

Algèbre

(Réponses aux programmes officiels de 1862)

Problèmes résolus par les équations

Pour isoler l'inconnue d'une équation, on débarrasse peu à peu cette inconnue des nombres qui l'accompagnent.

On fait disparaître un nombre qui est ajouté à l'inconnue, en diminuant les deux membres d'une valeur égale à ce nombre ; — un nombre qui est retranché de l'inconnue, en augmentant les deux membres d'une valeur égale à ce nombre ; — un nombre qui multiplie l'inconnue, en divisant les deux membres par ce nombre ; — un nombre qui divise l'inconnue, en multipliant les deux membres par ce nombre.

PROBLÈME 9. Trouver un nombre qui, augmenté de ses 3 quarts, devienne égal à 49.

Solution. Appelons x le nombre demandé ; ses 3 quarts sont représentés par $\frac{3}{4}x$; l'équation du problème sera

$$x + \frac{3}{4}x = 49$$

multiplions par 4 $4x + 3x = 196$
réduisons $7x = 196$
divisons par 7 $x = 28$

Vérification. Le quart de 28 est 7 ; les 3 quarts font 21 ; 28 et 21 font ensemble 49.

Problème analogue à résoudre. Trouver un nombre qui, diminué de ses 3 onzièmes, devienne égal à 40.

PROBLÈME 10. Trouver un nombre qui, augmenté de son tiers, donne autant que sa moitié augmentée de 10.

Equation du problème $x + \frac{1}{3}x = \frac{1}{2}x + 10$
multiplions par 6
par 2, soit par 6 $6x + 2x = 3x + 60$
retranchons $3x$ $5x = 60$
divisons par 5 $x = 12$

Vérification. Le tiers de 12 est 4, et sa moitié est 6 ; 12 et 4 font 16 ; 6 et 10 font 16.

Problème analogue à résoudre. Trouver un nombre qui, augmenté de sa 5e partie, donne autant que sa moitié augmentée de 35.

PROBLÈME 11. Trouver un nombre qui, augmenté de ses 5 sixièmes, donne le triple de ce qu'on obtient en diminuant ce nombre de 7.

Solution. Le nombre x augmenté de ses 5 sixièmes devient $x + \frac{5}{6}x$; le

nombre diminué de 7 est $x - 7$; et le triple de cette valeur est $3x - 21$. L'équation du problème sera donc

$$x + \frac{5}{6}x = 3x - 21$$

multiplions par 6 $6x + 5x = 18x - 126$
retranchons $11x$ $0 = 7x - 126$
ajoutons 126 $126 = 7x$
divisons par 7 $18 = x$

Vérification. 18 augmenté de ses 5 sixièmes ou de 15 donne 33 ; 18 diminué de 7 donne 11, dont le triple est 33.

Problème analogue à résoudre. Trouver un nombre qui, augmenté de ses 3 quarts, donne 5 fois ce qu'on obtient en diminuant ce nombre de 13.

Géométrie

(Réponses aux programmes officiels de 1862)

Théorie des parallèles.

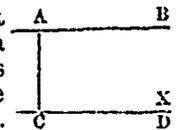
Il est admis que, par un point donné, on ne peut mener qu'une parallèle à une droite donnée, de même que par un point donné on ne peut mener qu'une perpendiculaire à une droite donnée.

Le premier énoncé est l'objet d'un *postulatum*, à l'aide duquel on établit ensuite la théorie des parallèles.

Rappelons ici que l'on appelle *axiome* l'énoncé d'une vérité évidente par elle-même, et *théorème* l'énoncé d'une vérité qui a besoin d'une démonstration. Le mot *corollaire* est synonyme de conséquence, et un *scolie* n'est autre chose qu'une remarque.

THÉORÈME. Deux droites perpendiculaires à une troisième sont parallèles.

Soient les droites AB et CD perpendiculaires à AC : je dis que ces droites sont parallèles, c'est-à-dire ne peuvent se rencontrer.



Car, si ces droites se rencontraient en un point que nous nommerons O, il y aurait, de ce point, deux perpendiculaires OBA et ODC à une même droite AC, ce qui est impossible.

Ainsi les droites AB et CD ne se rencontrent pas, et par suite sont parallèles.

COROLLAIRE. Si deux droites sont, l'une perpendiculaire et l'autre oblique à une troisième, ces deux droites ne sont pas parallèles.