

n'est en état de payer. A dit à B : Donne-moi le quart de ce que tu as, alors je pourrai tout payer. B dit à C : Donne-moi $\frac{1}{8}$ de ce que tu as, je pourrai tout payer. C dit à A : Quoique je n'aie que 4 fr., si tu me donnes la moitié de ton argent, je pourrai tout payer. Combien ont-ils dépensé, et combien ont A et B ? (TERQUEM.)

Réponse : Dépense 6.50 fr. ; A 5 fr., et B 6 fr.

Solution :

Soient $x =$ la somme que possède A,

$$y = " " B,$$

$z =$ la somme dépensée.

D'après les données du problème,

$$x + \frac{y}{4} = z,$$

$$4x + y = 4z,$$

$$4x + y - 4z = 0; \quad (1)$$

$$y - z = -0.50; \quad (2)$$

$$\frac{4}{4} + \frac{x}{2} = z,$$

$$8 + x = 2z,$$

$$x - 2z = -8. \quad (3)$$

Multiplions (3) par 4 :

$$4x - 8z = -32. \quad (4)$$

Retranchons (4) de (1) :

$$y + 4z = 32. \quad (5)$$

Retranchons (2) de (5) :

$$5z = 32.50;$$

D'où $z = 6.50$ fr., somme dépensée.

Remplaçons z par sa valeur dans (2) :

$$y - 6.50 = -0.50;$$

D'où $y = 6$ fr., somme que possède B.

Remplaçons également z par sa valeur dans (3) :

$$x - 13 = -8;$$

D'où $x = 5$ fr., somme que possède A.

III. Trois maçons A, B, C, doivent élever un mur. A et B travaillant ensemble mettraient 12 jours, B et C ensemble y

mettraient 20 jours, A et C ensemble y mettraient 15 jours. Combien de temps chacun mettrait-il seul ? et combien de temps mettront-ils travaillant tous les trois ensemble ? (TERQUEM.)

Réponse : A 20 jours, B 30, C 60 ; les trois ensemble 10 jours.

Solution :

Soient $x =$ l'ouvrage que fait A en 1 jour.

$$y = " " B "$$

$$z = " " C "$$

D'après les données du problème,

$$12x + 12y = 1, \quad (1)$$

$$20y + 20z = 1, \quad (2)$$

$$15x + 15z = 1. \quad (3)$$

Multiplions (1) par 5 et (2) par 3 :

$$60x + 60y = 5, \quad (4)$$

$$60y + 60z = 3. \quad (5)$$

Retranchons (5) de (4) :

$$60x - 60z = 2. \quad (6)$$

Multiplions (3) par 4 :

$$60x + 60z = 4. \quad (7)$$

Ajoutons ensemble (6) et (7) :

$$120x = 6;$$

D'où $x = \frac{6}{120} = \frac{1}{20}$, ouvrage que fait A en 1 journée.

Remplaçons x par sa valeur dans l'équation (4) :

$$3 + 60y = 5,$$

$$60y = 2;$$

D'où $y = \frac{2}{60} = \frac{1}{30}$, ouvrage que fait B en 1 journée.

Remplaçons y par sa valeur dans l'équation (5) :

$$2 + 60z = 3,$$

$$60z = 1;$$

D'où $z = \frac{1}{60}$, ouvrage que fait C en 1 journée.