin{array}{lrl}
\text{Exemple.} & \text{£}756 & 12\text{s. } 11\tfrac{3}{4}\text{d.} \\
 & \times 20 & \text{sch.} \\
\hline
 & 15120 & \\
 & +\ 12 & \\
\hline
\text{donne} & 15132 & \text{schellings} \\
 & \times\ 12\text{d} & \\
\hline
 & 30264 & \\
 & 15132 & \\
 & +\ 11 & \\
\hline
\text{donne} & 181595 & \text{pence} \\
 & \times\quad 4 & \\
\hline
 & 726380 & \\
 & +\ 3 & \\
\hline
\text{donne} & 726383 & \text{farthings pour réponse.}
\end{array}
$$

64. Pour convertir des unités d'une plus basse dénomination en celle d'une plus haute, il faut diviser le nombre donné par autant d'unités que la plus haute dénomination en contient de la plus basse; le reste de chaque division est toujours de même nature que le dividende, et ce reste doit être mis après chaque quotient.

EXEMPLE:

726383 farth>4

$\frac{1}{4}$ 181595 et $\frac{3}{4}$ de reste>12

$\frac{1}{12}$ 15132s. 11$\frac{3}{4}$d. de reste>20

$\frac{1}{20}$ £756 12s. 11$\frac{3}{4}$d. pour réponse.

Règle Générale.—1°. Pour réduire des grandes mesures en petites, il faut multiplier. 2°. Pour réduire des petites mesures en grandes, il faut diviser.

Exercices sur les Réductions. No. 50.

265. Combien y a-t-il de schellings 1°. dans £698; 2°. dans £147; 3°. dans 728?

266. Combien y a-t-il de pence 1°. dans 17 sch.; 2o. dans 47 sch.; 3°. dans 128 sch.?

267. Combien y a-t il de sch. et de pence 1°. dans £946 17s; 2°. dans £747 13s.; 3°. dans £74 15s. 7d.?

268. Combien y a-t-il de louis 1°. dans 27846 farthings; 2°. dans 47209 farthings?

269. Combien y a-t-il de sch. 1°. dans 47209 farth.; 2°. dans 76402 deniers?

270. Combien y a-t-il de louis, de sch., et de deniers dans 476820 farth.?

No. 52. *P. de Troie.*

271. Combien y a-t-il de grains 1°. dans 758 lbs. 2°. dans 19 lbs. 10 on. 3 gros 11 grains?

272. Combien y a-t-il de livres 1°. dans 96748 grains; 2°. dans 7492 gros?

273. Combien y a-t-il de grains 1°. dans 18 lbs. 18 gros; 2°. dans 11 on. 18 grains?

274. Combien y a-t-il de lbs. 1°. dans 75482 grains; 2o. dans 9628 gros?

No. 53. Avoir-du-Poids.

275. Combien y a-t-il de dragmes 1°. dans 56 ton. 7 cwt. 14 lbs. 13 dra.; 2°. dans 34 cwt. 3 qrs. 11 on.?

276. Combien y a-t-il d'onces 1°. dans 3 qrs. 14 lbs.; 2°. de dragmes dans 27 lbs. 10 dragmes?

277. Combien y a-t-il de tonneaux 1°. dans 96842648 dr.; 2°. dans 7842858 on.?

278. Combien y a-t-il de lbs. 1°. dans 64825 dr.; 2°. de cwt. dans 84624 on. 3°. de qrs. dans 67528 dr.?

No. 54. Mesures de longueur.

279. Combien y a-t-il de pouces 1°. dans 5 arp.; 2°. dans 9 per. 2 to.; 3°. dans 7 per. 1 to. 4 pi.?

280. Combien y a-t-il de lignes 1°. dans 4 to. 5 pi.; 2°. dans 3 per. 2 to. 6 lig.?

281. Combien y a-t-il d'arpents 1°. dans 476896 pieds; 2°. dans 6420000 toises?

282. Combien y a-t-il de toises 1°. dans 78642975 lignes; 2°. dans 624700 pouces?

283. Combien y a-t-il de pouces 1°. dans 37 perches 4 verg.; 2°. dans 5 stades 3 perches?

284. Combien y a-t-il de milles 1°. dans 96842627 pouces; 2°. dans 957428 verges?

No. 55. Superficies.

285. Dites le nombre de perches et de toises carrées qu'il y a dans 27 arp. 18 per.

286. Combien y a-t-il de toises carrées 1°. dans 18 arp. 22 per.; 2°. dans 47 arp. 57. per.?

287. Combien y a-t-il d'acres 1°. dans 476896 perches car.; 2°. dans 476437 pieds car.?

288. Combien y a-t-il de verges 1°. dans 6478978 lig. car.; 2°. dans 276000 pouces car.?

No. 56. Solides.

289. Combien y a-t-il de pouces cubes 1°. dans 470 tois.; 2°. dans 647 verges?

290. Combien y a-t-il de toises cub. 1°. dans 647 verges; 2°. dans 4786700 lig.?

No. 57. Liquides.

291. Réduisez 1°. 2 ton. 4 barriques en chopines; 2°. 2 barriques 23 gall. en pintes.

292. Dites 1°. le nombre de tonnes qu'il y a dans 2476360 chop.; 2°. dans 47689 gal.

No. 58. Capacité.

293. Réduisez 1°. 12 minots 4 gal. en chopine; 2°. 7 setiers 7 gal. en pintes.

294. Combien y a-t-il de setiers 1°. dans 247689 chop.; 2°. dans 47639 pots?

No. 59. Mesure de Drap.

295. Combien y a-t-il d'aunes dans 2476 verges?

296. Combien y a-t-il de verges dans 4768 aunes?

ADDITION COMPOSÉE. (7.)

65.—L'addition composée se fait comme celle des nombres simples; après avoir écrit les unités de même espèces les unes sous les autres, on commence l'addition par celles de la plus petite espèce, si leur somme ne compose pas une unité de l'espèce immédiatement supérieure, on l'écrit sous les unités de son espèce; si la somme contient une ou plusieurs unités de l'espèce prochainement supérieure on n'écrit que l'excédant des unités, et on retient celles-ci pour les ajouter à leurs semblables, sur lesquelles on procède de la même manière.

EXEMPLE.

Ajoutez ensemble les sommes suivantes:

£	*s.*	*d.*
324	7	7
212	10	11
124	6	8
83	18	4
7	3	4
752	6	10

Ayant commencé par les deniers, j'en ai trouvé 34, ce qui fait 2 sch. et 10d.; je pose les 10d. et je retiens les 2 sch. Je passe à la colonne des schellings, et je dis 2 de retenue et 7 font 9 et 10 font 19 et 6 font 25 et 18 font 43 et 3 font 46; en 46 schellings il y a 2 louis et 6 schellings, je pose 6 schellings et je retiens £2, le reste comme à l'addition simple.

La preuve se fait comme à l'addition simple.

Autre Exemple.

cwt.	*qr.*	*lbs.*	*on.*	*dr.*
4	0	23	15 †	7
5	1 †	13 †	14 †	13 †
4	2	24 †	7	8
3	3 †	3	6	11 †
18	0	12	15 †	12 †
5	1	11 †	12 †	10
41	2	6	8	13

Pour faire cette règle, on opère ainsi: 7 et 13 font 20, je dis en 20 dr. il y a 1 once que je marque par une croix ou un autre signe vis-à-vis 13 et il reste 4 qui ajoutés à 8 font 12 et 11 font 23; en 23 dr. il y a 1 on. et 7 de reste; 7 et 12 font 19 qui font 1 on. et 3 de reste; 3 et 10 font 13 que je pose sur la colonne des dragmes; ensuite je compte les signes qui indiquent le nombre d'onces qu'il y a dans la colonne des dragmes et je les ajoute à la colonne des onces que je compte comme la précédente, ainsi de suite. Cependant quand les nombres sont grands comme pour réduire les livres en quarts de quintal il est plus facile d'additionner la colonne entière et de diviser ensuite.

Exercices sur l'addition composée.

297.—

£	s.	d.
9	8	10
8	16	11
7	8	3
8	16	2
7	3	4
8	17	2
3	8	11
6	9	2
3	7	5

298.—

£	s.	d.
8	17	5
5	8	$6\frac{1}{4}$
7	4	$4\frac{1}{2}$
0	19	$4\frac{3}{4}$
18	10	11
3	7	4
5	12	$7\frac{3}{4}$
8	19	2
7	2	4

299.—

£	s.	d.
94	15	$5\frac{3}{4}$
87	16	$6\frac{1}{2}$
91	17	$7\frac{1}{2}$
67	18	$8\frac{3}{4}$
84	19	$9\frac{1}{2}$
98	0	$0\frac{3}{4}$
56	17	11
138	3	$10\frac{1}{4}$
212	18	9

300.—

£	s.	d.
616	17	$8\frac{1}{2}$
389	18	$10\frac{1}{4}$
31	17	11
346	18	$6\frac{1}{2}$
407	13	$8\frac{3}{4}$
748	11	11
567	14	$4\frac{3}{4}$
687	15	$10\frac{1}{4}$
827	16	$10\frac{3}{4}$

301.—

£	s.	d.
17846	17	8
3479	13	11
6783	14	5
687	15	10
8412	11	4
6791	15	7
6149	17	8
8416	11	3
879	18	4
7358	13	8

302.—

£	s.	d.
4738	17	2
3947	19	8
7135	13	0
914	0	8
4783	15	11
7198	17	0
8359	11	8
8746	0	0
879	8	7
9157	16	8

303.—

£	s.	d.
3109	0	11
798	13	4½
9146	13	7
874	0	8
9146	3	4
8749	13	5
8735	19	9
9146	11	8
874	13	4½
68	10	4¾

304.—

£	s.	d.
7148	11	8½
3596	18	11¼
71416	13	8½
81	11	4
7186	13	4¾
714	13	8¾
8196	18	10½
811	8	6

305.—

ton.	*cwt.*	*qr.*
43	18	1
31	15	3
71	16	2
52	17	1
7	13	3
6	14	3
8	15	3
59	16	1
23	10	2

306.—

lb.	*on.*	*dr.*
23	15	13
21	14	15
8	0	13
15	13	0
6	11	0
7	8	7
8	7	10
24	15	11
17	14	10

307.—

cwt.	*qr.*	*lb.*	*on.*	*dr.*
56	3	26	14	14
11	2	27	15	13
3	1	18	13	12
16	1	21	10	11
82	2	24	11	15
6	3	25	12	11
4	3	21	13	12
9	2	17	14	13
75	3	23	15	14

308.—

tois.	*pi.*	*po.*
47	5	6
79	4	11
6	3	1
47	4	9
69	2	6
4	3	10
47	4	8
6	4	9

309.—

tois.	*pi.*	*po.*	*lig.*
678	4	7	11
69	3	0	4
149	0	0	11
77	3	5	10
4	4	1	10
67	3	0	2
44	0	4	0
67	4	0	0

310.—

set.	*min.*	*gal.*	*pot.*	*pint.*
47	7	4	1	1
69	6	7	0	1
4	5	6	1	0
0	3	4	0	1
49	6	6	1	1
3	7	4	0	0
15	6	2	1	1
4	0	0	1	1

311.—

lb.	on.	gros.	gr.
54	10	18	17
63	11	16	21
78	9	17	22
9	10	14	12
91	7	16	23
27	8	18	17
48	10	9	19
56	6	17	20

312.—

lb.	on.	gros.
71	7	15
89	10	16
57	11	18
63	9	17
78	7	17
17	11	10
28	6	17
31	9	19

313.—

ver.	pieds.	pou.	lig.
4	2	11	10
3	1	10	9
5	2	7	11
2	1	8	7
1	2	9	8
3	0	0	11
4	1	10	0
5	2	9	11

314.—

acres.	ver.	per.
21	3	31
19	2	2
36	3	19
57	1	38
61	2	37
77	3	39
22	2	22
45	1	18

Problèmes sur l'Addition Composée.

P. 315. A doit à B £475 18s. 11d.; à C £478 18s. $9\frac{1}{2}$d.; à D £37 19s. $8\frac{3}{4}$d.; à E £974 19s. $0\frac{1}{2}$d.; à F £14 6s. $0\frac{3}{4}$d.; à G £18 0s. 11d.; à H £1984 17s. et à K £15 0s. $6\frac{1}{2}$d.: combien doit-il en tout?

P. 316. J'ai en argent £148 17s. 8d.; du vin pour £718 11s. 8d.; du rum pour £398 18s. $5\frac{1}{2}$d.; de l'eau-de-vie pour £178 19s. 11d.; de l'esprit de genièvre pour £918 13s. 11d.; du thé pour £508 11s. 11d.; du sucre pour £315 19s. $8\frac{1}{2}$d.; et pour différentes marchandises £317 19s. 8d.: quel est le montant de mes provisions?

P. 317. Un marchand de drap a dans sa boutique, savoir: en bleu $314\frac{3}{4}$ verges pour £264 19s. 4d.; en noir 204 verges pour £407 10s.; en brun $647\frac{1}{2}$ verges pour £547 15s. 7d.; en différentes couleurs $479\frac{1}{4}$ verges pour £500 9s. 4d.: combien a-t-il de verges de drap, et pour combien d'argent?

P. 318. Une servante fut au marché et paya £2 4s. $8\frac{1}{2}$d. pour du thé; £1 5s. $8\frac{3}{4}$d. pour du café; £3 17s. pour du sucre; £1 7s. pour du bœuf; 36s. pour du mouton; 7s. pour du veau; et 29s. pour différentes choses: combien paya-t-elle en tout?

P. 319. Un banqueroutier doit à A £784 18s $11\frac{1}{2}$d.; à B £315 17s. 8d.; à C £88 0s. $11\frac{3}{4}$d.; à D £778 15s. 8d.; à E £785 17 $11\frac{1}{2}$d.; à F £13 8s. $6\frac{1}{2}$d.; à G £57 18s.; à H £318; et à I £154 0s. 11d.: quel est le montant de sa dette?

P. 320. J'ai porté au marché £437 18s. 10d.; et j'y ai reçu de A £54 8s. 3d.; de B £78 13s. 9d.; de C £34 8s., de D £87 8s. 10d.; de E £54; de F 18s. $10\frac{1}{2}$d.; de G 13s. $11\frac{3}{4}$d.; et de H £15 18s. $0\frac{3}{4}$d.: combien ai-je rapporté en tout?

P. 321. Un collecteur perçoit en Janvier £67 18s. 8d.; en Février £63 4s. 9d.; en Mars £94 18s.; en Avril £93 19s.; en Mai £108 17s. 11d.; en Juin, £118 13s. $6\frac{1}{2}$d.; en Juillet £99 13s. $6\frac{3}{4}$d.; en Août £73 19s. $9\frac{3}{4}$d.; en Septembre £53 15s. 9d.; en Octobre £68 0s. 11d.; en Novembre £48 18s. 10d.; et en Décembre £73 11s. 8d.: combien a-t-il reçu dans toute l'année?

SOUSTRACTION COMPOSÉE. (8.)

66. La soustraction composée se fait comme celle des nombres simples ; mais lorsqu'on emprunte une unité, on la réduit en même espèce que celles pour lesquelles on fait l'emprunt ; s'il y en a dans le nombre supérieur, on y joint l'unité empruntée ainsi réduite ; mais il est beaucoup plus facile d'opérer avec ce que l'on a emprunté et de joindre au reste ce que l'on avait avant que d'emprunter.

EXEMPLE :

De	14 ans	8 mois	15 jours	16 heures	54 minutes,
Otez	12	11	20	22	58
	1 an	8 m.	24 j.	17 h.	56 m.

Après avoir écrit la plus petite somme sous la plus grande, je dis : 58 minutes ne pouvant être ôtés de 54, j'emprunte une heure qui vaut 60 minutes, dont j'ôte 58, et je joins les deux qui restent aux 54, ce qui donne 56 pour reste ; ne pouvant ensuite ôter 22 heures de 15, j'emprunte un jour qui vaut 24 heures, dont j'ôte les 22, et je joins les deux qui restent aux 15, ce qui donne 17 heures, etc. La réponse sera donc 1 an 8 mois 24 jours 17 heures 56 minutes.

Pour faire la preuve, on ajoute la plus petite somme avec la différence, ayant soin de porter les unités inférieures provenant des additions partielles à celles qui leur sont immédiatement supérieures.

Exercices sur la Soustraction Composée.

322.—			323.—			324.—		
£	s.	d.	£	s.	d.	£	s.	d.
60	8	9	58	10	$9\frac{1}{4}$	715	10	0
50	19	11	50	2	$4\frac{1}{4}$	620	14	$6\frac{1}{4}$

325.—

£	s.	d.
3997	8	11
3180	11	$2\frac{1}{2}$

326.—

£	s.	d.
66807	9	8
48960	12	0

327.—

£	s.	d.
55862	0	4
51123	3	2

328.—

£	s.	d.
50650	6	$5\frac{3}{4}$
47541	5	$6\frac{3}{4}$

329.—

£	s.	d.
99153	10	$2\frac{1}{4}$
92004	18	$5\frac{3}{4}$

330.—

£	s.	d.
309987	9	$0\frac{1}{4}$
300838	17	3

331.—

cwt.	*qr.*	*lb.*	*on.*	*dr.*
192	3	17	12	5
135	3	18	13	7

332.—

Tois.	*pi.*	*po.*
4	3	5
3	5	11

333.—

Arp.	*per.*	*tois.*	*pi.*
47	5	3	3
29	4	1	7

334.—

Arp.	*per.*	*tois.*	*pi.*	*po.*
79	3	1	4	6
42	4	2	5	11

335.—

cwt.	*qr.*	*lb.*	*on.*	*dr.*
45	2	20	14	8
29	3	18	15	9

336.—

cwt.	*qr.*	*lb.*	*on.*	*dr.*
623	1	21	13	11
435	2	27	14	15

Problèmes sur la Soustraction Composée.

P. 337. Un marchand a en argent £474 8s. 9d.; en marchandise la valeur de £3443 15s.; une maison de £713 11s.; un bateau de £574; un autre de £315; une personne lui doit £957 18s. $11\frac{1}{2}$d.; il doit à A

£115 7s. 8d.; à B £327 18s. $4\frac{3}{4}$d.; à C £74 13s. 4d.: quel est le montant de son fonds net?

P. 338. Un particulier devait la somme de £567 10s.; il a payé £456 9s.: combien doit-il encore ?

P. 339. Quelle est la différence de £607 14s. à £506 5s.?

P. 340. Je devais £730 12s. 9d., je paie £420: combien dois-je encore?

P. 341. Louis a £784 15s. 10d., Paul £399 12s. 7d.: combien celui-ci a-t-il de moins?

P. 342. Une personne devait £836 0s. 4d.; elle a payé £737 10s. 5d.: combien doit-elle encore?

P. 343. Quelqu'un ayant vendu des marchandises pour la somme de £879 4s. 11d.; gagne £37 8s. 4d.: combien avait-elle déboursé?

P. 344. Un menuisier avait 345 toises 5 pieds 6 pouces d'ouvrage à faire; il en a fait 95 toises 7 pieds 9 pouces: combien lui en reste-t-il encore à faire?

P. 345. Un marchand de blé en avait acheté 347 minots 7 gallons 1 pot; il en a déjà reçu 298 minots 3 gallons: combien doit-il en recevoir encore?

P. 346. Un épicier a reçu 45 quintaux 2 quarts 12 livres de sucre, sur 92 quintaux 1 quart 17 livres qu'il avait achetés: combien doit-il encore en recevoir?

P. 347. Un particulier ayant acheté 947 cordes $\frac{3}{4}$ de bois; en a reçu 49 cordes 2 quarts: combien lui en revient-il encore?

P. 348. Un propriétaire avait acheté 478 arpents 52 perches de terrain; en a cédé 75 arpents 50 perches: combien lui en reste-t-il?

P. 349. Un débiteur devait £700 à son créancier; il lui donne £655 11s. 4d.; combien lui doit-il encore?

P. 350. Un bourgeois avait acheté une maison pour la somme de £1896; il l'a revendue £1934 15s. 6d: combien a-t-il gagné?

P. 351. Quel est le contour d'une pièce de terre, qui deviendrait 65 arpents si on y ajoutait 7 arpents 9 perches 10 pieds 11 pouces.

P. 352. Un père et son fils ont ensemble 160 ans 11 mois; le père a 92 ans 7 mois 15 jours 20 heures: quel est l'âge du fils?

P. 353. Un magasin contenait 200 setiers de grain: on en a distribué en 4 fois: 1°. 45 set. 7 minots; 2°. 3 setiers 5 minots; 3° 49 setiers 1 minot 5 gallons; 4°. 18 setiers 6 gallons: combien lui en reste-t-il?

P. 354. Un homme naquit en 1799 le 18 Mars à 7 heures du matin: quel âge aura-t-il le 1er Janvier 1856?

P. 355. Pierre est né le 16 Février 1811 à 10 heures 17 minutes du matin: quel âge a-t-il eu le 23 Août 1824 à 5 h. 57 minutes du soir?

MULTIPLICATION COMPOSÉE. (9.)

67. Quand le multiplicateur n'excède pas 12, il faut multiplier les unités de la plus basse dénomination du multiplicande, par le multiplicateur, et trouver, comme dans d'addition, combien ce nombre contient d'unités immédiatement supérieures, et poser le reste, s'il y en a, sous les unités qu'on a multipliées, et porter le quotient aux unités précédentes, ainsi de suite, jusqu'à la plus haute dénomination.

PREUVE.

Pour faire la preuve, multipliez par deux des chiffres qui forment le multiplicateur, additionnez les produits, si leur somme est égale au produit de la règle, elle est bonne.

	EXEMPLE.			PREUVE.		
Multipliez	£35	17	$8\frac{3}{4}$	£35	17	$8\frac{2}{4}$
Par			7			6
Produit.........	£251	4	$1\frac{1}{4}$	215	6	$4\frac{1}{2}$
				35	17	$8\frac{3}{4}$
				£251	4	$1\frac{1}{4}$

Après avoir posé le multiplicateur sous le multiplicande, j'ai dit· 7 fois 3 farthings font 21, en 21 farth. il y a 5d. et $\frac{1}{4}$ de reste que je pose sous les farthings et je continue, 7 fois 8 font 56 et 5 de retenue font 61, en 61 pence il y a 5 sch. et un penny que je pose au rang des pence ensuite, 7 fois 7 font 49 et 5 font 54, je pose 4 et retiens 5; 7 fois 1 font 7 et 5 font 12 dizaines de schellings; comme il faut 2 dizaines de schellings pour faire un louis, je dis la moitié de 12 est 6 louis que je porte avec les louis ; 7 fois 5 font 35 et 6 font 41, je pose 1 et retiens 4; 7 fois 3 font 21 et 4 font 25 que je pose, et j'ai pour réponse £251 4s. $1\frac{1}{4}$d.

Pour la preuve, après avoir multiplié le multiplicande par 6, j'y ai ajouté le produit de 1 qui fait 7, ce qui m'a donné £251 4s. $1\frac{1}{4}$d. produit égal à celui de la règle.

68. Quand le multiplicateur est plus grand que 12 et qu'il est multiple (*) de deux nombres, il faut multiplier le multiplicande par l'un de ces deux nombres comme à la règle précédente, ensuite multiplier le produit par le second nombre.

(*) Un nombre est dit multiple d'un autre lorsqu'il le contient exactement un certain nombre de fois, et celui-ci est dit sous-multiple du premier: ainsi 20 est multiple de 4 parce que 5 fois 4 font 20; et 4 et 5 sont sous-multiples de 20, etc.

EXEMPLE.

Multipliez	£4	13	$9\frac{1}{4}$
Par $56=8\times7$			8
	37	10	2
			7
	£262	11	2

Après avoir multiplié le multiplicande par 8, j'ai multiplié le produit £37 10s. 2d. par 7, ce qui m'a donné la réponse £262 11s. 2d.

Pour la preuve, il n'y a qu'à changer les multiplicateurs, c'est-à dire multiplier d'abord par 7 et ensuite par 8.

69. Quand le multiplicateur n'est pas le produit exact de deux nombres, prendre le multiple qui est le plus près de ce nombre, et ensuite faire le produit de la différence des deux nombres et l'additionner au produit, par exemple, multiplier par 38; le multiple le plus près est 36; il faut multiplier 2 fois par 6 et ajouter le produit de 2. Si le multiple le plus près était plus fort que le nombre donné, il faudrait soustraire.

I. EXEMPLE.

Multipliez............	£2	10	$6\frac{1}{4}$
Par $38=6\times6+2$			6
	15	3	$1\frac{1}{2}$
			6
	90	18	9
Produit de 2=	5	1	$0\frac{1}{2}$
Réponse............	£95	19	$9\frac{1}{2}$

II. EXEMPLE.

	£	s.	d.
Multipliez	£ 2	10	$6\frac{1}{4}$
Par 35=6×6—1			6
	15	3	$1\frac{1}{2}$
			6
	90	18	9
Produit de 1—	2	10	$6\frac{1}{4}$
Réponse............	£88	8	$2\frac{3}{4}$

70. Quand le produit est plus grand que 12 fois 12, on multiplie successivement par 10 autant de fois qu'il y a de chiffres au multiplicateur moins 1. Ensuite multiplier le multiplicande par les unités, le 1 . produit par les dizaines, le 2d. par les centaines, etc.

EXEMPLE.

	£	s.	d.			£	s.	d.	fois.
Multipliez	3	14	$8\frac{3}{4}$	×3	unités=	11	4	$2\frac{1}{4}$=	3
Par 9753			10						
	37	7	$3\frac{1}{2}$	×5	diz.=	186	16	$5\frac{1}{4}$=	50
			10						
	373	12	11	×7	cents=	2615	10	5 =	700
			10						
	3736	9	2	×9	mille=	36441	13	$6\frac{3}{4}$=	9000
					Total...	39255	4	$7\frac{1}{4}$	

71. Règle Générale.—On peut dans tous les cas précédens se servir de la méthode suivante: multiplier les unités de la plus basse dénomination par le multi-

plicateur et diviser ensuite comme il est dit au No. 64 et continuer ainsi pour les unités immédiatement supérieures, etc.

EXEMPLE.

£2 10 $6\frac{1}{4}$	1°. 35 $>$ 4
35	$=\frac{1}{4}$ 8 et 3 de reste.
88 8 $2\frac{3}{4}$	2°. 218 $>$ 12
	$=\frac{1}{12}$ 18 et 2 de reste.
	3°. 368 $>$ 20
	$=\frac{1}{20}$ £18 et 8 de reste.

Je multiplie 35 par $\frac{1}{4}$ qui me donne $\frac{35}{4}$ que je pose à côté pour faire la division; divisant 35 par 4 il vient 8 den. et $\frac{3}{4}$ de reste que je pose sous les farth.; ensuite multipliant par les deniers j'ai $35\times6=210$ et 8 font 218 den. $>12=18$ sch. et 2 de reste que je pose sous les deniers; ensuite $35\times10=350$ auxquels j'ajoute les 18 sch. provenant des deniers qui font $368>20=$ £18 et 8 sch. de reste que je pose sous les schellings, puis multipliant 35 par 2 louis j'ai 70 et £18 provenant des sch. égale 88 louis que je pose sous les louis, ce qui donne £88 8s. $2\frac{3}{4}$d.

72.—Quand il y a une fraction au multiplicateur on multiplie le multiplicande par le terme supérieur et on divise par le terme inférieur, et on ajoute le quotient au produit des unités, ou bien on prend pour $\frac{1}{4}$ le quart du multiplicande, pour $\frac{1}{2}$ la moitié; pour $\frac{3}{4}$ la moitié et la demie de la moitié.

EXEMPLE.

	£2	6	8	
			$4\frac{3}{4}$	
	9	6	8	
Pour $\frac{1}{2}$	1	3	4	moitié du multiplicande.
Pour $\frac{1}{4}$	0	11	8	moitié du produit de la $\frac{1}{2}$.
	£11	1	8	

Exercices sur la Multiplication Composée, (*No.* 71.)

(*No.* 67.)

	£	s.	d.		
356.	4	6	7½	×	3
357.	9	8	4¼	×	4
358.	14	18	11½	×	6
359.	0	17	3¾	×	7
360.	18	0	11	×	8
361.	17	15	0¼	×	9
362.	13	5	7¼	×	10
363.	0	0	4¾	×	11
364.	15	0	7½	×	4
365.	17	8	0¾	×	5
366.	0	9	7½	×	7
367.	18	0	4¼	×	11
368.	70	0	11½	×	12
369.	73	0	8	×	11
370.	0	19	8	×	10
371.	54	13	0	×	9
372.	73	17	8¾	×	11
373.	57	19	0	×	12

(*No.* 68.)

	£	s.	d.		
374.	63	0	8¾	×	18
375.	17	11	8¾	×	20
376.	13	17	8¾	×	36
377.	27	18	0½	×	45
378.	0	17	0	×	56
379.	0	0	11¼	×	72
380.	23	15	10¾	×	24
381.	15	8	0	×	30
382.	13	15	0	×	42
383.	17	4	11½	×	48
384.	54	13	0	×	60
385.	0	19	0¼	×	84
386.	15	18	11¾	×	16
387.	37	7	0	×	36
388.	7	8	11¾	×	88
389.	2	8	0	×	108
390.	19	11	4	×	144
391.	17	5	0	×	168

(*No.* 69.)

	£	s.	d.		
392.	3	7	0	×	17
393.	4	0	3½	×	23
394.	7	0	0¾	×	41
395.	47	0	2½	×	26
396.	0	7	8¾	×	51
397.	18	11	4	×	53
398.	77	18	0¾	×	59
399.	63	17	8	×	19
400.	53	13	8¾	×	39
401.	0	14	8¼	×	47
402.	0	19	4½	×	57
403.	62	13	8	×	58
404.	18	19	0	×	61
405.	77	13	4	×	68

(*No.* 70.)

	£	s.	d.		
406.	57	18	9½	×	348
407.	99	13	6	×	3469
408.	84	13	9	×	4660
409.	1	15	0½	×	7841
410.	77	11	4¼	×	6352
411.	79	19	8	×	10002
412.	137	18	4½	×	1141
413.	15	18	3	×	673
414.	18	11	11	×	9145
415.	6	7	8	×	632
416.	4	18	9½	×	561

(*No.* 72.)

	£	s.	d.		
417.	25	15	7	×	14½
418.	67	14	2	×	22½
419.	45	2	9	×	15¾
420.	42	7	0½	×	7¼
421.	79	16	4	×	19¼
422.	45	7	11	×	20¾
423.	7	5	6	×	45½
424.	67	12	1	×	22¾
425.	45	0	3	×	5¼

Problèmes sur la Multiplication Composée.

P. 426. Multipliez 7 quintaux 2 quarts 18 livres par 9.

P. 427. 15 lbs. 13 onces 5 dragmes, multiplié par 11.

P. 428. 37 tonneaux 15 quintaux 2 quarts × 4.

P. 429. 15 lbs. 13 onc. 3 drag. × 5.

P. 430. 67 toises 4 pieds 9 pouces × 9.

P. 431. 3 ans 5 mois 29 jours × 9.

P. 432. 2 jours 3 heures 59 minutes × 10.

P. 433. 47 arpents 15 perches 6 toises × 9.

P. 434. 4 minots 5 gallons 1 pot car. × 8.

P. 435. 67 toises 3 pieds 11 pouces × 11.

P. 436. $14\frac{1}{4}$ quintaux de sucre à £2 10s. $7\frac{1}{2}$d. le quintal?

P. 437. $11\frac{1}{2}$ lbs. de thé à 13s. $4\frac{3}{4}$d. la livre?

P. 438. $12\frac{3}{4}$ verges de velours à 17s. $8\frac{1}{2}$d. la verge?

P. 439. $20\frac{3}{4}$ quintaux de figues à £1 4s. $8\frac{1}{2}$d. le quintal?

P. 440. 27 moutons à £2 5s. 9d. le mouton?

P. 441. $32\frac{3}{4}$ verges de velours à £2 8s. $9\frac{1}{2}$d. la verge?

P. 442. $51\frac{1}{2}$ verges de velours à £1 15s. $9\frac{1}{2}$d. la verge?

P. 443. 35 barils de rum à £2 17s. $6\frac{1}{2}$d. le baril?

P. 444. 40 barils de vin à £3 12s. $11\frac{1}{4}$d. le baril?

P. 445. 60 balles de coton à £3 14s. $4\frac{3}{4}$d. la balle?

P. 446. $76\frac{3}{4}$ quintaux de plomb à £2 18s. 9d. le quintal?

P. 447. $45\frac{1}{4}$ quintaux de fer à £1 4s. $7\frac{1}{2}$d. le quintal?

P. 448. 65 balles de coton à £1 17s. $6\frac{1}{2}$d. la balle?

P. 449. $9\frac{1}{2}$ verges de coton à 11s $5\frac{1}{2}$d. la verge?

P. 450. $42\frac{3}{4}$ minots de blé à 9s. 11d. le minot?

P. 451. $103\frac{1}{4}$ minots de patates à 2s. 3d. le minot?

P. 452. $77\frac{1}{2}$ verges de drap à £1 15s. 3d. la verge?

P. 453. $6\frac{1}{2}$ toises d'ouvrage à 15s. 9d. la toise?

P. 454. $336\frac{1}{2}$ lbs. de café à 4s. 6d. la livre?

P. 455. Quel est le poids de 47 caisses de tabac à 6 cwt. 2 qr. 17 lbs. 13 dr. la caisse?

DIVISION COMPOSÉE. (10.)

73. Si le dividende seul est composé, et qu'en même temps le quotient doive être de même espèce que lui, on divisera les unités principales du dividende par le diviseur, on réduira ce qui restera de ces unités en unités de la deuxième espèce, et on y ajoutera celles qui se trouvent au dividende, on continuera à diviser et à réduire chaque reste en unités inférieures, ayant soin de les distinguer au quotient par les signes convenables.

EXEMPLE.

On a reçu £478 3s. 9d. pour le paiement de 187 toises d'ouvrage; à combien revient la toise?

OPÉRATION.

£478 3s. 9d.	187.
104	——
×20s.=1 louis.	£2 11s. 1d. $\frac{134}{187}$
——	
2083	
0213	
026	
×12d.=1 sch.	
——	
52	
269	
——	
321	
Reste 134	

74. Lorsque le dividende et le diviseur étant de même espèce, le quotient ne doit pas être de même espèce, il faut réduire le dividende et le diviseur à la plus petite espèce qui y soit contenue, ensuite traiter les unités du dividende comme si elles étaient de même espèce que celle que l'on veut avoir au quotient.

EXEMPLE.

Combien fera-t-on faire de toises d'ouvrage à raison de £3 10s., pour la somme de £331 8s. 4d?

OPÉRATION.

```
           £331  8s. 4d.                    £3  10s.
           ×20s.                            ×20s.
           ------                           -----
           6628                              70
           ×12d.                            ×12d.
           ------                           -----
           13256                             140
           66284                             70
           ------ ⎧ 840                     -----
Div. pré.  79540  ⎨ ---                      840  div. préparé.
            3940  ⎩ 94 toises 4 pieds 1 pouce 600/840
             580
               6
            -----
            3480
             120
              12
            -----
            1440
             600
```

75. Lorsque le dividende et le diviseur étant composés et d'espèces différentes, le quotient devra être de même espèce que le dividende; il faudra réduire le diviseur à sa plus petite espèce, ensuite multiplier le

dividende par les mêmes nombres par lesquels on a multiplié le diviseur comme dans l'exemple suivant et ensuite diviser comme dans le premier cas.

EXEMPLE.

14 toises 2 pieds 10 pouces 3 lignes d'ouvrage ayant coûté £213 14s. $5\frac{1}{4}$d.; combien cela revient-il la toise?

I. EXEMPLE.

14 to. 2 pi. 10 po. 3 lig.	£213 14 $5\frac{1}{4}$
×6 pi.=1 toise	× 6
86	1282 6 $7\frac{1}{2}$
	12
×12 po.=1 pied.	
	15387 19 6
1032	12
+10 po.	
	£184655 14s. Divid.
1042	
×12 lig. = 1 po.	
12507 divis. préparé.	

£184655 14 | 12507
059585 | £14 15s. 3d. $\frac{5067}{12507}$
09557
×20
191154
066084
03549
×12
42588
05067

II. EXEMPLE.

£47	12s.	6d.	$\gtrdot 8\frac{1}{4}$	
		4	$\times 4$	
£190	10s.	0d.	33	
25				£5 15s. $5\frac{1}{4}$d.
$\times 20$				
510				
180				
15				
$\times 12$				
60				
27				

Questions sur les Réductions et sur les quatre Règles Composées.

61. Qu'est-ce que la réduction?—62. Que faut-il faire pour réduire les unités d'une dénomination en unités de ses subdivisions?—63. Par où faut-il commencer s'il y a plusieurs subdivisions?—64. Que faut-il faire pour convertir les unités d'une plus basse dénomination en celle d'une plus haute?—65. Comment se fait l'addition composée?—66. Comment se fait la soustraction composée?—67. Que faut-il faire quand le multiplicateur n'excède pas 12?—68. Que faut-il faire quand le multiplicateur est plus grand que 12 et qu'il est multiple de deux nombres?—69. Que faut-il faire quand le multiplicateur n'est pas le produit exact de deux nombres?—70. Que fait-on quand le produit est plus grand que 12 fois 12?—71. Comment fait-on encore la multiplication composée?—72. Que faut-il faire quand il y a une fraction au multiplicateur?—73. Comment fait-on la division composée?—74. Que faut-il faire lorsque le dividende et le diviseur étant de même espèce, le quotient ne doit pas être de même espèce?—75. Que faudra-t-il faire lorsque le dividende et le diviseur étant composés et d'espèces différentes, le quotient devra être de même espèce que le dividende.

Exercices sur la Division Composée.

456.	£57 18s. 9d..................	divisé par	4
457.	£33 17s. 6d..................	"	6
458.	£789 13s. 4d..................	"	5
459.	£87 15s. 6d..................	"	6
460.	£54 15s. 8d..................	"	7
461.	£91 13s. 8d..................	"	8
462.	£899 7s. 6d..................	"	6
463.	£6 1s. $2\frac{1}{2}$d.................	"	7
464.	£498 17s. 3d..................	"	8
465.	£195 15s. $2\frac{1}{4}$d.................	"	9
466.	£7 10s. 4d..................	"	11
467.	£73 17s. 8d..................	"	11
468.	£17 1s. 7d..................	"	12
469.	£812 15s. $0\frac{1}{4}$d.................	"	11
470.	£8 19s. 0d..................	"	12
471.	118 ℔s. 8 on....................	"	4
472.	27 ℔s. 8 on. 10 dr...........	"	5
473.	19 ℔s. 11 on. 3 dr...........	"	10
474.	73 verges 1 quart............	"	5
475.	149 ℔s. 3 on. 15 dr...........	"	7
476.	107 verges 2 pi. 6 po..........	"	6
477.	53 verges 2 pi. 11 po.........	"	3
478.	$87\frac{1}{3}$ milles.......................	"	8
479.	176 verges 1 quart............	"	12
480.	47 toises 3 pi. 9 po...........	"	5
481.	£79 17s. 2d..................	"	7
482.	£99 1s.	"	8
483.	£1088 2s. 6d..................	"	25
484.	2 livres 1 once 4 dragm.......	"	14
485.	20 quint. coûtent £120 10s. 10d. combien coûte le quintal?	"	

486. 1 quintal coûte £18 18s. 0d. combien coûte la livre?

487.	£120 12s. 4d........................	"	9
488.	£12 4s. 3d........................	"	11
489.	£109 14s. 2d........................	"	5
490.	£132 17s. 1d........................	"	7
491.	3 per. 5 toises 15 pi. car...	"	4
492.	68 quint. 3 qr. 22 lb..........	"	9
493.	167 lbs. 4 on. 7 dr.............	"	11
494.	74 lbs. 11 on. 6 dr............	"	12
495.	47 arpens 8 per. 8 tois. car..	"	12
496.	302 ton. 4 quint.................	"	8
497.	158 lbs. 3 on. 14 dr........ ...	"	10
498.	£18 7s. 6d........................	"	17
499.	£27 12s. 0d........................	"	23
500.	£10 8s. 7½d........................	"	26½
501.	£17 1s. 7¾d........................	"	31¾
502.	£38 2s. 4¼d........................	"	43¼
503.	£167 7s. 7d........................	"	38½
504.	£418 13s. 4d..................	"	65½
505.	£999 18s. 6d........................	"	69¼
506.	£341 16s. 8½d........................	"	71¼
507.	£448 15s. 8½d........................	"	74¾
508.	£500 18s. 1½d........................	"	78¾
509.	£931 19s. 9d........................	"	87¾
510.	£478 13s. 0¾d........................	"	89½
511.	£347 15s. 0d........................	"	49¼

Problèmes sur la Division Composée.

P. 512. On a payé £899 14s. à 24 ouvriers: quelle a été la part de chacun?

P. 513. J'ai acheté 96 rames de papier pour la somme de £40 16s.: à combien revient la rame?

P. 514. A £3 12s. 4d. les cent livres de cassonade: à combien revient la livre?

P. 515. Un voyageur a fait 156 milles en 12 jours: combien a-t-il fait de milles par jour?

P. 516. Un ouvrier reçoit £9 0s. 11d. pour $33\frac{1}{2}$ jours de travail: combien gagnait-il par jour?

P. 517. On a payé £12 15s. pour 36 douzaines de mouchoirs: à combien revient la douzaine et le mouchoir?

P. 518. J'ai acheté $117\frac{1}{2}$ verges de drap pour la somme de £96 12s.: à combien revient la verge?

P. 519. Pour £13 15s. 6d. on a 314 lbs. de beurre: à combien revient la livre?

P. 520. Si 11 verges de toile coûtent £4 5s. $0\frac{1}{2}$d.: quel est le prix de la verge?

P. 521. Une personne a reçu 9 pièces de marchandises de 11 verges chacune pour £38 5s. $2\frac{1}{4}$d.: quel est le prix de la verge?

P. 522. Si 47 lbs. de thé coûtent £34 10s. $3\frac{3}{4}$d.: combien coûte la livre?

P. 523. Si une ferme de 57 arpens est louée £55 4s. $4\frac{1}{2}$d.: quel est le prix de l'arpent.

P. 524. Si 9 caisses de sucre pèsent 68 quint. 3 qr. 22 lbs.: quel est le prix de chaque caisse?

P. 525. Trois hommes ont gagné £370: quelle est la part de chacun?

P. 526. Sept hommes ont fait ensemble un gain de £878 3s.: quelle est la part de chacun?

P. 527. Divisez £3 10s. entre 5 hommes et 6 femmes de manière que les hommes aient trois fois autant que les femmes.

P. 528. Si 37 verges de drap coûtent £23 13s. $3\frac{1}{2}$d.: dites le prix de la verge?

P. 529. Si 28 verges de marchandises coûtent £33 16s. 6d.: quel est le prix de la verge?

P. 530. Pour £3 9s. $5\frac{1}{2}$d. on a fait faire 6 toises 2 pieds 3 pouces d'ouvrage: à combien revient la toise?

P. 531. On a payé £20 6s. 7d. pour $46\frac{3}{4}$ verges de drap: à combien revient la verge?

P. 532. Combien aura-t-on de verges de drap pour £45 10s. 7d., à 15s. 6d. la verge?

P. 533. Combien de livres de thé aura-t-on pour £31 19s., à 3 sch. 9d. la livre?

P. 534. On a payé £24 17s. 6d. pour 18 quint. 3 qrs. 16 lbs. de fer: à combien revient le quintal?

P. 535. Quel est le prix d'un minot de blé, sachant qu'on en a eu 6 min. 4 gal. 1 pot pour £2 4 sch.?

P. 536. On a eu 24 verg. 2 pi. 6 pou. de marchandise pour £16 18s. 9d.: à combien revient la verge?

RÉCAPITULATION

Sur les quatre Règles Composées.

537. J'ai donné un billet de 5 piastres pour $2\frac{3}{4}$ verg. de tapis à 5s. $9\frac{1}{2}$d. la verge: combien doit-on me rendre?

538. On a acheté du sucre à £4 8s. 8d. le quintal: à combien revient-il la livre?

539. J'ai dépensé 34s. 7d.: j'ai perdu 24s. 10d., prêté £1 7s., il me reste encore 25s.: combien avais-je en tout?

540. Une maison coûte £150 10s., on veut gagner £19 15s.: combien faut-il la vendre?

541. Paul naquit le 18 Oct. 1811: en quel temps aura-t-il 36 ans 8 mois?

542. Sur la somme de £8725, 14 officiers ont pris chacun £260 15s.: combien 450 soldats auront-ils chacun en se partageant le reste?

543. J'ai acheté 6 douzaines de chapeaux à 8s. 6d. le chapeau, je donne en paiement $52\frac{1}{2}$ verges de drap à 11s. 4d. la verge: combien doit-on me rendre?

544. 49 ouvriers ont fait un ouvrage, chaque ouvrier à fait $7\frac{3}{4}$ verges d'ouvrage à £1 7s. 6d. la verge: combien a-t-on fait d'ouvrage et combien a-t-on dépensé?

545. On a payé 5 billets de 5 piastres chacun pour 62 verges de drap: à combien revient la verge sachant qu'on a rendu 10s. sur l'argent?

546. J'ai emprunté £473 9s. 4d., et j'ai payé £286 16s. $8\frac{1}{2}$d.: combien dois-je encore?

547. J'avais vendu pour £856 14s. 6d. de marchandise ou m'a payé en 4 fois; la 1re £236 16s. 3d.; la 2e £178 14s.; la 3e £97 15s. 10d. et la 4e £226 16s.: combien me doit-on encore?

548. Un orfèvre acheta 89 lbs. 6 on. 16 gros 3 grains d'argent, duquel il a employé 21 lbs. 10 gros en cuillers à café; 31 lbs. 18 grains en grandes cuillers; 12 lbs. 11 on. 2 gros 4 grains en pots à thé; en a vendu 24 lbs. 6 on. 6 gros 17 grains: combien lui en reste-t-il?

549. Un lingot d'or coûte £161 17s. 6d.: combien pèse-t-il, sachant qu'il coûte £4 7s. 6d. par once, poids de troie?

550. Un homme charitable avait un billet de 100 piastres; il a distribué £5 13s. 4d. aux pauvres, donnant à chacun 6s. 8d.: combien a-t-il assisté de pauvres, et combien lui reste-t-il?

551. Partagez £550 3s. $1\frac{1}{2}$d. entre 4 hommes, 6 femmes et 8 enfans, de manière que les hommes aient

le double des femmes, et les femmes le triple des enfans.

552. J'ai acheté 428 verges de drap à 14s. 8d. la verge et je l'ai vendu 16s. 3d.: combien ai-je gagné?

553. Un marchand a 136 verges de mousline qui lui coûtent 3s. 8d. la verge: combien doit-il la vendre pour gagner £12 sur le tout?

554. Divisez £6842 14s. 6d. entre trois personnes, de manière que la première ait £568 14s. 4d. plus que la 2e; et la seconde £728 18s. 2d. plus que la 3e.

555. Combien aura-t-on de thé pour £136 14s. 8d., à 6s. 6d. la livre?

556. $37\frac{3}{4}$ verges de drap coûtent £43 18s. $8\frac{1}{2}$d.: à combien revient la verge?

557. J'ai payé £25 7s. 10d. pour $24\frac{3}{4}$ verges de drap à $5\frac{1}{2}$ piastres la verge: combien dois-je encore.

558. On demande £18 10s. 6d. pour faire 10 toi. 18 pi. carrées d'ouvrage: quel est le prix de la toise?

559. Un homme fait 57 lieues 20 arpents et 5 perches en $8\frac{1}{2}$ jours: combien a-t il fait par jour?

560. Un homme est né le 7 Octobre 1821 à 7 heures 18 minutes du matin, combien a-t-il eu de jours, d'heures et de minutes le 4 Mars 1847 à midi, sachant qu'il y a eu 6 années bissextiles pendant ce temps?

561. Quel jour est né un homme qui a eu 24 ans 7 mois 9 jours le 18 Avril 1846?

562. Combien y a-t-il de verges dans 1728 aunes; et et combien y a-t-il d'aunes dans 476 verges?

FRACTIONS. (11.)

75. Une fraction est une ou plusieurs parties de

l'unité divisée en un nombre quelconque de parties égales.

Par exemple, si l'on partageait une pomme en 5 parties égales, chaque morceau exprimerait une fraction de la pomme, et se nommerait un cinquième; si on en prenait trois on aurait trois cinquièmes, etc.

On représente les fractions par deux nombres placés l'un au-dessous de l'autre, et séparés par un trait. Ainsi un cinquième s'écrit $\frac{1}{5}$, trois cinquièmes s'écrivent $\frac{3}{5}$.

76. Il y a trois sortes de fractions: 1°. les fractions absolues; 2°. les fractions vulgaires ou relatives; 3°. et les fractions décimales, (voyez 3e partie.)

77. Les fractions absolues sont celles qui se représentent par deux nombres comme $\frac{4}{5}$, $\frac{6}{7}$, etc.

78. Les fractions relatives sont celles qui ont un nom qui leur est propre et qui sont des subdivisions des poids, mesures, etc., comme les pieds à l'égard de la toise, etc.

79. Les fractions décimales sont des parties de l'unité qui sont de dix en dix fois plus petites les unes que les autres.

80. Pour lire une quantité exprimée en fractions absolues, on lit d'abord le terme supérieur, puis le terme inférieur, en y ajoutant la terminaison *ième*.

Ainsi $\frac{1}{5}$ se lit un cinquième; $\frac{4}{5}$ quatre cinquièmes; $\frac{7}{8}$ sept huitièmes, etc.; sont exceptées celles dont le dénominateur est un des chiffres 2, 3, et 4, comme $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$ $\frac{3}{4}$, qu'on lit une demie, deux tiers, trois quarts.

81. Le terme supérieur d'une fraction se nomme *numérateur*, et le terme inférieur, *dénominateur*.

82. Le *numérateur* indique combien la fraction contient de parties de l'unité, et le *dénominateur* en combien de parties égales l'unité est divisée.

Ainsi cette fraction $\frac{3}{4}$ indique que l'unité est partagée en quatre parties égales, et qu'on en a trois.

83. De ce qui précède il suit que la grandeur d'une fraction dépend du nombre des parties du *dénominateur* comparées aux unités du *numérateur*.

Ainsi la fraction $\frac{4}{7}$ est plus grande que la fraction $\frac{3}{7}$; en effet la première contient 4 parties d'une unité divisée en 7, et la seconde ne contient que 3 de ces parties, la fraction $\frac{3}{8}$ est plus grande que la fraction $\frac{3}{16}$, car dans le premier cas, on a trois parties d'une unité divisée en 8; dans le second, on a aussi trois parties, mais l'unité étant divisée en 16 parties, elles sont plus petites.

Ainsi: 1°. Plus le numérateur d'une fraction est petit, le dénominateur restant le même, moins la fraction a de valeur;

2°. Au contraire, plus le dénominateur est petit, le numérateur restant le même, plus la fraction a de valeur;

3°. Lorsque le numérateur égale le dénominateur, la fraction égale une unité;

4°. Lorsque le numérateur est plus petit que le dénominateur, la fraction est plus petite que l'unité;

5°. Lorsque le numérateur est plus grand que le dénominateur, la fraction est plus grande que l'unité.

84. Deux fractions exprimées par des termes différens peuvent avoir la même valeur, pourvu que le rapport soit le même entre le numérateur et le dénominateur de chaque fraction, par exemple $\frac{2}{4}$ équivalent à $\frac{3}{6}$, car le rapport de 2 à 4 est le même que celui de 3 à 6, c'est-à-dire que 2 est la moitié de 4 comme 3 est la moitié de 6; chacune de ces fractions exprime donc la moitié de l'entier et pourrait s'écrire $\frac{1}{2}$.

85. On peut donc multiplier les deux termes d'une fraction par un même nombre sans en changer la valeur.

Supposons, par exemple, qu'on multiplie par 3 les deux termes de la fraction $\frac{4}{5}$ on aura $\frac{12}{15}$, fraction équivalente à la première. En effet, en multipliant le dénominateur seul, nous aurions $\frac{4}{15}$ fraction 3 fois plus petite que la précédente, puisque dans $\frac{4}{5}$ l'unité a été divisée en 5 et qu'on en a 4 parties, et que dans $\frac{4}{15}$ l'unité est divisée en 15, nombre trois plus grand; chacune de ces dernières parties n'est donc que le tiers de celles de la première fraction, et comme on n'en a que le même nombre, on n'a donc que le $\frac{1}{3}$ de la fraction primitive; mais si on multiplie aussi le numérateur 4, dans la fraction $\frac{4}{15}$, par 3, on aura $\frac{12}{15}$, fraction qui égale trois fois $\frac{4}{15}$, puisque dans $\frac{12}{15}$, on a 12 parties de l'unité partagée en 15 et que dans l'autre on n'a que 5, c'est-à-dire le tiers de ces mêmes parties. Mais puisque la fraction $\frac{4}{15}$ égale le $\frac{1}{3}$ de $\frac{4}{5}$, et qu'elle est aussi le $\frac{1}{3}$ de $\frac{12}{15}$, $\frac{12}{15}$ égale donc $\frac{4}{5}$; donc, etc.

Questions sur les Fractions.

75. Qu'est ce qu'une fraction?—76. Combien y a-t-il de sortes de fractions?—77. Qu'est-ce qu'une fraction absolue?—78. Qu'appelle-t-on fraction relative?—79. Qu'appelle-t-on fractions décimales?—80. Comment lit-on une fraction?—81. Comment nomme-t-on les deux termes d'une fraction?—82. Que marquent les deux termes d'une fraction?—83. De quoi dépend la grandeur d'une fraction?—84. Deux fractions peuvent-elles avoir la même valeur, quoique exprimées par des nombres différens?—85. Change-t-on la valeur d'une fraction en multipliant ou en divisant ses deux termes par un même nombre?

Réductions des Fractions.

86. Les réductions des fractions sont divers changemens qu'on leur fait subir, sans que pour cela elles changent de valeur.

87. Les principales réductions sont au nombre de quatre: 1°. Réduire des entiers, ou des entiers et des fractions, en une seule fraction.

2°. Réduire des fractions en entiers, lorsqu'elles en contiennent.

3°. Réduire les fractions à leur plus simple expression.

4°. Réduire les fractions au même dénominateur.

Première réduction.

88. On réduit des entiers en fractions en les multipliant par le dénominateur donné. Lorsqu'il y a une fraction jointe aux entiers, on ajoute le numérateur au produit.

Premier exemple.

On demande combien il y a de quarts dans trois entiers.

Un entier contient 4 quarts; 3 entiers contiendront donc 3 fois 4 quarts; donc, pour résoudre ce problème, il faut multiplier 3 par 4: on aura pour réponse $\frac{12}{4}$.

Deuxième exemple.

Réduire 18 entiers $\frac{3}{8}$ en une seule fraction.

D'après ce qui vient d'être dit chaque entier donnera 8 huitièmes, les 18 donneront donc $18 \times 8 = \frac{144}{8}$, plus 3 qu'on avait d'abord $= \frac{147}{8}$.

Exercices sur la première réduction.

P. 563. On veut réduire 7 entiers en quarts, combien y en aura-t-il?

P. 564. Réduisez 9 entiers $\frac{5}{6}$ en sixièmes.

P. 565. Réduisez 28 $\frac{15}{17}$ en une seule fraction.

P. 566. Réduisez 10 entiers $\frac{3}{5}$ en une seule fraction.

P. 567. On désire réduire 9 entiers en neuvièmes: quel en sera le total?

P. 568. On veut réduire 20 entiers en dixièmes: combien en aura-t-on?

P. 569. Dites le total de six unités réduites en quinzièmes.

P. 570. Combien y a-t-il de huitièmes dans 24 entiers $\frac{5}{8}$?

P. 571. Combien y a-t-il de douzièmes dans 51 entiers $\frac{11}{12}$?

P. 572. Combien y a-t-il de septièmes dans 15 entiers $\frac{1}{7}$?

P. 573. Réduisez 34 $\frac{1}{3}$ en une seule fraction.

P. 574. Savoir le nombre de demies qu'il y a dans 81 entiers $\frac{1}{2}$.

P. 575. Dites combien il y a de tiers dans 7 entiers?

P. 576. Dites le nombre de quarts qu'il y a dans 50 entiers $\frac{1}{4}$.

Deuxième réduction preuve de la première.

89. Pour réduire les fractions en entiers, lorsqu'elles en contiennent, il faut diviser le numérateur par le dénominateur, le quotient donnera les unités; le reste, s'il y en a un, sera le numérateur d'une fraction qui aura pour dénominateur celui de la fraction primitive.

Premier exemple.

On demande combien il y a d'entiers en $\frac{12}{4}$?

Quatre quarts égalent un entier; 12 quarts valent donc autant d'entiers qu'il y a de fois 4 dans 12: donc, pour résoudre cette question il faut diviser 12 par 4.

$$\begin{array}{r|l} 12 & 4 \\ 0 & \overline{\text{Rép. } 3} \end{array}$$

Deuxième exemple.

Combien y a-t-il d'entiers dans $\frac{147}{8}$?

$\frac{8}{8}$ égalent un entier; la fraction proposée contient donc autant d'entiers qu'il y a de fois 8 dans 147; pour avoir la réponse, il faut donc diviser 147 par 8, et le reste, s'il y en a un, sera le numérateur d'une fraction qui aura pour dénominateur celui de la fraction primitive.

$$\begin{array}{r|l} 147 & 8 \\ 67 & \overline{} \\ 3 & 18\frac{3}{8} \end{array}$$

Ces exemples servent de preuves à ceux de la réduction précédente et réciproquement.

Exercices sur la Deuxième Réduction.

P. 577. Combien y a-t-il d'entiers dans $\frac{28}{4}$?

P. 578. Trouvez les entiers contenus dans $\frac{59}{6}$.

P. 579. Quels sont les entiers contenus dans cette fraction $\frac{491}{17}$?

P. 580. Combien y a-t-il d'entiers dans la fraction $\frac{36}{6}$?

P. 581. Quels sont les entiers contenus dans la fraction $\frac{1334}{46}$?

P. 582. Combien y a-t-il d'entiers dans la fraction $\frac{44}{4}$?

P. 583. On demande combien il y a d'entiers dans $\frac{65}{11}$.

P. 584. Combien y a-t-il d'entiers dans $\frac{64}{6}$?

P. 585. Dites combien il y a de jours dans $\frac{184}{16}$ de jours?

P. 586. On demande combien il y a de degrés dans $\frac{126}{7}$ de degrés?

Troisième Réduction.

90. Pour réduire une fraction à sa plus simple expression, il faut d'abord diviser le numérateur et le dénominateur par un même nombre et répéter cette opération sur les deux termes de la fraction résultante jusqu'à ce qu'on ait obtenu une fraction irréductible (*).

Soit $\frac{36}{54}$, les deux termes étant divisés par 2 donnent $\frac{18}{27}$, ceux-ci étant divisés par 3 on a $\frac{6}{9}$, et si on divise ces deux derniers termes aussi par 3, on obtient $\frac{2}{3}$ pour la plus simple expression de $\frac{36}{54}$.

91. On peut abréger cette simplification successive en divisant les deux termes par le plus grand commun diviseur, c'est-à-dire par le plus grand nombre qui puisse les diviser sans reste.

92. Pour trouver le plus grand commun diviseur des deux termes d'une fraction, il faut diviser le dénominateur par le numérateur; s'il ne reste rien, ce sera le numérateur qui sera le plus grand commun diviseur; s'il y a un reste, il faut diviser le premier diviseur par le reste, et continuer ainsi la division jusqu'à ce qu'elle se fasse sans reste. Le dernier diviseur qu'on aura employé sera le plus grand commun diviseur, par lequel il faudra diviser les deux termes de la fraction. Si le dernier diviseur était l'unité, la fraction serait irréductible.

(*) Un nombre est divisible: par 2, lorsque son dernier chiffre est pair ou zéro; par 3, lorsque la somme de ses chiffres, considérés comme des unités simples, égale 3, ou un multiple de 3; par 4, lorsque le nombre formé par les deux derniers chiffres est divisible par 4, par 5, lorsqu'il est terminé par 5 ou 0; par 6, lorsqu'il est divisible par 2 et par 3; par 8, lorsque le nombre formé par les deux derniers chiffres égale un multiple de 8, et que le 3e est pair; par 9, lorsque la somme des chiffres, considérés comme des unités simples, égale 9 ou un multiple de 9.

EXEMPLE.

On demande la plus simple expression de $\frac{117}{1365}$.

OPÉRATION.

1365	117		78	39	117	39	1365	39
195	11	39	1 | 00	—	00	3	195	35
78				2			00	

Ayant divisé le dénominateur par le numérateur, il reste 78; je divise le numérateur par ce nombre et il reste 39; je continue à diviser ainsi l'avant-dernier reste par le dernier, et je trouve que 39 ne donne pas de reste, d'où je conclus qu'il est le plus grand commun diviseur: je divise les deux termes de la fraction par 39 et j'ai 3 pour numérateur de la nouvelle fraction, et 35 pour dénominateur; ce qui donne $\frac{3}{35}$ pour la plus simple expression de $\frac{117}{1365}$.

Exercices sur la troisième réduction.

P. 587. Réduisez les fractions $\frac{3}{9}$, $\frac{10}{18}$, $\frac{20}{16}$, $\frac{24}{96}$, à leur plus simple expression.

P. 588. Mettez $\frac{34}{126}$ à sa plus simple expression.

P. 589. Quelle est la plus simple expression de la fraction $\frac{75}{120}$?

P. 590. Réduisez $\frac{141}{705}$ à sa plus simple expression.

P. 591. Réduisez $\frac{72}{108}$ à sa plus simple expression.

P. 592. Quelle est la plus simple expression de $\frac{75}{125}$?

P. 593. Quelle est la plus petite expression de $\frac{84}{96}$?

P. 594. Dites la plus simple expression de cette fraction $\frac{72}{126}$.

P. 595. Quelle est la plus simple expression de cette fraction $\frac{252}{1200}$?

P. 596. Réduisez $\frac{819}{4536}$ à sa plus simple expression.

P. 597. Mettez $\frac{806}{3666}$ à sa plus petite expression.

P. 598. Quelle est la plus petite expression de la fraction $\frac{594}{648}$?

Quatrième réduction.

93. Pour réduire les fractions au même dénominateur, on peut se servir de la méthode suivante: on choisit un nombre appelé dénominateur commun, tel qu'il puisse être divisé sans reste par chacun des dénominateurs, et l'on multiplie les deux termes de chaque fraction par le quotient.

94. On trouve le dénominateur commun en multipliant les uns par les autres, les dénominateurs des fractions proposées. On peut se dispenser de multiplier par ceux qui sont sous-multiples de quelqu'autre.

EXEMPLE.

On veut mettre les fractions suivantes au même dénominateur: $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{7}{8}$.

OPÉRATION.

$5\times6=30\times8=240$ dénominateur commun.

240 dénom. com.				
$\frac{1}{3}=80$	$\frac{2}{3}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{7}{8}$
$\frac{1}{5}=48$	80	48	40	30
$\frac{1}{6}=40$	—	—	—	—
$\frac{1}{8}=30$	$\frac{160}{240}$	$\frac{192}{240}$	$\frac{200}{240}$	$\frac{210}{240}$

Ayant trouvé 240 pour dénominateur commun, je divise ce nombre par 3, par 5, par 6 et par 8, j'ai pour quotients 80, 48, 40, et 30; j'écris ces nombres sous les fractions données, et je multiplie chacun de leurs termes par le nombre correspondant 80, 48, etc., et j'ai pour réponse $\frac{160}{240}$, $\frac{192}{240}$, $\frac{200}{240}$, $\frac{210}{240}$. On pourrait également écrire les quotients en la manière indiquée No. 96.

Questions sur les Réductions des Fractions.

86. Qu'est-ce que les réductions des fractions?—87. Quelles sont les principales réductions?—88. Comment réduit-on des entiers en fractions?—89. Que faut-il faire pour réduire les fractions en entiers?—90. Que faut-il faire pour réduire une fraction à sa plus simple expression?—91. Peut-on abréger cette simplification successive des fractions?—92. Que faut-il faire pour trouver le plus grand commun diviseur des deux termes d'une fraction?—93. Que faut-il faire pour réduire les fractions au même dénominateur?—94. Comment trouve-t-on le dénominateur commun?

Exercices sur la quatrième réduction.

P. 599. Réduisez en même dénominateur $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{6}$.

P. 600. On veut réduire au même dénominateur $\frac{4}{5}$, $\frac{3}{8}$, et $\frac{5}{6}$.

P. 601. Je veux réduire $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{3}{7}$ et $\frac{4}{9}$, au même dénominateur.

P. 602. Réduisez au même dénominateur $\frac{11}{12}$, $\frac{13}{14}$, et $\frac{15}{16}$.

P. 603. Réduire au même dénominateur les fractions suivantes: $\frac{7}{8}$, $\frac{3}{11}$ et $\frac{3}{14}$.

P. 604. On veut réduire au même dénominateur $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{9}{16}$ et $\frac{11}{32}$?

P. 605. Réduisez au même dénominateur les fractions suivantes: $\frac{4}{9}$, $\frac{11}{12}$, $\frac{5}{16}$ et $\frac{9}{12}$.

P. 606. Réduisez au même dénominateur $\frac{31}{40}$ et $\frac{25}{28}$.

P. 607. Donnez un même dénominateur aux fractions suivantes: $\frac{17}{150}$ et $\frac{126}{140}$.

P. 608. Réduisez $\frac{2}{7}$ et $\frac{4}{9}$ au même dénominateur.

P. 609. On propose de réduire $\frac{65}{100}$ et $\frac{44}{50}$ au même dénominateur.

P. 610. On propose de ne donner qu'un même dénominateur à ces deux fractions, $\frac{17}{491}$, $\frac{18}{33}$.

ADDITION DES FRACTIONS. (12.)

95. On effectue l'addition des fractions en ajoutant ensemble tous les numérateurs, quand les fractions sont au même dénominateur; si elles n'y sont pas, il faut d'abord les y réduire (No. 93), ensuite on divise la somme des numérateurs par le dénominateur commun pour avoir les entiers qui s'y trouvent.

EXEMPLE.

On demande combien il y a d'entiers dans les fractions suivantes: $\frac{1}{8}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{7}{8}$? Réponse, 2.

OPÉRATION.

$$1+3+5+7=\frac{16}{8}.$$

La somme $\frac{16}{8}$ égale plus d'une unité, car il ne faut que 8 huitièmes pour former l'unité; en divisant 16 par 8, on trouvera que cette fraction équivaut à deux unités (No. 89).

96. La preuve de cette règle se fait par une autre addition de fractions qui ont pour dénominateurs les mêmes que ceux de la règle, et pour numérateurs ce qui manque aux numérateurs de la règle, pour que chacun soit égal à son dénominateur. On fait la somme de ces fractions, que l'on joint à la somme des fractions de la règle, et si le total donne autant d'unités qu'il y a de fractions dans la question, la règle est bien faite.

EXEMPLE.

Un tailleur a quatre coupons de drap, savoir: $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{6}$ et $\frac{1}{8}$. Il veut savoir combien il y a d'entiers? Réponse, $2\frac{3}{8}$.

	24 D. C.		24 D. C.
Solution,	$\frac{2}{3}\times 8=\frac{16}{24}$	Preuve,	$\frac{1}{3}\times 8=\frac{8}{24}$
	$\frac{3}{4}\times 6=\frac{18}{24}$		$\frac{1}{4}\times 6=\frac{6}{24}$
	$\frac{5}{6}\times 4=\frac{20}{24}$		$\frac{1}{6}\times 4=\frac{4}{24}$
	$\frac{1}{8}\times 3=\frac{3}{24}$		$\frac{7}{8}\times 3=\frac{21}{24}$
	$57 \mid 24$		$39 \mid 24$
	$9 \mid 2\frac{9}{24}$		$15 \mid 1\frac{15}{24}$
	$+1\frac{15}{24}$ Somme de la preuve.		
	$=4\frac{0}{0}$		

Exercices sur l'Addition des Fractions.

P. 611. On veut ajouter ensemble les fractions suivantes, savoir: $\frac{3}{7}$, $\frac{2}{9}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{6}{10}$ et $\frac{4}{5}$: combien aura-t-on d'unités?

P. 612. Quel est le total des nombres suivans: $14\frac{3}{5}$, $19\frac{8}{9}$, $41\frac{2}{7}$, et $34\frac{6}{11}$?

P. 613. On demande le total des nombres $31\frac{2}{3}$, $40\frac{3}{5}$, $25\frac{5}{6}$ et $48\frac{1}{8}$?

P. 614. Additionnez les nombres suivans: $36\frac{3}{4}$, $71\frac{7}{8}$, $82\frac{3}{7}$ et $91\frac{2}{5}$?

P. 615. De quel nombre faut-il ôter $77\frac{3}{7}$ pour que le reste soit $88\frac{7}{8}$?

P. 616. Additionnez ensemble $\frac{3}{8}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{4}$ et $\frac{2}{7}$.

P. 617. Faites la somme des fractions suivantes: $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{4}$ et $\frac{3}{7}$.

P. 618. Quel est le total des fractions suivantes: $\frac{14}{91}$, $\frac{11}{16}$ et $\frac{12}{13}$?

P. 619. Donnez le total des fractions: $\frac{7}{8}$, $\frac{4}{13}$ et $\frac{8}{10}$.

P. 620. Additionnez les nombres suivans et donnez-en le total: $15\frac{1}{12}$, $18\frac{1}{4}$ et $20\frac{1}{5}$.

SOUSTRACTION DES FRACTIONS.

97. Pour effectuer la soustraction de fractions on opère comme il suit:

1°. Si les deux fractions proposées ont le même dénominateur, on retranche le dénominateur de l'une du numérateur de l'autre, et on donne au reste le dénominateur commun de ces deux fractions. S'il est question, par exemple, de retrancher $\frac{5}{9}$ de $\frac{8}{9}$, le reste sera $\frac{3}{9}$, qui se réduit à $\frac{1}{3}$.

2°. Si les fractions n'ont pas le même dénominateur, on les y réduit (No. 93), après quoi on fait la soustraction comme il vient d'être dit. Ainsi pour ôter $\frac{2}{3}$ de $\frac{3}{4}$ je change ces fractions en $\frac{8}{12}$ et $\frac{9}{12}$; et retranchant 8 de 9, il me reste $\frac{1}{12}$.

3°. Si de $9\frac{5}{8}$ ont voulait retrancher $4\frac{7}{8}$ comme on ne peut ôter $\frac{7}{8}$ de $\frac{5}{8}$, on emprunterait sur 9 une unité, laquelle réduite en huitième et ajoutée à $\frac{5}{8}$ ferait $\frac{13}{8}$ desquels ôtant $\frac{7}{8}$, il resterait $\frac{6}{8}$, ôtant ensuite 4 de 8 qui restent après l'emprunt, il resterait en tout $4\frac{6}{8}$ ou $4\frac{3}{4}$.

Exercices sur la Soustraction des Fractions.

P. 621. De $\frac{1}{7}$ ôtez $\frac{1}{8}$.

P. 622. De $1\frac{19}{29}$ ôtez $\frac{18}{28}$.

P. 623. De $5\frac{3}{4}$ ôtez $3\frac{1}{8}$.

P. 624. De $14\frac{3}{13}$ ôtez $8\frac{4}{5}$.

P. 625. Quel est le nombre qui, étant ôté de $85\frac{3}{7}$ donne $75\frac{4}{9}$ pour reste?

P. 626. Quel est l'excédant de $\frac{41}{32}$ sur $\frac{3}{5}$?

P. 627. Trouver la différence qui existe entre les nombres $165\frac{8}{7}$ et $77\frac{8}{9}$.

P. 628. Combien reste-t-il de $14\frac{7}{9}$, après avoir ôté $13\frac{11}{12}$?

MULTIPLICATION DES FRACTIONS.

98.—1°. **Pour multiplier une fraction par une fraction, il faut multiplier le numérateur de l'une par le numérateur de l'autre, et le dénominateur de l'une par le dénominateur de l'autre.**

Par exemple, pour multiplier $\frac{2}{3}$ par $\frac{4}{5}$, on multipliera 2 par 4, ce qui donnera 8 pour numérateur; multipliant pareillement 3 par 5, on aura 15 pour dénominateur, et par conséquent $\frac{8}{15}$ pour le produit.

Pour comprendre la raison de cette méthode, il faut se rappeler que le multiplicateur indique toujours combien de fois il faut prendre le multiplicande.

Ainsi, multiplier $\frac{2}{3}$ par $\frac{4}{5}$, c'est prendre 4 fois le 5e de $\frac{2}{3}$: or en multipliant le dénominateur 3 par 5, on change les tiers en quinzièmes, c'est-à-dire en parties 5 fois plus petites; la fraction $\frac{2}{15}$ égale donc le 5e de $\frac{2}{3}$, et en multipliant le numérateur 2 par 4, on prend 4 fois cette cinquième partie de $\frac{2}{3}$, on multiplie donc en effet $\frac{2}{3}$ par $\frac{4}{5}$. Mais dans cette opération on a multiplié d'une part les deux numérateurs, et de l'autre les dénominateurs: donc pour multiplier, etc.

2°. Si on avait un entier ou des entiers à multiplier par une fraction, ou une fraction à multiplier par un entier ou par des entiers, on mettrait la partie entière sous la forme de fraction, en lui donnant l'unité pour dénominateur; par exemple, si j'ai 9 à multiplier par $\frac{4}{7}$, l'opération se réduit à multiplier 9 par $\frac{4}{7}$, ce qui, selon la règle qu'on vient de donner, produit $\frac{36}{7}$, qui se réduisent à $5\frac{1}{7}$. On voit que dans ce cas l'opération se réduit à multiplier les entiers par le numérateur de la fraction, et à donner au produit le dénominateur de cette même fraction.

3°. S'il y avait des entiers joints aux fractions, on pourrait, avant de faire la multiplication, réduire ces entiers chacun en fraction de même espèce que celle qui l'accompagne. Par exemple, si j'ai $12\frac{3}{5}$ à multiplier par $9\frac{3}{4}$, je change le multiplicande en $\frac{63}{5}$ et le multiplicateur en $\frac{39}{4}$, et je multiplie $\frac{63}{5}$ par $\frac{39}{4}$, selon la règle ci-dessus, ce qui me donne $\frac{2457}{20}$, qui équivalent à $122\frac{17}{20}$.

Exercices sur la multiplication des fractions.

P. 629. Quel est le produit de $6\frac{1}{6}$ par $8\frac{2}{9}$?

P. 630. Quel serait le produit de $45\frac{3}{5}$ par $3\frac{4}{9}$?

P. 631. Multipliez $62\frac{1}{7}$ par $28\frac{3}{5}$, et dites-en le produit.

P. 632. Multipliez $8\frac{2}{3}$ par 7.

P. 633. Multipliez $7\frac{3}{7}$ par $\frac{9}{13}$.

P. 634. On demande le produit de 36 entiers $\frac{7}{8}$, par 13 entiers $\frac{5}{8}$.

P. 635. Quel est le produit de 35 entiers $\frac{2}{3}$ par 25 entiers $\frac{6}{7}$?

P. 636. Quel est le produit de $436\frac{13}{15}$ par 3 entiers?

P. 637. Multipliez 8 entiers $\frac{2}{3}$ par 25 entiers $\frac{2}{3}$.

P. 638. Calculez le produit de $\frac{67}{126}$ par 86 entiers $\frac{491}{791}$.

DIVISION DES FRACTIONS.

99.—1°. Pour diviser une fraction par une fraction, il faut renverser les deux termes de la fraction diviseur et multiplier la fraction dividende par cette fraction ainsi renversée.

Par exemple, pour diviser $\frac{4}{5}$, par $\frac{2}{3}$, je renverse la fraction $\frac{2}{3}$, ce qui donne $\frac{3}{2}$, je multiplie $\frac{4}{5}$ par $\frac{3}{2}$; selon la règle donnée (No. 98). et j'ai $\frac{12}{10}$ ou $1\frac{2}{10}$ pour le quotient de $\frac{4}{5}$ divisé par $\frac{2}{3}$.

2°. Si l'on avait une fraction à diviser par des entiers, ou des entiers à diviser par une fraction, on commencerait par mettre les entiers sous la forme de fraction, en leur donnant l'unité pour dénominateur, par exemple, si l'on a 12 à diviser par $\frac{5}{7}$, on réduira l'opération à diviser $\frac{12}{1}$ par $\frac{5}{7}$, ce qui, selon la règle qu'on vient de donner, se réduira à multiplier $\frac{12}{1}$ par $\frac{7}{5}$ ce qui donne $\frac{84}{5}$ ou $16\frac{4}{5}$. Pareillement, si l'on avait $\frac{3}{4}$ à diviser par 5, l'opération se réduirait à diviser $\frac{3}{4}$ par $\frac{5}{1}$ c'est-à-dire à multiplier $\frac{3}{4}$ par $\frac{1}{5}$, ce qui donne $\frac{3}{20}$.

3°. S'il y avait des entiers joints aux fractions, on réduirait ces entiers en une fraction de même espèce que celle qui l'accompagne.

Par exemple, si l'on avait $54\frac{3}{5}$ à diviser par $12\frac{2}{3}$, on changerait le dividende en $\frac{273}{5}$, et le diviseur en $\frac{38}{3}$, et l'opération serait réduite à diviser $\frac{273}{5}$ par $\frac{38}{3}$, c'est-à-dire à multiplier $\frac{273}{5}$ par $\frac{3}{38}$, ce qui donnerait $\frac{819}{190}$ ou $4\frac{59}{190}$.

Exercices sur la division des fractions.

639. Divisez $15\frac{2}{7}$ par $21\frac{3}{4}$.

640. Divisez $33\frac{1}{2}$ par $99\frac{2}{3}$.

641. Divisez $6\frac{4}{9}$ par $\frac{7}{8}$.

642. Divisez $2\frac{1}{2}$ par $7\frac{1}{2}$.

643. Divisez 36 entiers $\frac{3}{4}$ par 8.

644. Quel est le quotient de $\frac{17}{18}$ par $\frac{54}{72}$?

645. Si l'on divisait $\frac{1}{2}$ par $4\frac{3}{8}$ quel serait le quotient?

646. Quel est le nombre qui, étant multiplié par $7\frac{2}{3}$ donnerait $19\frac{2}{3}$ au produit?

647. On a mis 755 bouteilles dans $3\frac{1}{2}$ pièces: combien chacune en contient-elle?

648. On a payé 336 sch. pour 3 $\frac{1}{2}$ douzaines de chapeaux: à combien revient le chapeau?

Evaluation des fractions absolues en fractions relatives et réciproquement.

100. Pour convertir une fraction absolue en une relative, il faut diviser le Nr. par le Dr., si le Nr. est plus grand que le Dr. le quotient sera des unités; ensuite on multiplie le reste par le nombre qu'il faut de la première subdivision pour faire l'unité.

EXEMPLE.

Réduisez $\frac{7}{4}$ de louis, en louis, sch., etc.

OPÉRATION.

$$\begin{array}{r|l} 7 & 4 \\ \cline{2-2} 3 & £1\ \ 15 \text{ sch.} \\ \times 20 \text{ sch.} & \\ \cline{1-1} 60 & \\ 00 & \end{array}$$

La fraction étant plus grande que l'unité en divisant le Nr. par le Dr. il vient £1 au quotient et trois de reste qui multiplié par 20 sch., donne 60; ce nombre divisé par 4, donne 15 sch., ce qui fait £1 15 sch., pour la fraction $\frac{7}{4}$. Si le Nr. est plus petit que le Dr. on pose un 0 au quotient pour tenir lieu d'unités pricipales, et ensuite on multiplie le Nr. comme dans l'exemple précédent à l'égard du reste.

101. Pour réduire des fractions relatives en fractions absolues il faut donner, pour Dr. à cette fraction le nombre qui exprime combien il faut de ses subdivisions pour faire l'unité principale.

Ainsi pour réduire 5 sch. en fraction absolue du louis, il faut prendre ce 5 pour Nr. et 20 pour Dr. parcequ'il faut 20 sch. pour faire un louis.

Si on avait des entiers il faudrait les réduire en unités des subdivisions qui doivent servir de Dr. à la fraction, £2 10s. feraient $\frac{50}{20}$, etc,

Exercices.

649. Combien y a-t-il de louis, sch., etc., dans $\frac{7}{5}$ de louis?

650. Combien y a-t-il de sch. et de deniers dans $\frac{4}{9}$ de louis?

651. Dites le nombre de deniers et de farth. qu'il y a dans $\frac{7}{11}$ de sch.?

652. Combien y a-t-il d'onces dans $\frac{24}{27}$ de livre?

653. Quel est le nombre d'onces et de dragmes contenues dans $\frac{25}{16}$ d'onces?

654. Réduisez £4 5 sch. en fraction absolue.

655. Réduisez en fractions absolues de l'unité immédiatement supérieure les nombres suivans 1°. 10 sch. 11d.; 2°. 4 lbs. 13 on.; 3°. 5 on. 4 drag.; 4°. 3 gal. 1 pot.

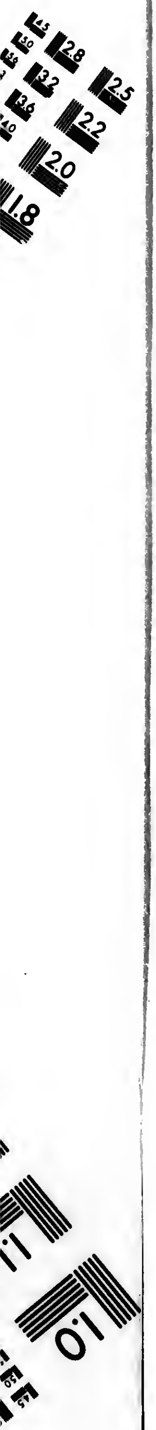
656. Réduisez 4 sch. 7 deniers en fraction absolue du sch.

657. Réduisez 4 gros 15 grains en fraction absolue de la livre, poids de troie.

658. Réduisez 10 onces 7 dragmes en fraction absolue de la livre.

Questions sur les quatre règles et l'évaluation des fractions.

95. Comment opère-t-on l'addition des fractions?—96. Comment fait-on la preuve de l'addition des fractions?—97. Comment fait-on la soustraction des fractions?—98. Que faut-il faire pour multiplier une fraction par une fraction?—99. Que faut-il faire pour diviser une fraction par une autre?—100. Que faut-il faire pour convertir une fraction absolue en fraction vulgaire?—101. Que faut-il faire pour réduire des fractions relatives en fractions absolues?


2.8
2.5
3.2
2.2
3.6
2.0
1.8
1.1
1.0

PRATIQUE DE LA MULTIPLICATION

PAR PARTIES ALIQUOTES. (13.)

102. On appelle parties aliquotes d'un nombre, un autre nombre qui le divise exactement: ainsi 5 est une partie aliquote de 20, parce que 20 divisé par 5 donne 4.

Table des parties aliquotes.

D'un schelling.		D'un louis.		D'un quintal.	
6d.	$\frac{1}{2}$s.	10s. 0d.	$\frac{1}{2}$£	56 lb.	$\frac{1}{2}$ quint.
4	$\frac{1}{3}$	6 8	$\frac{1}{3}$	28	$\frac{1}{4}$
3	$\frac{1}{4}$	5 0	$\frac{1}{4}$	16	$\frac{1}{7}$
2	$\frac{1}{6}$	4 0	$\frac{1}{5}$	14	$\frac{1}{8}$
$1\frac{1}{2}$	$\frac{1}{8}$	3 4	$\frac{1}{6}$	8	$\frac{1}{14}$
1	$\frac{1}{12}$	2 6	$\frac{1}{8}$	7	$\frac{1}{16}$
D'un douze sous.		2 0	$\frac{1}{10}$	D'un quart.	
$\frac{3}{4}$d.	$\frac{1}{8}$	1 8	$\frac{1}{12}$	14 lb.	$\frac{1}{2}$
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{12}$	1 4	$\frac{1}{15}$	7	$\frac{1}{4}$
$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{24}$	1 3	$\frac{1}{16}$	4	$\frac{1}{7}$
				$3\frac{1}{2}$	$\frac{1}{8}$
				2	$\frac{1}{14}$

103. Pour savoir si un nombre est une partie aliquote d'un autre, divisez ce dernier par l'autre nombre; s'il ne reste rien le quotient montre quelle partie est ce nombre, mais s'il reste quelque chose il n'est point une partie aliquote; ainsi: 7 n'est pas une partie aliquote de 20, parce que 20 divisé par 7 donne 2 et 6 de reste, mais 4 en est une, parce que 20 divisé par 4 donne 5 au quotient, et ce quotient indique que 4 est le $\frac{1}{5}$ de 20 sch. ou d'un louis.

104. Il est évident qu'un nombre quelconque d'objets à £1 chacun coûteront autant de louis qu'il y aura d'objets; s'ils coûtent un demi louis ou 10 sch. ils coû-

teront autant de demi-louis, il faudra par conséquent en prendre la moitié, etc. Ainsi dans le premier exemple suivant il faudra prendre le $\frac{1}{4}$ du multiplicateur parce que 5 est le $\frac{1}{4}$ d'un louis, etc. Le reste doit être réduit en schellings si c'est une partie aliquote de louis, ou en deniers si c'est une partie aliquote de sch.

I. EXEMPLE.

Quel est le prix de 794 verges à 5 sch. la verge?

Pour 5 sch. le $\frac{1}{4}$ = £198 10s.

II. EXEMPLE.

Quel est le prix de 575 lbs. à 4d.
Pour 4d. $\frac{1}{3}$ = 191s. 8d. $\geqslant$ 20
= £9 11s. 8d.

Dans le premier exemple il est clair que si chaque verge coûtait un louis le tout coûterait £794, mais comme il ne coûte que 5 sch. qui est le $\frac{1}{4}$ d'un louis, il doit coûter le $\frac{1}{4}$ de £794, qui est de £198 10 sch.

Dans le deuxième exemple on prend le $\frac{1}{3}$ de 575 parce que 4d. est le $\frac{1}{3}$ d'un sch. et on a 191 sch. 8d. qui donnent £9 11s. 8d.

Exercices.

P. 659.	La valeur de	853	verges à	4s.	0d.
660.	"	975	"	2	0
661.	"	856	"	6	8
662.	"	653	"	3	4
663.	"	999	"	2	6
664.	"	577	"	1	8
665.	"	399	"	1	4

					s.	d.
P. 666.	La valeur de	767	verges à		1	3
667.	"	848	"		0	6
668.	"	678	"		0	3
669.	"	974	"		0	$1\frac{1}{2}$
670.	"	593	"		0	$0\frac{3}{4}$
671.	"	678	"		0	$0\frac{1}{2}$
672.	"	749	"		0	$0\frac{1}{4}$
673.	"	759	"		3	0
674.	"	958	"		2	4
675.	"	358	"		1	9
676.	"	1247	"		1	2
677.	"	874	"		5	0
678.	"	1382	"		10	6
679.	"	999	"		7	0
680.	"	4218	"		0	2
681.	"	679	"		3	6
682.	"	842	"		10	0
683.	"	968	"		5	3
684.	"	1245	"		0	4
685.	"	678	"		1	6
686.	"	6739	"		0	$0\frac{3}{4}$

105. Quand le prix donné n'est pas une partie exacte d'un louis, d'un schelling, etc., il faut prendre pour une partie moindre que le nombre donné, mais qui soit une partie exacte; et si le reste n'est pas encore une partie exacte on prend encore pour un nombre moindre, et ainsi de suite, puis on additionne tous les produits. Ainsi pour 15 sch. on prend d'abord pour 10 sch. la $\frac{1}{2}$ et ensuite pour 5s. le $\frac{1}{4}$ ou la $\frac{1}{2}$ du produit de la moitié.

I. EXEMPLE.

	367 ver. × 15s.	
Pr. 10s. $\frac{1}{2}$	183	10s.
Pr. 5s. $\frac{1}{4}$	91	15s.
=Rép.	£275	5s.

II. EXEMPLE.

	568 on. × 9d.
Pr. 6d. $\frac{1}{2}$	284
Pr. 3d. $\frac{1}{2}$	142
	426 $>$ 20=
	=Rép. £21 6s.

Dans le premier exemple on a pris pour 10s. la $\frac{1}{2}$ de 367; pour 5s. le $\frac{1}{4}$ du même nombre ou la $\frac{1}{2}$ de £183 10s. qui est le produit de 10s.; dans le 2e. exemple on a pris pour 6d. la $\frac{1}{2}$ de 568 et pour 3d. le $\frac{1}{4}$ du même nombre ou la $\frac{1}{2}$ de 284 produit de 6d.; lesquels deux produits étant additionnés donnent 426s. ou £21 6s.

106. Quand il y a des louis dans le prix donné on les multiplie par le multiplicande, ensuite on additionne le produit des schellings, deniers, etc., avec le produit de ces louis.

EXEMPLE.

	426 verges à £2 10s.
	£2
	852
Pour 10s. la $\frac{1}{2}$	213
Réponse,	£1065

107. Quand il n'y a pas de louis il est plus facile de multiplier par les schellings et prendre les parties aliquotes pour les deniers s'il y en a, il en est de même pour les deniers s'il n'y a pas de schellings; ainsi, dans le premier exemple du No. 105 on aurait pu multiplier par 15 et diviser par 20, et dans le second multiplier par 9 et diviser par 12 et ensuite par 20.

Exercices.

P. 687.	La valeur de	853	lbs.	à		0s.	$2\frac{1}{2}$d.
688.	"	567	"			0	$3\frac{1}{4}$
689.	"	845	"			0	$3\frac{1}{2}$
690.	"	789	"			0	$3\frac{3}{4}$
691.	"	957	"			0	$4\frac{1}{4}$
692.	"	751	"			0	$5\frac{1}{2}$
693.	"	873	"			0	$6\frac{1}{2}$
694.	"	897	"			0	$7\frac{1}{2}$
695.	"	764	"			0	9
696.	"	856	"			0	$10\frac{1}{2}$
697.	"	684	"			0	11
698.	"	819	"			1	1
699.	"	567	"			1	$2\frac{1}{2}$
700.	"	876	"			1	10
701.	"	847	"			2	2
702.	"	579	"			3	9
703.	"	678	"			4	8
704.	"	796	"			6	3
705.	"	856	"			7	6
706.	"	579	"			5	10
707.	"	983	"			3	$10\frac{1}{2}$
708.	"	674	"		£4	8	4
709.	"	571	"		1	11	8
710.	"	638	"		2	17	4
711.	"	674	"		7	7	7
712.	"	975	"		18	19	0
713.	"	486	"		23	13	0
714.	"	516	"		8	8	8
715.	"	478	"		0	11	8
716.	"	576	"		0	12	6
717.	"	947	"		0	13	4

				£	s.	d.
P. 718.	La valeur de	847	lbs. à	0	16	8
719.	"	953	"	2	9	6
720.	"	735	"	1	11	8
721.	"	586	"	2	17	4
722.	"	572	"	19	18	0
723.	"	678	"	9	9	9
724.	"	257	"	14	15	6

108. 1°. Quand le prix ne consiste qu'en sch. on peut multiplier par la moitié des schellings, ensuite retrancher un chiffre à la droite du produit, doubler ce chiffre qui sera les schellings et les chiffres à gauche seront des louis.

2°. S'il y a des louis il faut les joindre à la moitié des sch. ainsi pour multiplier par £2 10s. multipliez par 25.

3°. S'il y a des deniers il faut prendre des parties aliquotes sur 2s. considérés comme un seul, et doubler le reste s'il y en a un avant de le réduire en sch.

I. EXEMPLE.

25 × 15s.
07½
———
175
½ 12½
———
Rép. £18 5

II. EXEMPLE.

25 × £3 10s. 3d.
35
———
125
75
3⅛   3 3
———
£87 16 3

Exercices.

				£	s.	d.
P. 725.	La valeur de	678	verges à	0	14	0
726.	"	567	"	0	8	0
727.	"	468	"	0	17	0

					£	s.	d.
728.	La valeur de	579	verges à		0	19	0
729.	"	634	"		1	13	0
730.	"	571	"		1	17	0
731.	"	658	"		2	16	0
732.	"	795	"		3	9	0
733.	"	574	"		5	3	0
734.	"	699	"		1	17	6
735.	"	589	"		2	9	4
736.	"	637	"		5	18	7
737.	"	752	"		7	9	5
738.	"	678	"		3	5	10
739.	"	731	"		1	19	9
740.	"	567	"		0	14	9
741.	"	786	"		0	17	3
742.	"	633	"		0	9	10
743.	"	986	"		0	0	$10\frac{1}{2}$
744.	"	837	"		0	0	$5\frac{1}{4}$
745.	"	759	"		0	0	$11\frac{1}{2}$
746.	"	967	"		0	1	$1\frac{1}{4}$
747.	"	263	"		0	1	$2\frac{1}{2}$
748.	"	345	"		0	1	$6\frac{3}{4}$
749.	"	252	"		0	3	$9\frac{1}{2}$
750.	"	546	"		0	9	$9\frac{3}{4}$
751.	"	698	"		0	13	10
752.	"	285	"		3	17	8
753.	"	103	"		5	14	10
754.	"	598	"		2	12	6
755.	"	219	"		11	7	8
756.	"	395	"		4	12	10
757.	"	548	"		5	17	7
758.	"	475	"		14	13	9

109. Quand le multiplicateur contient une fraction il faut multiplier comme aux N^{os}. précédens, sans avoir égard à la fraction ; et avant de faire l'addition, on prend dans le multiplicande des parties aliquotes pour cette fraction.

EXEMPLE.

Quel est le prix de $48\frac{3}{4}$ verg. à £6 10s.?

	$48\frac{3}{4}$		
	288		
Pour $10\frac{1}{2}$s.	24		
Pour $\frac{1}{2}$	3	5	
Pour $\frac{1}{4}$ le $\frac{1}{4}$	1	12	6
	£216	17	6

Après avoir multiplié £6 10s. par 48, je prends pour une $\frac{1}{2}$, (partie des $\frac{3}{4}$) la $\frac{1}{2}$ de £16 10s.; ensuite pour le $\frac{1}{4}$ je prends le $\frac{1}{4}$ de £6 10s. ou la $\frac{1}{2}$ de £3 5s. qui sont le produit d'une $\frac{1}{2}$, lesquels produits additionnés ensemble donnent £216 17s. 6d. pour réponse.

Exercices.

				£	s.	d.
P. 759.	Quel est le prix de	$73\frac{1}{2}$	ver. à	1	8	4
760.	"	$53\frac{1}{3}$	"	0	9	8
761.	"	$557\frac{1}{4}$	"	0	17	6
762.	"	$897\frac{1}{8}$	"	3	5	5
763.	"	$678\frac{1}{6}$	"	4	8	6
764.	"	$197\frac{3}{4}$	"	6	8	2
765.	"	$537\frac{3}{8}$	"	0	19	9
766.	"	$477\frac{5}{6}$	"	1	2	10
767.	"	$734\frac{7}{12}$	"	3	3	3
768.	"	$673\frac{7}{10}$	"	3	18	8
769.	"	$389\frac{8}{15}$	"	5	11	6
770.	"	$745\frac{2}{3}$	"	4	9	10

110. Quand le multiplicateur est composé on opère comme aux N^{os}. précédens, pour les entiers; ensuite on décompose les subdivisions en parties aliquotes comme on a fait pour la fraction du N°. 109.

EXEMPLE.

	£4	10	6
	×4 quint. 2 qr. 14 lbs.		
	16		
Pour $10\frac{1}{2}$s.	2		
Pour 6d. $\frac{1}{20}$	0	2	
Pour $\frac{2}{4}$ la $\frac{1}{2}$ du M^{de}.	2	5	3
Pour 14 lb. le $\frac{1}{4}$ des $\frac{2}{4}$	0	5	$3\frac{3}{4}$
	£18	12	$6\frac{3}{4}$

Exercices.

Quel est le prix de

P. 771. $568\frac{3}{4}$ ver. à 16s. 8d. la verge?

772. 957 ver. $2\frac{3}{4}$ qr. à 34s. 4d.?

773. 136 quint. 3 qr. 14 lb. à £4 16s. le quintal?

774. 18 quint. 2 qr. 16 lb à £3 18s. 6d.?

775. 21 quint. 1 qr. 24 lb. à £4 17s. 8d.?

776. 9 quint. 2 qr. 22 lb. à £2 13s. 6d.?

777. 168 quint. 3 qr. 25 lb. à £4 8s. 6d.?

778. 0 quint. 2 qr. 27 lb. à £5 15s. 9d.?

779. 11 quint. 0 qr. 13 lb. à £6 18s.?

780. 748 quint. 1 qr. 11 lb. à £7 16s. 8d.?

781. 35 quint. 3 qr. 14 lb. à 13s. 4d. par quart?

782. 9 quint. 2 qr. $23\frac{1}{2}$ lb. à 3s. 5d. par lb.?

783. 93 lb. 6 on. 15 dr. à £1 11s. 7d. la livre?

784. 8 lb. 1 on. 4 gros 18 grains à £3 12s. 6d.?

P. 785. 39 lb. 10 on. 13 gros 12 grains à £5 16s.?
786. 46 acres 3 verges 38 per. à £2 12s. par acre?
787. 9 setiers 3 minots 7 gall. à £4 3s. 8d. le setier?
788. 67 douz. 7 bouteilles à £2 17s. 6d. la douzaine?
789. 25 ton. 11 quint. 2 qr. 12 lb. à £4 8s. 4d. le quint.?
790. 17 quint. 1 qr. 19 lb. à £78 16s. par tonneau?

DEUXIÈME PARTIE.

PROPORTIONS.

Opérations qui en dépendent, etc.

111. Une proportion est l'égalité de deux rapports.

112. Un rapport est le résultat de la comparaison de deux nombres.

113. On désigne les quatre termes qui entrent dans une proportion, par des noms qui leur sont affectés, le 1^{er} et le 3^{e} sont appelés antécédens; le 2^{e} et le 4^{e} conséquens; le 1^{er} et le dernier se nomment aussi extrêmes et les deux du milieu moyens.

114. Les propriétés fondamentales des proportions sont les suivantes; 1°. Le produit des moyens est égal au produit des extrêmes. Soit la proportion 2:4::3:6. En exprimant la raison de chaque rapport par une fraction, nous aurons $\frac{2}{4}$ et $\frac{3}{6}$, et ces deux fractions ré-

duites au même dénominateur (No. 98), seront $\frac{12}{24}$, $\frac{12}{24}$. Or, par cette opération nous n'avons pas troublé la proportion; en la rétablissant, nous avons 12:24::12:24; mais les facteurs des moyens sont les mêmes que ceux des extrêmes: donc, etc.

Il résulte de là qu'on peut changer l'ordre des termes d'une proportion sans la troubler, pourvu que dans celui dans lequel on l'a établie, le produit des moyens soit toujours égal à celui des extrêmes. Ainsi la proportion ci-après peut avoir toutes les formes suivantes:

12: 3::20: 5	5:20:: 3:12
12:20:: 3: 5	5: 3::20:12
3:12:: 5:20	20:12:: 5: 3
3: 5::12:20	20: 5::12: 3

En effet, dans tous ces arrangemens, le produit des extrêmes et celui des moyens est toujours l'un des deux produits 12×5, 3×20.

Il résulte de là, que pour avoir un extrême inconnu, il faut faire le produit des moyens, et le diviser par l'extrême connu; de même pour avoir un moyen inconnu, il faut faire le produit des extrêmes, et le diviser par le moyen connu, le quotient donnera le terme demandé soit à trouver le 4e terme de cette proportion 15:5::21:x.

$$\text{Solution } \frac{5\times21=105}{15}=7$$

En effet, 15 qui est ici diviseur, est le facteur d'un produit égal à celui de 5 par 21; mais en divisant un produit par l'un de ses facteurs, l'autre facteur vient au quotient: donc pour avoir un extrême inconnu, etc.

Soit encore cet autre exemple, 18:24::x:28.

Solution $18\times28=504$

$$\frac{504}{24}=21$$

En effet, le diviseur 24 est le facteur d'un produit égal à celui de 18 par 28, mais en divisant un produit par l'un de ses facteurs, il vient au quotient l'autre facteur: donc pour avoir un moyen inconnu, il faut, etc.

2°. Si on ajoute chaque conséquent à son antécédent ou si on l'en retranche, la proportion est encore existante. Soit la proportion 12:10::48:40; la différence des deux termes du premier rapport est 2 (12—10=2); celles des deux termes du second est 8 (48—40=8); or on a 2:10::8:40. En effet, en retranchant les conséquens des antécédens, on a diminué les deux rapports de chacun une unité, ils sont donc demeurés égaux. Au contraire, les rapports seraient augmentés d'une unité et seraient encore égaux si on ajoutait chaque conséquent à son antécédent.

3°. La somme des antécédens est à la somme des conséquens, comme un antécédent est à son conséquent. Soit la proportion 4:2::6:3; on peut changer les moyens de place et écrire 4:6::2:3; on peut ensuite ajouter chaque conséquent à son antécédent, et on aura 4+6:2+3::6:3. S'il y avait un plus grand nombre de rapports égaux, on le démontrerait de même.

4°. Si l'on multiplie ou si l'on divise l'un des rapports ou tous les deux par un même nombre, la raison entre les termes de chaque rapport sera toujours la même, et par conséquent on n'aura rien changé à la proportion; Soit les deux rapports 6:2 et 9:3 formant la proportion

6:2::9:3. Remarquons d'abord que dans chacun de ces rapports, la raison peut être exprimée par une fraction, par exemple, 6:2 par $\frac{6}{2}$ et 9:3 par $\frac{9}{3}$. Mais on a vu que lorsqu'on multiplie les deux termes d'une fraction par un même nombre, on ne trouble pas le rapport qui existe entre eux : donc, etc. Par une suite nécessaire, si l'on divise les deux termes d'un rapport par un même nombre, la raison ne sera pas changée.

5°. Si l'on multiplie ou si l'on divise les deux antécédens ou les deux conséquens par un même nombre, la proportion ne sera pas troublée. Ceci est évident, dans la proportion suivante, par exemple, 4 : 2::6 : 3, si nous multiplions 4 qui contient 2 fois 2, par 3, par exemple, nous aurons pour produit 12 qui contiendra 2 fois 2 autant de fois que le nombre 3 contient d'unités, c'est-à-dire 6 fois ($\frac{12}{2}=6$); mais en multipliant par 3 le nombre 6 qui contient 3 deux fois, nous aurons aussi un produit qui contiendra 2 fois 3 autant de fois qu'il y a d'unités dans 18, c'est-à-dire 6 fois ($\frac{18}{3}=6$). On le démontrerait d'une manière analogue pour les conséquens.

Par une suite nécessaire, si l'on divise au lieu de multiplier, la même propriété aura lieu.

6°. Quand on multiplie terme à terme deux proportions, les produits résultant de ces opérations forment encore une proportion. Par exemple, soit les deux proportions.

$$\begin{array}{l} 3 : 6 :: 4 : 8 \\ 5 : 7 :: 15 : 21 \\ \hline 15 : 42 :: 60 : 168 \end{array}$$

Les quatre produits forment la proportion 15 : 42 : : 60 : 168. En effet, les deux proportions 3 : 6 : 4 : 8 et 5 : 7 : : 15 : 21 donnent les égalités.

$$\tfrac{3}{6}=\tfrac{4}{8} \text{ et } \tfrac{5}{7}=\tfrac{15}{21}$$

Et en multipliant terme à terme ces deux égalités on aura

$$\tfrac{3}{6}\times\tfrac{5}{7}=\tfrac{4}{8}\times\tfrac{15}{21} \text{ ou } \tfrac{15}{42}=\tfrac{60}{178}, \text{ donc, etc.}$$

Questions sur les Proportions.

111. Qu'est-ce qu'une proportion?—112. Qu'est-ce qu'un rapport?—113. Comment désigne-t-on les quatres termes qui entrent dans une proportion?—114. Quelles sont les propriétés fondamentales des proportions?

RÈGLE DE TROIS SIMPLE. (14.)

115. La Règle de Trois simple est une opération à laquelle donne lieu l'énoncé d'un problème qui renferme quatre termes d'une proportion, dont trois étant connus servent à découvrir le quatrième.

Par exemple, le problème suivant: 6 hommes ayant fait 42 toises d'ouvrage: combien 10 hommes en feront-ils durant le même temps, renferme une règle de trois.

116. Quoique l'on distingue ordinairement cinq sortes de règle de trois, savoir: 1°. la directe simple, 2°. l'inverse simple, 3°. la directe double, 4°. l'inverse double, 5°. la composée, c'est-à-dire, en partie directe et en partie inverse, nous n'en reconnaîtrons ici que de deux sortes: celles dont chaque terme n'est composé que d'un seul nombre, et que nous appelons pour ce sujet *règles de trois simples,* tel est l'exemple précédent; et celles dont deux termes, quelquefois les quatre, sont composés

de plusieurs nombres, nous les nommons *règles de trois composées*, et elles renfermeront les quatres dernières espèces nommées ci-dessus.

L'exemple suivant renferme une règle de trois composée.

Combien faudra-t-il de jours à 8 hommes qui travaillent 10 heures par jour, pour faire un ouvrage de 25 toises de longueur et deux de largeur, sachant que 6 hommes ont fait en 15 jours, travaillant 12 heures par jour, 30 toises d'un autre ouvrage qui a 3 toises de largeur?

117. Pour opérer sans employer les proportions un problème qui renferme une règle de trois, on divise la quantité qui est seule de son espèce par celle qu'il l'a produite ou qu'elle produit elle-même, et on multiplie le quotient par le troisième terme.

Soit, par exemple, à résoudre le premier problème ci-dessus: si je connaissais l'ouvrage que chaque homme a fait, je le multiplierais par 10, nombre d'hommes qui doivent être employés pour faire l'ouvrage demandé, ce qui donnerait la réponse: mais je connais l'ouvrage que 6 hommes ont fait et je cherche celui d'un seul, cette première question demande une division, et le quotient donnera l'ouvrage d'un seul homme: pour avoir celui de dix, il suffit de répéter dix fois cette quantité, ce qui exige une multiplication.

2. Exemple. Onze minots de blé coûtent 68 schellings, combien coûteront 15 minots du même blé? Je divise 68 par 11, et j'ai 6 schellings $\frac{2}{11}$ pour le prix du minot, je multiplie ce nombre par 15, et j'ai $92\frac{8}{11}$ pour réponse.

C'est ainsi qu'on peut opérer toutes les règles de trois directes; mais comme cette méthode présente quelques difficultés à cause des fractions qui peuvent résulter de la division, on peut, pour les éviter, commencer par la multiplication. Ainsi dans le premier exemple, je multiplie 42 par 10 et j'ai 420; mais 420 est l'ouvrage de 6 hommes, j'ai donc un produit 6 fois trop fort; pour le réduire à sa juste valeur, il faut donc le diviser par 6. En appliquant le même raisonnement au second exemple on aurait $\frac{15 \times 68}{11} = 92\frac{8}{11}$.

118. Pour résoudre les règles de trois en faisant usage des proportions, il faut considérer d'abord que tout problème de ce genre renferme deux rapports. Soit, par exemple, le problème précédent; 11 minots de blé coûtent 68 schellings, combien coûteront 15 minots du même blé? En divisant 68 par 11, j'aurai le prix du minot de blé: mais si je connais le prix des 15 minots, en le divisant par 15, j'aurais également le prix d'un minot, lequel doit être égal dans les deux cas; or, le quotient de chacune de ces divisions exprime le rapport qui règne entre les deux termes, et comme il est le même, j'en conclus que ces 4 termes forment une proportion que l'on peut écrire ainsi: $11 : 68 :: 15 : x$. Le produit des moyens divisé par l'extrême connu donnera la réponse.

119. Pour placer convenablement les nombres qui composent les règles de trois, quand on veut les résoudre par les proportions, il faut avoir soin d'écrire les deux rapports dans le même ordre, c'est-à-dire qu'ils doivent commencer tous deux par les antécédens ou par les conséquens on remplace le terme inconnu par x.

EXEMPLE.

Lorsque 140 sch. sont le prix de 14 verges de drap: combien faudra-t-il payer pour 20 verges du même drap?

Solution 140 : 14 verg :: x : 20 verges.

Je compose le premier rapport des schellings et des verges qu'ils ont données, le second doit être composé de la même manière ; mais ne connaissant pas les schellings de ce second rapport, je les remplace par l'x; l'inconnu se trouvant aux moyens, je fais le produit des extrêmes 140 et 20, il est de 2800 que je divise par 14, et j'ai pour réponse 200.

Autre Exemple.—Combien faut-il payer pour 280 verges de toile, lorsque pour 850 schellings on en reçoit 170 verges?

Solution:x:280::850:170. Rép. 1400 sch.

Le premier terme du problème étant inconnu, je le remplace par l'x, et je mets son antécédent au deuxième terme. Je compose le deuxième rapport comme le premier, commençant par les schellings. Comme l'x est un extrême, je fais le produit des moyens 280 et 850, il est de 238000 que je divise par 170; la réponse est 1400.

Nota.—Quand l'x est aux conséquens et qu'un ou les deux antécédens contiennent des subdivisions, il faut les réduire à la plus petite espèce contenue dans l'un d'eux, ou les conséquens si l'x est aux antécédens: ainsi dans 4 ver.: £4 10s. :: x : £7 10s. 6d. il faut réduire les conséquens en pence parce que le 2e en contient, etc.

120. On fait la preuve de la règle de trois par une autre règle de trois dans laquelle on change de place l'inconnu; s'il était au 4e terme dans la règle, on le met au 2e dans la preuve; s'il était au 3e terme, on le met au premier, et réciproquement. Pour faire la preuve du dernier exemple, je mettrai donc 1400: 280 ::x: 170, l'opération doit donner 850 pour réponse.

Questions sur la Règle de Trois.

115. Qu'est-ce que la règle de Trois?—116. Combien y a-t-il de sortes de règles de Trois?—117. Comment peut-on résoudre une question renfermant une règle de trois sans employer les proportions?—118. Comment peut-on résoudre les règles de trois en se

servant des proportions?—119. Que faut-il observer pour placer convenablement les nombres qui composent les règles de trois, quand on veut les résoudre par les proportions?—120. Comment fait-on la preuve de la règle de trois?

Exercices sur les proportions, pour servir de préparation aux Règles de Trois.

Trouver le terme inconnu des proportions suivantes:

P. 791. 1°. 12:18::16: x
2°. 18:24:: x :40
3°. 25: x ::35:42
4°. x :72::36:48
5°. 340: x ::720:72
6°. 8750: x ::175:174

P. 792. 1°. £12:16 ver.::£18: x
2°. £18: x ::£24:40 verg.
3°. 15 ver.:£45::50: x
4°. 20 toi.: x ::14:£56
5°. 54 quint.:£9:: x :22
6°. x :140::£35:245 verg.

P. 793. 1°. 20×6:160::35×7: x
2°. 12×30:7×8::18× x :14×4
3°. 25×3:600::5×6: x ×8
4°. 25+7:48::32+8: x
5°. 30+25:36::35+ x :56+6
6°. 24×3:20×4:: x ×9:8×36

P. 794. 1°. £4 10s.:50 ver.:: x :75¾ ver.
2°. 5 toi. 4 pi.:£4 15s.::6 to.: x
3°. £30 15s.:4 cwt. 3 qr. 12lb.: x :5 on. 2 qr.
4°. x :£50 12s. 6d.::14 lb. 5 on.:£30 15s.
5°. 5 lbs. 6 on. 4 gros.: x ::5 on. 3 gros.: £1 18s. 6d.
6°. x :£14 10s.::24 lbs. 14 dra.:£18 9s.

Exercices sur la Règle de Trois Simple.

P. 795. J'ai acheté 6 verges de drap pour £4 10s.: combien en aurai-je pour £22 10s.? Solution, 6:£4 10s.::x:£22 10s.

P. 796. Si 57 quint. de sucre coûtent £216: quel sera le prix de 95 quint.? Solution, 57:216::95:x.

P. 797. Quel est le prix de 900 rames de papier: sachant que 275 rames coûtent £330? Solution, x:900 ::330:275.

P. 798. Si 148 gallons de liqueur coûtent £119 10s.: combien en aura-t-on pour £89 12s. 6d.?

P. 799. 52 quint. 1 qr. 4 lbs. de farine coûtent £114: quel sera le prix de 122 quint.?

P. 800. Ayant payé £51 pour 10 quint. 2 qr. 14 lbs. de sucre: combien dois-je payer pour 3 quint. 1 qr. 14 lbs?

P. 801. Si 19 quint. 3 qr. 21 lbs. de bœuf, coûtent £36: combien coûteront 46 quint. 1 qr. 20 lbs.

P. 802. La rente de 10 arpents de terre étant de £4 13s. 4d.: combien en louera-t-on pour £70 10s. 6d.?

P. 803. Combien aura-t-on de blé pour £64 3s. 2½d.: à 18s. 3d. le quint.?

P. 804. Si 6 quint. 3 qr. 12 lbs. de farine coûtent £9: quel est le prix de 4 quint. 2 qr.?

P. 805. Combien coûteront 13 quint. de lard: si 39 quint. 1 qr. 11 lbs. coûtent £59 1s. 3d.?

P. 806. Si 63 gallons de vin coûtent £41 10s. 6¼d; combien coûtent 10 gallons?

P. 807. 4¼ verges de drap coûtent £5 14s. 4½d.: combien coûteront 20 verg. au même prix?

P. 808. Lorsque 15 personnes dépensent £6 8s.: combien 20 dépenseront-elles?

P. 809. Si $1\frac{1}{4}$ verge de coton coûte 2s. 6d.: combien coûtent $24\frac{1}{2}$ verges?

P. 810. Combien coûteront 24 lbs. de thé: si $1\frac{1}{4}$ once coûte $6\frac{1}{4}$d.?

P. 811. Si $2\frac{1}{2}$ quint. de café coûtent £42: quel sera le prix de 12 onces?

P. 812. Si $1\frac{1}{2}$ once de tabac coûte 6d.: quel est le prix de 3 quint. 3 qr. 18 lbs.?

P. 813. Quel est le prix de 7 paniers de thé de chacun $2\frac{3}{4}$ quint.: si 51 lbs. coûtent £8 10s.?

P. 814. Combien aura-t-on de thé pour £7 8s. $5\frac{1}{4}$d.: quand 14 quint. 3 qr. coûtent £436 8s. $1\frac{1}{2}$d.?

P. 815. Combien un homme gagnera-t-il en 146 jours à £37 4s. 1d. dans un an?

P. 816. Quel est le prix de 6 fromages de chacun $14\frac{3}{4}$ lbs.: si 7 lbs. coûtent 3s. $4\frac{1}{4}$d.?

P. 817. Si un tonneau de fer coûte £23 6s. 8d.; combien peut-on en avoir pour $6\frac{1}{4}$d?

P. 818. Une machine à carder travaille 21 lb. de laine dans 1 heure $4\frac{3}{4}$ minutes: combien mettra-t-on de temps pour carder 54 lb?

P. 819. Si un ouvrier fait 40 dents de peignes dans une heure: combien en fera-t-il en 6 jours travaillant 8 heures par jour?

P. 820. Vingt-quatre paquets de houblon de chacun 1 quint. 2 qr. 17 lb. ont été payés £201 3s. 9d.: quel est le prix du quintal?

P. 821. On a employé 5505 lb. de plomb pour couvrir 5 maisons : combien a-t-on dépensé à 39 sch. par quintal?

P. 822. En 25 jours un menuisier a fait 30 toises d'ouvrage: combien en fera-t-il en 125 jours?

P. 823. La dette d'un banqueroutier est de £9356: combien paiera-t-il à raison de 11s. 6d. par louis?

P. 824. Un homme qui devait £1920, en a payé 1008 à ses créanciers: combien leur a-t-il payé par louis?

P. 825. Quel est l'intérêt de £1750 pour un an, à 5 par cent?

P. 826. Combien coûte la commission de £256 18s. $2\frac{1}{2}$d. à 5 par cent?

P. 827. Si une certaine somme donne £64 5s. 6d. de gain dans un an: combien en donnera-t-elle dans 15 mois?

P. 828. Si £150 donne £7 dans 10 mois: combien £225 donneront-ils?

P. 829. Pour 3s. on a 144 plumes: combien en aura-t-on pour 16s. 6d.?

P. 830. Lorsque 6 chevaux coûtent £66 12s.: combien 18 coûteront-ils?

P. 831. En 12 jours un ouvrier gagne 36s. 9d.: combien gagnerait-il en $32\frac{1}{2}$ jours?

P. 832. Une botte de soie pesant $2\frac{3}{4}$ quint. coûte £18 7s.: combien coûterait-elle si elle pesait 7 quint. 22 ℔.?

P. 833. Lorsqu'on nourrit 1920 hommes avec 16 quint. 18 ℔. de pain: combien en nourrira-t-on avec 11 quint. 20 ℔.?

P. 834. Lorsque 1s. 2d. sont le prix d'une douzaine d'œufs: à combien revient le cent?

P. 835. S'il faut 41 hommes pour faire 100 tois. 14 pieds car. d'ouvrage: combien 66 hommes et 13 enfans, faisant chacun moitié de l'ouvrage d'un homme en feront-ils?

P. 836. 33 hommes ont fait 165 verges d'ouvrage: combien 198 hommes en feront-ils?

P. 837. Deux pièces de drap de même qualité coûtent, la première £335, la seconde £390, on demande la largeur de l'une et de l'autre, sachant que la 2me a 11 verg. plus que la 1re?

P. 838. Lorsqu'on donne 3500 pommes pour 87s. 6d.: à combien revient le mille?

P. 839. Lorsque le mille d'oranges se vend 150s.: combien en aura-t-on pour £35 15s. 3d.?

P. 840. Un particulier devant £455 ; son créancier lui accorde 15s. 6d. de rabas par £100, combien celui-ci recevra-t-il ?

RÈGLE DE TROIS COMPOSÉE. (15.)

121. La règle de trois composée est celle dans laquelle plusieurs quantités concourent à former un même antécédent ou un même conséquent.

EXEMPLE.

6 hommes en 24 jours travaillant 8 heures par jour, ont fait 456 toises d'ouvrage: on demande combien en feront 5 hommes en 20 jours, travaillant 10 heures par jour ?

Dans ce problème, 6 hommes en 24 jours, feront 144 journées, lesquelles à raison de 8 heures, font 1152 heures. C'est donc en 1152 heures qu'on a fait 456 toises d'ouvrage. Dans le second rapport, 5 hommes, pendant 20 jours, feront 100 journées à raison de 10 heures = 1000 heures: ce qui revient à cette solution: $6 \times 24 \times 8 : 456 :: 5 \times 20 \times 10 : x$; ou $1152 : 456 :: 1000 : x$; par où l'on voit que les hommes, les jours et les heures dans chaque rapport ont concouru à former l'antécédent.

122. Après avoir rappelé à trois termes, les règles de trois composées, on les opèrera comme les simples par

la division et la multiplication, et réciproquement (Nos. 117 et 118), ou par les proportions, écrivant pour premier rapport celui des deux que l'on veut, et de la manière que l'on veut, ayant soin de mettre dans un même terme toutes les quantités qui concourent à produire le même antécédent et le même conséquent, etc., et de désigner les multiplications par le signe ×: on écrit le second rapport de la même manière et dans le même ordre que le premier, et l'on met l'x à la place que doit occuper dans la proportion le terme inconnu ; si l'x se trouve dans les moyens, on fait le produit de tous les nombres qui composent les extrêmes, et on le divise par celui de tous les moyens connus ; s'il est dans les extrêmes, on fait le produit des moyens, et on le divise par celui des extrêmes connus ; le quotient donne la réponse.

EXEMPLE.

1er Ex. Douze hommes ayant entrepris un ouvrage en ont fait la moitié en 14 jours, après quoi 4 d'entre eux sont tombés malades: combien faudra-t-il de temps aux 8 autres pour l'achever?

Solution, 12 h. ×14 j. : 1 ouv.: : 8 ouv. ×x : 1.

Multipliez 12 par 14, et divisez par 8. R. 21.

2e Ex. Cent vingt-deux toises d'ouvrage ont été faites par 8 hommes en 6 jours; combien 20 hommes en 12 jours en feront-ils ?

Solution, 122 : 8 × 6 : : x : 20 × 12 jours.

Dans la solution ci-dessus l'x étant aux moyens, je fais le produit des extrêmes, et je le divise par celui des moyens connus, le quotient donne pour reponse 610 toises.

3e Ex. Un maître-maçon s'est engagé à faire les murs d'un bâtiment en 30 jours; pendant les 18 premiers jours, 12 ouvriers, travaillant 10 heures par jour, en ont fait la moitié, c'est-à-dire 150 toises : combien faudra-t-il employer d'ouvriers qui travailleront 11 heures par jour, pour finir l'ouvrage dans les 12 jours qui restent ?

Solution, 12 ouv. $\times$ 18 j. $\times$ 10 h. : 150: : $x \times 12 \times 11$: 150.

Le 2^e et le 4^e termes étant les mêmes, on les remplace par l'unité ; on supprime aussi le nombre 12 qui se trouve dans le 1er et le 3^e terme, et l'opération se réduit à multiplier 18 par 10, et diviser ce produit par 11. La réponse est 16 ouvriers, plus un dix-septième qui ne fera que les $\frac{4}{11}$ de l'un des 16 premiers.

4^e Ex. J'ai fait transporter 200 livres de marchandises à 600 milles, pour 450 sch. : combien en ferait-on transporter pour 227 sch.: à 900 milles? Solution, $200 \times 600 : 450 : : x \times 900 : 227$; l'$x$ étant aux moyens je fais le produit de tous les extrêmes, et je le divise par celui de tous les moyens connus.

Le 1er des quatre exemples ci-dessus renferme une règle de trois inverse et simple.

Le 2^e exemple renferme une règle de trois directe double.

Le 3^e exemple renferme une règle de trois inverse double.

Le 4^e exemple renferme une règle de trois composée.

Questions sur la Règle de Trois Composée.

121. Qu'est-ce que la règle de trois composée?—122. Comment opère-t-on ces sortes de règles?

Exercices sur la Règle de Trois Composée.

P. 841. Si 6 hommes gagnent £15 en 15 jours: combien 10 hommes gagneront-ils en 27 jours?

P. 842. Si 7 hommes gagnent £4 en 3 jours: combien 14 hommes mettront-ils de temps pour gagner £56?

P. 843. Douze personnes ayant dépensé £160 en 4 mois: combien faudra-t-il de personnes pour dépenser £853 6s. 8d. en 8 mois?

P. 844. On a nourri 1050 soldats, avec 250 minots de blé pendant 6 mois: combien en nourrira-t-on avec 960 minots pendant 4 mois?

P. 845. Si 2 barriques de bierre sont suffisantes pour 8 personnes pendant 14 jours: combien en faudra-t-il pour 4 personnes pendant un an?

P. 846. Combien faudra-t-il de temps à 15 hommes pour gagner £160: si 10 hommes gagnent £90 en six semaines?

P. 847. Sachant que douze matelots consument 48 lb. de bœuf dans une semaine: combien pourra-t-on nourrir de matelots avec 19800 lb. pendant 9 semaines.

P. 848. Si 18 chevaux mangent 12 minots d'avoine en 36 jours: combien en faudra-t-il pour nourrir 12 chevaux en 48 jours?

P. 849. Si 3 chevaux mangent 14 minots d'avoine en 7 jours: combien nourrira-t-on de chevaux avec 263 setiers dans une semaine?

P. 850. Combien 48 maçons feront-ils de toises d'ouvrage en 24 jours, quand 12 maçons en font 7 toises en 36 jours?

P. 851. Si 15 ouvriers font 37 toises d'ouvrage en 27 jours: quel temps mettront 20 ouvriers pour en faire 48 toises?

P. 852. On sait que 21 hommes ont fauché 72 arpents d'herbe en 60 jours: combien doit-on employer d'hommes pour en faucher 460 arpents 83 perches en 72 jours?

P. 853. Si 12 onces de laine sont suffisantes pour faire $2\frac{1}{2}$ verges de drap de 6 quarts de large: combien en faudra-t-il pour en faire 150 verges de 4 quarts de large?

P. 854. Si 10 onces de laine font 5 verges de drap de 3 quarts de large: combien fera-t-on de drap de 5 quarts de large avec 250 ballots de laine de chacun 14 lb. ?

P. 855. On a employé 66 rames de papier pour faire 3000 copies d'un livre de 11 feuilles: combien faudra-t-il de papier pour faire 5000 copies d'un livre de $12\frac{1}{2}$ feuilles?

P. 856. Combien faudra-t-il à 4 copistes pour copier un ouvrage de 12 feuilles, sachant que 6 en ont écrit un de 6 feuilles en 10 jours ?

P. 857. Si £100 gagnent £5 dans un an: combien £650 gagneront-ils dans 219 jours?

P. 858. Si £600 donnent £45 dans 18 mois: combien £100 donneront-ils dans 1 an?

P. 859. Combien £375 gagneront-ils dans 39 semaines, si £100 gagnent £4 dans 52 semaines?

P. 860. Combien faut-il mettre en intérêt pour gagner £88 2s. 6d. en 5 ans, quand £175 donnent £5 18s. $1\frac{1}{2}$d. dans 39 semaines?

P. 861. Si £175 gagnent £5 18s. $1\frac{1}{2}$d. dans 39 semaines; combien c'est pour 100 par an ?

P. 862 Quand £100 donnent £$4\frac{1}{2}$ dans un an : dans combien de temps £975 gagneront-ils £191 2s.?

P. 863. Si 118 hommes mangent 80 minots de blé en 108 jours: combien 88 hommes en mangeront-ils en 107 jours ?

P. 864. Si un homme fait 90 milles en 3 jours marchant 8 heures par jour: en combien de temps fera-t-il 540 milles?

P. 865. Si 3 personnes peuvent passer 4 semaines dans un hôtel avec £7. combien de temps pourront y passer 14 personnes avec £112?

P. 866. On peut porter 30 quint. 15 milles de chemin pour £5 8s. 9d.: à quelle distance pourra-t-on porter 80 quint. pour £29?

P. 867. Si 12 caisses sont transportées 18 milles pour £16 quand le transport est à 15d. le quintal: à quelle distance portera-t-on 18 caisses pour £72 quand le transport coûte 10d.?

P. 868. On sait qu'il faut pour 16s. de pain à 18 hommes pendant 3 jours quand le blé est à 54s.: combien de pain faudra-t-il à 45 hommes pendant 27 jours quand le blé est à 45s.?

P. 869. Combien faudra-t-il d'hommes en 64 jours, travaillant 6 heures par jour, pour creuser un fossé de 60 verges: sachant qu'il a fallu 24 jours à 18 hommes travaillant 8 heures par jour pour en creuser un de 30 verges?

P. 870. Si 12 maçons ont fait 24 toises d'ouvrage en 30 jours, travaillant 8 heures par jour: combien faudra-t-il que 18 hommes travaillent d'heures par jour pour en faire 72 toises en 40 jours?

P. 871. Si 36 hommes creusent un fossé long de 64 pieds sur 16 de large et 8 de profondeur en 16 jours et 9 heures par jour: quelle longueur aura un autre fossé qui a 18 pi. de large et 9 de profondeur, si on y emploie 6 hommes travaillant 72 jours et 6 heures par jour?

P. 872. On a employé 12 maçons pour bâtir une muraille de 60 pi. de long, sur 4 d'épaisseur et 20 de hauteur, en 24 jours et 12 heures par jour: combien faudra-t-il d'hommes pour en bâtir une de 100 pi. de long sur 3 d'épaisseur et 12 de hauteur travaillant 18 jours et 8 heures par jour?

P. 873. Si 248 hommes en 11 jours et 11 heures par jour creusent un roc de 7 degrés de densité, ayant 465 pi. de long, sur 50 de large et 14 de profondeur: combien faudra-t-il de temps à 24 hommes, travaillant 9 heures par jour pour en creuser un de 675 pi. de long sur 84 de large et 21 de profondeur ayant 4 degrés de densité?

P. 874. Une place forte est gardée par 13,500 hommes qui ont des vivres pour 8 mois: le commandant reçoit l'ordre de faire sortir un nombre d'hommes tel que les vivres puissent durer 4 mois de plus en faisant la même ration : combien doit-il faire sortir d'hommes?

P. 875. Si 8 quint. 3 qr. sont portés 110 milles pour 30s.: combien de milles portera-t-on 3 quint. 3 qr. pour la même somme?

P. 876. Si 42 hommes font un ouvrage en 108 jours: combien faudra-t-il de temps à 72 hommes pour faire le même ouvrage?

P. 877. Vingt-huit personnes peuvent faire une maison en 36 jours, mais le maître désire qu'elle soit faite en 9 jours: combien faut-il d'ouvriers?

P. 878. Combien faut-il de temps à 36 maçons pour bâtir une maison, sachant que 57 maçons peuvent la faire en 156 jours?

P. 879. Soixante-dix hommes avaient 108 caisses de provisions pour 12 mois; mais comme il en est survenu 102: combien de temps dureront les provisions?

P. 880. Si 2000 hommes ont des provisions pour 6 mois: combien faudra-t-il retirer d'hommes afin que les provisions durent 8 mois?

P. 881. Combien faut-il d'arpents à 27s. l'arpent, pour être donnés en échange à 480 arpents à 45s. 6d. par arpent?

P. 882. Si un pain de 8d. pèse 50 onces quand le blé est à £3 8s.: combien pèsera-t-il quand le blé coûtera £2 11s.?

P. 883. Combien faut-il de mousseline à 2s. $8\frac{1}{2}$d. la verge pour être échangée contre 169 verges de batiste à 7s. $8\frac{1}{2}$d. la verge?

P. 884. Une personne marchant 14 heures par jour, a fini son voyage en 9 jours: combien mettra-t-elle de jours pour son retour si elle marche 10 heures par jour?

P. 885. Une garnison ayant des provisions pour 10 mois à 16 onces par personne par jour: combien faudra-t-il donner à chacun par jour afin que les provisions durent un an?

P. 886. Si les provisions d'une garnison doivent durer 8 mois, à 16 onces par personne par jour: combien dureront-elles si on ne donne à chacun que 15 onces?

P. 887. J'ai donné 64 verges de batiste à 8d. la ver. pour 192 verges de coton: à combien me revient la verge?

P. 888. Combien faut-il de drap à 22s. 6d. la verge pour être donné en échange de 8 pièces de chacune 18 verges à 15s. la verge?

P. 889. Pour 12 habits complets, on a employé 140 verges d'une étoffe de $\frac{3}{4}$ verge de largeur: combien en aurait-il fallu si l'étoffe avait eu 3 quarts $\frac{1}{2}$ de large?

P. 890. Un écrivain a fait 100 pièces d'écriture en 15 jours, travaillant 12 heures par jour: on demande combien il lui aurait fallu de jours de plus pour faire le même nombre de pièces, s'il n'avait travaillé que 9 heures par jour?

RÈGLE D'INTÉRÊT. (16.)

123. La règle d'intérêt est une opération par laquelle on trouve le profit d'une somme placée à tant pour cent par an.

124. Placer à 4, ou à 5, etc. pour cent, c'est exiger £4, 5, etc. par chaque cent louis que l'on place.

Le *capital* est l'argent placé, le *taux* est le profit que l'on tire du cent par an, et la *rente* est le profit total.

125. Les règles d'intérêt par cent s'opèrent en suivant cette formule générale: *Cent est à tant pour cent multiplié par le temps, comme le capital est à la rente.*

EXEMPLE.

A combien s'élèvera, au bout de 3 ans, la rente de £8500 placés à 5 pour cent.

Solution, $100 : 5 \times 3 :: 8500 : x$.

£100 donnant 5 d'intérêt par an, ils en produiront trois fois autant en trois ans, c'est-à-dire £15, et £8500 produiront autant de fois £15 que cette somme renferme de fois £100, c'est-à-dire 85 fois £15 ou £1275. Il faut donc multiplier le taux par le temps du paiement, et le produit par le quotient du capital divisé par 100. On aurait pu également multiplier par 5×3 et diviser ensuite par 100, ce qui revient à la formule précédente.

Comme la division par cent se fait en séparant deux chiffres à droite par une virgule, l'opération se réduit à multiplier le capital par le temps et le tant pour cent, et à séparer par une virgule deux chiffres au produit.

EXEMPLE.

Un commis voyageur place à intérêts, avant un voyage de 5 ans, une somme de £3850 à 5 pour cent, on demande à combien s'élèvera l'intérêt de cette somme à son retour.

$3850 \times 5 \times 5 = 96250$, et en séparant deux chiffres, on a pour réponse £962,50 ou 10 sch.

126. Pour connaître à quelle somme s'élève l'intérêt d'un capital placé pour un certain nombre de mois ou de jours, on considère les mois comme des douzièmes de l'année, et les jours comme des trois cent soixantièmes. Ainsi, pour trouver l'intérêt de £500 à 5 pour cent pendant 9 mois, on dirait $100 : 5 \times \frac{9}{12} :: 500 : x$, etc.

Questions sur la Règle d' Intérêt.

123. Qu'est-ce que la régle d'intérêt?—124. Qu'est-ce que placer à 4 ou 5, etc. pour cent?—225. Comment opére-t-on les régles d'intérêt par cent?-126. Que faut-il faire pour connaître à quelle somme s'élève l'intérêt d'un capital placé pour un certain nombre de mois ou de jours?

Exercices sur la Règle d'Intérêt par cent.

P. 891. Un jeune homme qui avait quelques épargnes s'est engagé : il voudrait se faire une rente annuelle de £650 : quel capital lui faut-il, s'il le place à cinq pour cent?

P. 892. Une personne a placé une certaine somme a 4 pour cent, qui lui a produit, en 3 ans, £8550: quelle est cette somme?

P. 893. Quel est l'intérêt de £9000 pour 5 ans, à 10 pour cent par an?

P. 894. La somme de £8680 placée à intérêts, a rapporté £1171 16s. 0d. en 3 ans: à quel taux était-elle placée?

P. 895. On a donné £1910 à intérêts sur le pied de 6 pour cent : on demande dans combien de temps l'emprunteur devra £2826 8 sch. en tout?

P. 896. On a placé £25000 à intérêt : au bout de 8 ans on reçoit £37000 tant pour capital que pour intérêts : quel était le taux du cent?

P. 897. On a placé une somme à raison de 4 et demi pour cent, et, en 10 ans, elle a donné £4500 d'intérêts : quelle était cette somme?

P. 898. Un garçon de boutique ayant fait quelques épargnes, veut se faire une rente annuelle de £350 : quel principal lui faut-il, s'il le place à 5 pour cent?

P. 899. Un élève, avant d'entrer au collége, place un capital de £3600, à 4 pour cent, chez un de ses amis : on demande quelle somme il doit toucher après ses études, s'il y emploie 12 ans et demi.

P. 900. Un marchand a placé £18000 à 5 pour cent: il damande pendant combien de temps il doit laisser ce capital pour recevoir un intérêt de £2240?

P. 901. Un marchand de bois étant sur le point de faire une bonne emplette, emprunte d'un fermier la somme de £720 à 5 pour cent: s'il ne paie les intérêts de cette somme qu'au bout de 4 ans: combien le fermier recevra-t-il en tout?

P. 902. Un officier désirant se faire une rente annuelle de £3400, demande quel capital il doit placer à 5 pour cent?

P. 903. Un négociant dit que le gain qu'il a fait pendant les neuf années de son négoce égale le prix de 459 verges de drap estimé à 80 sch. 4d. la verge: on demande quelle rente annuelle il s'est procurée, sachant qu'il a placé son capital à 5 pour cent?

P. 904. Un commis voyageur ayant gagné pendant les 15 années de sa profession £1834 10s. les a placés à 5 pour cent: combien attendra-t-il de temps pour recevoir £275?

P. 905. Une personne charitable ayant placé £917 10s. à 5 pour 100, veut employer la moitié de la rente au soulagement des pauvres, et le reste pour sa dépense personnelle: combien leur donnera-t-elle annuellement et que lui restera-t-il si elle est trois ans sans toucher les intérêts qu'elle se réserve?

P. 906. J'ai prêté £584 à 5 pour 100: combien dois-je recevoir au bout de 55 jours?

P. 907. Deux maître-maçons, après 25 ans d'exercice, veulent se faire une rente annuelle de £164 chacun: quel capital doivent-ils placer à constitution à 4 pour 100?

P. 908. Un capitaine de vaisseau dit qu'après 5 ans de navigation il s'est procuré, par ses épargnes, un bénéfice annuel de £192 10s.: quel gain a-t-il fait pendant les 5 années de sa navigation, en supposant qu'il l'ait placé à 5 pour 100?

P. 909. Quatre négocians disent qu'ayant placé un capital de £15276 14s. à 5 pour 100, il leur a procuré une somme de £2291 10s.: combien leur capital a-t-il dû rester de temps à intérêts?

P. 910. Quels sont les intérêts d'une somme de £60,000 placée à $4\frac{1}{4}$ pour 100 pendant 25 ans?

RÈGLE DE L'INTÉRÊT DES INTÉRÊTS.

127. La règle de l'intérêt des intérêts est une opération qui a pour but de trouver l'intérêt d'une somme

prêtée pour un certain nombre d'années avec celui des intérêts de cette même somme?

Le moyen le plus simple pour opérer ces sortes de règles, c'est de chercher par la méthode du numéro 125 d'abord l'intérêt d'un an, et l'ajouter avec le capital pour en chercher l'intérêt de la 2e année; ajouter ensuite l'intérêt de cette 2e année au capital pour trouver celui de la troisième, etc.

EXEMPLE.

Un mineur qui s'est fait émanciper exige que son tuteur lui fasse le remboursement de £6000 de capital, avec les intérêts des intérêts, à raison de 4 pour cent pour 3 ans: combien recevra-t-il? £6749 3s. $7\frac{3}{4}$d. $\frac{21}{25}$.

OPÉRATION.

100:4::6000 : x=£240 pour la 1e année
+ 240

100:4::6240 : x=£249 12s. pour la 2e année
+ £249 12s.

100:4::6489, 60 : x=£259 11s. $7\frac{3}{4}$d. $\frac{21}{25}$ pour la 3e année + 259, 58 cent.

Total, £6749, 3s. $7\frac{3}{4}$d. $\frac{21}{25}$.

RÈGLE D'ESCOMPTE. (17.)

128. La Règle d'Escompte est une opération qui a pour but de déterminer la remise que fait un créancier, ou la perte à laquelle il se soumet, en faveur du paie-

ment qu'on lui fait d'une somme avant l'échéance du terme.

Par exemple, un particulier me demande de l'argent comptant pour un billet de £205, qui ne devait être soldé que dans 6 mois; il est clair que je ne dois lui donner que £205, moins les intérêts de cette somme pour 6 mois; car c'est comme si je lui prêtais la somme de £205 pour ce temps; c'est cet intérêt qu'on appelle escompte. L'escompte se prend à 4, à 5, à 6, etc. pour 100 par an.

129. Il y a deux sortes d'escomptes: l'escompte dit en dedans, qui consiste à ne prendre que l'intérêt de la somme placée, comme dans l'exemple précédent, et l'escompte dit en dehors, qui exige l'intérêt de toute une somme portée sur un billet, et l'intérêt des intérêts. Par exemple, la somme de £100 étant escomptée en dehors à 5 pour $\frac{0}{0}$, se réduit à £95, au lieu qu'en dedans elle ne se réduit qu'à 95, 23 centièmes $\frac{17}{21}$.

Manière d'opérer l'Escompte en dedans.

130. On calcule l'escompte en dedans en suivant cette formule: 100+*l'escompte pour cent est à l'escompte* : : *la somme à escompter est à x.*

Soit à trouver l'escompte d'une somme de £577 escomptée un an avant l'échéance à 5 pour cent?

Solution 100+5: 5: :£577 : x

OPÉRATION.

$$\frac{£577 \times 5}{100+5} = £27\ \frac{10}{21}$$

L'escompte de £105 pour un an=£5 ; celui de £1 est donc de $\frac{5}{105}$; celui de £577 sera donc de $577 \times \frac{5}{105}$; ou ce qui revient au même de

$$\frac{577 \times 5}{105} \text{ :donc, etc.}$$

Si on voulait l'escompte en dedans pour un certain nombre d'années, on suivrait la formule suivante : 100+ *l'escompte pour cent × par le temps: l'escompte pour cent × par le temps : : la somme à escompter: x .*

EXEMPLE.

Quel sera l'escompte à 5 pour cent, d'un capital de £8400, soldé 4 ans avant l'échéance du terme?

Solution. 100+5 en un an escomptera £5; donc 100+(5×4 en 4) ans escomptera 4×5 ; l'escompte pour un £ sera par conséquent.

$$\frac{5\times4}{100+(5\times4)}\text{, et pour £8400}$$

$$\frac{8400\times5\times4}{100+(5\times4)}=\text{R. 1400}$$; mais cette opération se décompose en cette proportion : 100+(5×4): 5×4 :: 8400: *x*.

De ce qui précède on a déduit cette formule générale : *cent, plus l'escompte multiplié par le temps, est à l'escompte pour cent multiplié par le temps, comme la somme à escompter est à l'escompte cette somme.*

Si on demandait la somme escomptée pour un certain nombre de mois ou de jours, on suivrait la formule suivante :

100+*l'escompte pour cent multiplié par le nombre de mois ou de jours, exprimés en fractions d'année* : 100 :: *la somme à escompter* : *la somme escomptée.*

Exercices sur la Règle d'Escompte en dedans.

P. 911. Quelle doit être la diminution sur £1865 payés onze mois avant le terme convenu: si l'on obtient 6 pour cent d'escompte par an?

P. 912. La somme de £975 est payable dans treize mois: quelle sera la diminution si l'on obtient 4 pour cent d'escompte en payant comptant?

P. 913. Lorsque pour un achat de drap, à vingt-un mois de crédit, on est débité de £2860: combien faudra-t-il payer comptant, si l'on obtenait $\frac{2}{3}$ pour cent d'escompte par mois?

P. 914. Louis a acheté pour £1640 à 20 mois de crédit: à quelle époque a-t-il payé, sachant qu'il a obtenu $\frac{2}{3}$ d'escompte par mois et qu'il n'a déboursé que £1519?

P. 915. Sur la somme de £1200 je n'ai payé que £1140: de combien pour cent était l'escompte?

P. 916. Je dois £1500 payables dans un an; mais, pouvant payer comptant, j'obtiens 5 pour cent d'escompte: combien paierai-je?

P. 917. Je paie £1850 pour une somme que je devais: quelle était cette somme, sachant qu'on m'a accordé 5 et demi pour 100 d'escompte?

P. 918. J'ai acheté 136 verges de drap à raison de 15 sch. la verge: combien paierai-je si j'obtiens 4 pour cent d'escompte?

Manière d'opérer l'Escompte en dehors.

131. L'escompte en dehors se calcule comme l'intérêt

pour cent; ainsi toutes les questions qui y auront rapport se résoudront en suivant cette formule générale:

100 : *l'escompte pour* $\frac{0}{0}$ $\times$ *par le temps* :: *la somme à escompter* : x.

EXEMPLE.

Un commerçant devait payer une somme de £3645 dans un an; mais il veut payer 9 mois avant le terme: on la lui escompte à raison de 5 pour $\frac{0}{0}$: à combien s'élèvera son escompte?

Solution £100 en un an escompterait £5, donc en 9 mois ou $\frac{9}{12}$ d'un an l'escompte sera $5+\frac{9}{12}$; l'escompte pour £1 sera donc de $5 \times \frac{9}{12} > 100$; et celui de £3645 sera de $3645 \times 5 \times \frac{9}{12} > 100 =$ R. £135 3s. 7d. $\frac{1}{3}$; mais cette opération revient à cette proportion $100 : 5 \times \frac{9}{12} : : 3646 : x$.

C'est-à-dire $C : E \times T :: S : x$.

Questions sur la Règle d'Escompte.

128. Qu'est-ce que la règle d'escompte?—129. Combien y a-t-il de sortes d'escomptes?—130. Comment opère t-on l'escompte en dedans?—131. Comment se calcule l'escompte en dehors?

Exercices sur la Règle d'Escompte en dehors.

P. 919. £8600 sont payables dans un an, £54500 le sont dans dix-huit mois: mais en payant comptant on peut obtenir 5 pour cent par an pour la 1re somme, et $4\frac{1}{2}$ pour la seconde: quelle est la diminution?

P. 920. Quel sera l'escompte de £1766 à 6 pour cent pour 9 ans?

P. 921. On demande l'escompte pendant 6 mois de £40000 15s. à 3 pour $\frac{0}{0}$?

P. 922. Une facture se monte à £6007; et on accorde $2\frac{1}{2}$ pour $\frac{0}{0}$ d'escompte au comptant: à quelle somme se réduit le montant de cette facture?

P. 923. Une personne doit £45000 4s. payables dans 6 mois; si elle paie comptant avec 2 pour $\frac{0}{0}$ d'escompte, combien paiera-t-elle?

P. 924. Si j'avais acheté pour £875 de marchandises, j'aurais gagné £120 par les escomptes qu'on m'aurait accordés; mais comme je n'ai acheté de marchandises que pour £620 les escomptes ne se montent qu'à £93: je demande si j'ai obtenu plus de diminution à proportion de mes achats, et à combien pour cent ce surplus s'élève?

RÈGLE DE SOCIÉTÉ. (18.)

132. La Règle de Société est une opération qui sert à partager entre plusieurs associés le profit ou la perte qui résulte de leur commerce.

I. EXEMPLE.

Trois marchands ont à se partager la somme de £1800; combien auront-ils chacun: la mise du 1er étant de £2000, celle du second de 4000, et celle du 3^{e} de 6000?

133. Pour effectuer ce problème et les autres du même genre, on partage le profit ou la perte en parties proportionnelles aux mises des associés, et au temps que leur argent est resté dans la société: ce qui se fait par plusieurs règles de trois directes simples.

Le premier terme est la somme des mises, le second la somme que l'on veut partager; les troisièmes termes sont les mises particulières, et les quatrièmes termes donnent la part de chaque associé.

Solution du problème précédent.

Mises des associés.
du 1^{er} 2000
du 2^e 4000
du 3^e 6000

$$\overline{12000} : 1800 \left\{\begin{matrix} 2000 \\ 4000 \\ 6000 \end{matrix}\right\} : x = \left\{\begin{matrix} 1^e = £300 \\ 2^e = £600 \\ 3^e = £900 \end{matrix}\right.$$

134. Pour faire la preuve de la règle de société, il faut additionner les pertes ou les profits particuliers ; si l'opération est bien faite, le total sera égal à la somme que l'on a partagée ; s'il y avait un reste il faudrait l'ajouter.

Ainsi pour la preuve de l'opération ci-dessus, il faut donc faire le total des sommes 300+600+900. Le total 1800, égal à la somme à partager, prouve que l'opération est bien faite.

II. EXEMPLE.

Trois marchands ont acheté une petite coupe de bois: le premier y a contribué pour £275, le second pour £475, le troisième pour £500 ; à ce marché ils ont gagné £150 : on demande quel sera le gain de chacun à proportion de sa mise.

Solution 1er 275.
2e 475.
3e 500.

$$\text{Total des mises } 1250 : 150 :: \left\{\begin{matrix} 275 \\ 475 \\ 500 \end{matrix}\right\} : x = \left\{\begin{matrix} £33 \text{ gain du 1er.} \\ £57 \text{ gain du 2e.} \\ £60 \text{ gain du 3e.} \end{matrix}\right.$$

Total £150 égal à la somme à partager, ce qui prouve que l'opération est bien faite.

135. On peut encore résoudre les règles de société, en divisant le gain ou la perte par la somme des mises, et en multipliant chaque mise particulière par le quotient soit le 1er exemple ci-dessus.

Je divise 1800 par 12000, et j'ai 3 sch.
Je multiplie chaque mise par 3 sch.

$$\text{Et j'ai pour le 1}^{\text{er}}\ 300,\ \text{pour le 2}^{\text{e}}\ 600,\ \text{pour le 3}^{\text{e}}\ 900 \left.\begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array}\right\} \pounds 1800$$

On concevra facilement la raison de cette opération si l'on fait attention que si avec £12000 on a gagné £1800, on gagnera la douze millième partie de £1800 avec un £, c'est-à-dire 3 sch.; chaque associé aura donc autant de fois 3 sch. qu'il a mis de louis dans le commerce ; donc il faut multiplier chaque mise par le quotient du gain divisé par la somme des mises.

Questions sur la Règle de Société.

132. Qu'est-ce que la règle de société?—133. Comment se fait ce partage?—134. Comment fait-on la preuve de la règle de société?—135. Ne peut-on pas encore résoudre les règles de société d'une manière plus abrégée ?

Exercices sur la Règle de Société.

P. 925. Avec £800 deux hommes ont gagné £200; le premier avait mis £500, et le second £300: combien chacun doit-il avoir en proportion de sa mise?

$$\text{Solution } 800 : 200 :: \left\{\begin{array}{c} 500 \\ 300 \end{array}\right\} : \text{la part de chacun.}$$

Il y a deux règles de trois à faire, ayant chacune 800 et 200 pour les deux premiers termes, la première 500 pour troisième; et la seconde 300; le quatrième terme donnera la part de chaque associé.

P. 926. Trois particuliers s'étant associés, ont gagné £360 ; le 1er avait mis £500, le second £600, et le 3e £700 : combien chacun doit-il avoir de profit?

Solution. Il faut additionner les trois mises, et dire: la somme des mises se montant à £1800 est au gain, comme la mise de chaque associé est à sa part du gain.

P. 927. Trois hommes s'étant associés, ont gagné £1150 ; le 1^{er} avait mis 400 verges de toile à 4 sch. la verge, le second 350 verges de drap à 8 sch., et le 3^{e} 450 verges de casimir à 3 sch.: combien chacun doit-il avoir sur le gain?

Solution. Il faut multiplier les verges par leur prix, le produit sera la mise de chaque associé, ensuite opérer comme ci-dessus.

P. 928. Trois hommes ont gagné la somme de £2025; le 1^{er} a mis en société £1200, le second £1500, la mise du 3^{e} est égale à la moitié de la mise totale des deux autres: combien chacun aura-t-il sur le gain ?

Il est aisé de voir que, pour connaître la mise du troisième associé, il faut additionner celle des deux premiers et en prendre la moitié.

P. 929. Quatre personnes ayant fait un traité d'association, conviennent que la première mettra £5000, la 2^{e} un quart de plus que la 1^{re}, la 3^{e} autant que les deux autres ensemble, et la 4^{e} son industrie pendant l'année qu'elle estime £8000 : combien chacune aura-t-elle sur le profit, s'il s'élève à £6100?

P. 930. Louis, Pierre et André, s'étant associés ont perdu £600 ; Louis avait mis £600, Pierre 800 et André 1000: combien chacun doit-il supporter de cette perte?

Que les associés aient perdu ou gagné, l'opération se fait de la même manière : on regarde toujours le gain ou la perte comme une somme qu'il s'agit de partager en parties proportionnelles aux mises.

P. 931. Quatre marchands ayant fait un fonds de £15000, retirent £24000 à la fin de la société: combien chacun doit-il avoir sur le profit, sachant que le premier avait mis £2800, le second £2900, le troisième £3000. et le quatrième le reste?

Remarquez qu'il ne s'agit pas de partager £24000, mais le surplus de cette somme sur celle qui avait été mise en société, et dont chacun doit retirer sa part avant le partage du gain. Qnant à la part du 4e, on la trouvera en retranchant de la mise totale le montant de celle des trois premiers.

P. 932. Quatre associés ont gagné £1500; le premier doit avoir 3 parts, le 2e 4, le 3e 5, et le 4e 6: combien chacun aura-t-il?

Les parts que chacun doit avoir représentent les mises.

P. 933. On veut partager £600 entre trois personnes, proportionnellement à la part qu'elles ont mise en société; celle de la première se monte à £1200, celle de la seconde à £1500, et celle de la troisième à £1800: quel est le bénéfice de chacun?

P. 934. Quatre marchands s'étant associés, ont fait un fonds de £4500; le premier a mis £1500, le second £1100, le troisième £1000, et le quatrième le reste; leur gain consiste en $36\frac{1}{4}$ verges de drap estimé 12 sch. la verge: à combien se monte le bénéfice de chacun?

P. 935. Quatre hommes ont fait un fonds de £20000, le premier a reçu pour son gain la somme de £800, le second £700, le troisième £600, et le quatrième £500: combien chacun avait-il mis?

P. 936. Cinq hommes s'étant associés, le premier a mis £800, le second £400 de plus que le premier, le troisième £400 de plus que le second, et ainsi des autres, toujours en augmentant de £400 : le gain a été de £1800 : quelle doit être la part de chacun ?

P. 937. Trois hommes se sont associés pour faire un ouvrage; ils ont gagné £1000 : combien chacun doit-il avoir, le premier estimant sa journée 6 sch., le second 4s. 5d., et le troisième se contentant de gagner 2 sch. par jour ?

P. 938. Trois particuliers se sont associés ; le 1er a mis £350, le 2e £405, et le 3e £500 ; ils ont gagné £301 : savoir ce que chacun doit avoir à proportion de sa mise, après avoir prélevé du gain total £50 qu'ils destinent aux pauvres ?

P. 939. Deux maîtres-maçons ont entrepris la construction d'un mur ; le premier y a dépensé £1158, et le second £942 : on demande quelle somme chacun doit recevoir du gain, montant à £1200.

RÈGLE DE SOCIÉTÉ COMPOSÉE. (19.)

136. Pour opérer ces sortes de règles, il faut multiplier la mise de chaque associé par le temps qu'il l'a laissée dans la société, la somme de toutes les mises ainsi multipliées représentera le fonds de la société, et le reste s'opère comme la règle de société simple.

I. EXEMPLE.

Trois négocians ont à se partager le gain qu'ils ont fait dans le commerce, qui est de 6000 piastres. Le premier a mis 3000 piastres pour 12 mois, le second 750 piastres pour 10 mois, et le troisième 500 piastres pour 6 mois : combien revient-il à chacun, à proportion de sa mise et du temps qu'elle est restée dans le commerce ?

Solution. 3000×12 mois$=$ 36000
750×10 mois$=$ 7500
500×6 mois$=$ 3000

Somme des mises 46500

Multipliée par le temps.

46500 : 6000 :: 36000 : x = 4645 \$ 0s. 9d. 315
:: 7500 : x = 967 \$ 3s. 8d. 240
:: 3000 : x = 387 \$ 0s. 5d. 375

Preuve 6000 \$ 0s. 0d. 930 / 000 { 465 / 2

Pour comprendre la raison de cette opération, il faut remarquer que la mise de 3000 piastres pour 12 mois, répond à 12 fois 3000 piastres pour 1 mois, ou à 36000 piastres ; que la mise de 750 piastres pour 10 mois, répond à 10 fois 750 piastres pour un mois, c'est-à-dire à 7500 piastres, et que le 3e. 500 pour 6 mois, répond à 6 fois 500 piastres pour 1 mois ou à 3000. On conclura donc que 6000 piastres est le gain de 36000+7500+3000 ou 46500 piastres pour un mois. Nous avons donc par ces multiplications, rappelé la question à une règle de société simple que nous devons par conséquent opérer de la même manière.

II. EXEMPLE.

Deux personnes se sont associées dans le commerce ; la première a mis d'abord £100 pour 3 ans, puis £250 pour 2 ans, et enfin £125 pour un an ; la deuxième a mis £350 pour 4 ans, et £400 pour 3 ans. Le gain total est de £4500 : combien chacune doit-elle avoir, à proportion de ses mises et du temps que l'argent a resté dans la société ?

Solution. 100×3 ans=£300 350×4 ans=£1400
250×2 ans= 500 400×3 ans= 1200
125×1 an = 125
Mise de la 2e 2600

Mise de la 1er 925
Mise de la 2e 2600

Somme des mises 3525

3525 : 4500 :: 925 : x { =£1180 17s.
:: 2600 : x { = 3319 3s.

Preuve £4500 0 0

Exercices sur la Règle de Société Composée.

P. 940. Trois négocians ont fait un fonds de £665 le 1er a mis £190 pour 8 mois, le second £225 pour 15 mois, le troisième £200 pour 6 mois: et le reste pour 12 mois : on demande quelle part chacun doit avoir au gain, montant à £70?

P. 941. Deux personnes ont contribué inégalement à faire un fonds, la 1er a mis £2300 pour 2 ans, et la seconde £1500 pour 18 mois: dites quelle part chacun doit avoir au gain montant à la somme de £1400.

P. 942. Deux marchands de toile ont à se partager le gain qu'ils ont fait dans le commerce, qui est de £8544 : on demande combien chacun doit avoir de ce gain, sachant que le 1er a mis £1500 pour 18 mois dans la société, et le second £1800 pour 2 ans.

P. 943. Trois individus ont fait un fonds avec lequel ils ont gagné £4550 ; le premier a mis £800 pour 2 ans et demi, le second £500 pour 25 mois, et le troisième £995 pour 35 mois : on demande quelle somme chacun doit avoir sur le gain.

P. 944. Trois marchands ont gagné 1508 piastres; le premier avait mis 1200 piast. pour 18 mois, le second 1800 piast. pour 15 mois, et le troisième 200 piast. pour 14 mois : combien chacun doit-il avoir du gain ?

P. 945. Un garçon de boutique s'étant associé avec un colporteur, firent un fonds de £800 ; au bout de 2 ans ils se partagèrent le gain, et le colporteur qui avait mis £45 reçut £90: dites ce que reçut son compagnon, sachant qu'il ne laissa ses fonds en société que pendant 20 mois ?

P. 946. Trois particuliers voulant faire le commerce des toiles, firent un fonds commun ; le premier qui eut

400 piastres pour bénéfice avait mis 1200 piastres pour 8 mois, le second avait mis 1200 piastres pour 10 mois, et le troisième 1800 piastres pour 5 mois : on demande quel fut le gain total de la société et celui des deux derniers associés.

RÈGLE DU TEMPS POUR LES PAIEMENTS. (20.)

137. La règle du temps pour les paiements est une opération qui sert à découvrir les temps auxquels les paiements doivent être faits, selon les conventions des créanciers et des débiteurs.

138. On peut proposer sur cette règle deux cas différents.

I. CAS.

139. Dans le premier cas, on cherche à quelle époque on devra faire un seul paiement pour en remplacer plusieurs qui devraient avoir lieu à des époques différentes, afin qu'il y ait compensation dans les intérêts réciproques comme dans l'exemple suivant :

Un ouvrier doit 24 schellings, payables comme il suit, savoir : 4 sch. dans deux mois, 8 dans 5 mois, et 12 dans 8 mois. Il convient avec son créancier de ne faire qu'un seul paiement: en quel temps doit-il le faire pour qu'il y ait compensation?

Pour résoudre ce problème, il faut multiplier chaque somme par le temps de son crédit, faire le total des produits, et le diviser par celui de la dette ; le quotient donnera le temps du paiement.

OPÉRATION.

4 sch.	$\times 2$ mois	$=$ 8 sch.	
8	$\times 5$	$=40$	
12	$\times 8$	$=96$	24
24		144	6 mois.
		00	

La raison de cette opération, c'est que l'on suppose que l'argent profite entre les mains du possesseur proportionnellement au temps qu'il l'a à sa disposition. Or, on gagne autant, par exemple, avec 2 schellings en 3 mois, qu'avec 6 en 1 mois.

Ainsi, dans cet exemple, je multiplie 4 par 2, et j'ai 8 sch. qui par la même raison, produiront pendant un mois autant que 4 pendant 2. Je multiplie également les autres sommes par leur temps, et j'ai pour le total des produits 144, qui produiraient autant pendant un mois que les sommes particulières durant le temps exprimé dans le problème ; or, comme la somme des produits est formée de la multiplication de toutes les sommes par les temps divers, il est évident qu'en la divisant par la somme payable, il doit venir le temps moyen du paiement.

II. CAS.

140. Dans le deuxième cas de la règle du temps pour les paiements, on cherche combien de temps on doit différer un paiement pour compenser les avances qu'on a faites.

141. Pour découvrir l'époque cherchée, il faut multiplier la somme due par le temps de son crédit : multiplier pareillement les sommes avancées par le temps qu'on les a gardées; faire la somme des produits, et la retrancher de la somme due, multipliée par son temps; diviser le restant par ce qui reste à payer ; le quotient donnera le temps du paiement du reste de la dette.

EXEMPLE.

J'ai acheté pour £180 de marchandises à 8 mois de crédit ; au bout de 4 mois, je paie £30, et 2 mois après £40 : combien de temps dois-je garder le reste pour compenser les avances que j'ai faites ? R. Dans 9 mois $\frac{9}{11}$.

OPÉRATION.

Sommes dues:			Sommes avanc	
$180 \times 8 =$	1440		$30 \times 4 =$	120
-70	360	110	$40 \times 6 =$	240
$=110$	1080	$9\frac{9}{11}$	70	360
	090			

142. On fait la preuve de cette opération en examinant si le profit qu'on fait en retardant le paiement de certaines sommes, balance la perte qu'on éprouve en avançant le paiement des autres.

Questions sur la Règle du Temps pour les paiements.

137. Qu'est-ce que la règle du temps pour les paiements?—138. Combien peut-on proposer de cas différents sur ces sortes de règles?—139. Quel est le premier cas ?—140. Quel est le deuxième cas?—141. Que faut-il faire pour l'opérer dans ce cas?—142. Comment fait-on la preuve de cette règle?

Exercices sur la Règle du Temps pour les Paiements.

P. 947. Un marchand de drap en a acheté pour 95000 piastres, il doit en payer $\frac{1}{5}$ chaque mois : de combien sera chaque paiement ?

P. 948. Un particulier doit £15960 payables, $\frac{1}{4}$ comptant, $\frac{2}{5}$ dans 6 mois, et le reste au bout de 1 an : de combien sera chaque paiement ?

P. 949. Je dois £848 8s. payables comme il suit: la $\frac{1}{2}$ comptant, le $\frac{1}{4}$ du reste dans 6 mois, les $\frac{2}{3}$ de ce qui restera à payer dans 8 mois, et solder le reste de la dette au bout de 1 an: quel sera le montant de chaque paiement?

P. 950. J'ai acheté pour une certaine somme de marchandises que je dois acquitter par $\frac{1}{8}$, de mois en mois: dites quelle est cette somme, et de combien sera chaque paiement, sachant que £340 que j'ai donnés à compte, sont à la somme totale : : 5 : 350.

P. 951. J'ai acquitté une dette en quatre paiements: le premier a été de £1800; pour le second j'ai donné deux fois et un tiers de plus que pour le premier; pour le troisième j'ai donné autant que pour les deux premiers, moins £1359 et pour le quatrième la moitié du second et les trois quarts du troisième: combien devais-je, et quel est le montant de chaque paiement?

P. 952. Louis a fait le remboursement de £5850 en trois fois; le premier paiement a été du cinquième de la dette, plus £25; le second égalait le premier, plus le tiers de la dette; le troisième était le reste: on demande la valeur de chaque paiement.

P. 953. En trois paiements on acquitte une dette; le premier est quatre fois plus grand que le second, et le second trois fois moindre que le troisième qui est de £506 11s.: quelle était cette dette?

P. 954. La somme de £8560 doit être payée en deux fois, la moitié dans 6 mois, et le reste dans 10: si l'on ne voulait faire qu'un seul paiement, quand devrait-on le faire?

P. 955. Vingt-cinq pièces de vin ont coûté £112 10s. payables à deux termes, savoir; £52 10s. dans 6 mois, et le reste 3 mois après ; l'acheteur ne pouvant faire le premier paiement désire n'en faire qu'un seul ; le vendeur y consent, à condition de ne rien perdre : quand devra se faire cet unique paiement ?

P. 956. Un marchand de drap en a acheté pour £3600 à 15 mois de crédit ; mais ayant payé une partie de la somme il garde £1200 pendant 3 ans 9 mois pour compenser l'avance qu'il avait faite : on demande à quelle époque il avait donné les £2400?

P. 957. Un marchand fait un achat de drap pour 8000 piastres, dont il devrait payer $\frac{1}{3}$ dans 6 mois, $\frac{1}{5}$ dans 8, et le reste dans 10; mais il désire ne faire qu'un seul paiement : quand doit-il le faire ?

P. 958. Dans combien de temps faudrait-il payer £1560 pour ne perdre ni gagner, sachant que d'après les premières conventions on aurait dû payer $\frac{1}{2}$ à 8 mois, $\frac{1}{4}$ à 10, et le reste au bout de l'an ?

P. 959. Etienne ayant vendu pour £8400 de drap à 12 mois de crédit, n'a reçu le $\frac{1}{3}$ de cette somme qu'au bout de 15 mois : à quelle époque avait-il reçu les $\frac{2}{3}$ de cette somme ?

RÈGLE DE MÉLANGE. * (21.)

143. La règle de mélange est une opération par laquelle on cherche le prix moyen de plusieurs objets différents qui ont été mélangés, par la connaissance du nombre et de la valeur respective des objets avant le mélange.

* Quelques auteurs nomment cette règle *Règle d'Alliage;* mais il est à remarquer que ce mot *alliage* ne s'emploie que pour exprimer l'union des métaux.

C'est aussi une opération par laquelle on découvre combien on doit prendre de parties de différentes espèces de marchandises dont on connait la valeur pour former un mélange à un prix moyen déterminé par l'énoncé de la question.

I. CAS.

144. Pour opérer les règles de mélange dans le premier cas, il faut suivre la marche suivante : 1° si les quantités des marchandises à mélanger sont exprimées par l'unité il faut additionner les différents prix et les diviser par le total des mesures.

EXEMPLE.

Un marchand de vin en a à 5, à 9 et à 10 sch. le gallon : s'il les mélangeait, à combien reviendrait le gallon du mélange ? R. 8 schellings.

OPÉRATION :

1 gal.	à 5 sch.	
1	à 9	
1	à 10	3
—	—	—
3	24	8 sch.
	0	

2° S'il y a plusieurs mesures de chaque marchandise, il faut les multiplier par le prix d'une seule ; faire le total des divers produits, et le diviser par la totalité des mesures qui doivent entrer dans le mélange.

EXEMPLE :

Un marchand de grains en a 6 minots à 4 sch., 8 à 5s., 12 à 7s., et 14 à 9 sch. ; s'il les mélangeait, à combien lui reviendrait le minot ? R. 6s. $10\frac{1}{2}$d.

OPÉRATION.

```
 6×4= 24
 8×5= 40
12×7= 84
14×9=126 | 40
 —    —— | —
40    274 | 6 sch. 10⅕d.
       34 |
      ×12
      ———
      408
      008
```

3°. Enfin, si l'on voulait faire entrer dans le mélange une qualité en raison double, triple, &c. il faudrait prendre deux, trois fois le prix et les unités du dit objet.

EXEMPLE.

On a mélangé quatre sortes de vins, savoir à 3 sch., à 5 sch., à 6, et à 8 sch. le gallon : à combien revient le gallon du mélange, sachant qu'on en a mis deux fois autant de la première et de la dernière sorte que de chacune des autres? Rép. 5 sch. 6d.

OPÉRATION.

```
2 gallons à 3sch.— 6
1         à 5   — 5
1         à 6   — 6
2         à 8   —16|6
—                ——|—
6                33|5 sch. 6d.
                  3|
                ×12|
               ————
                 36
                  0
```

145. On fait la preuve de cette règle en multipliant le nombre de mesures qui entrent dans le mélange par le prix d'une mesure du mélange, et on doit avoir le même produit que si on les multipliait chacune par son prix particulier.

Ainsi, pour faire la preuve de la règle précédente, je multiplie 6 par 5s. 6d. et j'ai 33 schellings, produit égal au total des prix particuliers des objets qui entrent dans le mélange.

Exercices sur la Règle du Mélange.

I. CAS.

P. 960. Un marchand de vin en a deux pièces l'une de 7 sch. le gallon, et l'autre de 9 sch. : s'il les mêlait, quel serait le prix du mélange?

P. 961. Un marchand de blé en a 80 minots du prix de 17 schellings le minot ; mais comme il n'en trouve pas le débit, il se propose de le mêler avec 40 minots de 11 sch. : à combien pourra-t-il céder le minot du mélange?

P. 962. Cinq ouvriers ont 560 toises d'ouvrage à faire ; le premier en a fait 8 toises par jour, le second 9, et le troisième 10, le quatrième 11 et le cinquième 12: en combien de jours les auront-ils faits s'ils travaillent ensemble?

P. 963. On a tiré 25 coups pour essayer une pièce d'artillerie ; les dix premiers ont porté à 560 toises, 5 à 590 toises, 6 à 600 toises, et 4 à 550 toises: on demande quelle est sa portée moyenne?

P. 964. Un commis reçoit 582 sch. par semaine pour solder 18 ouvriers, dont il a la surveillance: combien aura-t-il de reste s'il en paie 5 à 8 sch. par jour, 4 à 6, 6 à 3, et 3 à 2: combien gagnerait-il sur chaque ouvrier, s'il recevait le reste pour ses honoraires, et quel serait son traitement annuel?

P. 965. On a fait défricher 4 arpens de terrain ; l'ouvrage n'étant pas partout également difficile, le prix a été différent; pour le premier on donnait 250 piastres, pour le second 175, pour le troisième 163, et pour le quatrième 156: quel est le prix moyen, et combien a-t-on dépensé?

P. 966. Un fondeur doit faire une cloche de 9000 livres, il y met 2 fois autant de cuivre que d'étain : à combien reviendra cette cloche, sachant que le cuivre vaut 2 sch. 8d. la ℔. et l'étain 2s. $1\frac{1}{2}$d.?

P. 967. Un marchand de blé en a 60 minots à 8 sch., 70 à 9 sch. 80 à 10 sch., et 90 à 11 sch.; il veut mêler ces différentes qualités et gagner 160 schellings sur le tout : combien doit-il vendre le minot?

P. 968. Un aubergiste a 140 gallons de vin à 30 sch. et 250 à 40 sch.; il voudrait mêler ces vins et gagner 5 sch. par gallon : combien doit-il le vendre?

II. CAS.

146. Pour découvrir quelle quantité de marchandises il faut faire entrer dans un mélange afin qu'il y ait compensation entre leurs prix respectifs ; les uns étant supérieurs et les autres inférieurs à celui qu'on veut affecter au dit mélange, il faut d'abord remarquer qu'on perd sur les marchandises dont le prix surpasse celui du mélange, et qu'on gagne sur celles dont le prix est inférieur, et l'opération consiste à égaliser le gain à la perte.

Par exemple, on veut, avec du vin à 40 sous, et à 60 sous le gallon, composer un mélange qu'on puisse donner à 45 sous. Il est évident que si l'on met une égale quantité de chaque prix, on perdra : car sur le vin à 40 sous, on ne gagne que 5 sous, tandis qu'on perd 15 sous sur celui à 60 sous.

147. Pour opérer ce problème et les autres du même genre, il faut écrire les uns sous les autres, par ordre de grandeur, les prix des objets à mélanger, ainsi que celui du mélange, ayant soin de le séparer pour le distinguer des autres ; puis écrire devant chaque prix leur différence au prix moyen; la somme des différences des prix inférieurs au prix moyen représentera la quantité qu'il faudra prendre de chaque unité des prix supérieurs et réciproquement, et le total des deux sommes représentera les unités du mélange.

I. EXEMPLE.

Un aubergiste a du vin à 11s. et d'autres à 16s. le gallon; il trouve que ces deux sortes de vin feraient un bon mélange : combien en doit-il prendre de chaque qualité pour qu'il puisse donner le gallon à 14 schellings?

OPÉRATION.

$$\begin{array}{ccc} 11 & & 3 \\ & 14 & \\ 16 & & 2 \\ \hline & & 5 \end{array}$$

Après avoir écrit les prix des objets du mélange dans une colonne verticale, et le prix moyen un peu de côté entre le prix supérieur et l'inférieur, je dis : la différence de 11 à 14 est 3, que j'écris vis-à-vis de 11 ; puis la différence de 16 à 14 est 2, que j'écris vis-à-vis de 16, et j'ai pour réponse qu'il faut mettre dans ce mélange 2 gallons à 11s. et 3 à 16s. et la somme 5 indique qu'il entrera 5 gallons dans ce mélange.

Le raisonnement suivant fera comprendre la raison de cette opération. En mélangeant un gallon à 11s. avec un gallon à 16s., on gagne 3s. sur la première, et l'on ne perd que 2s. sur le second; le gain n'égale donc pas la perte. Mais si l'on avait deux nombres par l'un desquels multipliant la perte et par l'autre le gain, on obtient deux produits égaux, il est évident que ces deux multiplicateurs pourraient représenter la quantité qu'il faudrait prendre de chaque marchandise pour composer le mélange dans le rapport demandé. Mais en multipliant le gain 3 par la perte 2, et la perte 2 par le gain 3 les deux produits seront égaux; donc la différence du prix inférieur au prix moyen représente la quantité de marchandise qu'il faut prendre du prix supérieur, et réciproquement.

II. EXEMPLE.

Avec du vin à 8 sch. à 10s. à 14s. et à 16s. le gallon, on veut faire un mélange qu'on puisse donner à 11s. le gallon?

OPÉRATION.

$$\begin{array}{l} \left.\begin{array}{rr} 8 & 3 \\ 10 & 1 \end{array}\right\} 4 \\ \quad 11 \\ \left.\begin{array}{rr} 14 & 3 \\ 16 & 5 \end{array}\right\} 8 \\ \hline \qquad 12 \text{ gallons.} \end{array}$$

Dans cet exemple, la perte 8 nous représente combien il faut mettre de vin à 8s. et à 10s.; et le gain 4 combien il faut en mettre à 14s. et à 16s. En effet, $3 + 1$ ou $4\times8=3+5$ ou 8×4.

III. EXEMPLE.

Un épicier a du sucre à 24, à 27, à 34 et à 35 sous la livre ; il se propose de faire un mélange de 396 livres, qu'il puisse donner à 29s. la livre : combien doit-il en mettre de chaque espèce ?

OPÉRATION.

$$
\begin{array}{ccl}
24 & 5 & \multirow{2}{*}{$\left.\right\} 7\times2=14$} \\
27 & 2 & \\
\multicolumn{2}{c}{29} & \\
34 & 5 & \multirow{2}{*}{$\left.\right\} 11\times2=22$} \\
35 & 6 & \\
\hline
 & & \quad 36
\end{array}
$$

Après avoir fait l'opération comme à l'ordinaire on a trouvé que sur 36 livres, il en faut 7 à 34s. et à 35s. ; puis 11 livres à 24 et à 27s. ensuite on a dit : si sur 36 livres, il en faut 11 à 24 et à 27s. pour une livre, il en faudra $\frac{11}{36}$, et pour 396 liv., $396\times\frac{11}{36}=121$. Puis si sur 36 liv. il en faut 7 à 34s. et à 35s., pour une livre il en faudra $\frac{7}{36}$, et pour 396 livres, $396\times\frac{7}{31}=77$.

Ces dernières opérations reviennent à ces proportions $36 : 11 :: 396 : x$, et $36 : 7 :: 396 : x$. C'est-à-dire la somme des produits de la différence en plus $\times$ le nombre de prix supérieurs au prix moyen, et de la différence en moins $\times$ le nombre de prix inférieurs : la différence en plus, si l'on veut avoir la quantité du mélange de chacun des prix inférieurs, ou : la différence en moins si l'on veut avoir le contraire, :: la quantité du mélange : x.

148. Si l'on déterminait la quantité qu'on veut mettre de l'une des parties du mélange, comme, par exemple, dans ce problème :

On veut faire un mélange de 600 mesures d'une certaine marchandise qu'on puisse donner à 11 sch. la mesure, avec 5 sortes de marchandises que l'on vend séparément, suivant leurs qualités, 5 sch., 6s., 8s., 13s. et 15s.; mais on veut qu'il entre dans ce mélange 150 mesures à 5 schellings.

Il faudrait mélanger cette marchandise, qui est d'un prix inférieur au prix moyen, avec celle du prix supérieur, dont la différence est la plus rapprochée de 5 à 11 (c'est 15); composer ce mélange de manière qu'il en entrât 150 mesures à 5; soustraire le total du nombre qu'on veut avoir d'unités (ici c'est 600). Opérer sur le reste avec les prix dont la quantité à prendre n'a pas été déterminée, comme pour le problème précédent.

I. OPÉRATION.

5		6	
	11		$150 \times \frac{6}{4} = 225$
15		4	$+150$
		10	375 ôtés de $600 = 225$

Sur 10 mesures il en faudra 4 à 5 sch. et 6 à 15; c'est-à-dire qu'avec 4 mesures à 5 sch. il faut en mettre 6 à 15; avec une mesure à 5 sch. il en faudra donc $\frac{6}{4}$, à 15 et avec 150 mesures, $150 \times \frac{6}{4} = 225$ à 15 sch.

II. OPÉRATION.

6		5	
8		3	$8 \times 2 = 16$
	11		
13		2	
15		4	$6 \times 2 = 12$
			28

On a multiplié 8 et 6 par 2, parce qu'on veut mettre autant de mesures à 6 qu'à 8, et autant à 13 qu'à 15.

$\frac{8}{28}\times225=$R. $64\,\frac{8}{28}$ à 13 sch. et à 15.
$\frac{6}{28}\times225=$R. $48\,\frac{6}{28}$ à 6 et à 8.

PREUVE.

	$64\,\frac{8}{28}$	.... à 13 sch.
$225+64\,\frac{8}{28}$	$=289\,\frac{8}{28}$	.... à 15
	$48\,\frac{6}{28}$	.. .. à 8
	$48\,\frac{6}{28}$	.... à 6
	150	.... à 5
	600	

Questions sur la Régle de Mélange.

143. Qu'est-ce que la règle de mélange?—144. Comment opère-t-on le mélange dans le premier cas?—145. Comment fait-on la preuve de cette règle?—146. A quoi sert la deuxième espèce de mélange?—147. Que faut-il faire pour trouver la quantité des marchandises qui doivent entrer dans un mélange dont le prix est déterminé?—148. Que faudrait-il faire si l'on déterminait la quantité qu'on veut mettre de l'une des parties du mélange?

Exercices sur la Régle du Mélange.

II. CAS.

P. 969. Un marchand de blé en a à 6 sch., à 8s., à 12., à 15s. et à 18 sch.; il veut faire un mélange de 650 minots, mais de manière qu'en le vendant 10 sch., il ne perde ni ne gagne: combien doit-il mettre de chaque espèce?

P. 970. Un épicier a de l'huile à 19s., à 17s., à 15s. et à 13 sch. la pinte; il voudrait les mélanger de manière à pouvoir vendre la pinte 14s.: combien doit-il en mettre de chaque sorte pour remplir une pièce contenant 240 pintes?

P. 971. Un détaillant demande quelle quantité d'eau il doit mettre dans un gallon de vin de 15s. pour qu'elle ne lui revienne qu'à 12s.

P. 972. On a du vin à 6s., à 7s., à 9s., à 12s. et à 15s. le gallon: combien en faudra-t-il mettre de chaque sorte avec 40 gallons de 16s. pour faire un mélange de 800 gallons qu'on puisse vendre 10s.?

P. 973. Un aubergiste a 450 pintes de vin à 8s.: combien doit-il en ajouter de 14s. pour que le mélange vaille 13s.?

P. 974. Dans quelle proportion faut-il mêler un liquide de 25s. et 19s. le gallon, pour avoir un mélange de 21 schellings?

P. 975. Quelqu'un voudrait emplir une pièce de 450 pintes avec du vin à $7\frac{1}{2}$d. la pinte: combien doit-il y mettre d'eau et de vin pour que le mélange ne lui revienne qu'à 6d.?

P. 976. On a 150 minots de blé à 30s. et 140 à 45 sch.: combien faut-il en mettre de chacun pour en faire 250 minots de 42s.?

P. 977. J'ai acheté 2 pièces de vin qui coûtent ensemble 190 sch.; la première coûte 30s. de plus que la seconde; elles contiennent chacune 240 pintes; je trouve à en vendre 350 pintes à raison de $4\frac{1}{2}$d.: combien dois-je en mettre de chaque pièce?

P. 978. On a 150 pintes de vin qu'on vend 9d.: combien faut-il mettre de pintes d'eau pour qu'on puisse livrer la pinte du mélange à $7\frac{1}{2}$d., et qu'elle sera la quantité du mélange?

P. 979. Un aubergiste a acheté 450 pintes de vin qu'il a payées à raison de $7\frac{1}{2}$d. la pinte ; il ne peut le vendre que 7d.; dites combien il y mettra d'eau pour ne rien perdre, sachant qu'il a dépensé 16 sch. pour le port, etc.

P. 980. Combien faut-il mélanger de pintes de vin à 5d. avec 200 pintes à $6\frac{1}{2}$d., si on veut revendre le mélange $5\frac{1}{2}$d.?

TROISIÈME PARTIE.

FRACTIONS DES FRACTIONS. (22.)

149. On appelle fractions des fractions, une suite de fractions dépendantes les unes des autres, telles, par exemple, que les $\frac{2}{3}$ de $\frac{3}{4}$, etc., c'est-à-dire qu'il s'agit de prendre les $\frac{2}{3}$ des $\frac{3}{4}$ de l'unité.

150. On réduit les fractions des fractions en une simple fraction en multipliant numérateur par Nr. et Dr. par Dr.

Ainsi dans l'exemple précédent après avoir opéré comme il vient d'être dit on a $\frac{6}{12}$. En effet, en multipliant 3 par 4 j'ai eu $\frac{2}{12}$, fraction 4 fois plus petite que $\frac{2}{3}$, (No. 85,) j'en ai donc pris le quart, et en multipliant 2 par 3, j'ai pris ce quart 3 fois, donc j'ai pris les $\frac{2}{3}$ de $\frac{3}{4}$.

Exercices.

P. 981. Quels sont les $\frac{2}{3}$ des $\frac{3}{4}$ de 5 unités?

P. 982. Quels sont les $\frac{3}{4}$ des $\frac{7}{8}$ des $\frac{6}{11}$ des $\frac{4}{9}$ de $7\frac{3}{4}$?

P. 983. Un milord anglais a dépensé dans un voyage les $\frac{3}{4}$ des $\frac{4}{7}$ de son argent, à son retour il avait encore 130 £: combien avait-il avant son voyage?

P. 984. Huit ouvriers ont fait une excavation de 54 toises cubes; il reste encore à faire les $\frac{2}{3}$ des $\frac{4}{9}$ de l'ouvrage: on demande combien il y a de toises cubes en tout.

P. 985. Un rentier a dépensé les $\frac{2}{5}$ de son revenu annuel dans 6 mois; les 2 mois suivans il a dépensé les $\frac{3}{7}$ de ce qui lui restait; et les 4 derniers mois il a dépensé les $\frac{5}{6}$ de ce qui lui restait encore, de sorte qu'il ne lui reste que £50: on désire savoir quel est son revenu annuel.

P. 986. Quelqu'un s'inf ant de l'heure qu'il était, on lui répondit: il est les $\frac{4}{5}$ des $\frac{6}{7}$ des $\frac{9}{11}$ de $11\frac{1}{2}$ heures: quel heure était-il?

Fractions Décimales. (N°. 79.)

P. 151. Nous avons dit, N°. 79, que les fractions décimales sont des fractions de dix en dix fois plus petites que celles qui les précèdent immédiatement.

P. 152. Les parties contenues dix fois dans l'unité se nomment *dixièmes ;* les dixièmes de dixièmes, centièmes; les dixièmes de centièmes, *millièmes*, etc.

153. Pour écrire les nombres décimaux on écrit d'abord le nombre entier, à la droite duquel on met une virgule; puis allant de gauche à droite on écrit successivement les dixièmes, les centièmes, etc.; s'il n'y a pas d'entiers on le remplace par un zéro, après lequel on met une virgule. Ainsi pour écrire le nombre 4 entiers 25 centièmes, on met 4,25; 15 centièmes s'écrit 0,15.

ÉVALUATIONS

Des fractions décimales en fractions absolues et relatives et réciproquement.

154. Pour réduire une fraction absolue en fraction décimale il faut diviser le Nr. par le Dr. Quand le Nr. est plus petit que le Dr. on ajoute un zéro à la droite du numérateur pour avoir des dixièmes, un autre pour avoir des centièmes, etc.

EXEMPLE.	OPÉRATION.	
Réduisez $\frac{4}{7}$ en fraction décimale.	40	7
	50	0,5714
	10	
	30	
	2	

155. Pour réduire des décimales en fraction absolue il n'y a qu'à ôter le zéro ou la virgule et donner pour dénominateur au nombre décimal l'unité suivie d'autant de zéros qu'il y a de chiffres décimaux; ainsi, 0,47 font $\frac{47}{100}$; 14,75 égalent $\frac{1475}{100}$.

156. Pour réduire des fractions relatives en décimales il faut les réduire en fractions absolues (N°. 100), ensuite les réduire en décimales comme ci-dessus.

157. Pour réduire des fractions décimales en relatives, il faut les réduire en fractions abolues (N°. 155), ensuite les réduire en fractions vulgaires comme au N°. 100.

Exercices.

P. 987. Réduisez les fractions suivantes en décimales: 1°. $\frac{4}{7}$; 2°. $\frac{24}{29}$; 3°. $\frac{7}{11}$; 4°. $\frac{22}{23}$.

P 988. Réduisez en décimales: 1°. $\frac{5}{9}$; 2°. $\frac{61}{6}$; 3°. $\frac{64}{11}$; 4°. $\frac{121}{13}$.

P. 989. Réduisez les nombres suivants en fractions absolues: 1°. 0,45; 2°. 4,756; 3°. 6,005; 4°. 0,007; 5°. 0,047; 6°. 81,674.

P. 990. Réduisez en décimales du louis les nombres suivants: 1°. £4 17s.; 2°. £0 17s.; 3°. £51 15s. 7d.

P. 991. Combien y a-t-il de louis, de sch., etc. dans les nombres décimaux suivants: 1°. £4 756.; 2°. £3 45.; 3°. £0 175.; 4°. £75 125.; 5°. £19 455.; 6°. £0 29?

P. 992. Mettez en fractions décimales les nombres suivants: 1°. $\frac{4}{25}$; 2°. £4 10s. $7\frac{1}{2}$d.; 3°. $4\frac{7}{11}$; 4°. 6 to. 1 pi. 9 po.; 5°. 3 verges 2 pieds 6 pouces.

ADDITION DES NOMBRES DÉCIMAUX.

158. L'addition des nombres décimaux se fait comme celle des nombres entiers, ayant soin de poser les unités de même espèce les unes sous les autres.

EXEMPLE.

47,	25
9,	05
28,	475
169,	45
254 entiers	225 millièmes.

Faites les additions suivantes:

P. 993. 478,63+89,005+0,00125+5437,25.

P. 994. 7,548+0,0009+6,75+0,502+89,5.

P. 995. 0,04+0,614+4,21+73,6+0,00047.

P. 996. 740,86+3,74009+6847+0,004862+7465,384+5,76+3,874+74863.

P. 997. £22 17s. 6d.+£0,525 + £8 8s. 6d.; +£48,875+£0,0095+£16 5s. 3d.+£93, 4028.

P. 998. £475 12s. 6d.+£786 19s. 9d.+£7,00475 £54,7257+£45 9s. 6d.+£3275 17s. 3d.+£0,00074 +£472,07386+£0 3s. 6d.

SOUSTRACTION.

159. Mettez les unités de même espèce les unes sous les autres et faites comme dans les nombres entiers.

P. 999. De 83,25 ôtez 7,4825.
1000. " 9,342 " 0,00375.
1001. " 0,0098 " 0,000071.
1002. " $18\frac{1}{8}$ " 7,854.
1003. " £346,892 " £108,90754.
1004. " £507 18s. 9d. ôtez £219 7s. 6d.

MULTIPLICATION.

160. La multiplication des nombres décimaux se fait comme celle des nombres entiers, mais il faut retrancher au produit autant de chiffres décimaux qu'il y en a dans les deux facteurs.

EXEMPLE.

```
  4, 35
  8, 26
  -----
   2610
   870
 3480
 ------
35,9310
```

Je sépare 4 chiffres décimaux au produit parce qu'il y en a deux dans chaque facteur.

Exercices.

P. 1005.	9,45×6,27	P. 1010.	74,58×0,083
1006.	45,6×22,155	1011.	0,078×0,004
1007.	0,987×0,642	1012.	478,×0,038
1008.	8914,714×6,7	1013.	71,807×0,0009
1009.	0,0714×0,013	1014.	78,54×1000

DIVISION.

161. La division des nombres décimaux s'effectue comme celle des nombres entiers, mais il faut que le dividende ait le même nombre de chiffres décimaux; si l'un en a moins que l'autre il faut le compléter en y ajoutant autant de zéros pour qu'il renferme autant de décimales que l'autre. Soit à diviser 32,75 par 5; il faut ajouter deux zéros au 5 puisqu'il n'a point de décimales et que le dividende en a 2.

OPÉRATION.

```
3275 | 500
     |-----
2750 | 6,55
 2500
  000
```

Après avoir divisé 3275 par 500, j'ai multiplié le reste par 10 en y ajoutant un zéro (N°. 37,) pour avoir des dixièmes; ensuite un autre pour avoir des centièmes, et j'ai eu pour réponse 6 entiers 55 centièmes.

Exercices.

P. 1015.	9,4 > 7,4	P. 1021.	0,1206 >0,15
1016.	19,8 > 8,2	1022.	0,504020944>0,8204
1017.	16,6 >10,2	1023.	87486,125 >0,75
1018.	50,420>17,231	1024.	0,1728 >12
1019.	76,1234>9,24	1025.	153,2 >0,64
1020.	59,2687>11,42	1026.	0,0486241 >17,9

Questions.

149. Qu'appelle-t-on fraction des fractions?—150. Comment réduit-on ces fractions en une seule?—151. Qu'est-ce qu'une fraction décimale?—152. Comment nomme-t-on ces parties?—153. Comment écrit-on les nombres décimaux?—154. Comment réduit-on les fractions absolues en décimales?—155. Comment réduit-on les décimales en fractions absolues?—156. Que faut-il faire pour réduire des fractions relatives en décimales?—157. Que faut-il faire pour convertir des décimales en fractions relatives?—158. Comment fait-on l'addition des nombres décimaux? —159.—La soustraction?—160.—La multiplication?—161.—La division?

RACINE CARRÉE. (23.)

162. On appelle carré d'un nombre le produit qui résulte de la multiplication de ce nombre par lui-même. Ainsi les carrés de 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9
sont 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81.

Il résulte de là que, pour carrer un nombre, il faut le multiplier par lui-même.

163. Le carré d'un nombre est composé: 1°. du carré des dizaines; 2°. du produit du double des dizaines par les unités ; 3°. du carré des unités.

Soit, par exemple, le nombre 12 à élever à son carré ; ce nombre est composé d'une dizaine et de 2 unités.

Disposons le calcul comme il suit :

$$\begin{array}{r} 10+2 \\ \times 10+2 \\ \hline \end{array}$$

100 carré des dizaines
20 prod. des diz. par les unités
20 id.
4 carré des unités.

144

Commençons la multiplication par les dizaines, ce qui est indifférent, et disons: 10 fois 10=100, carré des dizaines ; 10 fois 2=20, produit des dizaines par les unités ; puis 2 fois 10=20 encore une fois les dizaines par les unités ; enfin 2 fois 2=4 carré des unités : total 144 ; donc le carré d'un nombre est composé du carré des dizaines, etc.

164. On appelle racine carrée d'un nombre, le nombre qui, étant multiplié par lui-même, reproduit ce même nombre.

Ainsi les nombres 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, ont pour racine carrée 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

165. Pour extraire la racine carrée d'un nombre, il faut d'abord le partager en tranches de deux chiffres chacune, en allant de droite à gauche ; la dernière à gauche pourra n'en contenir qu'un ; on examinera ensuite quel est le plus grand carré contenu dans cette tranche à gauche, dont on posera la racine à droite ; puis ayant soustrait son carré de cette même tranche, on mettra le reste dessous ; à côté de ce reste, on descendra la tranche suivante, et, de ce nombre, on séparera par un point la figure à droite.

166. Pour avoir le second diviseur, on double la racine trouvée, ce qui est le double des dizaines ; on cherche combien ce double est contenu de fois dans les chiffres qui précèdent celui de la droite ; on écrit le quotient à droite de la racine ; on écrit aussi ce même quotient à côté du double des dizaines ; on multiplie chaque chiffre de ce diviseur par le quotient, et le produit se soustrait du membre dont on a pris la racine, de la manière qu'on le fait dans la division : on fait autant d'opérations semblables qu'il y a de tranches dans le nombre dont on veut avoir la racine.

167. Il doit y avoir à la racine autant de chiffres qu'il y a de tranches dans le nombre donné.

Soit à extraire la racine carrée de 4096.

OPÉRATION.

40.96	64
49.6	——
000	124

Il est évident que le carré des dizaines ne peut se trouver que dans les centaines ; car $10\times10=100$; c'est pourquoi on a séparé 40 de 96 pour extraire la racine carrée de quarante qui est 6. Je carre 6 et j'ai 36 que je retranche de 40 ; il reste 4 à côté duquel j'écris l'autre tranche 96, et j'ai 496 ; or ce reste contient 2 fois les dizaines multipliées par les unités, plus le carré des unités (N°. 163) ; mais le double des dizaines multiplié par les unités, ne peut donner moins que des dizaines ; ce produit est donc contenu dans 49, on en sépare la dernière figure 6 par un point. Maintenant donc, pour avoir les unités, il ne s'agit plus que de diviser 49 par le double des dizaines, lequel égale 12 ; le quotient égale 4. Si ce nombre égale effectivement les unités, il faut qu'on puisse retrancher le produit du double des dizaines par 4, plus le carré de 4, de 496. Comme cette opération s'effectue exactement, on en conclut que 64 est la racine carrée exacte de 4096.

Si le nombre dont on veut avoir la racine avait trois tranches, le carré des dizaines se trouverait évidemment dans les centaines. Pour avoir la racine carrée de ces centaines, on calcule comme dans un nombre de deux tranches, et pour avoir les unités on raisonnerait comme dans l'exemple précédent.

EXEMPLE.

On demande la racine carrée de 459643. R. 677, et il reste 1314.

OPÉRATION.

45.96.43	677 racine.
99.6	——
10.74.3	127 1e diviseur.
1.31.4	1347 2e diviseur.

Pour faire cette opération, après avoir séparé les chiffres par tranches ; je cherche quel est le plus grand carré contenu dans la première tranche à gauche, c'est 36, dont la racine est 6, que j'écris à droite du nombre, en le séparant par un trait ; j'ôte 36 de 45, reste 9, à côté duquel je descends la tranche suivante, et j'ai 996, dont je sépare 6 par un point.

Pour avoir le diviseur, je double la racine trouvée, il vient 12 ; je dis donc en 99 combien de fois 12 ; je vois qu'il ne peut y être que 7 que j'écris à la racine ; à droite du 6 ; je mets aussi ce 7 à côté du diviseur 12, et j'ai 127, que je multiplie par 7 ; ôtant le produit de 996, il ne reste que 107 ; je descends la tranche 43, et j'ai pour troisième membre 10743, dont je sépare la figure à droite ; je forme le second diviseur en doublant la racine 67, et j'ai 134 par lequel je divise les quatre chiffres 1074 ; il vient 7 pour quotient ; j'écris 7 à la racine, et à la suite du diviseur 134, ce qui donne 1347. Multipliant par 7, je retranche le produit de 10743 ; il reste 1314 ; de sorte que la racine carrée de 459643 est 677, avec 1314 de reste, parce que le nombre donné n'est pas un carré parfait

Si, après avoir fait la division, il restait un nombre qui égalât deux fois plus 1 celui qui est la racine, ce serait une preuve que le dernier chiffre qu'on y a mis est trop faible.

168. La preuve de cette règle se fait en multipliant la racine trouvée par elle-même et ajoutant le reste au produit. Le total doit égaler le nombre dont on extrait la racine.

Ainsi pour l'exemple précédent, en multipliant 677 par lui-même et ajoutant le reste 1314 au résultat, on reproduit le nombre 459643.

169. Si du reste on voulait tirer des décimales, il faudrait ajouter à ce reste autant de fois deux zéros qu'on voudrait avoir de chiffres décimaux à la racine.

En effet, le nombre dont on extrait la racine peut être considéré comme le produit d'un nombre décimal d'autant de chiffres qu'on en veut avoir à la racine; or, lorsque les deux facteurs d'un produit contiennent chacun deux chiffres décimaux, il y en a 4 au produit ; donc, etc.

170. Pour extraire la racine d'une fraction absolue il faut extraire la racine des deux termes, si cela se peut, si non il faut la réduire en fraction décimales et opérer ensuite comme il est dit au N°. 169.

Questions sur la Racine Carrée.

162. Qu'appelle-t-on carré d'un nombre ?—163. De quoi est composé le carré d'un nombre ?—164. Qu'appelle-t-on racine carrée

d'un nombre?—165. Que faut-il faire pour extraire la racine d'un nombre?—166. Que faut-il faire pour trouver le second diviseur? —167. Combien doit-il y avoir de chiffres à la racine carrée d'un nombre?—168. Comment fait-on la preuve de cette règle?—169. Si du reste d'une opération on voulait tirer des décimales, que faudrait-il faire?—170. Que faut-il faire pour extraire la racine d'une fraction absolue?

Exercices sur la Racine Carrée.

Trouvez la racine des nombres suivants:

P. 1027. 20736.

P. 1028. 95023504.

P. 1029. 0,5329.

P. 1030. 5013,914481.

P. 1031. 17,3056.

P. 1032. 1°. $\frac{242}{288}$. 2°. $\frac{676}{1298}$.

P. 1033. 0,000729.

P. 1034. 0,000289.

P. 1035. 161,5441.

P. 1036. 72,0801.

P. 1037. 1°. $\frac{47}{230}$. 2°. $\frac{57}{60}$.

P. 1038. Soit proposé de trouver la racine carrée de 1368, à moins d'un centième près, c'est-à-dire avec deux décimales?

P. 1039. On veut entourer de murs un terrain carré qui contient 3600 toises de superficie: on demande quelle sera la longueur des murs.

P. 1040. Un jardinier a 3969 choux qu'il veut planter en carré, de manière qu'ils forment des lignes droites et parallèles, en long et en large: on demande combien il y aura de choux dans chaque rangée, sur les quatre faces.

P. 1041. Un terrain de forme carrée est planté d'arbustes à 1 toise de distance: combien y en a-t-il sur chaque face sachant que le terrain en contient 94864 ?

P. 1042. Combien faut-il placer d'arbres sur chaque côté d'un terrain carré qui doit en contenir 15129 en totalité ?

P. 1043. On veut rendre carré un terrain qui a 625 toises de longueur sur 400 de largeur: on demande de combien on doit diminuer la longueur et augmenter la largeur pour que le terrain ait la même superficie.

P. 1044. Une cour a 432 perches de superficie, la largeur n'est que les $\frac{3}{4}$. de la longueur: on demande quelles en sont les dimensions.

P. 1045. Un écolier demandait, par plaisanterie, à un laboureur, quelles étaient les dimensions de sa terre: Monsieur, dit le laboureur, la longueur surpasse de deux perches la largeur, et elle a 20163 per. de superficie: cherchez maintenant ce que vous demandez?

P. 1046. Une pièce de terre contient 48020 perches carrées, la longueur contient 49 perches plus que la largeur, quelles en sont les dimensions?

P. 1047. Un maître assure que le nombre de ses écoliers multiplié par le $\frac{1}{3}$ du même nombre, fait 2523: combien a-t-il d'écoliers?

RACINE CUBIQUE. (24.)

171. On appelle cube d'un nombre le produit de ce nombre multiplié deux fois pas lui-même ; ainsi les cubes des nombres

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, sont :

1, 8, 27, 64, 125, 216, 343, 512, 729, qui leur correspondent.

172. Le cube d'un nombre est composé: 1° du cube des dizaines ; 2° du produit de trois fois le carré des dizaines par les unités ; 3° de trois fois les dizaines par le carré des unités ; 4° du cube des unités.

Ce qu'on peut représenter, par cette formule :

$$a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$$

En se souvenant que a marque les dizaines et b les unités ; que a^3 marque la troisième puissance, ou le cube des dizaines ; a^2 la deuxième puissance, ou le carré, etc.

Pour élever un nombre au cube, il faut faire attention que le cube des dizaines donnant des mille, il faut mettre trois zéros à sa droite ; que le carré des dizaines donnant des centaines, il faut mettre deux zéros à sa droite ; et que les dizaines doivent avoir aussi un zéro à leur droite : d'après cela, si l'on veut cuber le nombre 24, on aura:

1°. a^3. Le cube des dizaines 2+2+2, suivi de trois zéros,... =8000

2°. $3a^2b$. Trois fois le carré des dizaines, multiplié par les unités 3×4×4, suivi de deux zéros,... =4800

3°. $3ab^2$. Trois fois les dizaines multipliées par le carré des unités, 3×2×16, suivi d'un zéro,... = 960

4°. b^3. Le cube des unités, 4×4×4,......... = 64

Le cube de 24 est de 13824

173. On appelle racine cubique d'un nombre le nombre qui, étant multiplié deux fois par lui-même, reproduit celui dont il est la racine. Ainsi, les racines des nombres 1, 8, 27, 64, 125, 216, 343, 512, 729, sont:

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9,

qui leur correspondent, car tous ces nombres étant multipliés deux fois par eux-mêmes, les reproduisent.

Pour extraire la racine cubique d'un nombre quelconque, il faut suivre la méthode suivante.

Si le nombre proposé n'a pas plus de trois chiffres, sa racine se trouve dans les unités ; car 10, qui est le plus petit nombre de deux chiffres, en a 4 à son cube ($10 \times 10 \times 10 = 1000$.) Si le nombre en contient plus de trois, on le partage en tranches de trois chiffres en allant de droite à gauche ; la dernière peut en avoir moins de trois. On cherche ensuite la racine cubique de la dernière tranche, on l'écrit au-dessus du trait horizontal, et on retranche le cube de cette racine du nombre sur lequel on opère ; à côté du reste on écrit la tranche suivante, on en sépare deux chiffres par un point, puis on divise cette tranche par le triple carré des dizaines : on écrit le quotient à la racine, après quoi on soustrait de la tranche que l'on vient de diviser la somme du produit du triple carré des dizaines multiplié par ce dernier chiffre, + celui du triple des dizaines multiplié par le carré des unités, + le cube des unités.

174. Soit proposé de trouver la racine cubique de 12167.

OPÉRATION.

12.167	23
41.67	—
0000	12

Je dis que ce nombre est composé de quatre parties dont la plus grande est le cube des dizaines (No. 172); or, le cube des dizaines ne peut être que dans les mille ($10 \times 10 \times 10 = 1000$), j'en sépare donc trois chiffres et je cherche la plus grande racine contenue dans 12, je trouve que c'est 2, je l'écris dans la partie supérieure de l'accolade, je cube cette racine, je la retranche du nombre sur lequel j'opère, je descends à côté du reste l'autre tranche et j'ai 4167 ; ce nombre contient encore trois parties dont la plus grande est le produit de trois fois le carré des dizaines par les unités ; mais ce produit ne peut être que dans les centaines : c'est pour cela que j'en sépare deux chiffres à droite par un point, et je dis : puisque 41 contient le produit de trois fois le carré des dizaines par les unités, si je le divise par trois fois le carré des dizaines, il viendra les unités au quotient ; je carre donc 2, puis je triple ce carré et j'ai pour diviseur 12, je divise 41 par ce nombre, et il vient 3 que je pose à la racine ; pour m'assurer que 3 égale les unités, j'assaie si je puis retrancher de 4167 les trois nombres qui y sont contenus, c'est-à-dire, trois fois le carré des dizaines $\times$ les unités $+$ trois fois les dizaines $\times$ le carré des unités $+$ le cube des unités ; et comme je vois qu'il ne reste rien, j'en conclus que 23 est la racine cubique de 12167.

On pourrait aussi, ce qui est plus expéditif, cuber les chiffres qui sont à la racine et retrancher ce cube de toutes les tranches déjà employées. On renouvelle les mêmes opérations toutes les fois qu'on écrit une nouvelle tranche à côté du reste. Le nombre qui se trouve à la racine exprime alors la racine cubique du nombre proposé.

EXEMPLE.

Trouver la racine cubique de 14706125.

OPÉRATION.

14.706.125	245
8	——
———	12 1er div.
6 706	——
13 824	1728 2e div.
———	
882 125	
14 706 125	
———	
....	

Ce nombre ayant trois tranches doit avoir trois chiffres à la racine; et le cube des dizaines se trouvant dans les mille, on les sépare des unités, ce qui forme deux tranches, 14 et 706,—sur lesquels on opère comme à l'exemple précédent. Ayant donc trouvé 2 pour le premier chiffre de la racine, je retranche son cube de 14, il reste 6, à côté duquel je descends la deuxième tranche pour avoir le second chiffre qui est 4, ce qui donne 24, cubant ce nombre je trouve 13.824 que je soustrais des deux premières tranches à gauche, il reste 882, auquel nombre je joins la troisième tranche; ensuite triplant 24 pour avoir le 2e diviseur, 1728, je cherche le troisième chiffre qui est 5 je le pose à la racine ce qui donne 245, retranchant le cube de ce nombre du nombre entier à extraire, il ne reste rien, d'où je conclus que 245 est la racine exacte de 14, 706, 125.

Si après l'extraction de la racine de la dernière tranche, il restait un nombre qui contînt trois fois le carré de celui qui est la racine, + trois fois ce nombre, + l'unité, ce serait une marque que le dernier chiffre écrit à la racine serait trop faible.

175. Pour approcher de la véritable racine au moyen des décimales, il faut ajouter, à ce qui reste après l'extraction, autant de fois trois zéros qu'on veut avoir de chiffres décimaux à la racine, et on opère ensuite comme à l'ordinaire, ayant soin de séparer à la racine autant de chiffres qu'on a ajouté de fois trois zéros au reste.

Ceci est évident, si la racine doit avoir un certain nombre de chiffres décimaux, le cube en aura trois fois plus.

S'il s'agissait d'un nombre accompagné déjà de chiffres décimaux, on les compterait avec les zéros qu'on ajoute.

EXEMPLE.

Soit à extraire la racine cubique du nombre 36,20, à moins d'un millième près.

36,200000000	3,308
9,200	----
263000000	27
1005888	3267
	326700

Comme il y a deux chiffres décimaux au nombre dont on demande la racine, je n'en ajoute que 7 pour avoir les trois tranches qui doivent donner les trois chiffres décimaux à la racine après quoi j'opère comme à l'ordinaire.

Questions sur la Racine Cubique.

171. Qu'appelle-t-on cube d'un nombre?—172. De quoi est composé le cube d'un nombre?—173. Qu'appelle-t-on racine cubique d'un nombre?—174. Que faut-il faire pour extraire la racine cubique d'un nombre quelconque ?—175. Que faut-il faire pour approcher de la véritable racine au moyen des décimales ?

Exercices sur la Racine Cubique.

Trouvez la racine cubique des nombres suivans :

P. 1048. 15625.

P. 1049. 52734375.

P. 1050. 484846678016.

P. 1051. 11390,625.

P. 1052. 0,041063625.

P. 1053. 1°. $\frac{1728}{2197}$ 2°. $\frac{2744}{4913}$.

P. 1054. 3.

P. 1055. 0,000117649.

P. 1056. 485587656.

P. 1057. 48,627125.

P. 1058. Quelle est la racine cubique de 35937 ?

P. 1059. On désire savoir quelle est la racine cubique de 123456789.

P. 1060. Quelle doit être la hauteur d'un bloc de marble formant un cube parfait ; sachant qu'il égale un autre bloc de 1 toise 35 centièmes de longueur, 1 toise 15 cent. de largeur et 1 toise d'épaisseur?

P. 1061. Une citerne de forme cubique doit contenir 2744 pi. cubes d'eau : quelles en seront les dimensions?

P. 1062. Un réservoir d'eau en contient 6144 toises cubes ; la largeur n'est que les $\frac{2}{3}$ de la longueur et la profondeur n'est que la huitième partie de la largeur : quelles en sont les dimensions ?

P. 1063. Un magasin d'une ville contient $3697\frac{7}{9}$ toises cubes ; la longueur est à la largeur, comme 13: 5 et à la hauteur comme 13 : 3 : quelles sont les dimensions de ce magasin ?

DES PROGRESSIONS. (25.)

176. On appelle progression, 1°. une suite plus ou moins nombreuse de termes dont la différence du premier au deuxième est la même que celle du deuxième au troisième, que celle du troisième au quatrième, etc.

Telles sont les suivantes :

÷ 2. 4. 6. 8. 10. 12.

÷ 15. 12. 9. 6. 3.

Dans le premier exemple, la progression est croissante et dans le deuxième elle est décroissante. La différence, qui est la même entre tous les termes consécutifs, est appelée raison de la progression.

2°. C'est aussi une suite de termes dont le rapport par quotient est le même entre tous les termes consécutifs ∺ 3: 6: 12: 24: 48: 96 est une progression par quotient croissante; ∺ 128: 64: 32: 16: 8: 4 est une progression par quotient décroissante. Le quotient d'un terme quelconque divisé par celui qui le précède est appelé raison de la progression.

Dans le premier de ces exemples, la raison est 2; car $\frac{6}{3}=2$ et $\frac{12}{6}=2$, etc. ; et dans la deuxième la raison est $\frac{1}{2}$; car $\frac{64}{128}=\frac{1}{2}$ et $\frac{32}{64}=\frac{1}{2}$, etc.

177. Les progressions par différence se nomment progressions arithmétiques; on les fait précéder d'un trait horizontal placé entre deux points (÷), et on place un point entre chaque terme de la progression; les progressions par quotient se nomme progressions géométriques: on les fait précéder d'un trait horizontal placé entre quatre points (∺), on en sépare par deux points chaque terme de cette espèce de progression.

Des Progressions Arithmétiques.

178. Chaque terme d'une progression arithmétique est composé du premier plus autant de fois la raison qu'il y a de termes avant lui, si la progression est croissante, et moins autant de fois la raison, si la progression est décroissante. Ainsi, dans la progression ÷ 2. 4. 6. 8. 10. 12. 14. 16., le deuxième terme 4 est composé du premier terme,+ la raison qui est 2; le troisième 6 est composé du premier terme 2,+2 fois la raison, parce qu'il y a deux termes avant lui. En effet, $2+2+2=6$; le 8e terne 16 est composé du premier terme 2,+7 fois la raison $2+(7\times2)=16$.

De même dans la progression décroisante ÷ 15. 12. 9. 6. 3. le 2e terme est composé du 1er—la raison, qui est 3. En effet, $15-3=12$; le troisième est composé du 1^{er}—2 fois la raison: $15-(3+3)=9$; le 5^e terme est composé du 1^{er}—4 fois la raison: $15-(3\times4)=3$.

179. De ce qui précède on doit conclure: 1°. que pour avoir un terme quelconque d'une progression arithmétique dont on connaît le premier terme, il faut multiplier la raison par le nombre égal à celui des termes qui doivent précéder celui qu'on cherche, et ajouter le produit au premier terme de la progression si elle est croissante, et au contraire l'en retrancher, si elle est décroissante.

Ainsi soit proposé le problème suivant.

Un escalier a 24 marches; la première a 6 pouces de hauteur, et les autres 7 pouces chacune: quelle est l'élévation de la dernière au-dessus du sol?

Solution: La dernière marche est élevée au dessus du sol de 23 fois 7 pouces+6 pouces, ou de 23 fois la raison de la progression qui est 7 pouces+le premier terme qui égale 6 pouces. En opérant nous avons $(23\times7)+6=$R. 13. pi. 11 po.

Exemples pour une progression décroissante:

Un escalier a 24 marches de chacune 7 pouces; la dernière est à 13 pi. 11 po. au-dessus du sol: on demande quelle est l'élévation de la première marche.

Solution: La 24^e marche est élevée au-dessus du sol de 23 fois 7 pouces, raison de la progression, + la hauteur de la première marche; donc en retranchant 23 fois 7 pouces de 13. pi. 11 pouces, le reste égalera l'élévation de la première marche.

Opération 13 pi. 11 po.—$(7\times23)=6$ pouces.

2°. Que pour avoir le premier terme d'une progression dont on connaît le dernier terme et la raison, si la progression est croissante, il faut soustraire de ce dernier terme le produit de la raison par le nombre de termes qui précède le dernier, le reste égalera le premier : si la progression est décroissante, il faudra ajouter le produit au dernier terme.

3°. Que pour avoir la raison d'une progression il faut soustraire le plus petit des deux termes connus de l'autre, et diviser le reste par le nombre de termes compris entre ces deux termes connus,+1.

180. L'une des propriétés principales des progressions arithmétiques est que la somme du premier et du dernier terme est égale à celle du deuxième avec l'avant-dernier, etc. En effet, soit la progression suivante de six termes :

÷3. 6. 9. 12. 15. 18.

Le dernier terme 18 se compose du premier terme 3 et de 5 fois la raison qui est aussi 3, c'est-à-dire de 3 +5 fois 3 ; mais le deuxième terme est composé du premier terme 3 et d'une fois la raison, c'est-à-dire de 3+3 et le cinquième du premier+4 fois la raison, c'est-à-dire de 3+4 fois 3. En rapprochant ces termes nous aurons pour la somme du premier et du dernier 3+3 +5 fois 3=(5×3)+6=21 ; et pour celle du deuxième avec l'avant-dernier 3+3+3+3 fois 4 ou 3+3+5 fois 3 ou 6+(5×3)=21 ; donc, etc.

Pour faciliter ces sortes d'opérations, nous représenterons le premier terme par P, le dernier par D, la raison par R, le nombre de termes par N ; N—1 représentera le nombre de termes qui précèdent le dernier, et la somme sera réprésentée par S en nous servant des signes usités dans cette ouvrage. Ce qui sera mis entre deux crochets doit être opéré, avant de faire le reste.

Formules Générales.

Pour le 1er terme, $P=D-R \times (N-1)$
Pour le dernier terme, $D=P+R\times (N-1)$
Pour la raison, $R=(D-P) > (N-1)$
Pour le nombre des termes, $N=D-P>R+1$
Pour la somme, $S=(P+D)\times N > 2.$

S'il manque un terme pour une formule on le cherchera par le moyen d'une autre. La première formule se lit ainsi: *Le premier terme égale le dernier moins la raison multipliée par le nombre des termes diminué de l'unité*, c'est-à-dire moins le dernier terme, ainsi des autres.

Exercices sur les Progressions Arithmétiques.

P. 1064. On demande le 18^e terme d'une progression arithmétique dont le 1er est 4 et la raison 5.

P. 1065. Connaissant que le 18^e. terme d'une progression arithmétique est 89 et que la raison est 5: on demande le 1er terme.

P. 1066. Un débiteur a 18 créanciers: il doit 89 sch. au dernier, la somme qu'il doit aux autres va en diminuant de 5 sch.: on demande combien il doit au premier.

P. 1067. Un particulier a acquitté une dette en plusieurs paiemens ; le premier a été de 4 sch. et le dernier de 89 sch.; chaque paiement augmentait de 5 sch.: on demande combien il a fait de paiements.

P. 1068. Une dame charitable a donné tous les jours de l'année l'aumône à un pauvre ; le premier jour elle lui donna 10 sous, le second 25 : en augmentant ainsi de 15 sous : combien lui donna-t-elle le dernier jour?

P. 1069. Un particulier voulant favoriser un jeune homme, lui donna le 1er jour de l'an 10 sous ; on ne dit pas combien il lui donna les autres jours, mais on sait que le don du dernier jour montait à 54 sch. ; combien le jeune homme a-t-il reçu en tout ?

DES PROGRESSIONS GÉOMÉTRIQUES. (26.)

181. Un terme quelconque d'une progression géométrique est composé du premier terme multiplié par la raison, élevée à une puissance marquée par le nombre de termes qui doit précéder celui qu'on cherche.

Par exemple : soit la progression $\div\!\div 3 : 6 : 12 : 24 : 48 : 96$, dont la raison est 2 ; le deuxième terme est composé du premier $3 \times 2 = 6$; le troisième est composé de deux fois 3 multiplié par la raison 2 ; donc $3 \times 2 \times 2 = 12$, c'est-à-dire du premier terme 3 multiplié par le carré (2×2) ou la deuxième puissance de la raison ; le quatrième est composé du troisième $(3 \times 2 \times 2)$ multiplié aussi par la raison 2 ; donc de $3 \times 2 \times 2 \times 2$, c'est-à-dire du premier terme 3 multiplié par le cube ou la troisième puissance de la raison ; on le démontrerait de même pour les autres termes ; donc, etc.

182. De ce qui vient d'être dit on doit conclure :

1°. Que pour avoir un terme quelconque d'une progression géométrique dont on connaît le premier terme et la raison, il faut multiplier ce premier terme par la raison élevée à une puissance marquée par le nombre des termes qui précèdent celui qu'on cherche.

Par exemple, soit à trouver le quatrième terme d'une progression géométrique dont le premier est 3 et la raison 2. Comme le quatrième est composé du premier multiplié par la raison élevée à la troisième puissance, je multiplie 3 par le cube de 2 qui est 8, et j'ai $3 \times 8 =$ 24 pour le terme demandé.

2°. Que pour avoir le premier terme d'une progression géométrique dont on connaît un terme quelconque et la raison, il faut diviser ce terme par la raison élevée à une puissance marquée par le nombre de termes qui précèdent celui qu'on connaît.

Ainsi, pour avoir le premier terme d'une progression dont la raison est 2 et le quatrième terme 24, je divise 24 par le cube de 2 qui est 8, et j'ai $\frac{24}{8}$ ou 3 entiers.

3°. Que pour avoir la raison d'une progression géométrique dont on connaît deux termes quelconques, il faut diviser le plus grand par le plus petit, et extraire du quotient une racine d'un degré indiqué par le nombre de termes compris entre les deux termes connus, plus l'unité.

Par exemple: on demande quelle est la raison d'une progression géométrique dont le troisième terme est 12 et le sixième 96; comme ce terme est composé du 3^e multiplié par le cube de la raison, je divise 96 par 12, $\frac{96}{12}=8$; j'extrais la racine cubique de 8, et j'ai 2 pour la raison de la progression proposée.

183. Pour avoir la somme de tous les termes d'une progression géométrique, il faut multiplier le dernier terme par la raison, soustraire le premier terme du produit et diviser le reste par la raison diminuée de l'unité; le quotient sera la réponse.

Ceci est évident; soit la progression suivante dont la raison est 2:

$$\div\div 3:6:12:24:48:96.$$

Chaque terme est composé de celui qui le précède répété autant de fois que la raison contient d'unités.

Le 2^e terme $6 = 3 \times 2$
Le 3^e $12 = 6 \times 2$
Le 4^e $24 = 12 \times 2$
Le 5^e $48 = 24 \times 2$
Le 6^e $96 = 48 \times 2$

La somme des termes primitifs $6+12+24+48+96$ égale $(3+6+12+24+48) \times 2$.

On voit que le premier membre de l'équation contient la somme de tous les termes, excepté le premier; et que le second contient la somme de tous les termes excepté le dernier, multiplié par la raison.

Formules pour les progressions géométriques.

Pour le 1er terme : $P = D \geqslant R^{n-1}$.

Lisez: le premier terme égale le dernier divisé par la raison élevée à une puissance marquée par le nombre de terme moins un.

Pour le le dernier terme: $D = P \times R^{n-1}$.

Pour la raison: $R = (D \geqslant P) \sqrt{}^{n-1}$ ou bien $R = (S-P) \geqslant (S-D)$.

Pour la somme: $S = (D \times R) - P \geqslant) R - 1$.

Pour le nombres des termes on ne peut le trouver qu'au moyen des *logarithmes*. Voici la formule: *L=logarithme de*.................$N. = (LD - LP) \geqslant LR) + 1$. C'est-à-dire qu'il faut retrancher le log. du 1er terme de celui du dernier, divisé le reste par celui de la raison et ajouter 1 au quotient.

Questions sur les Progressions.

176. Qu'appelle-t-on progression?—177. Comment nomme-t-on les deux espèces de progressions?—178. De quoi est composée une progression arithmétique?—179. Que conclurez-vous delà ?—180.

Quelle est une des propriétés, principales des progressions arithmétiques?—181. De quoi est composé un terme quelconque d'une progression géométrique?—182. Quelle conséquence tirez-vous de là?—183. Que faut-il faire pour avoir la somme de tous les termes d'une progression géométrique ?

Exercices sur les Progressions Géométriques.

P. 1070. Quel est le 8^e terme d'une progression géométrique dont le premier terme est 4, et la raison 3?

P. 1071. On demande quel est le premier terme d'une progression géométrique dont la raison est 3, et le 5 et dernier terme 324.

P. 1072. Le dernier terme d'une progression géométrique est 324, le premier terme est 4, et le nombre de termes est 5: quelle est la raison?

P. 1073. Le premier terme d'une progression géométrique est 4, la raison 3, et le dernier terme 324: quelle est la somme de tous les termes?

P. 1074. Un particutier a commencé sa fortune avec 4 sch.; la dixième année elle est de 78732 sch.: dans quel rapport géométrique a-t-elle augmenté chaque année?

P. 1075. Un joueur ayant perdu 4 sch. dans une première partie, voulut encore en faire quatre autres, qu'il perdit aussi en triplant le jeu à chaque partie: on demande combien il a perdu à la 5^e?

P. 1076. Un particulier assure que si l'on triplait successivement 4 fois son argent, il aurait 324 sch.: combien a-t-il?

P. 1077. Pendant 5 jours un capitaine a distribué une somme à ses soldats; le premier jour il ne leur a donné que 4 sch., et les jours suivants la somme a été multipliée par un nombre qu'on voudrait connaître, sachant que le 5^e jour ils ont reçu 324 schellings.

RÈGLE DE FAUSSE POSITION SIMPLE. (27)

184. La règle de fausse position simple est une opération par laquelle on prépare la solution d'un problème en opérant sur le nombre supposé.

EXEMPLE.—Une personne a vendu le $\frac{1}{3}$+le $\frac{1}{4}$+le $\frac{1}{6}$ d'une pièce de drap dont il lui reste encore 6 verges: on demande quelle était la longueur de cette pièce de drap?

Opération, nombre supposé, 12

le $\frac{1}{3}$÷ 4
le $\frac{1}{4}$÷ 3
le $\frac{1}{6}$÷ 2

9. 12—9÷3. 3: 12::
6: x÷R. 24.

Pour résoudre ce problème, je suppose le nombre 12, sur lequel je puis faire les opérations exigées; je trouve 3 de reste au lieu de 6; mais comme il doit y avoir un même rapport entre le reste 3 et le nombre supposé 12 qu'entre le reste de la question et le nombre vrai, j'en conclus la proportion qui me donne 24 pour le nombre cherché. En effet, en retranchant de 24 le $\frac{1}{3}$, le $\frac{1}{4}$ et le $\frac{1}{6}$, il reste 6.

On pourrait aussi résoudre ce problème sans fausse position, en additionnant les fractions $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ et $\frac{1}{6}$, après les avoir réduites au même dénominateur; et ce qui leur manquerait pour former une unité représenterait le reste 6 indiqué dans le problème, et servirait à découvrir la longueur de la pièce au moyen d'une règle de trois.

OPÉRATION.

$$\left.\begin{array}{l}\frac{1}{3}=\frac{24}{72}\\ \frac{1}{4}=\frac{18}{72}\\ \frac{1}{6}=\frac{12}{72}\end{array}\right\}$$

$=\frac{54}{72}$, il manque $\frac{18}{72}$ pour faire une unité, donc $\frac{18}{72}$:6 *v.* ::$\frac{72}{72}$: x ou en supprimant les dominateurs 18: 6::72 : x=R. 24.

Ou bien le $\frac{1}{3}$+le $\frac{1}{4}$+le $\frac{1}{6}$ égalent en tout les $\frac{3}{4}$ de la marchandise ; les 6 verges qui restent égalent donc l'autre quart ; donc 1: 6::4: x=R. 24.

Ou bien encore ; puisque 6 verges=le $\frac{1}{4}$ d'un nombre, ce nombre=donc 6×4 ou 24.

Tous les problèmes suivans seront résolus avec fausse position et sans fausse position.

Quel est le nombre dont la $\frac{1}{2}$, le $\frac{1}{3}$, le $\frac{1}{6}$ et les $\frac{6}{7}$ égalent 468?

Nombre supposé, 42

la $\frac{1}{2}$=21
le $\frac{1}{3}$=14
le $\frac{1}{6}$= 7
les $\frac{6}{7}$=36

78: 42::468: x=R. 252.

Sans Fausse Position.

$\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}+\frac{6}{7},=\frac{13}{7}$, 13: 7::468: x=R. 252.

Un seigneur étant interrogé sur le nombre de louis qu'il avait dans sa cassette, répondit: si on ajoutait au nombre qu'elle contient le $\frac{1}{3}$, le $\frac{1}{7}$ et les $\frac{3}{4}$ de ce même nombre, il y en aurait 879.

Nombre supposé, 140

le $\frac{1}{5}$= 28
le $\frac{1}{7}$= 20
les $\frac{3}{4}$=105

153+140=293: 140::879: x=
R. 420.

Sans Fausse Position.

$\frac{1}{5}+\frac{1}{7}+\frac{3}{4}=\frac{153}{140}+\frac{140}{140}=\frac{293}{140}$, 293: 140::879: x=
R. 420.

Cinq joueurs ayant eu dispute se sont jetés sur l'argent du jeu ; le premier en a pris $\frac{1}{5}$ le deuxième $\frac{1}{6}$ le troisième $\frac{1}{10}$ le quatrième $\frac{5}{12}$ et le dernier a eu le reste qui égalait 3 sch. 5d.; combien y avait-il d'argent sur le jeu?

Nombre supposé, 60

le $\frac{1}{5}$ =12
le $\frac{1}{6}$ =10
le $\frac{1}{10}$= 6
les $\frac{5}{12}$=25

53 ôtés de 60, reste 7. 7: 3s. 5d. :: 60: x=R. 30.

Sans Fausse Position.

$\frac{1}{5}+\frac{1}{6}+\frac{1}{10}+\frac{5}{12}=\frac{106}{120}$ 120—106 = 14: 3s. 5d. :: 120 : x=R. 30.

Quel est le nombre dont les $\frac{3}{4}$+ les $\frac{5}{6}$+ les $\frac{7}{9}$ égalent 56 $\frac{2}{3}$?

Nombre supposé, 36

les $\frac{3}{4}$=27
les $\frac{5}{6}$=30
les $\frac{7}{9}$=28

85: 36 : : 56 $\frac{2}{3}$: x=R. 24.

Sans Fausse Position.

$\frac{3}{4}+\frac{5}{6}+\frac{7}{9}-\frac{85}{36}$, 85: 36: :56$\frac{2}{3}$: x=R. 24.

Un homme qui ne connaît pas les mathématiques, étant à l'article de la mort, ordonne par son testament, que le $\frac{1}{4}$ de son bien, qui, en tout, a été évalué 18753 sch., sera pour ses héritiers, les $\frac{2}{3}$ pour l'église, la motié pour les pauvres, et le $\frac{1}{6}$ pour la rédemption des captifs : comment doit-on faire le partage pour suivre l'intention du testateur, car il a donné plus qu'il n'avait ?

Nombre supposé, 12
le $\frac{1}{4}$= 3
les $\frac{2}{3}$= 8
la $\frac{1}{2}$= 6
le $\frac{1}{6}$= 2

19: 12 : : 18753 : x=R. 11844.

11844

le $\frac{1}{4}$=2961	sch.	pour les héritiers.
les $\frac{2}{3}$=7896		pour l'église.
la $\frac{1}{2}$=5922		pour les pauvres.
le $\frac{1}{6}$=1974		pour les captifs.

18753 succession totale.

J'ai donné aux pauvres le $\frac{1}{3}$+ les $\frac{2}{9}$+le $\frac{1}{7}$+ les $\frac{3}{11}$ de mon argent, et il me reste encore 60 sch. : combien en avais-je d'abord ?

Nombre supposé, 693

$$\begin{array}{ll} \text{le } \frac{1}{3} & =231 \\ \text{les } \frac{2}{9} & =154 \\ \text{le } \frac{1}{7} & =\ \ 99 \\ \text{les } \frac{3}{11} & =189 \\ \hline & \end{array}$$

673 ôtés de 693, reste 20, 20 : 60 : :693 : x=R. 2709 sch.

On propose de partager £350, entre trois personnes, de manière que la seconde ait trois fois autant que la première—7, et la troisième autant que les deux autres +3.

Nombre supposé pour la 1er 1
pour la 2e 3—7
pour la 3e 4—7 + 3

8—14+3

350+7+7—3=361

$$8 : 361 : : \left\{\begin{matrix}1\\3\\4\end{matrix}\right\} : x=\text{R.} \left\{\begin{matrix}1^e & 45\ \frac{1}{8} & & 45\frac{1}{8}\\ 2^e & 135\ \frac{3}{8}—7 & = & 128\frac{3}{8}\\ 3^e & 180\ \frac{4}{8}—4 & = & 176\frac{4}{8}\end{matrix}\right.$$

£350

Exercices sur la Règle de Fausse Position Simple.

P. 1078. On veut partager 720 en trois parties, de manière que la plus grande surpasse la moyenne de 80, et la moyenne surpasse la plus petite de 40 ; quelles sont ces parties ?

P. 1079. On propose de partager 14250 en trois parties qui soient entre elles comme les nombres 3, 5 et 11; c'est-à-dire que la première soit à la seconde :: 3 : 5, et la première à la troisième :: 3 : 11 : quelles sont ces parties ?

P. 1080. Un berger interrogé sur le nombre de moutons qu'il gardait, répondit: si j'en avais encore $\frac{1}{3}$ et 12 de plus, j'en aurais 132 : devinez combien j'en ai?

P. 1081. Un lapidaire interrogé sur le nombre de ses diamans, répond que [illegible] en avait $\frac{1}{4}$ et 7 de plus, cela ferait 132 : combien en a-t-il ?

P. 1082. On dit que le nombre d'élèves d'une école est tel que s'il y en avait $\frac{2}{3}$ et 15 de plus, il égalerait 165: quel est ce nombre ?

P. 1083. Quel est le nombre qui, augmenté de sa $\frac{1}{2}$ et de son $\frac{1}{4}$ plus 1, fasse 100 ?

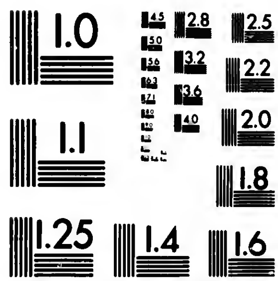
P. 1084. Une armée ayant été défaite, on a reconnu que le $\frac{1}{4}$ des soldats était mort, que les $\frac{2}{3}$ avaient été faits prisonniers et que 14000 hommes qui formaient le reste de l'armée avaient pris la fuite ; combien y avaient il de soldats?

P. 1085. Pierre, Jacques et Jean ont ensemble 156 pièces d'or, Pierre en a 18 de plus que Jacques, et celui-ci en a cinq de plus que Jean: combien en ont-ils chacun ?

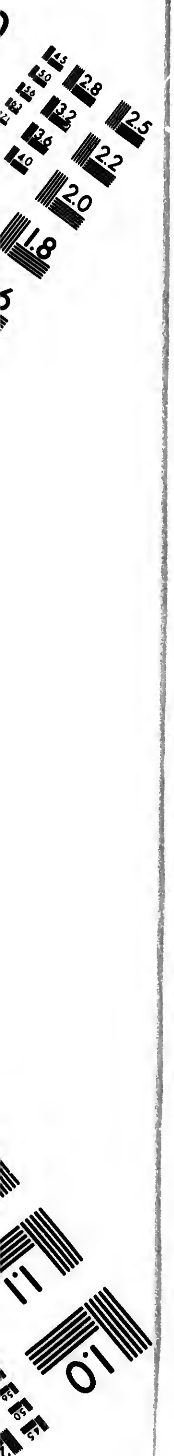
P. 1086. Quatre marchandes d'œufs en ont acheté 30 douzaines, la première en a acheté 3 douzaines de plus que la seconde ; celle-ci 3 douzaines de plus que la troisième, et la troisième 3 douzaines de plus que la 4e: combien chacune en a-t-elle acheté ?

P. 1087. Un joueur ayant perdu la $\frac{1}{2}$ de son argent se remit à jouer et perdit la $\frac{1}{2}$ de ce qui lui restait ; il

IMAGE EVALUATION
TEST TARGET (MT-3)



6″



fit la même chose une troisième et quatrième fois, après quoi il ne lui resta plus que 6 sch.: combien avait-il d'argent avant de commencer à jouer?

P. 1088. Trois oncles s'étant réunis pour favoriser une pauvre nièce, le premier lui donna la somme qu'on ne dit pas; le deuxième le triple, et le troisième autant que les deux premiers: quel fut le don de chacun, sachant que la jeune personne reçut 14400 schellings?

P. 1089. Un homme veut vendre une maison, un jardin et une petite terre, le tout £1000; le jardin vaut quatre fois autant que la terre, et la maison cinq fois autant que le jardin: quel est le prix de chaque objet?

P. 1090. Trois personnes ont ensemble 150 ans, la première a le double de l'âge de la seconde, et la seconde le triple de l'âge de la troisième: quel est l'âge de chacune?

RÈGLE DE FAUSSE POSITION DOUBLE. (28.)

185. La règle de fausse position double est une opération par laquelle on parvient à découvrir un nombre que l'on cherche, en remplissant les conditions du problème sur deux nombres supposés.

186. Pour opérer ces sortes de règles on emploie la méthode suivante:

1°. On suppose d'abord un nombre sur lequel on suit toutes les conditions du problème; si le résultat amène celui qui est demandé, l'opération se termine là, parce que le nombre supposé se trouve être le véritable; si au contraire ce résultat est différent de celui qui est demandé, on cherche quelle en est la différence soit en plus soit en moins.

2°. On fait ensuite les mêmes opérations sur un second nombre supposé ; puis l'on fait cette proportion : *La différence des différences est à la différence des nombres supposés, comme la première ou la seconde différence est à la différence du premier ou du second nombre supposé au nombre vrai.* On aura donc le nombre vrai en retranchant cette différence du nombre supposé, ou en l'y ajoutant ; suivant que ce nombre devra être plus petit ou plus grand que le nombre supposé.

187. Pour connaître s'il faut retrancher ou ajouter la différence du nombre supposé au nombre vrai pour avoir ce dernier, il faut observer: 1°. que quand les deux différences ont des signes contraires, cela vient de ce que les nombres supposés sont, l'un en excès et l'autre en défaut, et par conséquent, quand on aura la différence du plus petit nombre supposé au nombre vrai, il faudra ajouter cette différence ; et si on avait la différence du plus grand, on la retrancherait ; 2°. que quand les différences ont les mêmes signes, c'est que les nombres supposés sont tous deux en défaut, ou tous deux en excès ; or ils seront tous deux en défaut, si le plus grand nombre supposé donne la plus petite différence ; au contraire, ils seront tous deux en excès, si le plus grand nombre donne la plus grande différence. Dans le premier cas, il faudra ajouter la différence ; et, dans le second cas, la soustraire.

Problème. Un maître de mathématiques veut distribuer à quelques-uns de ses écoliers un certain nombre d'oranges, à condition qu'ils trouveront eux-mêmes combien il en veut récompenser ainsi, et quel est le nombre des oranges qu'il leur destine. Il leur dit que s'il leur en donne à chacun sept, il lui en restera 9, et que s'il en veut donner à chacun 10, il lui en manquera 6. R. 5 écoliers et 44 oranges.

Si 8 était le nombre d'élèves, le produit de 8 par 7, augmenté de 9, serait celui des oranges; et le produit de 8 par 10, diminué de 6 devrait aussi donner la réponse.

I. SUPPOSITION.			II. SUPPOSITION.	
$8\times 7=56+9=65$			$11\times 7=77+9=86$	
$8\times 10=80-6=74$			$11\times 10=110-6=104$	
1[e] différence	-9		2[e] différence	18
		18		11
		9		8
Différ. des différ.=		9	Différ. des nomb. supp.	3

$9 : 3 :: 9 : x=3$, différence du premier nombre supposé au nombre cherché, laquelle étant retranchée de ce premier nombre, donne 5 pour le nombre vrai.

Preuve $\begin{cases} 5\times 7=35+9=44 \text{ oranges.} \\ 5\times 10=50-6=44 \end{cases}$

Il est évident que chaque nombre supposé produit une différence d'autant plus grande que ce nombre lui-même diffère plus du nombre vrai. Il est encore évident que la différence qu'il y a entre les deux différences ne provient que de la différence des deux nombres supposés, et que cette différence des différences est d'autant plus grande, que les nombres supposés diffèrent plus entre eux; il y a donc même rapport entre la différence des différences, et la différence des nombres supposés, qu'entre la différence qu'un des nombres a produit, et la différence de ce même nombre au nombre vrai; donc *la différence des différences est à la différence des deux nombres supposés, comme la première ou la seconde dif-*

férence est à la différence du premier ou du second nombre supposé au nombre vrai.

Problème. Un capitaine voulant récompenser quelques-uns de ses soldats qui s'étaient distingués dans une action, leur destina un certain nombre de pièces de 5 sch. de sorte qu'au partage, lorsqu'ils en prenaient chacun 8 il en restait 45, et lorsqu'ils en prenaient chacun 11, il lui en manquait 27: on demande quel était le nombre de soldats, et combien il y avait de pièces ? R. 24 soldats, 237 pièces.

1e supposition 7 soldats	2e supposition 25 soldats
$7\times 8=56+45=101$	$25\times 8=200+45=245$
$7\times 11=77-27=50$	$25\times 11=275-27=248$
1e différence $+51$	2e différence -3

1er nombre supposé	7	1e différence	$+51$
2e nombre supposé	25	2e différence	-3
Differ. des nombres supp.	$=18$	Diff. des différ.	$=54$

Donc $54 : 18 :: 51 : x = 17$, différ. du 1e nombre au nombre vrai.

$54 : 18 :: 3 : x = 1$, différ. du 2e nombre au nombre vrai.

1e nomb. supp. $7+17=24$ nombre vrai.

1e nomb. supp. $25-1=24$

Preuve. $24\times 8=192+45=237$ nombre de pièces.

$24\times 11=264-27=237$.

188. Les questions de ce genre peuvent se résoudre d'une manière fort simple; il suffit d'ajouter ce qui reste d'une part avec ce qui manque de l'autre, $45+27=72$, puis diviser cette somme par la différence de ce que

prennent les partageans, 11—8=3 ; le quotient 24 indiquera le nombre des partageans.

Problème. Un particulier s'est arrangé avec un ouvrier, de manière qu'il lui paierait 12 sch. pour chaque jour qu'il travaillerait, à condition que celui-ci lui en donnerait 15s chaque jour qu'il ne travaillerait pas, à cause du dommage qu'il lui causerait; il se trouve qu'au bout de 63 jours l'ouvrier n'a rien à recevoir, et qu'il ne doit rien non plus: on demande combien il a travaillé de jours. R. 35 jours; il a donc été 28 jours à ne rien faire.

I. SUPPOSITION.			II. SUPPOSITION.		
23 j.	à 12s	=276s.	39 j.	à 12s	=468s.
40	à 15	600	24	à 15	360
1° différence		—324	2° différence		+108
39			—324		
23			+108		
16 diff. des nomb. supposés			432 diff. des différences.		

432 : 16: :324 : x=12. 23 + 12=35 jours de travail.

PREUVE.

35 jours	à 12s	=420s
28	à 15	=420

Questions sur la Règle de Fausse Position Simple et Double.

184. Qu'est-ce que la règle de fausse position simple ?—185. Qu'est-ce que la règle de fausse position double?—186. Quelle est la méthode générale pour résoudre les problèmes dont la solution demande deux fausses positions?

Exercices sur la Règle de Fausse Position Double.

P. 1091. Louis et André ont chacun un certain nombre de pièces, Louis dit à André: si je te donnais 5 de mes pièces, tu en aurais autant que moi, et si tu m'en donnais 5 des tiennes, j'en aurais le triple de ce qu'il t'en resterait: combien en ont-ils chacun?

P. 1092. Pierre et Jean ont chacun un certain nombre de louis; on dit que si Pierre donnait 20 des siens à Jean, ce dernier en aurait autant que le premier; mais que si Jean donnait 20 des siens à Pierre, ce dernier en aurait 8 fois autant que Jean: combien en ont-ils chacun?

P. 1093. On a une tabatière dont le double du prix ôté de 18 sch., donne un reste égal au triple de ce même prix: on demande quelle est la valeur de cette tabatière?

P. 1094. On a deux vases et un couvercle; le couvercle, du prix de 30 sch., mis sur le premier vase, le fait valoir autant que le deuxième; mais mis sur le second, il le fait valoir le triple du premier: on demande le prix de chaque vase?

P. 1095. Une fruitière dit avoir vendu la moitié d'un caisse d'oranges, plus 8 oranges, et que ce qu'il lui reste égale les $\frac{2}{7}$ de la caisse plus 7 oranges: combien en contenait-elle?

P. 1096. Pierre et Jean ont ensemble 108 sch. Pierre a dépensé le $\frac{1}{3}$ de sa part, et Jean le $\frac{1}{4}$ de la sienne: on demande la part de chacun et ce que chacun a dépensé, la dépense totale étant de 32 sch.?

P. 1097. Une personne charitable veut faire l'aumône à un certain nombre de pauvres; ayant compté son argent, elle trouve qu'en donnant 20 sous à chaque pauvre il lui manque 10 sous; elle donne 15 sous à chacun et en a 25 de reste: combien a-t-elle assisté de pauvres?

P. 1098. Un père partageant son bien entre ses enfans donne £1000 au premier, plus le $\frac{1}{9}$ du reste; £2000 au deuxième, plus le $\frac{1}{9}$ du reste; £3000 au troisième, plus le $\frac{1}{9}$ du reste; et ainsi de suite jusqu'au dernier qui a le reste; on demande combien il y avait d'enfans, ce que chacun a reçu, et le total de l'héritage, sachant que toutes les parts ont été égales.

MESURE DES SURFACES ET DES CORPS. (29.)

1° *Définitions des Surfaces.*

189. Il y a trois sortes d'étendues:

1°. L'étendue en longueur seulement.

2°. L'étendue en longueur et largeur.

3°. L'étendue en longueur, largeur et épaisseur.

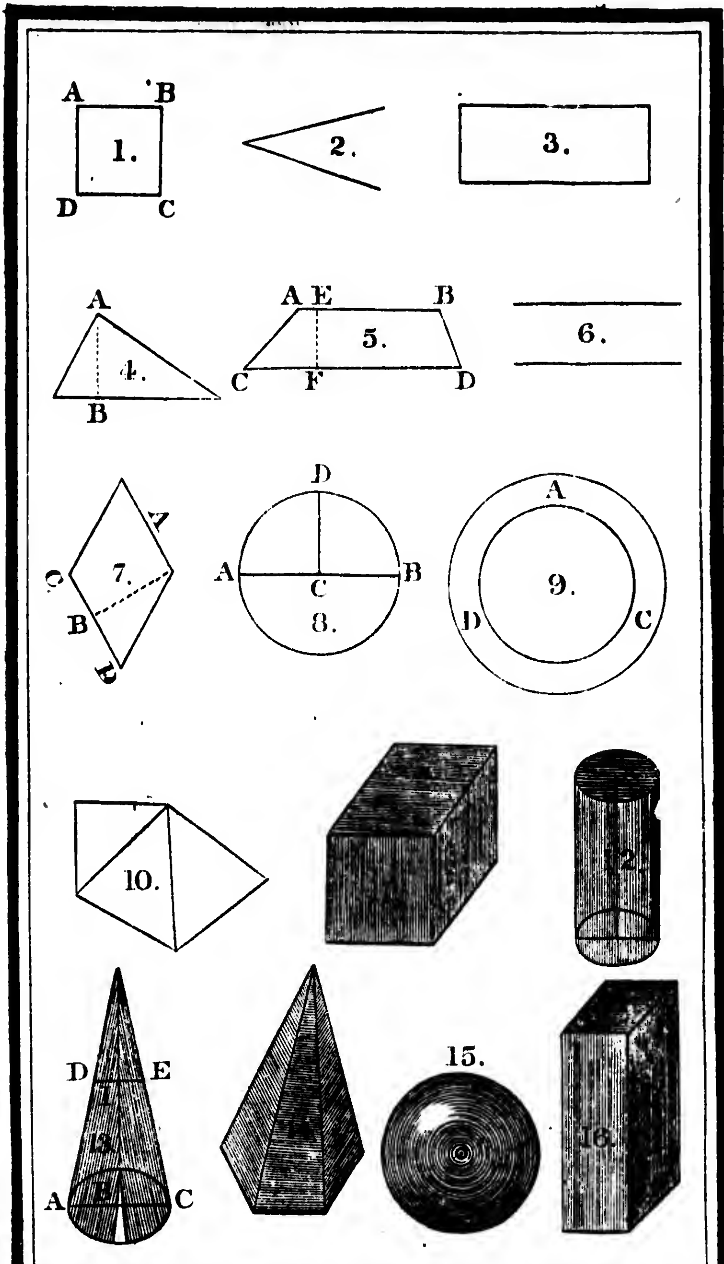
190. Mesurer une étendue en longueur, c'est chercher combien de fois elle contient une longueur connue.

191. L'étendue en longueur et largeur se nomme surface ou superficie.

191. Toutes les surfaces à 4 côtés formées par des lignes droites et parallèles deux à deux, portent le nom général de parallèlograme.

193. Mesurer une surface, c'est chercher combien elle contient une surface connue.

194. La mesure de toutes les surfaces se réduit à celles du carré, du rectangle, du triangle, du trapèze, du losange, du cercle et de la sphère.


A B 1. D C
2.
3.
A 4. B
A E B 5. C F D
6.
7. B
D A C B 8.
A 9. D C
10.
D E A C
15.

195. Un carré est une surface renfermée par 4 lignes droites de même longueur, formant 4 angles droits, ABCD. fig. 1.

196. Un angle est l'espace contenu entre deux lignes qui se rencontrent en un point; ce point se nomme le sommet de l'angle, fig. 2.

197. Un rectangle est un parallèlogramme dont les 4 angles sont droits, fig. 3.

198. Un triangle est une surface renfermée par trois lignes droites, fig. 4.

199. Un trapèze est une surface renfermée par quatre lignes, dont deux seulement sont parallèles, fig. 5.

200. On appelle lignes parallèles deux lignes qui sont partout également éloignées l'une de l'autre, ou bien deux lignes qui ne peuvent jamais se rencontrer à quelque distance qu'on les imagine prolongées, fig. 6.

201. Un losange est une surface renfermée par quatre lignes égales formant 4 angles, deux aigus et deux obtus dont chacun est égal à celui qui lui est opposé, fig. 7.

202. Un cercle est la surface renfermée par une ligne courbe appelée circonférence, dont tous les points sont également éloignés d'un point intérieur qu'on appelle centre, fig. 8.

203. La circonférence du cercle se divise en 360 parties qu'on nomme degrés.

204. Les principales lignes considérées dans le cercle sont le rayon et le diamètre.

205. Le rayon du cercle est la ligne qui mesure la distance du centre à la circonférence, CD, fig. 8.

206. Le diamètre du cercle est la ligne qui, passant par le centre, se termine de part et d'autre à la circon-

férence AB, fig. 8. Chaque diamètre égale donc deux rayons, et partage le cercle en deux parties égales.

207. Pour mesurer les étendues, on se sert, 1°. pour les longueurs : de l'arpent, de la perche, de la toise, du pied et du pouce.

2°. Pour les surfaces: du pied carré, de la toise carrée, de la perche carrée, de l'arpent carré, etc.

3°. Pour les solides: du pied cube et de la toise cube.

2°. *De la Mesure des Surfaces.*

208. On obtient la superficie d'un carré en multipiant la longueur d'un côté par elle-même.

209. On obtient la surface du rectangle en multipliant la longueur de l'un des deux grands côtés par celle de l'un des deux petits.

210. On obtient la surface d'un triangle en multipliant sa hauteur par sa base, et prenant la motié du produit.

211. La hauteur d'un triangle est une ligne qu'on imagine partir de son sommet, c'est-à-dire de l'un de ses angles, et tomber perpendiculairement sur le côté opposé, qui, pour lors, est considéré comme la base de ce triangle ; telle est AB, fig. 4.

212. Pour obtenir la surface du trapèze, il faut additionner la longueur des deux côtés parrallèles AB, CD, fig. 5, en prendre la moitié, et la multiplier par la hauteur EF, c'est-à-dire, par la longueur de la distance perpendiculaire de ses deux côtés.

213. Pour obtenir la surface du losange, il faut multiplier la base CD par la hauteur AB, fig. 7, c'est-à-dire par la ligne qui, partant de l'un des côtés pris pour base s'élève perpendiculairement vers le côté opposé.

214. Pour obtenir la surface d'un cercle, il faut multiplier la longueur de la circonférence par la moitié du rayon ou le quart du diamètre.

215. On obtient la longueur de la circonférence par cette proportion, 7 : 22 comme le diamètre donné est à la circonférence du cercle auquel il appartient.

216. Si l'on ne connaissait que la circonférence d'un cercle, on trouverait son diamètre par cette autre proportion, 22 : 7 : : la circonférence donnée est à son diamètre.

217. Pour obtenir la surface de la couronne ABC, fig. 9, il faut retrancher la surface du petit cercle de celle du grand, considéré comme contenant la surperficie totale.

218. Pour obtenir la superficie de la sphère, il faut multiplier la longueur de sa circonférence par son diamètre.

219. Pour évaluer la surface des autres polygones, réguliers ou irréguliers, tels que la fig. 10, il faut les diviser en triangles par des diagonales, les évaluer séparément, et ensuite additionner les produits.

220. Pour obtenir la surface du cône, fig. 13, il faut multiplier la longueur de la circonférence ABC, par la moitié de la distance du sommet à cette circonférence.

221. Pour obtenir la surface du cylindre, appelé vulgairement rouleau, fig. 12, il faut multiplier la longueur de la circonférence par la longueur totale du cylindre.

Si les circonférences des extrémités n'étaient pas égales, on les additionnerait, et on multiplierait la moitié de la somme par la longueur du cylindre.

Les surfaces des cubes et des prismes formant des carrés et des rectangles, et celles des pyramides formant des triangles, il est aisé d'en avoir la superficie.

222. Les surfaces des figures semblables sont entre elles comme les carrés de leurs lignes homologues.

Questions sur la Mesure des Surfaces.

189. Combien y a-t-il de sorte d'étendues?—190. Qu'est-ce que mesurer l'étendue en longueur?—191. Qu'est-ce qu'une surface ou superficie?—192. Qu'est-ce qu'un parallèlogramme?—193. Qu'est-ce que mesurer une surface ou superficie?—194. A quoi se réduit la mesure de toutes les surfaces?—195. Qu'est-ce qu'un carré?—196. Qu'est-ce qu'un angle?—197. Qu'est-ce qu'un rectangle?—198. Qu'est-ce qu'un triangle?—199. Qu'est-ce qu'un trapèze?—200. Qu'entendez-vous par des lignes parallèles?—201. Qu'est-ce qu'un losange?—202. Qu'est-ce qu'un cercle?—203. En combien de parties se divise la circonférence?—204. Quelles sont les principales lignes considérées dans le cercle?—205. Qu'est-ce que le rayon?—206. Qu'est-ce que le diamètre?—207. De quelle mesure se sert-on ordinairement pour comparer les étendues?—208. Comment se trouve la superficie d'un carré ?—209. Que faut-il faire pour obtenir la surface du rectangle?—210. Que faut-il faire pour obtenir la surface d'un triangle?—211. Qu'est-ce que la hauteur d'un triangle?—212. Que faut-il faire pour obtenir la surface du trapèze?—213. Que faut-il faire pour obtenir la surface du losange?—214. Que faut-il faire pour obtenir la surface du cercle?—215. Comment trouve-t-on la longueur de la circonférence?—216. Et si l'on ne connaissait que la circonférence comment trouverait-on le diamètre?—217. Que faut-il faire pour avoir la surface de la couronne ABC, fig. 9?—218. Que faut-il faire pour obtenir la superficie de la sphère?—219. Que faut-il faire pour évaluer la surface des autres polygones, réguliers ou irréguliers, fig. 10?—220. Que faut-il faire pour obtenir la surface du cône, fig. 13?—221. Que faut-il faire pour obtenir la surface du cylindre, fig. 12?—222. Quel est le rapport des surfaces des figures semblables?

Exercices sur les Surfaces.

P. 1099. Quelle est la superficie d'un terrain de forme carrée ayant 20 toises de côté?

P. 1100. Quelle est la superficie d'un jardin formant un carré long 40 toises sur 30 de large?

P. 1101. Quelle est la surface d'un pré formant un triangle de 60 toises 2 pieds de base sur une hauteur de 48 toises 5 pieds?

P. 1102. Quelle est la surface d'une cour formant un trapèze, dont un côté a 34 toises, l'autre 56, et dont la hauteur est de 25 toises?

P. 1103. Quelle est la surface d'un jardin en forme de losange, ayant $44\frac{7}{10}$ toises de basse, sur $38\frac{4}{10}$ toises de perpendiculaire?

P. 1104. Quel est le diamètre d'un cercle de 44 pieds de circonférence?

P. 1105. Quel est le rayon d'un cercle de 350 pieds de circonférence?

P. 1106. Quelle est la surface d'un étang de forme circulaire, ayant 50 toises de circonférence?

P. 1107. Quelle est la superficie d'une colonne de 17 pieds de hauteur sur 7 de circonférence?

P. 1108. Un cône ayant 12 pieds de circonférence et 6 de hauteur, doit être peint à 3 sch. 6d. le pied: combien faut-il payer?

P. 1109. Un bassin a 136 pieds de diamètre: quelle est sa superficie?

P. 1110. Quelle est la superficie d'un terrain régulier ayant 490 toises de longueur sur 320 de largeur?

P. 1111. On donne 10 sous par toise pour cultiver une terre de 30 arpents: que faut-il payer pour ce travail?

P. 1112. Combien faut-il de planches de $12\frac{1}{2}$ pieds de longueur et 6 po. de largeur pour boiser une chambre de 30 pieds de longueur et 24 de largeur, si la boiserie doit monter à 6 pieds?

P. 1113. On a fait peindre une porte de 6 pi. de haut sur 4 pi. de large à 2 sch. le pi. pour le dehors et 1 sch. 3d. pour le dedans: combien faut-il payer?

P. 1114. Que faut-il payer pour faire crépir une pyramide quadrangulaire, dont chaque triangle a 18 pieds de base et 60 de hauteur, à 1 sch. 3d. le pied?

P. 1115. Un puits ayant 45 pieds de profondeur et 12 pi. de circonférence, a été cimenté pour 10 sch.: à combien revient le pied?

P. 1116. Les 4 côtés d'une citerne ont été cimentés pour 192 sch. : quelle est sa hauteur, sachant que les quatre côtés parfaitement égaux ont 12 pieds de large, et qu'on a payé 1 sch. du pied carré?

3°. *Définitions des Solides.* (30.)

223. L'étendue en longueur, largeur et épaisseur se nomme volume, corps ou solides.

224. Pour évaluer la solidité des corps, on cherche le nombre de pieds cubes qu'ils contiennent.

225. Les solides que l'on a le plus ordinairement à mesurer sont le cube, le cylindre, le cône, la pyramide, la sphère et le prisme.

226. Le cube est un solide dont les six faces sont des carrés égaux, fig. 11.

227. Un cylindre, vulgairement appelé rouleau, est un solide dont les bases sont deux cercles égaux et parallèles, fig. 12.

228. Un cône, dont la forme est celle d'un pain de sucre, est un solide qui a un cercle pour base, et dont

les lignes élevées au-dessus aboutissent toutes à un point qu'on nomme sommet, fig. 13.

229. Une pyramide est un solide qui a pour base un polygone quelconque, et pour côtés des triangles dont les sommets se réunissent tous en un point commun, nommé le sommet de la pyramide, fig. 14.

230. La sphère est un solide renfermé par une surface dont tous les points sont également éloignés d'un point intérieur qu'on nomme centre, fig. 15.

231. Un prisme est un solide dont 2 faces opposées, appelées bases, sont parallèles, et les autres, sont des parallèlogrammes, fig. 16.

4°. *e la Mesure des Solides.*

232. Pour obtenir la solidité du cube, fig. 11, il faut multiplier la surface de sa basse par sa hauteur.

233. Pour obtenir la solidité du cylindre, il faut multiplier la surface de la base par la hauteur de ce solide.

234. Pour obtenir la solidité d'une pyramide, il faut multiplier la surface de la base par le tiers de la hauteur de la pyramide.

235. Pour obtenir la solidité du cône, il faut multiplier la surface de sa base par le tiers de sa perpendiculaire abaissée du sommet sur le centre du cercle qui lui sert de base.

236. Si le cône était coupé en DE, fig. 13, il faudrait en chercher la hauteur par cette proportion: AC—DF : IB : : DE: la hauteur de la partie retranchée. Ayant ensuite calculé la solidité de cette partie retranchée, on la soustrairait de la solidité totale du cône, considéré

comme entier. Il en serait de même de la pyramide tronquée parallèlement à sa base.

237. Pour obtenir la solidité de la sphère, il faut multiplier sa surface par le tiers du rayon.

238. Pour obtenir la solidité d'un prisme, il faut multiplier la surface de sa base par sa hauteur.

239. Si les bases ou extrémités du prisme n'étaient pas égales, on les décomposerait en prisme et en pyramides, suivant la forme de l'objet; et les ayant calculées séparément, on joindrait tous les produits partiels.

240. Pour obtenir la solidité des corps irréguliers, on les décompose par tranches représentant des prismes ou autres corps réguliers faciles à évaluer.

241. Les solides semblables sont entre eux comme le cube de leurs lignes homologues.

Questions sur les Solides.

223. Comment nomme-t-on l'étendue en longueur, largeur et épaisseur?—224. En quoi consiste la mesure des corps ou solides? 225. Quels sont les solides que l'on a le plus ordinairement à mesurer?—226. Qu'est-ce qu'un cube?—227. Qu'est-ce qu'un cylindre vulgairement appelé rouleau?—228. Qu'est-ce qu'un cône?—229. Qu'est-ce qu'une pyramide?—230. Qu'est-ce que la sphère?—231. Qu'est-ce qu'un prisme?—232. Que faut-il faire pour obtenir la solidité du cube?—233. Que faut-il faire pour obtenir la solidité du cylindre?—234. Que faut-il faire pour obtenir la solidité d'une pyramide?—235. Que faut-il faire pour obtenir la solidité du cône?—236. Si le cône était tronqué en DE, fig. 13, que faudrait-il faire?—237. Que faut-il faire pour avoir la solidité de la sphère?—238. Que faut-il faire pour avoir la solidité d'un prisme?—239. Si les bases ou extrémités n'étaient pas égales, comment obtiendrait-on la solidité de ce prisme ou parallèlipipède? —240. Comment obtiendrait-on la solidité des corps irréguliers? —241. Quel est le rapport des solides semblables?

Exercices sur la Solidité des Corps.

P. 1117. Quelle est la solidité d'un cube, ayant 6 pieds de côté ?

P. 1118. Quelle est la solidité d'un cube, dont chaque surface a 16 pieds carrés ?

P. 1119. Quelle est la solidité d'un cylindre de 8 pieds de hauteur, et dont chaque cercle est de 20 pieds carrés ?

P. 1120. Quelle est la solidité d'un cône ayant 15 pieds de hauteur, et dont le cercle qui lui sert de base a 25 pieds de circonférence ?

P. 1121. Quelle est la solidité d'un cône tronqué dont le petit diamètre est de 16 pieds, le grand de 24, et la hauteur de 14.

P. 1122. Quelle est la solidité d'une pyramide de 36 pieds de hauteur, et dont la basse est un triangle ayant 18 pieds de base sur 12 de hauteur ?

P. 1123. Quelle est la solidité d'une sphère de 36 pieds de circonférence ?

P. 1124 Un vase triangulaire, dont chaque surface est de 3 pieds et la hauteur de 4, est plein d'eau: combien en contient-il de pieds cubes ?

P. 1125. L'eau contenue dans un puits de $3\frac{1}{2}$ pieds de diamètre, et à la hauteur de 16 pieds, doit être mise dans un bassin de 4 pieds de long sur trois de large: à quelle hauteur s'élèvera-t-elle?

P. 1126. Deux vases, l'un cylindrique, ayant 10 pieds de surface et 6 de hauteur, l'autre de forme cubique, ayant 4 pieds de côté, sont plein d'eau ; quel est celui qui en contient d'avantage ?

P. 1127. Quel est le cube d'une pièce de bois de 25 pieds de longueur, sur $1\frac{1}{6}$ pi. de largeur, et $1\frac{1}{2}$ pi. d'épaisseur?

P. 1128. Un puits de 7 pieds de circonférence contient 112 pieds cubes d'eau : à quelle hauteur est-elle?

P. 1129. Un bassin rond ayant 12 pi. de hauteur. 132 de circonférence, est plein d'eau : combien en contient-il de pieds cubes?

P. 1130. Combien faut-il de pieds cubes d'eau pour remplir un bassin cylindrique ayant 11 pieds de hauteur et 132 de circonférence?

P 1131. Quel est le cube d'une sphère de $3\frac{1}{2}$ pieds de diamètre?

P. 1132. On a creusé un puits de 3 pi. 2 pouces de diamètre, et 45 pieds 3 pouces de profondeur : quelle quantité de déblais en a-t-on extrait?

P. 1133. Une citerne de 12 pieds de hauteur, de 15 pieds de longueur et de 9 pieds de largeur est pleine d'eau: combien en contient-elle de pieds cubes ?

P. 1134. Quelle quantité d'eau contient un fossé long de 120 pieds, et dont le haut a 6 pieds 4 pouces de largeur, et le bas 3 pi. 10 pouces, la profondeur étant de 6 pieds?

PROBLÈMES DE RÉCAPITULATION GÉNÉRALE.

P. 1135. Trois personnes se sont partagé une certaine somme, la 1re ayant eu 4368 sch.; la 2e 540 sch. plus que la 1re; et la 3e 54 sch. plus que les deux autres ensemble, il restait 27 sch.: quelle était cette somme et combien a eu chaque personne ?

P. 1136. Quatre personnes veulent se partager une somme qu'on ne connaît pas, on sait seulement que la 1^{re} doit avoir £1200; la 2^{e} autant que la 1^{re} et la 3^{e}; la 3^{e} autant que la 1^{re} et la 4^{e} enfin la 4^{e} £800 : quelle est la part de chacune et le montant de la somme?

P. 1137. Quatre associés o gagné 21,175 sch ; le premier doit avoir 4250sch. de plus que le 2^{e}; le second 1700 sch. de plus que le 3^{e}; le troisième 1175 sch. de plus que le 4^{e}: quelle somme chacun recevra-t-il ?

P. 1138. La construction d'un bâtiment a coûté £8253 10 sch. ; on a payé au maçon £2456; au charpentier £345; au couvreur £673 10 sch.; au plombier £533 10 sch.; au menuisier £934; au serrurier £1000; au peintre £678 ; au vitrier £84 : combien restera-t-il pour l'ameublement si l'on paie £36 10 sch. pour les petits frais imprévus ?

P. 1139. Quatre particuliers ont 16999 sch. 6d. à se partager : on demande quelle sera la part de chacun, sachant que le premier doit avoir 1157 sch. de plus que le 2^{e}; le 2^{e} 1239 sch. de plus que le troisième, et le 4^{e} 325s. de plus que le troisième ?

P. 1140. Un père avait 20 ans à la naissance de son fils ainé et 34 lorsque le cadet naquit: quel sera l'âge de chacun des enfants quand le père aura 99 ans?

P. 1141. La somme de deux nombres est 5330, leur différence est 1999: quels sont ces deux nombres?

P. 1142. Une personne née le 1^{er} Octobre 1792 à 6 heures du matin, demande quel était son âge le 21 Septembre, 1829 à 4 heures et demie du soir ?

P. 1143. Un particulier a donné £230 en espèces, et un billet de 100 piastres pour acquitter une dette; on lui a rendu £59 10 sch.: dites quelle somme il devait?

P. 1144. Quel nombre faut-il joindre à 1567 pour avoir 9000?

P. 1145. Deux marchands ont fait un fonds de £1800; le 1er a mis £750: combien doit-il ajouter à sa mise pour qu'elle égale celle du second?

P. 1146. La longueur d'une église étant de 90 toises, la traverse qui forme la croix de 68 toises et la hauteur de la voûte de 24 toises: quelle est la hauteur du dôme, sachant qu'il est l'excédant des trois dimensions ci-dessus sur $109\frac{1}{2}$ toises?

P. 1147. Un marchand de drap en a acheté 80 verges, en a ensuite vendu 140 et il lui en reste encore la moitié de la quantité qu'il avait au magasin avant son dernier achat: quelle était cette quantité?

P. 1148. Un jeune homme qui doit à un de ses amis la somme de 1050 sch. a cinq billets à recevoir de lui: le 1er de 320 sch.; le 2e 430 sch.; le 3e 520 sch.; le 4e 630 sch. et le 5e 150 sch.; d'après leur accord il laisse ces billets, et en reçoit un de 500 sch. et le reste en argent: quelle est ce reste?

P. 1149. Si j'avais vendu 20 sch. de plus une marchandise qui me coûtait 350 sch. j'aurais gagné 30 sch.: combien l'ai-je vendue?

P. 1150. Si l'on me donnait 450 piastres, je pourrais payer 800 piastres que je dois, et en avoir 25 de reste: combien ai-je d'argent?

P. 1151. Un général partant pour une expédition avec 13000 hommes, en laissa 600 pour garder une place, en même temps il reçoit un renfort de 800 hommes; 450 restèrent aux hôpitaux; il en demande 3500 mais il n'en reçut que 2730, et en laissa 1750 en divers postes: avec combien d'hommes arriva-t-il à sa destination?

P. 1152. Un particulier avait une certaine somme, emprunta 660 piastres pour l'acquit d'une dette de 949 piastres; il toucha 569 piastres qui lui étaient dues, rentra chez lui avec £120 15 sch. après avoir dépensé 8 piastres 3 sch. 9d.: combien avait-il en partant?

P. 1153. Une maison qui a été revendue £7180, aurait donné un bénéfice de £420 si le propriétaire l'eut achetée £150 meilleur marché: on demande le prix d'achat de cette maison?

P. 1154. Un particulier a acheté 78 milles plumes, dont la moitié à 17 sch. 9d. le mille et le reste à 1 sch. 9d. le cent: il se propose de les vendre 5 pour 2 sous: quel sera son bénéfice, s'il en donne 265 aux pauvres?

P. 1155. Un particulier a parcouru 1670 lieues de chemin: combien a-t-il déboursé pour son voyage qui a duré 4 mois et 12 jours, sachant qu'il dépensait 5 sch. $5\frac{1}{2}$d. par jour et qu'il payait $9\frac{1}{2}$d. par lieue pour la voiture?

P. 1156. Un jeune homme ayant reçu 20 sch. de ses parens assista 14 pauvres, donnant 2 sch. 6d. à chacun; après cette bonne œuvre il lui restait 17 sch.: combien avait-il d'abord?

P. 1157. Un entrepreneur a 45 ouvriers qui lui gagnent chacun $7\frac{1}{2}$d. par jour: combien faudra-t-il de temps pour gagner £40 10s., et quelle somme faudra-t-il au maître pour les payer pendant ce temps s'il leur donne 5 sch. par jour?

P. 1158. Combien faudra-t-il de livres de fer pour ferrer 540 chevaux pendant un an, si chaque fer de cheval pèse 9 onces, et qu'il faille les renouveler tous les mois?

P. 1159. Quel est le nombre qui, étant augmenté de 85 et divisé par 9, donne 25 au quotient?

P. 1160. Douze personnes ont à se partager une somme qu'on ne connaît pas, on sait seulement qu'après avoir donné chacune 3 sch. aux pauvres, et une piastre à l'église elles ont eu £18 15 sch. chacune: quelle était cette somme?

P. 1161. Deux courriers, partant l'un de Paris et l'autre de Rome, le premier fait $21\frac{1}{4}$ lieues par jour et l'autre 20: on demande quelle est la distance de ces deux villes sachant que ces courriers se rencontrèrent au bout de 20 jours?

P. 1162. Quel est le dividende d'une division dont le quotient est 1111, le diviseur 1111 et le reste 1110?

P. 1163. On demande combien il y a d'écoliers dans une classe, sachant que s'il y en avait 11 de plus, le nombre serait augmenté d'un dixième?

P. 1164. Une poutre a 8 verges de long sur 1 pied 3 pouces d'équarrissage: combien a-t-elle de pieds cubes?

P. 1165. Une planche de 5 verges de long, sur 1 pied 2 pouces de large et 10 lignes d'épaisseur, doit être payé à raison de 1 sch. 6d. le pied cube: combien coûtera-t-elle?

P. 1166. Combien faut-il d'écrivains pour transcrire autant de pages que 4 imprimeurs en impriment par jour, supposant qu'ils en tirent ensemble 5000 feuilles de 24 pages, et que les écrivains en copient 7 pages et demie?

P. 1167. La somme de 6675 sch. est composée en égal nombre de pièces de 40 sch., de 20 sch., de 5 sch., de 1 sch., de 6d. et de 3d.: combien y en a-t-il de chaque valeur?

P. 1168. Trois personnes ont 459 milles à faire ; la 1re fait 34 milles par jour; la 2e 30; la troisième 27: on demande à combien de jours de distance elles doivent partir pour arriver ensemble.

P. 1169. Quelle est la hauteur de la flèche d'un clocher sachant que du pavé de l'église il y a 375 marches de 8 pouces de hauteur chacune, et que le nombre des pouces de la flèche égale le produit de 175 multiplié par 22?

P. 1170. Un lévrier poursuit un lièvre qui a 82 sauts d'avance; pendant que le lièvre fait 13 sauts le lévrier n'en fait que 9; mais 3 sauts du lévrier en valent 5 du lièvre: on demande combien le lévrier doit faire de sauts pour attraper le lièvre?

P. 1171. Deux canaux conduisent l'eau dans un réservoir; le premier coulant seul le remplirait en 12 heures, le second en 18 heures: si on les faisait couler tous les deux ensemble : combien seraient-ils de temps à remplir le réservoir?

P. 1172. Soixante-dix actionnaires ont fait construire un pont pour la somme de £50,000: quel sera le gain de chaque associé au bout de 22 ans, supposé qu'il passe 6500 personnes par jour à un sou par personne, sachant qu'il faut prélever annuellement £1 0 10 de dépense pour chaque actionnaire?

P. 1173. Vingt-cinq ouvriers doivent travailler pendant 24 jours et 12 heures par jour pour acquitter un avance de 1500 sch., mais ayant perdu chacun une heure par jour, 5 d'entre eux se charge d'y satisfaire en travaillant pendant 12 jours: combien doivent-ils travailler d'heures par jour?

P. 1174. J'ai acheté 50 pièces de drap d'égale longueur à raison de 12 sch. la verge; en le revendant 14 sch. je gagne 2000 sch.: quelle est la longueur de chaque pièce?

P. 1175. Cinq pièces de toile de même longueur ont été vendues à raison de 10s. 8½d. la verge: quelle est la longueur de chacune, sachant que la verge coûtait 1s. 7d. et que le bénéfice total est de 7½ piastres?

P. 1176. J'ai payé le montant de 5 factures; la 1re était de 864 sch.; la seconde de 784 sch.; la 3e de 901s.; la 4e de 1030 sch., et la cinquième de 1800 sch.; il me reste encore le quart de l'argent que j'avais: combien en avais-je?

P. 1177. Deux particuliers ont mis en société chacun une somme; celle du premier est à celle du second comme 11 est à 15; le premier à mis 1559 sch.: quelle est la mise de l'autre?

P. 1178. Si 110 lb. de savon coûtent £4 2s 6d.: combien faut-il vendre 260 lb. pour gagner le prix d'achat de 12 lb.?

P. 1179. Deux marchands se sont associés; l'un a mis £2400, et l'autre £1600; en supposant que le premier ait £25 de profit plus que l'autre, combien ont-ils gagné en tout?

P. 1180. Pour le lambris d'une sale de 12½ verges de long sur 9 de large, on a payé £280: quelle somme faudrait-il pour lambrisser une autre sale de même hauteur qui a 1 verge de plus sur la longueur et une demi-verge sur la largeur?

P. 1181. La force de 2 ouvriers est dans le rapport de 7 à 12: combien le second fera-t-il de verge d'ouvrage si le premier en fait 175 verges?

P. 1182. En 12 jours, 12 ouvriers travaillant 12 heures par jour, ont fait 12 pièces de drap de 75 verges chacune: on demande combien ils auraient fait de pièces de 25 verges de la même étoffe, s'ils avaient été 7 ouvriers de plus?

P. 1183. Combien faudra-t-il de temps pour recevoir £4 de rente avec un capital de £20, sachant qu'avec £30 placés au même taux on reçoit £4 10s. tous les 3 ans?

P. 1184. En gagnant 3 pour 100 tous les 9 mois, quel capital faudrait-il pour gagner £800 tous les 2 ans?

P. 1185. Pour vider un tonneau de 250 pots, on ouvre 3 robinets: le premier donne $2\frac{2}{3}$ pots par minutes, le second $2\frac{1}{4}$ pots et le troisième $1\frac{3}{4}$ pot: en combien de minutes sera-t-il vide?

P. 1186. En déduisant d'une somme la prime d'assurance à 3 pour 100, il reste 11,985 sch: quelle était cette somme?

P. 1187. Un commis a $\frac{7}{15}$ de sch. pour 100 de commission: on demande quel a été son profit, sachant qu'il a compté £2,379 à son maître?

P. 1188. Deux pièces de toile sont de même qualité et de même largeur, l'une, plus longue que l'autre de 6 verges, coûte £2 6s. 5d., et l'autre £5 10s.: on demande la longueur de chaque pièce?

P. 1189. Un magasin contient $3{,}697\frac{7}{9}$ toises cubes; la longueur est à la largeur : : 13 : 5, et à la hauteur : : 13 : 3: quelles sont les dimensions de ce magasin?

P. 1190. Un ouvrier doit faire deux ouvrages; la difficulté du premier est à celle du second comme 11 est à 15: on demande combien il fera de verges du second en 940 heures, sachant qu'il a fait 500 verges du premier en 10 journées de 12 heures?

P. 1191. Un négociant donne 12 sch. aux pauvres toutes les fois qu'il gagne £7 1s.: combien aurait-il donné aux pauvres s'il avait gagné £2,932 16s.?

P. 1192. J'ai employé pendant 22 jours et demi 13 hommes dont chacun des 8 derniers ne faisaient que les $\frac{3}{4}$ d'ouvrage d'un des 5 premiers; ils ont fait 270 verges de drap: combien 20 ouvriers, dont chacun des 9 derniers ne fait que les $\frac{3}{5}$ des 11 premiers, en feraient-ils pendant le même temps?

P. 1193. Je dois les intérêts de £250 pour 6 mois à 5 pour 100: pendant combien de temps dois-je prêter £230 à 4 pour 100 pour compenser les intérêts que je dois?

P. 1194. Un maître ouvrier a 6 compagnons et un apprenti qui ne fait que les $\frac{2}{3}$ d'ouvrage d'un des compagnons; en 15 jours ils ont fait une boiserie de 6 verges de long sur 3 de hauteur: combien 15 ouvriers dont 8 ne font que les $\frac{5}{6}$ d'ouvrage d'un des autres, donnent-ils de longueur à un pareil ouvrage qui aurait $2\frac{1}{2}$ verges de hauteur, s'ils y travaillent pendant 12 jours?

P. 1195. Un négociant a acheté pour £373 d'épiceries payables comptant; se trouvant gêné pour satisfaire, il offre 4 pour cent à l'épicier, s'il accepte d'être payé en marchandises: pour combien livrera-t-il?

P. 1196. On a placé £8,112 10s. à 4 pour 100: combien de temps devra-t-on attendre pour recevoir une rente égale à celle que produirait un capital de £2,950, placé à $4\frac{1}{2}$ pour 100 pendant 4 ans?

P. 1197. Un capital qui serait placé à 3 pour cent produirait une rente annuelle de £255: combien produirait-il au bout de 146 jours s'il était placé à 4 pour 100?

P. 1198. Après 4 mois de placement une personne reçoit, tant pour le capital que pour les intérêts à $3\frac{1}{3}$ pour 100 par an, une somme de £1,274: quel est ce capital?

P. 1199. Pour le capital et les intérêts simples d'une somme placée à 5 pour 100 par an, on a reçu £2,814 au bout de 8 ans: dites quel est ce capital?

P. 1200. La somme de £870, placée à 5 pour 100 est devenue £1,305 à l'époque de son remboursement: combien de temps a-t-elle été placée?

P. 1201. Un particulier a placé £580 pour 4 ans; à cette époque il devra recevoir, pour le capital et les intérêts simples, £692 16s.: à quel taux cet argent est-il placé?

P. 1202. On a reçu 5 sch. pour $\frac{4}{7}$ de jour de travail: combien est-ce par jour?

P. 1203. Lorsqu'on reçoit £130 8s. pour 14 pièces $\frac{3}{19}$ de marchandises: à combien revient la pièce?

P. 1204. Quelle est la valeur des $\frac{3}{7}$ des $\frac{3}{5}$ de 6 sch.?

P. 1205. Quels sont les $\frac{4}{5}$ des $\frac{5}{7}$ des $\frac{5}{11}$ de £5 8 sch.?

P. 1206. Quel est le tiers $\frac{1}{2}$ de 100?

P. 1207. J'ai acheté les $\frac{5}{6}$ d'une pièce de drap pour 136 sch.; j'ai cédé les $\frac{3}{4}$ de ce que j'avais acheté: combien m'en reste-t-il et quelle somme dois-je recevoir?

P. 1208. Par quel nombre faut-il multiplier $\frac{15}{24}$ pour que le produit soit $\frac{5}{6}$?

P. 1209. J'ai 3 coupons de drap faisant ensemble $\frac{11}{12}$; le premier est double du second, le troisième est $\frac{9}{16}$: quel est la longueur des deux premiers?

P. 1210. Quel est le nombre dont le $\frac{1}{4}$ et le $\frac{1}{5}$ font 100?

P. 1211. Une poutre est enfoncée $\frac{1}{5}$ dans la terre, $\frac{1}{4}$ dans l'eau, et il reste 12 pieds au-dessus: quelle en est la longueur?

P. 1212. Quel est le nombre dont $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ font 48?

P. 1213. Trois schellings doivent être donnés à 4 pauvres; le premier doit avoir $\frac{1}{2}$, le deuxième $\frac{1}{3}$, le troisième $\frac{1}{4}$ et le quatrième $\frac{1}{5}$: combien chacun en aura-t-il?

P. 1214. J'ai acheté une maison dont j'ai payé les $\frac{2}{3}$ du $\frac{1}{3}$ des $\frac{3}{4}$ du prix, et je dois encore £562: combien a-t-elle coûté?

P. 1215. En 18 jours, 14 heures, 30 minutes un courrier a fait 1,828 milles: combien sera-t-il de jour pour faire 457 milles?

P. 1216. Quelle est la hauteur d'une tour qui donne 75 pieds d'ombre, lorsqu'en même temps 5 toises en donnent $15\frac{1}{2}$ pieds?

P. 1217. Partager £2,820 entre 3 personnes, de manière que la troisième ait autant que les deux premières ensemble: lesquelles doivent avoir une égale part?

P. 1218. Trois personnes ont acheté une maison £4,301 10s.; la première a donné une certaine somme, la seconde le triple, et la troisième une fois et demie autant que les deux autres ensemble: quelle est la dépense de chacune?

P. 1219. La mise de deux associés est de £1,600 leur gain s'est élevé à £300: on demande quel doit être le gain de chacun ainsi que sa mise, sachant que le second a reçu pour gain et pour mise £1,140?

P. 1220. On veut connaître la mise particulière de deux jeunes gens qui ont gagné £1,625 avec un fonds de £5,000, sachant que le gain du premier surpasse de £325, celui du second?

P. 1221. Avec £450 deux marchands ont fait un gain qui est leur fonds : : 1 : 5, la mise du premier est le triple du gain, le second a fourni le reste: on demande 1°. le gain total, 2°. la mise et le profit de chacun?

P. 1222. Deux associés ont fait un fonds de £7,608, le second a mis £600 de moins que le premier: combien chacun aura-t-il pour mise et bénéfice, s'ils font un gain égal au tiers de la mise?

P. 1223. La somme de £632 8s. doit être partagée entre trois associés qui ont mis, le premier £983, le second £1,125; on ne connaît pas la mise du troisième, mais on sait qu'il a reçu £210 16 sch. de bénéfice: on veut connaître la mise et le gain des deux autres?

P. 1224. Deux contre-maîtres, 8 ouvriers, 6 apprentis et 6 manœuvres ont à se partager £277 de gratification, les contre-maîtres doivent recevoir ensemble $\frac{1}{2}$, les ouvriers $\frac{1}{3}$, les apprentis $\frac{1}{4}$ et les manœuvres $\frac{1}{5}$: combien auront-ils chacun?

P. 1225. Trois associés ont gagné £480; la mise du premier est à celle du second : : 3 : 8, et celle du second à celle du troisième : : 2 : 5: combien auront-ils chacun?

P. 1226. On veut partager £48 entre 4 personnes; la première voudrait £11, la seconde £17, la troisième £19 et la quatrième £23: combien devra-t-on donner à chacune?

P. 1227. Pour remplir un réservoir qui a 25 tois. 3 pi. de longueur, 12 de largeur, $4\frac{1}{2}$ tois. de profondeur, on a laissé couler 4 robinets, le premier pendant 6 heures, 25 mi., le second pendant 5 h. 40 mi., le troisième pendant 5 h. 50 mi. et le quatrième pendant 3 h. 5 mi.: on demande combien chaque robinet a donné de tois. cubes d'eau?

P. 1228. Un boulanger a acheté d'un fermier une partie de blé pour £294, payables, $\frac{1}{3}$ dans 8 mois, $\frac{1}{2}$ dans 10 mois, et le reste dans un an; mais s'il paie chaque somme 3 mois plus tôt qu'il ne devrait, et qu'il obtienne une diminution de 9 pour 100 par an: combien déboursera-t-il chaque fois?

P. 1229. Je devais £400 à 15 mois de crédit, j'en ai payé les $\frac{3}{4}$ avant l'échéance, de manière que l'intérêt que j'aurais pu me procurer avec ces $\frac{3}{4}$, est compensé par celui que j'ai obtenu sur le $\frac{1}{4}$, en le gardant 3 ans 9 mois après le terme convenu: à quelle époque ai-je payé les $\frac{3}{4}$ de ma dette?

P. 1230. Un boulanger a vendu de trois qualités de pain, et autant de l'une que de l'autre, pour 36 sch.: combien en a-t-il vendu de livres de chaque sorte, le prix étant 3 sous, 4 sous et 5 sous?

P. 1231. Avec du vin de 3 sch. et à 2 sch. la pinte, on a rempli une pièce qui en contient 56 gal. 1 pinte: combien en a-t-on mis de chaque prix, sachant que la pièce vaut £27?

P. 1232. On a mis 30 pintes de vin à 9 deniers dans une pièce qui en contient 87 gal. 1 pot: combien en faudra-t-il mettre à 5 deniers, 16d., 11d., 15d., 16d. pour la remplir, afin que la pinte se vende 12 deniers?

P. 1233. On veut faire 800 mesures de blé qu'on puisse vendre 15 sch. la mesure: combien faut-il en mettre de 6 sch., 9 sch., 10s., 17s. et 18s., si on veut qu'il y en ait autant de la première qualité que de la dernière?

P. 1234. Un terrein de forme carrée ayant une superficie de 1,197 toises, doit être entouré d'un mur de 2 toises de haut: quelle sera la longueur des murs?

P. 1235. On veut planter 1,452 arbres dans un verger qui est 3 fois plus long que large: combien y aura-t-il d'arbres sur la longueur et sur la largeur, sachant qu'ils doivent être également espacés?

P. 1236. On a deux nombres, le plus grand est 15 et la somme de leur carré est 346: quel est le plus petit?

P. 1237. Quelle est la largeur d'une chambre de 63 verges de superficie, sachant que si elle était carrée elle en aurait 81?

P. 1238. On a payé £30 pour un terrein de 20 verges de côté: combien paiera-t-on pour un autre de même qualité de 40 verges de côté?

P. 1239. On a payé £937 10s. pour un terrein ayant 625 toises de superficie: quel doit être le côté d'un autre terrein carré qui a coûté £253 10s.?

P. 1240. On a fait 23 verges d'ouvrage pour 23s. $11\frac{1}{2}$d.: on demande combien coûteront 29 verges au même prix.

P. 1241. On a payé 63 sch. $4\frac{1}{2}$d. pour $35\frac{3}{4}$ verges de marchandise: à combien revient la verge?

P. 1242. Une allée de jardin a $158\frac{3}{4}$ verges de superficie sur $3\frac{1}{4}$ verges de large: quelle en est la longueur?

P. 1243. On veut percer 12 baies dans la longueur d'un mur de $46\frac{2}{3}$ toises : on demande quelle en sera la largeur commune, sachant que la distance de chaque angle à la première baie et les séparations font ensemble $36\frac{1}{4}$ toises.

P. 1244. On a acheté du papier à 6s. 10d. la rame, à 7s. 2d., à 8s. 6d. et à 9sch., on en a eu autant d'une qualité que de l'autre pour £9 9sch: combien en a-t-on eu de chaque prix?

P. 1245. Quel est le diamètre d'un cercle égal en surface à un triangle de 20 toises de base et de 24 de hauteur?

P. 1246. Quelle est la base d'un triangle de 12 verges de hauteur, et dont la superficie égale celle d'un cercle de 9 verges de diamètre?

P. 1247. Quelle différence y a-t-il entre la superficie d'un cylindre de 4 verges de circonférence et 15 de hauteur, et celle d'un cône de 22 verges de circonférence et 15 de hauteur, la superficie des bases ne devant point être comprise?

P. 1248. Quelle est la profondeur d'un bassin de 300 toises de superficie, pouvant contenir 390 toises cubes d'eau?

P. 1249. Combien faudra-t-il de pierres d'un pied 8 pouces cubes pour faire un piédestal dont chaque surface formerait un carré de 4 pieds de côté?

P. 1250. Combien y avait-il de verges cubes de terre dans un moule qui a servi à fondre un objet conique de 84 verges de hauteur, ce nombre ayant $8\frac{1}{2}$ verges de hauteur, 3 verges 2 pieds de diamètre extérieur, et 3 pouces d'épaisseur?

P. 1251. Quel serait le prix d'une pyramide de 12 toises de hauteur ayant pour base un triangle de 6 toises de base et 5 de hauteur à £2 14sch. la toise cube?

P. 1252. Quel est le cube d'une sphère d'une toise 15 centièmes de diamètre?

P. 1253. On a creusé un puits de 1 toise 15 cent. de diamètre et 15 toises 25 centièmes de profondeur: quelle quantité de deblais en a-t-on extraite?

P. 1254. Quelle est la superficie d'un triangle dont les côtés ont 144, 136, et 150 toises?

P. 1255. Une sphère a 12 to. 65 cent. de diamètre: quelle en est la solidité?

P. 1256. Quels sont les côtés d'une pièce de terre de 1180 perches 48 cent. de superficie, le plus grand côté ayant 22 to. 80 cent. de plus que l'autre?

P. 1257. Un réservoir d'eau en contient 6144 toises cubes lorsqu'il est plein; la largeur n'est que les $\frac{2}{3}$ de la longueur, et la profondeur n'est que la huitième partie de la largeur: on demande quelles en sont les dimensions.

P. 1258. On demande quel est le nombre des ancêtres d'une personne, commençant à ses père et mère et remontant jusqu'à la trente-sixième génération.

P. 1259. Deux Steam boatspartent de Montréal pour Québec; l'un a 1120 tours d'avance; pendant que les roues du premier font 28 tours, celles du second n'en font que 27; mais 9 tours du 2^{me} en valent 10 du premier: on demande à quelle distance le 2^{me} atteindra le 1^{er} et lequel arrivera le 1^{er} à Québec, sachant qu'à chaque tour de roue du 2^{me}, il avancera de 10 toises, et comptant 60 lieues de Montréal à Québec.

P. 1260. Quelle est la superficie d'un triangle dont les côtés ont, le 1^{er} 122 pieds, le 2^{me} 150 et le 3^{me} 160?

MODÈLES DE MÉMOIRES D'OUVRIERS.

MÉMOIRE DE TAILLEUR.

Mémoire des ouvrages fournis et confectionnés pour M. P......et pour sa famille, pendant le courant de l'année 184... Par F. C.........Marchand Tailleur à.........

SAVOIR:

Pour Monsieur:—(1)

		£	s.	d.
Mai 1er,.....	$3\frac{1}{2}$ verges casimir gris à côtes pour pantalons à 3s. 6d. la verge,................			
	2 verg. toile grise pour doublure à 1s. $3\frac{1}{2}$d la verge. Fourniture et façon 19s. $9\frac{1}{2}$d.			
	$1\frac{1}{4}$ verg. de drap de soie fond violet pour gilet à 15s. 6d. la verge,..........			
	1 verge coton gris pour doublure à 1s. 4d..............			
	$1\frac{3}{4}$ verge drap d'elbeuf, bleu foncé pour rédingote, à 18s. 11d. la verge,.........			
	$1\frac{1}{2}$ verge percaline jaune pour doublure à 1s. 1d....			
	Un collet en velours,.........		6	1
	Boutons en soie 2s. 9d. Façon £1 12s. Garniture 3s. 4d. } ...			
	Total,.........			

(1) On a laissé la plupart des nombres en blanc afin que ces mémoires pussent servir d'exercices sur le calcul.

		£	s.	
	Report.			
Juin 11,.....	$2\frac{1}{2}$ verg. drap brun, pour habit à £1 3s. la verge,...			
	$2\frac{1}{4}$ verg. percaline jaune pour doublure à 1s. 6d.........			
	Boutons 9d. Façon £1 8s. 6d. Garniture 3s. 5d }			
	Pour M. Alphonse.			
Avril 3,.....	3 verg. satin laine, pour pantalon à 2s. 6d...............			
	$3\frac{1}{4}$ verg. de doublure à 8d...			
	Fourniture et façon,..........	0	10	0
	3 verg. $\frac{3}{4}$ satin broché pour gilet à £1 6s. 3d...........			
	3 verg. percaline pour doublure à 1s. 3d...............			
	Fourniture et façon,.........	0	8	0
	Pour M. Isidore.			
Juillet 14,...	$3\frac{1}{4}$ verg. cuir de laine (fabrique de......,) pour pantalon à 19s. 10d. la verge,			
	$2\frac{3}{4}$ verg. de doublure à 1s...			
	Fourniture et façon, ...	0	8	9
	$\frac{3}{4}$ verg. satin velouté pour gilet à £1 6s...............			
	Pour M. Edouard.			
Juin 10,.....	$1\frac{1}{4}$ verg. drap bleu pour jaquette à 18s. 6d...........			
	Garniture et boutons,.........	0	2	6
	Total,.........			

		£	s.	d.
	Report.			
	¾ et demi verg. de percaline pour doublure à 1s. 1d. la verge,........................			
	Façon,..............................	0	10	4
	Asting satiné, pour pantalon 1¾ verg. à 10s. 9d..........			
	1¼ verg. percaline pour doublure à 3s. 6d.,.............			
	Fourniture et façon,..........	0	19	9
	Pour Madame.			
Sept. 12,....	6½ verg. drap de Louvriers pour manteau à 18s. 6d...			
	4¾ verg. soie bleue pour doublure à 3s. 6d..........			
	¾ verg. velours noir pour garniture et collet à 18s. 9d.			
	Agrafes et façon,.............	1	18	6
	Total,.........			

Pour acquit de la somme de............
montant réduit du présent mémoire.

A.........le.........184 .

(Signature du Md. Tailleur.)

MÉMOIRE DE CORDONNIER.

Mémoire des ouvrages de chaussures faites et fournies pour le compte de M. R.........et de sa famille pendant le premier semestre de l'année 184 . Par S. T........, Cordonnier et Bottier à M........,

SAVOIR:—

Pour Monsieur:—

		£	s.	d.
Janvier 15,	2 paires de bottes à double couture à £1 5s. 6d. la paire			
Mars 17,....	2 paires souliers à recouvrement à 12s. 6d. la paire, ...			
Mai 18,......	2 paires escarpins en veau ciré à 9s. 3d. la paire,...			
	1 paire de claques,............	0	10	9
	Pour Madame.			
Janvier 21,	1 paire de brodequins de satin turc à....................	0	9	3
	1 paire de chaussons de chèvre,..........................	0	5	0
Mars 25,....	1 paire de claques,...........	0	7	6
Avril 14,...	1 " escarpins,...........	0	6	9
Juin 19,.....	1 " chaussons . satin soie, ...	0	7	0
	1 paire de bottines d'hiver,..	1	9	4
	Total,.........			

		£	s.	d.
	Report.			
	Pour M. Anselme.			
Avril 14,...	1 paire de souliers de chasse	0	11	9
Mai 11,......	1 " brodequins en veau ciré, ...	0	5	9
Juin 19,.....	1 paire de souliers lacés à l'anglaise,...................	0	8	11
	Pour Mlle. Elisa.			
Avril 12,...	1 paire de chaussons en satin laine,..................	0	7	4
Mai 15,......	1 paire d'escarpins veau ciré	0	6	9
Juin 17,.....	1 " *idem* satin soie,....	0	8	10
	Total,.........			

Pour acquit de la somme de.........

A.........le.........184 .

(Signature du Fournisseur.)

MÉMOIRE DE FORGERON.

Mémoire des travaux de serrurerie faits aux bâtimens de M. N......... rue St. Louis, No. 4, dans le courant de l'année 184 . Par D........, Forgeron, rue.........No......,

SAVOIR:

		£	s.	d.
Février 4,..	Fourni 2 boulons, ronds, à tête carrée, garnis de leurs rondelles et de leurs écrous à 2s. 6d......................			
	Fourni 2 fortes pattes en fer de 3 lignes d'épaisseur, sur 5 pouces de largeur et 6 pouces de longueur à 9d. chaque........			
	Façon de 8 plates-bandes de 1 pied 3 po. de longueur percées chacune de 4 trous à $5\frac{1}{2}$d. chaque,.............			
Avril 15,...	Fourni 34 clous de bâtiment à $1\frac{1}{2}$d.......................			
	Ferré et refaçonné l'œil aux pentures de 2 portes et les avoir percées sur place, ...	0	2	0
	Fourni 4 gonds à pattes, $8\frac{1}{2}$ po. de développement; les avoir coudés et placés, 1s. 9d. chacun,.................			
	Fourni 2 gâches à pointe et les avoir placés, à 1s. $4\frac{1}{2}$d...........................			
	Total,........			

		£	s.	d.
	Report.			
	Fourni et ajusté 2 clefs en chiffre avec leurs garnitures à une serrure de sûreté, réparé et reposé la dite serrure,............	0	9	0
Août 28,....	Fourni et placé un support,	0	2	4
	Déplacé une serrure, l'avoir réparée, remise en place, et remplacé une clef forée, en chiffre,..................	0	5	6
	Fourni un mentonnet à patte, un ressort à patte et à boucle, et 4 vis à tête ronde,.......................	0	2	3
	Total..........			

Pour acquit de la somme de.........
réduite du présent mémoire

A.........le.........184 .

(Signature du Forgeron.)

MÉMOIRE DE MENUISIER.

Mémoire des travaux de menuiserie faits dans la maison de M. A.........B.........située à M.........rue D.........No......, dans le courant de l'année 184 . Par L.........Entrepreneur, rue........., No......... sous la direction de M. G.........Architecte,

SAVOIR:

	FAÇADE SUR LE JARDIN.	
	1er *Etage.*	£ s. d.
Avril 12,...	Fourni 6 portes vitrées en pin de 1½ po. d'épaisseur, à 2 ventaux avec dormants, jets d'eau et panneaux à table saillante: hauteur 6 pi. 6 po.; largeur 3 pi. 8 po.; à 1s. 6d. le pied carré,..............	
	2me *Etage.*	
Avril 15,...	Fourni 6 croisées en pin, à deux ventaux avec dormants, jets d'eau, etc.; hauteur 5 pi.; larg. 3½ pi.; Ensemble,.............	
	3me *Etage.*	
Avril 18,...	Fourni 6 croisées comme ci-dessus: haut. 4 pi. 9 po.; largeur 3 pi. 2 po. Ensemble,............. =195¼×1/6 le pi.=	
	Total,...	

		£ s. d.
	Report.	
	FAÇADE SUR LA COUR.	
	1er *Etage.*	
Mai 19,......	Fourni 6 portes vitrées en pin à 2 ventaux avec doublure à la place des pentures: haut. 6 pi. 6 po.; largeur 3 pi. 2 po.: Ensemble,..........à 1s 8d. le pi. carré,=	
	2me *Etage.*	
	Fourni 6 paires de volets avec les panneaux à champ et à saillie: haut. 5 pi.; larg. 3 pi. 2 po. Ensemble,.............à 10d.	
	3me *Etage.*	
	Fourni 6 paires de volets de 1 pouce d'épaisseur. Ensemble,.............. 85½ à 10 den.=	
	FAÇADE SUR LA RUE.	
	1er *Etage.*	
Juin 10,.....	Fourni une porte cochère en chêne de 2 po. d'épaisseur avec doublure dans	
	Total,.........	

	£ s. d.		£ s. d.
		Report.	
		toute la grandeur, soubassements en saillies, avec moulures et panneaux à facettes: haut. 11 pi. 6 po.; larg 7 pi. 6 po.=à $1\frac{1}{2}$\$...	
		4 croisées en pin: haut. 7 pi.; larg. 3 pi. 2 pouces.	
		Ensemble,.............	
		à 1s. 8d. le pi. car.=	
		4 paires de jalousies en pin: hauteur 7 pi.; largeur 3 pi. 2 po.=à 1s. 6d.=	
		2^me^ *Etage.*	
		Fourni 6 croisées: haut. 7 pi.; larg 4 pi. 2 po.	
		Ensemble,.............10d.	
		3^me^ *Etage.*	
		Fourni 6 croisées ditto ditto. Ensemble,... 120 / Fourni 6 paires de volets. Ensemble,... 133 / Fourni do. Ensemble,... 120 } à 10d.=	
		FAÇADE SUR LA COUR.	
		1^er^ *Etage.*	
	Juin 19,.....	Fourni 6 portes intérieures en pin de $1\frac{1}{2}$ po. d'épaisseur à 1 ventail et à 2	
		Total,....	

		£ s. d.
	Report.	
	panneaux: haut. 7 pi. 6 po.; larg. 3 pi.	
	Ensemble,...... à 10d.	
	2me *Etage.*	
Juillet 10,...	Fourni 4 portes vitrées en pin, de même épaisseur que les précédentes, assemblées en petits cadres, avec panneaux d'appui, à pointes de diamant: haut. 7 pi. 9 po.; larg. 2 pi. 8 po.	
	Ensemble,........... à 1/6=	
	4 portes pleines en pin de même épaisseur que les précédentes: haut. 7 pi. 6 po.; largeur 3 pi.	
	Ensemble,........... à 8d.=	
	3me *Etage.*	
Juillet 27,...	Fourni 3 portes pleines en pin, même épaisseur que les précédentes: haut. 7 pi.; largeur 3 pi.	
	Ensemble,...........à 8 den.	
	16 chambranles de portes également en pin, avec moulures, assemblées à onglet à 9s. 6d. l'un,......	
	Total,........	

		£	s.	d.
	Report.			
	12 chambranles de cheminées en noyer, avec placage en saillie: haut. 3 pi. 6 po.; larg. 4 pi., à 15s. 6d. chaque, ...			
	Fourni pour les cloisons, 30 poteaux en pin corroyés de 6 pouces sur toutes faces et assemblés; chacun à 5d. le pied cube=			
	Total,.........			

Réduit par l'Architecte à la somme de.........

A.........le.........184 .

(Signature de l'Architecte.)

Pour acquit de la somme de.........

A.........le.........184 .

(Signature du Menuisier.)

COMPTE D'OUVRIER.

1847. Janvier.		£ s. d.
2	Chez M. David 1 jour à 5s. 5d...........................	
5	M. Laurence 3 jo. à 5s. 6d.	
5	M. Roi 3 jo. de femmes à 3s.	
5	Ditto 3 jo. d'hommes à 5s. 9d...........................	
10	Ditto 1 jo. de femmes à 3s. 4d..................	
15	M. Levert, J. B., 5 jours à 5s. 9d......................	
18	Ditto, 3 jours à 2 hommes à 5s 3d........................	
20	M. David, Jos., 1½ jo. à 5s. 6d.	
20	M. Trudel 2½ jo. de 2 fem. à 3s. 6d....................	
20	M. Laurence ½ jo. à 5s. 3d.	
25	M. Bisson 4 jo. d'hom. à 6s. 0d......................	
25	M. Ernest, L., 4½ jo. de 2 fem. à 3s. 4d....................	
25	Ditto 4 jours d'hommes et de cheval à 9s. 9d.........	
25	Ditto 4½ jours d'enfans à 1s. 6d.	
27	M. Noël J. 2 jours d'hom. et de cheval à 9s. 9d..........	
30	Ditto 2½ jo. de fem. à 3s. 9d.	
30	M. Roi, Chs. 3 jours d'enfans à 1s. 6d...............	
	Total,.........	

Février.	Report.	£	s.	d.
2	M. Rémond 2 jours d'hom. et cheval à 9s. 6d..........			
2	Ditto $2\frac{1}{2}$ jo. de fem. à 3s. 3d.			
2	Ditto 3 jo. d'hommes et de chev. à 9s. 5d..............			
9	M. Laurence 6 jo. de fem. et d'enfans à 4s. 4d...........			
11	M. Robert $2\frac{1}{2}$ jo. d'hommes à 5s. 9d.....................			
12	Ditto 5 jo. de fem. et enfans à 4s. 7d.....................			
15	M. David, Jos., 4 jours de 2 hom. à 5s. 3d..............			
15	Ditto 4 jo. de chev. à 4s. 4d.			
18	M. Honoré 15 voyages à 1s. $0\frac{1}{2}$d.			
18	Ditto 2 jo. d'hommes et d'enfans 6s. 3d.................			
20	M. Laurence 57 voyages de terre à $7\frac{1}{2}$d................			
20	Ditto $2\frac{1}{2}$ jours d'hommes à 5s. 6d.......................			
28	M. Robert 18 voyages de bois à $7\frac{1}{2}$d..................			
28	Ditto 6 jo. de femmes à 3s...			
28	Ditto $5\frac{1}{2}$ jours d'enfans à 1s. 6d.			
	Total des mois de Janvier et Février...............			

COMPTE DES DÉPENSES.

1847.		£	s.	d.
Janvier.				
4	10 lbs. de bœuf à 7 sous la lb.			
4	5 lbs. de beurre à 13 sous...			
4	2 cordes de bois à £1 10s...			
4	6 gallons de vin à 4s. 2d....			
4	2 do. de rum à 3s........			
11	2 lbs. de thé à 4s.............			
11	12 lbs. de veau à 5½d........			
11	20 verges de coton à 8d......			
11	100 bottes de foin à £1 10s.	1	10	0
15	5 verges de flanelle à 1s. 3d...........................			
15	1 paire de bottes.............	1	5	0
15	1 do. de souliers............	0	10	0
15	1 do. de claques............	0	15	0
15	3 do. de bas à 2s. 3½d......			
18	1 chapeau à 15s...............			
18	1 casque de 25s...............			
18	1 paire de gants de 20s......			
19	6 chemises (façon) 7½d.......			
20	6 chaises à 1s. 3d. chaque...			
20	1 table à 23s..................			
20	3 lbs. de chandelle à 8½d...			
Février.				
4	1 paire de mouchettes.......	0	1	6
4	1 veste bleue à 15s. 6d.......			
18	2 pantalons à 14s. 6d. et 7s. 9d.			
18	1 cravatte en soie 3s. 9d.....			
25	1 épinglette à 6s. 9d.........			
	Total,.........			

	£	s.	d.
J'ai gagné pendant les mois de Janvier et Février..................................			
J'ai dépensé pendant les mêmes mois.....			
Il me reste..			
J'ai payé pour mon loyer....................			
J'avais en caisse..............................			
Avoir net,..........			

FORMULES DE COMPTES, REÇUS, ETC.

FORMULES DE COMPTES.

Montréal, le 14 *Janvier*, 1847.

M. Beausoleil Ferdinand, a acheté de Carter, Thomas et Cie.:—

		£	s.	d.
15	verges de drap bleu à 18s. 7d. la verge,	13	18	0
18½	" de satin à 10s. 6d................			
19¾	" de velours à 17s. 9d...........			
15	" de drap commun à 10s. 6d......			
22½	" de serge à 4s. 2d................			
	Total,.........			

Reçu paiement le même jour

Carter, Thomas et Cie.

Montréal, le 15 *Juin*, 1847.

M. Deloge Z. a acheté de Girard Michel, Epicier.

	£	s.	d.
27 lbs. de café de Smyrne à 4s. 8d.......	6	6	0
30½ lbs. de thé impérial à 12s. 6d.........			
15 lbs. " vert à 4s. 3d...............			
18 lbs. de sucre blanc à 9½d...............			
22 lbs. de noisettes à 6½d................			
15 lbs. d'amendes à 1s. 1½d...............			
Total,.........			

Reçu le même jour vingt louis à compte,

Pour Girard M., Epicier,

Provost, *Commis*.

COMPTE TIRÉ DES LIVRES.

M. Godère Adolphe, doit à Pomminville et Cie., 1846.

			£	s.	d.
15 Septembre,	270	quarts de farine à 9s. 6d.	12	5	0
11 Octobre,	52	" " à 8s. 9d.			
18 "	28	" " à 8s.....			
15 Décembre,	68	minots de blé à 4s. 10d.			
24 "	40	" d'avoine à 3s...			
		Total,.........			

Reçu paiement,

Montréal, le 30 Déc., 1846.

Pomminville et Cie.

FORMULES DE REÇUS ET DE QUITTANCES.

Reçu, Montréal, le 1er Mai, 1847, de M. J. Déloge, la somme de quarante-deux Louis, à compte de ce qu'il me doit.

Grenier Antoine.

£42 0 0

Reçu, Trois-Rivières, le 11 Juillet, 1847, de M. Durocher Léonidas, la somme de vingt-deux Louis quinze schellings et demi, à compte de ce qu'il doit à M. Chrétien, Marchand Tailleur.

Lafricain,
Commis.

£22 15s. 6d.

Reçu, Québec, le 14 Janvier, 1846, de M. Pierre Laurent, la somme de dix Louis douze schellings, à compte de mes gages.

£10 12s.

MARCHELLOS F.

FORMULES DE BILLETS.

Je promets payer à demande, à M. Ls. Lamontagne, ou au porteur, la somme de cent cinquante Louis courant, pour valeur reçue.

£150

Montréal, le 8 Juillet, 1847.

PERRAULT OVIDE.

A deux mois de ce jour, je promets de payer à M. Pilon Jules, ou à son ordre, quatrevingt-deux Louis dix schellings courant, pour valeur reçue.

£82 10s.

Québec, le 1er Juin, 1846.

PICARD FT.

Trois-Rivières, 12 *Mars*, 1847.

Emprunté et reçu de M. Simpson Z., la somme de cinquante Louis dix schellings courant, que je promets lui payer ou à son ordre le 18 Septembre prochain.

£50 10s.

T. Versailles.

LETTRES DE CHANGE.

Pour £50 ct.

Montréal, 15 *Novembre*, 1846.

A six jours de vue, il vous plaira payer à M. Thomas Carter, ou ordre, cinquante Louis courant, valeur reçue de lui, et placez les, comme par avis, à compte de

Vallerand Joseph.

A. M. Vandal, Banquier.
Marchand, à Montréal.

Pour £153 ct.

Boucherville, 11 *Avril*, 1847.

A soixante-huit jours de vue, il vous plaira payer à M. Warren Thomas, cent cinquante-trois Louis courant, valeur reçue de M. Louis Richard, que vous placerez en compte, comme par avis, de

Lépine Joseph.

A M. Hei Alfred,
Marchand, à Montréal.

(Première de Change.)
Pour £240 sterling.

Montréal, le 8 Juillet, 1847.

A soixante jours de vue, payez cette première de Change (la seconde ne l'étant pas) à M. Ed. Clapin, ou ordre, la somme de deux cent quarante Louis sterling, pour valeur reçue ici de M. Ed. Hays, et placez-la en compte, comme par avis, de

PRE. LETOURNEUX.

A M. Provots, Pre.
Marchand, à Londres.

(Seconde de Change)
Pour £240 sterling.

Montréal, le 8 Juillet, 1847.

A soixante jours de vue, payez cette seconde de Change (la première ne l'étant pas) à M. Ed. Clapin, ou ordre, la somme de deux cent quarante Louis sterling, pour valeur reçue ici de M. Ed. Hays, et placez-la en compte, comme par avis, de

PRE. LETOURNEUX.

A M. Provots, Pre.
Marchand, à Londres.

1847.

mière de
. Clapin,
s sterling,
acez-la en

RNEUX.

et, 1847.

seconde de
Ed. Clapin,
Louis ster-
, et placez-

URNEUX,

TABLE DES MATIÈRES.

TROISIÈME PARTIE.