à l'angle adjacent ; que *les angles alternes externes sont égaux* ; et que réciproquement *si une ligne droite tombant sur deux autres lignes droites fait avec elles les angles correspondants égaux, ou les angles alternes égaux, ou les angles alternes externes égaux, ou les angles intérieurs du même côté égaux ensemble à deux angles droits, ces deux lignes sont parallèles.*

Il est évident de même que *deux lignes droites perpendiculaires à une troisième ligne, sont parallèles entre elles ;* que *si deux lignes droites forment avec une troisième ligne les angles intérieurs égaux ensemble à moins que deux angles droits, ces deux lignes se rencontreront du côté où se trouvent les angles dont la somme est moindre que deux angles droits ;* que *si l'un des angles est un angle droit, l'autre sera aussi un angle droit,* c'est-à-dire que *toute ligne perpendiculaire à l'une de deux parallèles est perpendiculaire à l'autre ;* enfin que puisque tous les angles aigus sont égaux et tous les angles obtus aussi égaux, *l'un des angles aigus ajouté à l'un des angles obtus formera toujours deux angles droits.*

Avant de laisser le sujet des lignes parallèles, remarquons qu'on ne voit guère la nécessité de démontrer que deux lignes parallèles à une troisième ligne sont parallèles entre elles, car, que l'on considère ces lignes parallèles sous le rapport de leur égalité de distance, ou égalité d'inclinaison par rapport à une troisième ligne, ces égalités mêmes font que les axiomes ayant trait à l'addition, à la soustraction de quantités égales rendent évidente la vérité de l'énoncé ; et l'on ne voit pas davantage la nécessité du théorème, entre autres, du 6ème livre d'Euclide à l'effet que deux triangles semblables à un troisième triangle sont semblables entre eux, puisque c'est l'égalité respective de leurs angles qui fait leur similarité et qu'il suffit d'un axiome pour l'établir.

Passons maintenant à la considération du triangle et disons avec Playfair et autres que rien n'empêche, pour la preuve, la superposition de deux triangles l'un à l'autre ou de deux autres figures planes quelconques. Euclide l'a fait lui-même dans ses IVème et VIIIème du premier livre mais s'est gardé, dit-on, de le faire, autant que possible, comme n'étant point un moyen rigoureusement mathématique, comme donnant, suivant quelques auteurs, l'idée du mouvement, et ressemblant en cela à un procédé mécanique.

Mais si ce procédé vicie le raisonnement, tout le système d'Euclide s'en trouve entaché, et la rigueur mathématique ne se trouve donc nulle part en son ouvrage, puisque, remarquons le, c'est dès le 1er théorème même de son premier livre, c'est-à-dire des éléments, des principes de son système qu'il est forcé de recourir à cette manière de faire sa preuve.

Non, c'est une idée fausse que celle qui fait regarder comme un procédé mécanique celui de la superposition des figures pour montrer leur coincidence entière ou partielle.

Un procédé mécanique est un procédé manuel ; or qu'est-ce qu'il y a de manuel en cela, rien du tout : c'est un procédé purement mental, purement imaginaire, un procédé de l'esprit dont seulement les yeux prennent connaissance. Une figure géométrique de la nature de celles sur lesquelles on raisonne dans les éléments, n'a point de substance, il ne peut donc y avoir de considération mécanique dans cette superposition purement idéale de deux figures planes.

Euclide au contraire se fut ménagé bien des démonstrations ennuyeuses et absolument inutiles, eut-il continué au besoin cette superposition parfaitement légitime, parfaitement mathématique et dont on subit pour ainsi dire la nécessité lorsque, par exemple, après avoir prouvé que les parallèlogrammes et triangles sur même base et entre mêmes parallèles, sont égaux, il nous faut pour nous soustraire au besoin de superposer ces figures, recommencer la preuve sous forme de deux théorèmes séparés et additionnels, pour démontrer que les parallèlogrammes et triangles sur bases égales et entre mêmes parallèles sont égaux. (Voir les Prop. XXXV à XXXVIII.)

C'est ici le lieu de faire deux remarques pertinentes à l'endroit de la simplification à laquelle chacun aspire dans la manière de poser un énoncé, puis de l'élucider.

Aujourd'hui, pour rendre abstraite une énonciation géométrique qui n'est pas censée se rapporter à une figure particulière de l'espèce de celles dont on traite, on a soin d'écrire l'énoncé sans les lettres de renvoi à la figure dans le texte, et la conséquence en est qu'après avoir fait tel énoncé à l'abstrait, il faut pour le rendre concret, répéter absolument la même chose en y intercalant les lettres qui renvoyent à la figure sur laquelle ou à l'aide de laquelle doit se faire l'argumentation, la démonstration de la vérité de ce que conclut l'énoncé. Eh bien ! tout ceci peut s'éviter en écrivant l'énoncé avec les lettres voulues, mais placées par exemple, entre parenthèses pour qu'on puisse tout d'abord au besoin lire l'énoncé en son abstrait, c'est-à-dire, sans les lettres, puis le relire au concret avec les lettres.

Playfair dans ses notes, dit avoir introduit au 5ème livre quelques changements ne se rapportant point à l'essence des démonstrations, mais seulement de langage, d'expression, de signes pour rendre plus succinte la preuve, en permettant d'en rapprocher les divers éléments. Il élimine les lignes ou figures de Simpson et autres pour s'en tenir à une expression plus abstraite, plus courte, qui met plus rapidement en regard les diverses mailles, les chaînons, pour ainsi dire ; qui laisse moins de distance entre les pas successifs de l'argumentation pour en rendre l'intelligence plus immédiate, plus facile.

Eh bien ! c'est encore quelque chose dans le même sens qu'il faut pour les autres livres : une suppression, diminution du nombre de lettres à dire, à prononcer. Enfin l'on ne peut évidemment réduire tout à fait à un langage algébrique, où un signe exprime toute une phrase, le langage géométrique élémentaire ; mais on peut le rendre plus concis en indiquant un angle, par exemple,