$$
\begin{cases}
\eta_{11}\ln(\frac{P_1^*}{P_1})+\eta_{12}\ln(\frac{P_2^*}{P_2})+\eta_{13}\ln(\frac{P_3^*}{P_3})=\varepsilon_{S1}\ln(\frac{P_1^*}{P_1}) \\
\eta_{21}\ln(\frac{P_1^*}{P_1})+\eta_{22}\ln(\frac{P_2^*}{P_2})+\eta_{23}\ln(\frac{P_3^*}{P_3})=\varepsilon_{S2}\ln(\frac{P_2^*}{P_2^{S\#}}) \\
\eta_{31}\ln(\frac{P_1^*}{P_1})+\eta_{32}\ln(\frac{P_2^*}{P_2})+\eta_{33}\ln(\frac{P_3^*}{P_3})=\varepsilon_{S3}\ln(\frac{P_3^*}{P_3})
\end{cases}
\qquad (11)
$$

En supposant que $\varepsilon_{Si}-\eta_{ii}\neq 0$, nous obtenons la solution comme suit :

$$
\begin{pmatrix} \ln(\frac{P_1^*}{P_1}) \\ \ln(\frac{P_2^*}{P_2}) \\ \ln(\frac{P_3^*}{P_3}) \end{pmatrix}
=
\begin{pmatrix}
-1 & \frac{\eta_{12}}{\varepsilon_{S1}-\eta_{11}} & \frac{\eta_{13}}{\varepsilon_{S1}-\eta_{11}} \\
\frac{\eta_{21}}{\varepsilon_{S2}-\eta_{22}} & -1 & \frac{\eta_{23}}{\varepsilon_{S2}-\eta_{22}} \\
\frac{\eta_{31}}{\varepsilon_{S3}-\eta_{33}} & \frac{\eta_{32}}{\varepsilon_{S3}-\eta_{33}} & -1
\end{pmatrix}^{-1}
\begin{pmatrix} 0 \\ \frac{-\varepsilon_{S2}}{\varepsilon_{S2}-\eta_{22}}\ln(\frac{P_2^{S\#}}{P_2}) \\ 0 \end{pmatrix}
\qquad (12)
$$

L'équation ci-dessus supposait que le déterminant de la matrice est différent de zéro.

$$
\det A=
\begin{vmatrix}
-1 & \frac{\eta_{12}}{\varepsilon_{S1}-\eta_{11}} & \frac{\eta_{13}}{\varepsilon_{S1}-\eta_{11}} \\
\frac{\eta_{21}}{\varepsilon_{S2}-\eta_{22}} & -1 & \frac{\eta_{23}}{\varepsilon_{S2}-\eta_{22}} \\
\frac{\eta_{31}}{\varepsilon_{S3}-\eta_{33}} & \frac{\eta_{32}}{\varepsilon_{S3}-\eta_{33}} & -1
\end{vmatrix}
\neq 0
$$

La possibilité que $\varepsilon_{Si}-\eta_{ii}=0$ ou que $\det A=0$ ne peut être exclue, bien que ce soient des cas peu probables. Dans le cas où de telles valeurs existeraient, certaines modifications de l'analyse ci-dessus seraient nécessaires.