

Exemple.—La division de 22 par 4 donne 5 pour quotient et 2 pour reste ; celle de 2 fois 22 ou 44 par 4 donnera 2 fois 5 + 1 ou 11 pour quotient et zéro pour reste, car Rm on $2 \times 2 = d$ ou 4.

3^e cas.— $Rm > d$. Représentons par q' le quotient de Rm par d et par r le reste de cette division. Il vient : $Rm = d \times q' + r$. Remplaçant Rm par $d \times q' + r$ dans l'égalité (2) on obtient :

$$Dm = d \times qm + d \times q' + r \text{ ou } d(qm + q') + r.$$

Le nouveau dividende égale donc $(qm + q')$ fois le diviseur $d + r$. Or r est plus petit que d . Donc le quotient est $qm + q'$ et le reste r .

Exemple.—La division de 22 par 5 donne 4 pour quotient et 2 pour reste ; celle de 6 fois 22 ou 132 donnera $qm + q'$ ou $4 \times 6 + 2$ pour quotient et r ou 2 pour reste, car Rm ou 2×6 est plus grand que d ou 5.

PRINCIPE.—Dans une division inexacte, quand on multiplie le dividende par un certain nombre sans toucher au diviseur :

1^o Le quotient et le reste sont multipliés par ce certain nombre ; ou

2^o Le quotient est multiplié par ce certain nombre, puis augmenté de 1 et le reste est zéro ; ou

3^o Le quotient est multiplié par ce certain nombre, puis augmenté de la partie entière du quotient de la division, par le diviseur, du reste multiplié par ce certain nombre ; le reste est celui de cette dernière division.

Application.—La division de 42 par 8 donne 5 pour quotient et 2 pour reste ; déterminez à priori le quotient et le reste de (42×2) : 8, (42×4) : 8, (42×6) : 8.

PRINCIPE II. Division du dividende seul. —Divisant les membres de l'égalité (1) par m , il vient :

$$\frac{D}{m} = d \times \frac{q}{m} + \frac{R}{m} \quad (3)$$

$\frac{R}{m}$ est évidemment plus petit que d , mais

pour que $\frac{R}{m}$ soit le reste, il faut que $\frac{q}{m}$ soit

un nombre entier. De là les cas suivants :

q est divisible par m ,

q n'est pas divisible par m .

1^{er} cas.— q est divisible par m . Alors $\frac{q}{m}$ est

le quotient et $\frac{R}{m}$ le reste. Donc le quotient et le reste sont divisés par m .

Exemple.—La division de 26 par 4 donne 6 pour quotient et 2 pour reste ; celle de $\frac{26}{2}$ ou 13 donnera $\frac{6}{2}$ ou 3 pour quotient et $\frac{2}{2}$ ou 1 pour reste, car le quotient 6 est divisible par 2.

2^e cas.— q n'est pas divisible par m . Soient q' le quotient de q par m et r le reste de cette division. On a : $q = q' \times m + r$.

Remplaçons q par sa valeur dans l'égalité (3), il vient :

$$\frac{D}{m} = d \times \frac{q'm + r}{m} + \frac{R}{m} \text{ ou } dq' + \frac{dr + R}{m} \quad (4)$$

Le premier membre $\frac{D}{m}$ étant un nombre

entier, $\frac{dr + R}{m}$ est aussi un nombre entier.

Or le diviseur m de la division auxiliaire diffère du reste r au moins d'une unité.

Donc $m - r > 1$. De plus, $R < d$. Donc à fortiori $R < d(m - r)$ ou $dm - dr$. D'où $d > \frac{dr + R}{m}$.

Considérant l'égalité (4), on en conclut que q' est le quotient de $\frac{D}{m}$ par d et $\frac{dr + R}{m}$ le reste.

La division de 25 par 3 donne 8 pour quotient et 1 pour reste ; celle de $\frac{25}{5}$ par 3 donnera q' ou 1 pour quotient et $\frac{dr + R}{m}$ ou

$$\frac{3.3 + 1}{5} \text{ ou 2 pour reste.}$$

PRINCIPE. Dans une division inexacte, quand on divise le dividende par un certain nombre sans toucher au diviseur :

1^o Le quotient et le reste sont divisés par ce certain nombre ; ou

2^o Le quotient est égal à la partie entière