ALGÈBRE

1. La somme de deux nombres est 40 et leur produit 384 quels sont ces nombres ?

Solution : Soit x un des nombres, alors $40-x$ l'autre.

$$(40-x)x = 384.$$

$$40x - x^2 = 384.$$

$$-x^2 + 40x = 384.$$

$$x^2 - 40x = -384.$$

$$x^2 - 40x + 20^2 = -384 + 400 = 16.$$

$$x - 20 = +4 \text{ ou } -4.$$

$$x = 20 + 4 = 24 \text{ ou } 20 - 4 = 16. \text{ Réponses } 24 \text{ et } 16.$$

$$40 - x = 40 - 24 = 16. \text{ Rép. ou } 40 - 16 = 24. \text{ Rép.}$$

Autrement : Soit $2x$ la différence entre les 2 nombres.

$$20+x, \text{ le grand nombre et } 20-x, \text{ le petit.}$$

$$(20+x)(20-x) = 384.$$

$$400 - x^2 = 384.$$

$$-x^2 = 384 - 400 = -16.$$

$$x^2 = 16.$$

$$x = +4 \text{ ou } -4.$$

$$20+x = 20+4 = 24. \text{ Rép.}$$

$$20-x = 20-4 = 16. \text{ Rép.}$$

2. A résoudre : $5x^2 + 3x + a = 0$.

$$5x^2 + 3x = -a.$$

$$x^2 + 3x = -\frac{a}{5}.$$

$$\frac{x^2}{5} + \frac{3x}{5} + \left(\frac{3}{10}\right)^2 = y - \frac{a}{5} + \frac{9}{100} = -\frac{20a}{100} + \frac{9}{100}.$$

$$x + \frac{3}{10} = \text{la racine carrée de } \left(-\frac{20a}{100} + \frac{9}{100}\right).$$

$$x = -\frac{3}{10} \text{ plus, ou moins la racine carrée de } \left(-\frac{20a}{100} + \frac{9}{100}\right).$$

3. Un homme parcourt 40 milles à une certaine vitesse par heure ; s'il avait parcouru cette distance à raison de 1 mille de moins par heure, il aurait mis à faire le trajet 3 heures $\frac{1}{3}$ de plus ; quelle est sa vitesse ?

Soit x sa vitesse, alors $\frac{40}{x}$ le temps mis à faire le trajet, $x-1$, sa vitesse d'après la supposition, alors $\frac{40}{x-1}$ le temps qu'il aurait mis.

$$\frac{40}{x-1} - \frac{40}{x} = 3\frac{1}{3} \text{ heures} = \frac{10}{3} \text{ d'heure.}$$

$$40x - 40x + 40 = \frac{10x^2 - 10x}{3}.$$

$$40 = \frac{10x^2 - 10x}{3}.$$

$$120 = 10x^2 - 10x.$$

$$10x^2 - 10x = 120.$$

$$x^2 - x = 12.$$

$$x^2 - x + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 12 + \frac{1}{4} = \frac{48}{4} + \frac{1}{4} = \frac{49}{4}.$$

$$x - \frac{1}{2} = +\frac{7}{2} \text{ ou } -\frac{7}{2}.$$

$$x = \frac{1}{2} + \frac{7}{2} = \frac{8}{2} = 4. \text{ Rép.}$$