

PROBLÈME 10e

1. Le premier terme d'une progression arithmétique croissante est 5, la différence commune 4, et la somme des termes 152. Quel est le nombre des termes ?

n inconnu. $\left\{ \begin{array}{l} \text{Dans les solutions des données de ce problème, il faut se servir de deux formules : d'abord, on cherche l par la première formule, puis on termine l'opération par la 3e formule en substituant à l sa valeur qui, dans le présent cas, est } 1 + 4n. \end{array} \right.$

$$\begin{aligned} 1^{\text{ère}} \text{ formule : } l &= a + (n-1)d \\ l &= 5 + (n-1)4 \\ l &= 5 + 4n - 4 \\ l &= 1 + 4n \quad (1) \end{aligned}$$

$$3^{\text{e}} \text{ formule : } S = \frac{(a+l)n}{2} \quad (1)$$

$$152 = \frac{(5+1+4n)n}{2}$$

$$304 = 5n + n + 4n^2$$

$$304 = 6n + 4n^2$$

$$4n^2 + 6n = 304$$

$$2n^2 + 3n = 152$$

$$n^2 + \frac{3n}{2} = 76$$

$$n^2 + \frac{3n}{2} + \left(\frac{3}{2}\right)^2 = 76 + \frac{9}{4}$$

$$2n^2 + 3n + \frac{(3)^2}{4} = \frac{1216 + 9}{16} = \frac{1225}{16} \text{ dont la racine carrée égale } \frac{35}{4}$$

$$\text{Donc } n = \frac{35}{4} + \frac{3}{4} = \frac{38}{4} \text{ ou } \frac{32}{4},$$

$$\text{Dans ce cas-ci c'est } \frac{32}{4} = 8$$

Rép. 8.

2. Le dernier terme d'une progression est 30, la différence commune 3, et la somme des termes 156; on demande le nombre des termes.

n inconnu. $\left\{ \begin{array}{l} 1^{\text{ère}} \text{ formule : } l = a + (n-1)d \\ l = 30 \\ d = 3 \\ s = 156 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} 30 = a + (n-1)3 \\ 30 = a + 3n - 3 \\ a = 30 + 3 - 3n \\ a = 33 - 3n \quad (1) \end{array} \right.$

$$3^{\text{e}} \text{ formule : } S = \frac{(a+l)n}{2}$$

$$156 = \frac{(1) 33 - 3n + 30)n}{2}$$

$$312 = 63n - 3n^2$$

$$104 = 21n - n^2 \quad (2)$$

$$n^2 - 21n = -104$$

$$n^2 = 21n + \frac{(21)^2}{4} = -104 + \frac{441}{4}$$

$$n^2 - 21n + \frac{(21)^2}{4} = -\frac{416 + 441}{4} = -\frac{25}{4}$$

$$\text{dont la racine carrée est } \frac{5}{2}$$

$$n = \frac{21}{2} - \frac{5}{2} = \frac{26}{2} \text{ ou } \frac{16}{2} = 8 \text{ qui}$$

satisfait à la réponse d'après l'équation, soit l'équation

$$104 = 21n - n^2$$

$$104 = 168 - 64; \text{ et } 168 - 64 = 104.$$

Rép. 8.

3. Un journalier a 2s pour sa première journée de travail; on lui augmente ses gages de 3d par jour, et au bout de son temps, il se trouve avoir £4 7s 6d en tout. Combien de jours a-t-il travaillé ?

n inconnu. $\left\{ \begin{array}{l} 1^{\text{ère}} \text{ formule : } l = a + (n-1)d \\ a = 2s \text{ ou } 40 \text{ cts.} \\ d = 3d \text{ ou } 5 \text{ cts.} \\ s = £4 \text{ 7s } 6d \text{ ou } \$17.50 \text{ cts.} \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} l = 40 + (n-1)5 \\ l = 40 + 5n - 5 \\ l = 35 + 5n \quad (1) \end{array} \right.$

$$3^{\text{e}} \text{ formule : } S = \frac{(a+l)n}{2} \quad (1)$$

$$1750 = \frac{(40 + 35 + 5n)n}{2}$$

$$3500 = (75 + 5n)n; 3500 = 75n + 5n^2$$

$$\text{Divisant l'équation par 5 : } 700 = 15n + n^2$$

$$n^2 + 15n + \frac{(15)^2}{4} = 700 + \frac{225}{4} = \frac{2800 + 225}{4} = \frac{3025}{4}$$

$$\frac{3025}{4} = \frac{55^2}{4} \text{ Donc : } n = \frac{55}{2} + \frac{15}{2} = \frac{70}{2} \text{ ou } \frac{40}{2} = 20.$$

Rép. 20 jours.

4. Un voyageur augmentant sa marche de 7 arpentés tous les jours, fait 5 lieues le dernier jour de marche, et 147 lieues en tout. Combien de jour a-t-il marché ?

n inconnu.

$$d = 7 \text{ arpentés} = \frac{7}{84} \text{ lieues} = \frac{1}{12}$$

$$l = 5 \text{ lieues.}$$

$$s = 147 \text{ lieues.}$$

$$1^{\text{ère}} \text{ formule : } l = a + (n-1)d$$

$$5 = a + (n-1) \frac{1}{12}$$

$$5 = a + \frac{n-1}{12}$$

$$60 = 12a + n - 1$$

$$12a + n - 1 = 60$$

$$12a = 61 - n$$

$$a = \frac{61-n}{12} \quad (1)$$

$$3^{\text{e}} \text{ formule : } S = \frac{(a+l)n}{2}$$

$$147 = \frac{(61-n + 5)n}{12}$$

$$294 = \frac{(61-n + 5)n}{12} \quad (2)$$

$$3528 = (61 + 5n)n$$

$$3528 = 61n - n^2 + 5n^2$$

$$(2) 121n - n^2 = 3528.$$

$$n^2 - 121n = -3528$$

$$n^2 - 121n + \frac{(121)^2}{4} = -3528 + \frac{14641}{4}$$

$$\frac{14112 + 14641}{4} = \frac{529}{4}$$

$$\sqrt{\frac{529}{4}} = \frac{23}{2}$$

$$\text{D'où } n = \frac{23}{2} + \frac{121}{2} = \frac{98}{2} \text{ ou } \frac{141}{2}$$

Mais ici pour satisfaire aux équations il faut $\frac{98}{2} = 49$.

$$\text{Preuve : } (2) 121n - n^2 = 3528.$$

$$121n \times 49 = 5929$$

$$n^2 \text{ ou } 49 \times 49 = 2401$$

$$3528.$$

Rép. 49 jours.

PROBLÈME 11e

1. Les deux extrêmes d'une progression arithmétique croissante sont 10 et 70, et la différence commune 3. Quelle est la somme des termes ?

Il faut, comme dans le problème précédent, se servir de deux formules, de la première et de la troisième.

s inconnu. $\left\{ \begin{array}{l} 1^{\text{ère}} \text{ formule : } l = a + (n-1)d \\ a = 10 \\ l = 70 \\ d = 3 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} 70 = 10 + (n-1)3 \\ 70 = 10 + 3n - 3 \\ 60 = 3n - 3 \\ 63 = 3n \\ n = 21 \quad (1) \end{array} \right.$