Remplaçant y par sa valeur dans l'équation (1), nous trouverons

$$ax + b\frac{(a'k - ak')}{(a'b - ab')} = k,$$

$$aa'bx - a_2b'x + a'bk - abk' = a'bk - ab'k,$$
$$aa'bx - a^2b'x = abk' - ab'k,$$
$$a'bx - ab'x = bk' - b'k,$$
$$x(a'b - ab') = bk' - b'k\,;$$

D'où $$x = \frac{bk' - b'k}{a'b - ab'},$$

expression du premier nombre.

IV. Trouver deux nombre tels, qu'en ajoutant 4 au premier, la somme soit égale au second multiplié par $3\frac{1}{4}$; et que, si l'on ajoute 8 au second, la somme ne soit que la moitié du premier. (Terquem).

Réponse : 48 et 16.

Solution :

Soient x = le premier des deux nombres,
Et y = le second,

Alors, d'après l'énoncé du problème,

$$x + 4 = 3\tfrac{1}{4}y = \frac{13y}{4},$$

$$4x + 16 = 13y,$$
$$4x - 13y = -16 \qquad (1)\,;$$

Et $$\frac{x}{2} = y + 8,$$

$$x = 2y + 16,$$
$$x - 2y = 16 \qquad (2).$$

Multiplions (2) par 4 :

$$4x - 8y = 64 \qquad (3).$$

Retranchons (3) de (1) :

$$-5y = -80\,;$$

D'où $y = 16$, second des deux nombres.

Remplaçons y par sa valeur dans (1) :

$$4x + 16 = 208,$$
$$4x = 192\,;$$

D'où $x = 48$, premier des deux nombres.

V. Même énoncé généralisé : ajoutant *a* au premier nombre, la somme est égale à *m* fois le second ; mais si l'on ajoute *b* au second, la somme est égale à *n* fois le premier. Quelles sont les expressions de ces deux nombres. (Terquem.)

Réponse : $$\frac{a + bm}{mn - 1}, \quad \frac{b + an}{mn - 1}.$$

Solution :

Soient x = le premier des deux nombres,
Et y = le second ;

Alors, d'après les donnés du problème,

$$x + a = my,$$
$$x - my = -a \qquad (1)\,;$$

Et $$nx = y + b$$
$$nx - y = b \qquad (2).$$

Multiplions par n l'équation (1) :

$$nx - mny = -an \qquad (3).$$

Retranchons (3) de (2) :

$$-y + mny = b + an,$$
$$y(mn - 1) = b + an\,;$$

D'où $$y = \frac{b + an}{mn - 1},$$ expression du second nombre.

Remplaçons y par sa valeur dans l'équation (1) :

$$x + a = m\frac{(b + an)}{(mn - 1)},$$

$$mnx - x + amn - a = bm + amn,$$
$$mnx - x = a + bm,$$
$$x(mn - 1) = a + bm\,;$$

D'où $$x = \frac{a + bm}{mn - 1},$$ expression du premier nombre.

J. O. C.