

gore, on remarque que les nombres vont en décroissant régulièrement, et rien n'empêche, avec la notion des *nombre négatifs*, de prolonger le tableau au-dessous de la ligne inférieure.

Et comme les lignes horizontales, considérées de droite à gauche, vont aussi en diminuant régulièrement, on peut de même prolonger le tableau sur la gauche.

La *Table de Pythagore* ainsi étendue dans tous les sens donnera les produits des nombres, soit *positifs* soit *négatifs*, et fera connaître ce qu'on nomme la *règle des signes* de la multiplication.

EXTENSION DE LA TABLE DE PYTHAGORE

-15	-14	-5	0	5	10	15	20	25
-12	-8	-4	0	4	8	12	16	20
-9	-6	-3	0	3	6	9	12	15
-6	-4	-2	0	2	4	6	8	10
-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	2	1	0	-1	-2	-3	-4	-5
6	4	2	0	-2	-4	-6	-8	-10
9	6	3	0	-3	-6	-9	-12	-15

Un nombre quelconque de ce tableau est le produit des chiffres correspondants sur la colonne noire verticale et sur la colonne noire horizontale.

Et l'on voit que "le produit de deux nombres est *négatif* lorsque un seul de ces nombres est négatif ; et le produit de deux nombres est *positif* lorsque ces nombres sont tous les deux positifs ou tous les deux négatifs ;" — ce que l'on énonce en disant que "les signes semblables donnent + et que les signes dissemblables donnent —."

Algèbre

(Réponses aux programmes officiels de 1862)

CARRÉ D'UNE QUANTITÉ QUELCONQUE

Le carré de $5a^3b$, qu'on indique ainsi $(5a^3b)^2$, égale $5a^3b \times 5a^3b$, soit $25a^6b^2$. Ainsi "le carré d'un binôme s'obtient en élevant le coefficient au carré, et en doublant les exposants ; le signe est toujours +, car — multiplié par — donne +."

Le carré de $-5a^3b$ serait $25a^6b^2$.

S'il s'agit d'un binôme, on sait, par étude de la multiplication, que

$$\begin{aligned}(a+b)^2 &= a^2 + 2ab + b^2 \\ (-a-b)^2 &= a^2 + 2ab + b^2 \\ (a-b)^2 &= a^2 - 2ab + b^2\end{aligned}$$

Les deux premières formules représentent le carré d'une somme, soit la somme des quantités a et b , soit la somme des quantités $-a$ et $-b$; la dernière formule exprime le carré d'une différence. Mais tous les cas peuvent s'exprimer comme il suit :

"Le carré d'un binôme égale le carré du premier terme, plus 2 fois le produit du premier terme par le second, plus le carré du second."

D'après cette règle, on peut écrire immédiatement :

$$\begin{aligned}(5a^3b + 3ab^2)^2 &= 25a^6b^2 + 30a^4b^3 + 9a^2b^4 \\ (5a^3b - 3ab^2)^2 &= 25a^6b^2 - 30a^4b^3 + 9a^2b^4\end{aligned}$$

Si l'on considère un polynôme quelconque, par exemple $a+b+c$, on trouve, en multipliant ce polynôme par lui-même :

$$a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$$

D'où l'on conclut que "le carré d'un polynôme quelconque égale la somme des carrés des termes, plus 2 fois la somme des produits de ces mêmes termes pris deux à deux des diverses manières possibles."

Ainsi, le carré de $a+b+c+d$ serait

$$a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + 2ab + 2ac + 2ad + 2bc + 2bd + 2cd$$

Cette remarque permet d'écrire immédiatement le carré d'un polynôme quelconque.

— o —

Exercices mathématiques.

PRODUIT DE DEUX FRACTIONS PÉRIODIQUES

"Démontrer que le produit de deux fractions périodiques simples est une fraction périodique simple."

Soient 0,38 38 38... et 0,666... deux fractions périodiques simples. D'après une propriété connue, la première équivaut à $38/99$, et la seconde à $6/9$ ou $2/3$. Le produit sera

$$\frac{2.38}{3.99} = \frac{2.2.19}{3.3.11} = \frac{76}{297}$$

Les dénominateurs 99 et 3 renfermant des facteurs autres que 2 et 5, savoir 3 et 11, le nouveau dénominateur renferme ces mêmes facteurs : donc il y a fraction périodique.

Les dénominateurs 99 et 3 ne renfer-