

GEOMETRIE

1. Trouvez la hauteur d'un triangle dont les côtés ont 10, 12 et 14 pieds de hauteur.

Solution: Prenons le côté qui a 14 pieds comme base.

De l'angle opposé à la base abaissons une perpendiculaire sur la base. Cette perpendiculaire divise le triangle en deux triangles rectangles ayant chacun pour hypoténuse 10 et 12, les deux autres côtés du triangle primitif. La base 14 pieds est divisée par la perpendiculaire en deux parties inégales.

Soit x la plus petite partie; $14 - x$ la grande.

Ainsi le plus petit des deux triangles rectangles a pour base x , pour hauteur p , la perpendiculaire et pour hypoténuse 10.

$$10^2 - x^2 = p^2.$$

Le plus grand des deux triangles rectangles a pour base $(14 - x)$, pour hauteur p et pour hypoténuse 12.

$$12^2 - (14 - x)^2 = p^2.$$

Mais deux quantités égales à une troisième sont égales entre elles. Donc

$$10^2 - x^2 = 12^2 - (14 - x)^2.$$

$$100 - x^2 = 144 - (196 - 28x + x^2)$$

$$\text{Ou } 100 - x^2 = 144 - 196 + 28x - x^2.$$

$$\text{Réduisant et transposant on a: } 196 + 100 - 144 = 28x \dots \dots \dots (1)$$

$$152 = 28x \dots \dots \dots (2)$$

$$\text{D'où } x = 152 \div 28 = 5\frac{3}{7} \dots \dots \dots (3)$$

Mais:

196 = le carré de la base;

144 - 100 = la différence entre les carrés des deux autres côtés;

28 = deux fois la base.

De (1), (2), (3) on peut tirer la règle suivante:

Pour trouver la base du petit triangle: du carré de la base, retranchez la différence des carrés des deux autres côtés et divisez le reste par deux fois la base.

$$10^2 - (5\frac{3}{7})^2 = 100 - \frac{1444}{49} = \frac{4900}{49} - \frac{1444}{49} = \frac{3456}{49}.$$

La racine carrée de $\frac{3456}{49} = \frac{58.8}{7} = 8.4$, la hauteur du triangle; *Rép.*

Généralisons: Soient b , a , c , les côtés, b étant la base, p , la perpendiculaire, x la base du petit triangle rectangle et $(b - x)$ la base du grand triangle rectangle.

$$a^2 - x^2 = p^2.$$

$$c^2 - (b - x)^2 = c^2 - (b^2 - 2bx + x^2) = c^2 - b^2 + 2bx - x^2 = p^2.$$

$$c^2 - b^2 + 2bx - x^2 = a^2 - x^2.$$

$$\text{Réduisant on a: } c^2 - b^2 + 2bx = a^2.$$

$$\text{Transposant: } 2bx = b^2 + a^2 - c^2.$$

$$x = (b^2 + a^2 - c^2) \div 2b.$$

D'où pour trouver la base du petit triangle: Du carré de la base retranchez la différence des carrés des autres côtés et divisez le reste par deux fois la base.