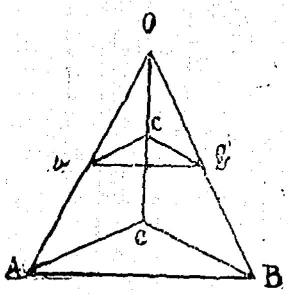
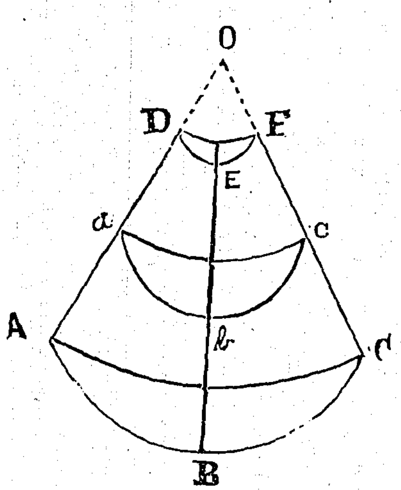


L'aire du milieu a b c égale le quart de l'aire de la base, parce que a b $= \frac{1}{2}$ A B, b c $= \frac{1}{2}$ B C, a c $= \frac{1}{2}$ A C, et comme $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$, donc, etc.

Maintenant puisque l'aire a b c ou l'aire du milieu de la pyramide sphérique égale le quart de celle de la base il ne vous est pas nécessaire de calculer, car vous savez et avez vu que l'aire du milieu dans la pyramide est toujours $\frac{1}{4}$ de celle de la base, ni plus ni moins.

Maintenant puisque la formule est l'aire A B C + 4 fois l'aire a b c + l'aire O ou à O en prenant le sixième de la hauteur perpendiculaire O A ou O B ou O C, le problème par suite est résolu.

Maintenant pour le tronc. — La règle est encore et toujours la même.



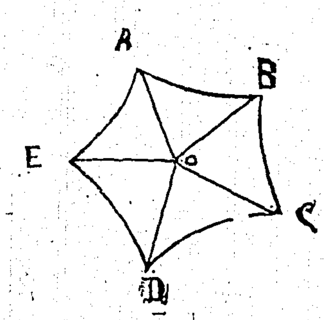
A la somme des aires des bases parallèles A B C, D E F ajoutez 4 fois l'aire a b c et multipliez le nombre par le sixième de la hauteur verticale A D ou B E ou C F ou de la hauteur ou épaisseur A D perpendiculaire à la surface A B C ou a b c ou D E F, parce que sans une sphère tous les rayons A O, B O, C O sont égaux et D O, E O, F O aussi égaux ; conséquemment, si de A O, B O et C O, (égaux) vous prenez les rayons égaux D O, E O, et F O les restes A D, B E et C F sont égaux.

Maintenant que vous avez l'excès ou surplus sphérique pour votre triangle sphérique A B C, le triangle D E F est semblable à A B C et aussi semblable à a b *c* ; conséquemment l'excès ou surplus sphérique est le même pour les trois triangles et pour trouver l'aire de D E F et de a b c, vous n'avez qu'à multiplier l'aire qui correspond à l'excès sphérique par le carré du diamètre ou double rayon dans chaque cas pour avoir l'aire du triangle voulu

Par exemple : A O = 10, D O = 4, alors A D = 6 et comme a est au milieu entre A et D, a A ou a D = 3 et le rayon O a = 7 — Donc multipliez l'aire trouvée pour l'excès sphérique par le carré du diamètre ou le double du rayon O D (c.-à-d. 4 x 2 = 8) ou 8 dont le carré est 8 x 8 64 et vous avez l'aire D E F. Multipliez maintenant la même aire élémentaire correspondant à l'excès ou surplus sphérique par le carré du rayon double O a (O a et 2 x 7 = 14) ou par 14 fois 14 ou par 196, ceci vous donnera l'aire a b c, prenez cette aire 4 fois et ajoutez-la à l'aire A B C et à l'aire D E F et multipliez en la somme par le sixième de A D.

Maintenant pour le polygone sphérique

Un polygone sphérique comme un polygone plan peut être divisé en autant de triangles sphériques que le polygone a de côtés.



De même que pour le polygone plan vous trouvez la somme des angles en prenant 4 angles droits de la somme des angles droits des triangles composants, ainsi vous trouvez la somme des angles d'un polygone sphérique en ajoutant ensemble tous les angles à A B C D E et O et de leur somme on déduit autant de fois 180° que le polygone a de côtés ou en divisant le polygone de cette manière, alors de la somme des angles à A B C D E, déduisez autant de fois deux angles droits ou autant de fois 180° que le polygone a de côté moins 2. Alors quel que soit l'excès ou surplus sphérique le procédé pour trouver l'aire est le même que pour trouver l'aire d'un triangle ; c.-à-d. l'excès sphérique en degrés et minutes, etc doit être multiplié par l'aire qui correspond à la page 56 à 1° 1' 1" etc ; alors il sont ajoutés ensemble et leur somme est multipliée par le carré du diamètre ou double rayon de la sphère sur laquelle le polygone est décrit ou de la surface dont l'aire du polygone fait partie.