cadémie, au lieu de protéger son pupille, s'endort dans un moëlleux fauteuil, et, quand elle se réveille, c'est pour enrégistrer l'incartade et lui concéder droit de cité, autorité de loi.

Il n'y a pas, dans tout le vieux Dictionnaire français, un seul trait-d'union qui n'eût sa raison d'être, et qu'il ne faille rétablir au nom de la logique : et la logique ici n'est autre chose que le secret de l'étymologie. L'étymologie ! on en fait bon marché quand on ne possède des langues qu'une imparfaite teinture. Qu'une langue primitive, *primaire* si l'on veut, écrive au plus court et reproduise par les lettres l'exacte prononciation des lèvres, c'est en elle une perfection, l'écriture étant destinée à fixer les sons. Tel est l'hébreu, tels le grec, le latin même, quoique dans une moindre mesure. Mais il en va tout autrement d'une langue dérivée, de formation secondaire, qui s'approvisionne et s'enrichit à une source déjà connue et définie : il est évident que le cachet de cette source devra apparaître toujours, non-seulement dans la prononciation, mais dans l'écriture, dans l'écriture surtout. Ce sont là les titres de noblesse d'un mot : il a des ancêtres, une origine respectable ; il n'est point un aventurier ni le fils d'une aventure. L'italien et le castillan, à la différence du français, de l'anglais, de l'allemand, du hollandais, se sont écartés de ce principe, et en vérité tout homme lettré qui, pour la première fois, jette un coup-d'œil sur un livre d'au-delà des monts, reste bouleversé de l'accoutrement barbare donné aux substantifs les plus manifestement grecs ou latins : *filosofia*, *teologia*, *idroterapia*, *Cristo*, *Pitagora*, *Filippo* ou *Felipe*, etc. Ce n'est pas ainsi qu'une langue se respecte et s'honore.

Partant de là, nous disons qu'il faut un trait-d'union à *très*, marque du superlatif. On le mettait toujours autrefois, et autrefois on savait ce qu'on faisait. Mais pourquoi cette irrégularité ? objectera-t-on. Il n'y a pas de trait semblable à *plus*, à *moins :* on écrit *plus vaste*, *moins vaste*, pourquoi donc *très-vaste ?* Le voici : Le mot *très* représente un adjectif répété *trois fois*, du mot grec *tris*. " Saint, saint, saint, " ou bien " très-saint " sont identiquement la même chose, d'après les langues anciennes. Or, les Grecs, à qui nous avons emprunté leur *tris* pour en faire notre *très*, l'unissaient à l'adjectif et le confondaient avec lui, sans doute à cause de cette signification précise de *trois fois*, ni plus ni moins. *Plus*, *moins*, peuvent représenter, en addition ou en soustraction, les nombres dix, trente, cinquante ; *très* ne représente que *trois*; il est donc dans une condition exceptionnelle : c'est comme l'*exposant* algébrique de l'adjectif, ne faisant qu'un avec lui. On écrit, en conséquence, *trisagion* (trois fois saint), *trismégiste* (trois fois *très-grand*), *trissyllabe*, *trisaïeul*, *trisannuel*, *trissection*, etc., sans séparer *très* de *agios*, etc. Or, le trait-d'union actuel maintient ce principe, auquel l'Académie paraît n'avoir rien compris. Dans notre vieille langue, le *très* se confondait encore avec l'adjectif. L'empereur Maximilien I[er] écrivait, en 1515, le 8 décembre, à sa fille Marguerite d'Autriche, en français : " Trèschière et trèsaimée fille, etc. " Les exemples abondent dans les livres anciens.

Nous aurons bien d'autres occasions de relever les origines et les raisons des moindres observances grammaticales.

V. POSTEL.

(*A continuer.*)

Théorie élémentaire des nombres.

D'APRÈS EULER, LEGENDRE, MM. GAUSS ET CAUCHY.

1. Pour donner plus d'ensemble à cette exposition, nous croyons utile de remonter aux notions et aux propositions primitives. Dans tout ce qui suit, on emploie les lettres pour représenter des nombres *entiers positifs ;* observation essentielle qu'il ne faut jamais perdre de vue.

2. L'*unité*, c'est l'idée abstraite d'un objet quelconque considéré comme existant seul.

3. *Compter*, c'est ajouter l'unité successivement à elle-même et donner un nom à cette agrégation ; le *nombre* est cette agrégation d'unités. L'équation suivante contient la définition du nombre :

$$a.1 = 1.a \qquad (1)$$

Il n'existe pas de dernier nombre.

4. La *numération parlée* est un système limité de signes vocaux (mots) au moyen desquels on peut nommer tous les nombres dont peuvent avoir besoin les sciences, les arts et diverses professions sociales.

5. La *numération écrite* est un système limité de signes graphiques (chiffres) au moyen desquels on peut représenter tous les nombres.

6. La série des nombres *naturels* est la suite des nombres 0, 1, 2, 3...... ∞. Il faut se représenter cette suite comme écrite sur une demi-circonférence de rayon infini, de sorte que $+\infty$ est diamétralement opposé à zéro ; et sur l'autre demi-circonférence, aussi à partir de zéro, on écrit la suite naturelle des nombres négatifs $0, -1, -2 \ldots\ldots -\infty$, de sorte que $+0$ et -0, $+\infty$ et $-\infty$ se confondent. C'est une observation essentielle dont l'oubli entraîne à d'étranges hérésies.

7. La série des nombres naturels donne lieu à deux opérations principales : 1° *compter en avant*, en allant vers $+\infty$, c'est l'*addition ;* 2° *compter en arrière*, en allant vers $-\infty$, c'est la *soustraction*. Quel est le septième nombre après 13 ? *Réponse :* 20. Quel est le treizième nombre après 7 ? *Réponse :* 20 ; et le résultat s'écrit : $13+7=7+13$, et en général.

$a+b=b+a$ (2).

Quel est le septième nombre après 13 en allant vers $-\infty$? *Réponse :* $+6$, ou $13-7=+6$. Quel est le vingtième nombre après 13 en marchant vers $-\infty$? *Réponse :* -7, ou $13-20=-7$. L'addition et la soustraction sont deux opérations *inverses* et peuvent servir à se contrôler mutuellement.

8. *Problème* 1. Etant donné le polynôme $a_1+a_2+a_3+\ldots a_n$, les nombres étant positifs ou négatifs, combien y a-t-il de manières d'obtenir le résultat ? Nous donnerons plus bas une solution simple de ce problème difficile (§ 12).

9. Lorsque dans l'*addition* de plusieurs nombres tous les nombres sont égaux, l'opération prend le nom de *multiplication* et le résultat se nomme *produit*.

Théorème 1. $ab=ba$ (3).

Démonstration. On a $a.1=1.a$, donc $a.1+a.1=1.a+1.a$, ou $a(1+1)=(1+1)a$, et en continuant, on parvient à $ab=ba$. On peut aussi imaginer a rangées de b carrés chacune ; le nombre total de carrés sera représenté par ab et par ba. Le même genre de raisonnement sert à démontrer que les six permutations de abc donnent le même produit : on imagine un assemblage de cubes égaux rangés en forme de parallélipipède, on en compte un nombre a dans le sens de la longueur, un nombre b dans le sens de la largeur, et un nombre c dans le sens de la hauteur ; il y aura six manières, correspondant aux six permutations, de trouver le nombre total des cubes, qui est toujours le même. (Legendre, *Théorie des nombres*, Introduction, § 2.)

10. *Théorème* 2. Dans quelque ordre qu'on effectue les multiplications de n facteurs, on parvient toujours au même produit.

Démonstration. Supposons que le théorème soit vrai pour un nombre de facteurs moindre que n ; de quelque manière qu'on s'y prenne, l'opération se termine toujours par la multiplication de deux facteurs, qui sont généralement eux-mêmes produits de facteurs simples. Soient, pour un de ces modes d'opérer, P_r et P_s deux de ces derniers facteurs composés, les indices r et s indiquent le nombre de facteurs simples qui entrent respectivement dans ces facteurs multiples ; on a évidemment $r+s=n$. Soient $P_{r'}$ et $P_{s'}$ les deux derniers facteurs correspondant à un autre mode d'opérer, on a encore $r'+s'=n$; P_r a nécessairement un certain nombre de facteurs simples en commun avec $P_{r'}$ ou avec $P_{s'}$; admettons le premier cas et désignons par P_t le produit des t facteurs communs : r étant plus petit que n, on peut multiplier d'abord entre eux ces facteurs communs, on a donc

$$P_r = P_{t'}.P_{r-t}\ ;\ P_{r'} = P_{t'}.P_{r'-t}\ ;$$

donc

$$P_r.P_s = P_t.P_{r-t}.P_s$$

$$P_{r'}P_{s'} = P_t\ .\ P_{r'-t}\ .\ P_{s'}\ ;$$