

transcrit l'autre équation, en y remplaçant cette inconnue par la valeur symbolique qu'on a trouvée.

Par *comparaison*, on isole une même inconnue dans les deux équations, et l'on forme une nouvelle équation avec les valeurs symboliques trouvées.

Par *réduction*, on amène une inconnue à avoir le même coefficient dans les deux équations, et l'on additionne ou l'on soustrait membre à membre, de manière à faire disparaître cette inconnue.

Nous allons donner un exemple d'application de ces trois méthodes à la résolution des équations

$$\begin{aligned} 3x + 2y &= 34 & (1) \\ 4x - 6y &= 2 & (2) \end{aligned}$$

Elimination par substitution

L'équation (1) donne $2y = 34 - 3x$ et puis, en divisant par 2 $y = 17 - \frac{3}{2}x$

En transportant cette valeur symbolique dans l'équation (2), on a

$$4x - 6(17 - \frac{3}{2}x) = 2$$

équation dans laquelle il n'y a plus que des x ; pour la résoudre, chassons la parenthèse en multipliant ce qui est à l'intérieur par -6 ; il vient

$$4x - 102 + 9x = 2$$

ajoutons 102 aux deux membres $13x = 104$

divisons par 13 $x = 8$

Par suite on a $y = 17 - \frac{3}{2}x = 17 - 12 = 5$

8 et 5 sont les valeurs qui satisfont aux équations données.

Elimination par comparaison

Pour isoler x dans les deux équations, on écrit successivement

$$(1) \quad 3x = 34 - 2y \quad x = \frac{34}{3} - \frac{2}{3}y$$

$$(2) \quad 4x = 2 + 6y \quad x = \frac{1}{2} + \frac{3}{2}y$$

Comme x ne vaut pas plus dans un cas que dans l'autre, on conclut que

$$\frac{34}{3} - \frac{2}{3}y = \frac{1}{2} + \frac{3}{2}y$$

équation dans laquelle il n'y a plus que des y ; pour la résoudre, chassons les dénominateurs, en multipliant les deux membres par 3 et par 2, c'est-à-dire par 6; il vient

$$68 - 4y = 3 + 9y$$

Ajoutons $4y$ aux deux membres, et retranchons-en 3 unités; il vient

$$65 = 13y$$

divisons par 13 $5 = y$

Par suite $x = \frac{34}{3} + \frac{3}{2}y = \frac{34}{3} + \frac{15}{2} = \frac{136}{6} + \frac{45}{6} = \frac{181}{6} = 8$

8 et 5 sont donc les valeurs de x et y .

Elimination par réduction

Un coup d'œil jeté sur les deux équations permet de remarquer que si l'on triple les deux membres de la première, il y aura le même nombre d' y dans les deux :

$$(1) \quad 9x + 6y = 102$$

$$(2) \quad 4x - 6y = 2$$

Les deux termes en y ayant des signes contraires, c'est en additionnant membre à membre les deux égalités que les y disparaîtront; on aura $13x = 104$ d'où, en divisant par 13 $x = 8$

Pour avoir y , on reprend l'une quelconque des deux équations, la 1^{re} par exemple, et l'on y remplace x par 8; on a alors $24 + 2y = 34$

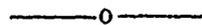
on retranche 24 $2y = 10$

et l'on divise par 2 $y = 5$

8 et 5, telles sont donc les valeurs de x et y .

RÈGLE : " Pour résoudre un nombre quelconque d'équations entre un pareil nombre d'inconnues, on peut combiner la première avec chacune des autres, séparément, en éliminant une même inconnue, ce qui donne une équation de moins et une inconnue de moins; et répéter cette opération jusqu'à ce qu'on arrive à une équation n'ayant qu'une inconnue.

" On résout cette équation, et, transportant la valeur dans l'une des deux équations précédentes, on résout encore, ce qui donne une seconde inconnue; on transporte les deux valeurs dans l'une des équations à trois inconnues, ce qui permet de trouver une troisième inconnue, et ainsi de suite, en remontant."



Geométrie

(Réponses aux programmes officiels de 1862)

HEXAGONE RÉGULIER INSCRIT

THÉORÈME. Le côté de l'hexagone régulier inscrit à un cercle est égal au rayon de ce cercle.