

II. Même énoncé.—Le premier enfant reçoit a fr. et la n^{me} partie du reste ; le second $2a$ fr. et la n^{me} partie du reste, et ainsi de suite, chaque enfant recevant a fr. de plus que le précédent et la n^{me} partie du reste. Quelle est la fortune et quel est le nombre d'enfants ? (Terquem.)

Solution :

Représentons par x francs la fortune à partager,

$$\text{Alors } a + \frac{x-a}{n} = \frac{an + x-a}{n} =$$

ce que reçoit le premier enfant ;

$$x - \frac{an + x-a}{n} = \frac{nx - an - x + a}{n} =$$

ce qui reste de la succession, la part du premier enfant étant prise ;

$$\bullet \quad \frac{nx - an + a - x}{n} - 2a$$

$$2a + \frac{\quad}{n} =$$

$$\frac{nx - an + a - x - 2an}{n} =$$

$$2a + \frac{\quad}{n} =$$

$$2a + \frac{nx - x - 3an + a}{n^2} =$$

$$\frac{2an^2 + nx - x - 3an + a}{n^2} = \text{ce}$$

que reçoit le deuxième enfant.

Mais, d'après les données du problème,

$$\frac{an + x - a}{n} = \frac{2an^2 + nx - x - 3an + a}{n^2},$$

$$an^2 + nx - an = 2an^2 + nx - x - 3an + a,$$

$$nx - nx + x = 2an^2 - an^2 - 3an + an + a;$$

$$\text{D'où } x = an^2 - 2an + a$$

$$= a(n^2 - 2n + 1)$$

$$= a(n-1)^2 \text{ francs, somme}$$

à partager ;

$$\frac{an + a(n-1)^2 - a}{n} = \frac{an + an^2 - 2an + a - a}{n}$$

$$= \frac{2-an}{n} = \frac{n(an-a)}{n} =$$

$= an - a = a(n-1) =$ ce que reçoit chaque enfant ;

$$\frac{a(n-1)^2}{a(n-1)} = \frac{(n-1)(n-1)}{n-1} = n-1$$

$=$ nombre des enfants.

III. Un domestique reçoit pour 7 mois de service 7 frédéric d'or, 16 écus et $\frac{11}{12}$ d'écu ; et ensuite, pour 9 mois de service, 5 frédéric d'or et $44\frac{1}{12}$ écus. Ses gages ont toujours été les mêmes. A combien estime-t-on le frédéric d'or ? (Terquem.)

Solution :

Représentons par x écus la valeur du frédéric d'or ;

$$\text{Alors } \frac{7x + 16\frac{11}{12}}{7} = \text{ce que, dans}$$

le premier cas, le domestique reçoit pour 1 mois de service,

$$\text{Et } \frac{5x + 44\frac{1}{12}}{9} = \text{ce que, dans}$$

le second cas, il reçoit pour le même temps de service.

Comparant entre elles les deux égalités ci-dessus, nous tirons l'équation—

$$\frac{7x + 16\frac{11}{12}}{7} = \frac{5x + 44\frac{1}{12}}{9},$$

$$7x + \frac{203}{12} = 5x + \frac{529}{12}$$

$$\frac{\quad}{7} = \frac{\quad}{9},$$

$$\frac{84x + 203}{12} = \frac{60x + 529}{12},$$

$$\frac{7}{84x + 203} = \frac{9}{60x + 529},$$

$$84 = 108$$

$$9072x + 21924 = 5040x + 44436,$$

$$9072x - 5040x = 44436 - 21924,$$

$$4032x = 22512 ;$$