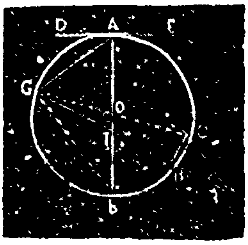
Il suit de là que *des angles au centre égaux entre eux interceptent des arcs égaux*, et que, réciproquement, *à des arcs égaux correspondent des angles au centre égaux.*

Par exemple, les droites AB et CG se croisant au centre, forment des angles égaux deux à deux comme opposés par le sommet ; on en conclut que l'arc AG égale BC, et que l'arc AC égale BG.



ANGLE INSCRIT.— On appelle *angle inscrit* tout angle qui a son sommet à la circonférence et qui est formé par deux cordes.

Exemple : l'angle CAB.

THÉORÈME. *Tout angle inscrit a pour mesure la moitié de l'arc compris entre ses côtés.*

Considérons d'abord un angle inscrit BAC ayant un diamètre AB pour l'un de ses côtés. Il faut prouver que l'angle BAC a pour mesure la moitié de l'arc BC.

Si l'on trace le rayon OC, on forme un triangle AOC isocèle, puisque les côtés OA et OC sont des rayons ; il s'ensuit que les angles A et C de ce triangle sont égaux.

Or la somme de ces deux angles est égale à l'angle COB extérieur au même triangle ; ainsi l'angle CAB est la moitié de l'angle au centre COB.

Et comme cet angle COB a pour mesure l'arc CB, l'angle CAB a pour mesure la moitié de l'arc CB ; ce qui signifie que le nombre des degrés de l'angle CAB est la moitié du nombre des degrés de l'arc CB.

Tout autre angle inscrit est la somme ou la différence de deux angles analogues à celui qui vient d'être considéré.

Par exemple, l'angle CAG est la somme des deux angles BAC et BAG ; sa mesure égale donc la moitié de l'arc BC plus la moitié de l'arc BG, soit la moitié de l'arc CBG.

Donc *tout angle inscrit a pour mesure la moitié de l'arc compris entre ses côtés.*

COROLLAIRES. 1° *Deux angles inscrits dans un même segment sont égaux.*

Par exemple, les deux angles ACG et ABG sont égaux ; car ils ont pour mesure la moitié du même arc AG.

2° *Tout angle inscrit dans un demi-cercle est droit.*

Tel est l'angle CAG, car il a pour mesure la moitié d'une demi-circonférence CBG, soit le quart de la circonférence, ce qui correspond à 90 degrés.

3° " Tout angle inscrit dans un segment plus grand qu'un demi-cercle " est aigu ;" car l'arc compris entre ses côtés est moindre qu'une demi-circonférence.

" Et tout angle inscrit dans un segment moindre qu'un demi-cercle est " obtus ;" car l'arc compris entre ses côtés est plus grand qu'une demi-circonférence.

———o———

Exercices mathématiques

SUR UNE FRACTION PÉRIODIQUE SIMPLE

PROBLÈME. " Trouver, par deux méthodes différentes, la fraction génératrice de la fraction périodique 0,57 57 57..."

(Ce problème a été donné en France, en 1878, aux examens du brevet d'instituteur.)

1re SOLUTION

Représentons par x la valeur de la fraction donnée 0,57 57 57...

On peut écrire $x = 0,57\,57\,57...$

et, en multipliant par 100 $100x = 57,57\,57\,57...$

Si l'on retranche la première égalité de la deuxième on obtient $99x = 57$

et par suite $x = 57/99$

ou, en simplifiant $x = 19/33$

Telle est la fraction qui, réduite en fraction décimale, devient 0,57 57 57...

2e SOLUTION

La fraction donnée 0,57 57 57... égale

$$\frac{57}{100}+\frac{57}{10000}+\frac{57}{1000000}+\cdots$$

ou 57 fois $\left(\frac{1}{100}+\frac{1}{10000}+\frac{1}{1000000}+\cdots\right)$

La parenthèse est la somme des termes d'une progression indéfinie ayant 1/100 pour premier terme et 1/100 pour raison.

D'après une propriété connue, on obtient la *limite* vers laquelle tend cette somme en divisant le premier terme par ce qui manque à la raison pour égaler 1 ; ce qui donne ici :

$$\frac{1}{100}:\frac{99}{100} \text{ ou } \frac{1}{100}\times\frac{100}{99} \text{ ou } \frac{1}{99}$$

Cette valeur, prise 57 fois, donne donc, pour la fraction demandée, 57/99