

D'où $x = \frac{22512}{4032} = 5\frac{7}{12}$ écus,
 valeur du Frédéric d'or.

IV. Un colonel voulait former un régiment en carré : la première fois il lui resta 39 hommes en sus ; la seconde fois, en augmentant d'un homme le côté du carré, il lui manqua 50 hommes pour compléter le carré. Quelle est la force du régiment ? (Terquem.)

Solution.

Représentons par x le nombre d'hommes contenu dans un des côtés du carré ;

Alors (1) $x_2 + 39 =$ } la force
 Et (2) $(x + 1)^2 - 50 =$ }
 du régiment.

De ces deux égalités déduisons l'équation—

$$\begin{aligned} x_2 + 39 &= (x + 1)^2 - 50, \\ x^2 + 39 &= x^2 + 2x + 1 - 50, \\ 39 &= 2x - 49, \\ 2x &= 88 ; \end{aligned}$$

D'où $x = 44$, nombre d'hommes contenu dans un des côtés du carré,

Et, en remplaçant x par sa valeur, dans l'une des égalités (1) ou (2), nous aurons—

$$\begin{aligned} 44 \times 44 + 39 &= \} 1975 \text{ hom-} \\ \text{Ou } 45 \times 45 - 50 &= \} \text{mes, force du régiment.} \end{aligned}$$

V. Un particulier a un certain nombre de francs qu'il veut ranger en carré. Au premier essai, il lui reste 130 fr., et en augmentant le côté du carré de 3 fr., il lui reste 31 fr. Combien avait-il de francs ? (Terquem.)

Solution :

Soit x = le nombre de francs dans un des côtés du carré ;

Alors (1) $x_2 + 130 =$ } le
 Et (2) $(x + 3)_2 + 31 =$ }
 nombre de francs qu'a ce particulier.

De ces égalités déduisons l'équation—

$$\begin{aligned} x^2 + 130 &= (x + 3)^2 + 31, \\ x^2 + 130 &= x^2 + 6x + 9 + 31, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 130 &= 6x + 30, \\ 6x &= 90 ; \end{aligned}$$

D'où $x = 15$, nombre de francs contenu dans un des côtés du carré.

Remplaçant x par sa valeur dans l'une des égalités ci-dessus, nous avons—

$$\begin{aligned} 15 \times 15 + 130 &= \} \\ \text{Ou } 18 \times 18 + 31 &= \} 355, \text{ nom-} \\ & \text{bre de fr. demandé.} \end{aligned}$$

VI. Trouver un nombre de telle nature qu'en l'ajoutant successivement à a et à b et élevant les sommes au carré, la différence des carrés soit égale à d . (Terquem.)

Solution :

Soit x = le nombre demandé ;
 Alors $x + a$ = ce nombre augmenté de a ,
 Et $x + b$ = " " " b ;

Ces deux sommes élevées chacune au carré donnent

$$\begin{aligned} x_2 + 2ax + a_2, \\ \text{Et } x_2 + 2bx + b_2 ; \end{aligned}$$

Mais, d'après les données du problème, la différence des carrés étant égale à d , nous aurons l'équation—

$$\begin{aligned} x^2 + 2ax + a^2 - x^2 - 2bx - b_2 &= d, \\ 2ax - 2bx &= d - a^2 + b^2 \\ x(2a - 2b) &= d - a^2 + b^2 \\ \text{D'où } x &= \frac{d - a^2 + b^2}{2a - 2b} \end{aligned}$$

$$= \frac{d - a^2 + b^2}{2(a - b)}, \text{ nombre demandé.}$$

VII. Trouver les capacités de trois tonneaux de vin d'après les données suivantes. En versant le vin du second tonneau plein dans le premier tonneau vide, il reste les $\frac{2}{3}$ du vin. Si l'on verse le troisième tonneau plein dans le second vide, il reste $\frac{1}{4}$ du vin ; mais si l'on versait le premier dans le troisième, il manquerait 50 litres pour le remplir. Combien chaque tonneau contient-il de litres ? (Terquem.)

Solution :

Représentons par x litres la capacité du 3e tonneau.