Juste \$10 de moins, ce qui prouve l'énoncé de la remarque.

3me EXEMPLE

Je voudrais m'assurer d'un capital de \$10,000 au bout de 10 ans ; je demande quelle annuité il me faudra payer au commencement de chaque année, l'intérêt étant de $5\frac{1}{2}\%$?

$A=10,000 \qquad r=0.055$
$n=10$ ans

$$\log P=n \log (1+r) \qquad (16)$$
$$\log a=\log A+\log r-\log (P-1)-\log (1+r) \qquad (20)$$

$$\begin{aligned} \log (1+r) &= 0,0232525 \\ \times n &= 10 \\ \hline \log P &= 0,2325250 \end{aligned}$$

$\therefore\ P=1.70815$

$$\begin{aligned} \log A &= 4,0000000 \\ +\log r &= \bar{2},7403627 \\ +\operatorname{colog} (P-1) &= 10,1498747 \\ +\operatorname{colog} (1+r) &= 9,9767475 \\ \hline \log a &= 2,8669849 \end{aligned}$$

$\therefore\ a=\$736.18$ Rép..

4me EXEMPLE

Dans l'exemple précédent, trouvez l'annuité à payer à la fin de chaque année ?

$$\log P=n \log (1+r) \qquad (16)$$
$$\log a=\log A+\log r-\log (P-1) \qquad (27)$$

On trouve comme avant $P=1,70815$

$$\begin{aligned} \log A &= 4,0000000 \\ +\log r &= \bar{2},7403627 \\ +\operatorname{colog} (P-1) &= 10,1498747 \\ \hline \log a &= 2,8902374 \end{aligned}$$

$\therefore\ a=\$776.67$ Rép.

5me EXEMPLE

On veut savoir en combien d'années \$100 payées au commencement de chaque année, s'élèveront à \$2265.76, l'intérêt étant de 5% ?

$a=\$100 \qquad r=0,05$
$A=\$2265.76$

$$\log (P-1)=\log A+\log r-\log a-\log (1+r), \qquad (22)$$
$$n=\frac{\log P}{\log (1+r)}, \qquad (23)$$

$$\begin{aligned} \log A &= 3.3552138 \\ \log r &= \bar{2},6989700 \\ +\operatorname{colog} a &= 8,0000000 \\ +\operatorname{colog} (1+r) &= 9,9788107 \\ \hline \log (P-1) &= 0,0329945 \end{aligned}$$

$\therefore\ P=2.07893$

$$\frac{\log P}{\log (1+r)}=\frac{0,3178395}{0,0211893}=15 \text{ années, Rép.}$$

Si dans l'exemple précédent, il n'était un nombre entier d'années plus une fraction d'année, l'on pourrait augmenter l'un des versements de manière à faire disparaître la fraction d'année.

Supposons d'abord que ce soit le dernier versement que l'on veuille faire varier, c'est-à-dire celui fait au commencement de la $n$ième année, n représentant le nombre entier d'années trouvé.

Soient $A'=$ le capital obtenu après n années
$A-A'=d=$ la différence du capital que l'on veut obtenir avec celui calculé
$a+d'=$ le montant du dernier versement.

Par (17)

$$A'=\frac{a\,(P-1)\,(1+r)}{r}$$

$$\therefore\ d=A-\frac{a\,(P-1)\,(1+r)}{r}$$

$$\text{et } d'=\frac{d}{1+r}=\frac{A}{1+r}-\frac{a\,(P-1)}{r} \qquad (30).$$

Supposons en second lieu que ce soit le 1er versement que l'on veuille faire varier.

Soient $A'=$ le capital obtenu après n années.
$A-A'=d=$ différence du capital que l'on veut obtenir avec celui calculé.
$a+d'=$ le montant du 1er versement.

Par (17)

$$A'=\frac{a\,(P-1)\,(1+r)}{r}$$

$$\therefore\ d=A-\frac{a\,(P-1)\,(1+r)}{r}$$

Mais par (a) l'on a

$$d'=\frac{d}{(1+r)^n}=\frac{d}{P}$$

$$\therefore\ d'=\frac{A}{P}-\frac{a\,(P-1)\,(1+r)}{r} \qquad (31)$$

I. J. DUFRESNE,
D. T. S.