d'une personne, ou sa taille, l'intensité de la lumière ou de la chaleur du jour.

Les variables que l'on considère particulièrement en mathématiques sont celles qui par une variation indéfinie, tendent à se confondre avec une grandeur fixe.

On nomme *limite d'une variable* une grandeur fixe avec laquelle la variable tend à se confondre.

Par exemple, la variable qui vaut successivement

$$\frac{1}{1}\ \frac{1}{2}\ \frac{1}{3}\ \frac{1}{4}\ \frac{1}{5}\ \frac{1}{6}\dots$$

a pour limite *zéro*, c'est-à-dire que la valeur représentée diminue de plus en plus, et tend à devenir nulle.

De même, la quantité qui vaut successivement

$$\frac{1}{2}\ \frac{2}{3}\ \frac{3}{4}\ \frac{4}{5}\ \frac{5}{6}\ \frac{6}{7}\dots$$

a pour limite 1, puisque ce qui manque pour qu'on ait l'unité est une variable tendant vers *zéro*.

De même encore, la quantité qui vaut successivement

$$\frac{2}{1}\ \frac{3}{2}\ \frac{4}{3}\ \frac{5}{4}\ \frac{6}{5}\ \frac{7}{6}\dots$$

a pour limite 1, puisque l'excédent sur 1 est une variable tendant vers *zéro*.

On nomme *quantité infinie* ou *infiniment grande*, une quantité variable qui croît au delà de toute valeur déterminée, quelque grande qu'elle soit.

Telle est la quantité qui vaut successivement 1 2 3 4 5 6...

ou bien $\frac{1}{10}\ \frac{2}{10}\ \frac{3}{10}\ \frac{4}{10}\ \frac{5}{10}\ \frac{6}{10}\dots$

Car, si l'on considère une valeur déterminée très grande, 1 *centillion* par exemple, chacune des variables ci-dessus atteindra certainement cette valeur, et la dépassera.

On nomme *quantité infiniment petite* une quantité variable qui décroît au delà de toute valeur déterminée, quelque petite qu'elle soit.

Telle est la quantité qui vaudrait successivement $\frac{1}{1}\ \frac{1}{2}\ \frac{1}{3}\ \frac{1}{4}\ \frac{1}{5}\ \frac{1}{6}\dots$ indéfiniment.

Car, si l'on considère une valeur déterminée très petite, par exemple 1 *centillionième*, la variable ci-dessus descendra certainement jusqu'à cette valeur, et ira au-dessous.

Une quantité infiniment petite est une variable tendant vers zéro ; on la représente ordinairement par 1 sur l'*infini* $1/\infty$.

—o—

Algèbre

(Réponses aux programmes officiels de 1862.)

—

PROBLÈME 21. *Trouver un nombre dont le cube, augmenté du triple de ce nombre, donne 19 fois le même nombre.*

Solution. Soit x ce nombre ; son cube est x^3, son triple est $3x$, et 19 fois ce nombre font $19x$; on a donc, pour l'équation du problème $x^3+3x=19x$

divisons par x $x^2+3=19$

retranchons 3 $x^2=16$

prenons la racine carrée $x=4$

Vérification. Le cube de 4 est 4.4.4 ou 64 ; ce nombre, augmenté du triple de 4 ou de 12, donne 76, qui est égal à 19 fois 4.

PROBLÈME 22. *Trouver un nombre qui, divisé par sa racine cubique, donne 9.*

Solution. Pour éviter l'emploi du signe des racines, représentons le nombre demandé par x^3 ; sa racine cubique sera x, et l'équation sera $x^3:x=9$

ou $x^2=9$

prenons la racine carrée $x=3$

par suite, le nombre $x^3=27$

Vérification. Le nombre 27, divisé par sa racine cubique 3, donne 9.

PROBLÈME 23. *Trouver deux nombres tels que 3 fois le grand et 2 fois le petit donnent* 28, *et que 4 fois le grand et* 1 *fois le petit donnent* 29.

Solution. Soient y le grand nombre, et x le petit ; les conditions du problème sont exprimées par les deux équations

$$3y+2x=28$$
$$4y+x=29$$

Pour faciliter l'élimination des x, nous allons doubler la deuxième équation, afin qu'elle ait autant d'x que la première $8y+2x=58$

soustrayons la 1re, qui est $3y+2x=28$

il vient $5y=30$

divisons par 5 $y=6$

Pour trouver x, on reprend l'une des premières équations, par exemple la seconde, qui devient

$$24+x=29 \quad \text{d'où} \quad x=5$$

Il est facile de vérifier ces résultats.

PROBLÈME. 24. *Trouver deux nombres tels que la moitié du grand plus le petit donnent* 14, *et que le quadruple du grand moins le petit donne* 40.

Equations du problème

$$\tfrac{1}{2}y+x=14$$
$$4y-x=40.$$