

Voilà deux expressions différentes de la valeur de y ; mais y ne vaut pas plus dans un cas que dans l'autre ; il faut donc que l'on ait

$$3x - 2 = 2x + 4$$

diminuons de $2x$ $x - 2 = 4$
 augmentons de 2 $x = 6$

Pour trouver y , nous reprendrons l'une quelconque des équations précédentes renfermant des x , par exemple celle-ci : $2x + 4 = y$, qui devient $12 + 4 = y$, ou $16 = y$.

Ainsi la fraction demandée a 6 pour numérateur et 16 pour dénominateur ; cette fraction est donc $\frac{6}{16}$.

Vérification. Si l'on ajoute 2 au numérateur, on obtient $\frac{8}{16}$ ou $\frac{1}{2}$; et si c'est le dénominateur que l'on augmente de 2, on obtient $\frac{6}{18}$ ou $\frac{1}{3}$.

PROBLÈME 28. Une fraction est telle que si l'on augmente ses deux termes de 3, elle devient égale à $\frac{1}{2}$, et que si l'on diminue les deux termes de 3, elle devient égale à $\frac{1}{4}$. Quelle est cette fraction ?

Soient x et y les deux termes ; il faut qu'on ait :

$$\frac{x+3}{y+3} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{x-3}{y-3} = \frac{1}{4}$$

On multiplie la première équation par 2 et par $y+3$, et la seconde par 4 et par $y-3$; cela donne

$$2x + 6 = y + 3$$

$$4x - 12 = y - 3$$

Retranchons 3 aux deux membres de l'une, et ajoutons 3 aux deux membres de l'autre ; nous avons

$$2x + 3 = y$$

$$4x - 9 = y$$

Voilà deux expressions différentes de la valeur de y ; mais y ne vaut pas plus dans un cas que dans l'autre ; il faut donc que l'on ait

$$4x - 9 = 2x + 3$$

diminuons de $2x$ et de 3 $2x - 12 = 0$
 ajoutons 12 $2x = 12$
 divisons par 2 $x = 6$

Pour trouver y , reprenons l'une des égalités précédentes, par exemple $2x + 3 = y$; ce qui donne $y = 2 \cdot 6 + 3 = 12 + 3 = 15$.

La fraction demandée est donc $\frac{6}{15}$.

Vérification. Si l'on ajoute 3 aux deux termes, on obtient $\frac{9}{18}$ ou $\frac{1}{2}$; et si l'on retranche 3 aux deux termes, on obtient $\frac{3}{12}$ ou $\frac{1}{4}$.

Géométrie

(Réponses aux programmes officiels de 1862.)

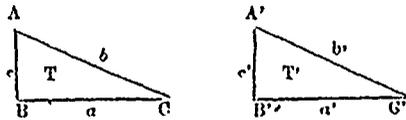
Triangles rectangles.

Dans un triangle rectangle, on appelle *hypoténuse* le côté opposé à l'angle droit.

THÉORÈME. Deux triangles rectangles sont égaux :

1° Lorsqu'ils ont l'hypoténuse égale et un angle aigu égal ;

2° Lorsqu'ils ont l'hypoténuse égale et un autre côté égal.



1° Soient les triangles rectangles T et T', ayant l'hypoténuse b égale à b' , et l'angle aigu C égal à C'.

Supposons le triangle T transporté sur T', de manière que l'angle C coïncide avec son égal C'.

L'hypoténuse b ou CA coïncide avec son égal b' ou C'A' ; le côté a part du point C' et se trouve sur la direction a' ; le côté c part du point A', et tombe perpendiculairement sur la direction a' ; par suite ce côté c se confond avec c' , et les deux triangles coïncident, ce qui prouve leur égalité.

2° Soient les deux triangles T et T', ayant l'hypoténuse b égale à b' , et le côté c égal à c' .

Supposons le triangle T transporté sur T', de manière que le côté c coïncide avec son égal c' .

L'angle droit B coïncide avec l'angle droit B' ; par suite, le côté a se trouve sur la direction a' ; les hypoténuses b et b' sont deux obliques égales partant du même point A' et aboutissant sur la même droite a' ; ainsi ces obliques ont leurs pieds à égale distance du pied de la perpendiculaire c' ; par suite le point C se confond avec C', et les deux triangles coïncident, ce qui prouve leur égalité.

Donc deux triangles rectangles sont égaux...

THÉORÈME La bissectrice d'un angle est le lieu géométrique des points équidistants des deux côtés de cet angle.