

“ de l'équation sont augmentés ou diminués d'un même nombre, multipliés ou divisés par un même nombre.”

### Geométrie

(Réponses aux programmes officiels de 1862.)

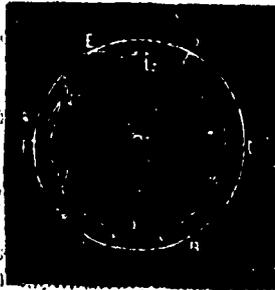
#### POLYGONES RÉGULIERS

Un *polygone régulier* est un polygone qui a tous ses côtés égaux et tous ses angles égaux.

Tels sont le triangle équilatéral et le carré.

**THÉORÈME.** *Si une circonférence est divisée en un nombre quelconque de parties égales, on obtient un polygone régulier en joignant consécutivement les points de division.*

Soit la circonférence  $O$  divisée en 6 parties égales ; il faut prouver que le polygone  $ABCDEF$  est régulier.



Les côtés sont égaux, puisque ce sont des cordes sous-tendant des arcs égaux ; les angles sont égaux, puisque chacun d'eux est inscrit, et comprend entre ses côtés les  $\frac{1}{2}$  de la circonférence ; ainsi le polygone est régulier.

Donc, si une circonférence...

**REMARQUES.** 1° Les côtés du polygone étant des cordes égales, toutes ces cordes sont à la même distance du centre ; par suite, les perpendiculaires abaissées du centre sur les divers côtés sont toutes égales à  $OI$  ; c. la circonférence qui serait décrite avec  $OI$  comme rayon serait tangente à tous les côtés, en leurs milieux.

2° Les triangles isocèles  $AOB$ ,  $BOC$ ,  $COD$ ... sont tous égaux, et chaque rayon  $OA$ ,  $OB$ ,  $OC$ ... est bissecteur de l'angle au sommet duquel il abrite.

3° Les perpendiculaires  $OI$ ,  $OJ$ ,  $OK$ ... sont bissectrices des angles au centre  $AOB$ ,  $BOC$ ,  $COD$ ... ; par suite, les angles  $IOJ$ ,  $JOK$ ,  $KOL$ ... sont égaux, ainsi que les arcs déterminés sur la circonférence

intérieure. Donc, si une circonférence est divisée en un nombre quelconque de parties égales, on obtient un polygone régulier en menant des tangentes par les points de division.

Un polygone régulier  $ABCDEF$  est inscrit à la circonférence qui passe par toutes ses sommets, et circonscrit à la circonférence qui est tangente à tous les côtés.

La circonférence qui passe par tous les sommets d'un polygone est circonscrite à ce polygone ; la circonférence tangente à tous les côtés d'un polygone est inscrite à ce polygone.

Dans tout polygone régulier, c'est le même point qui est le centre du cercle circonscrit et le centre du cercle inscrit ; et ce point est nommé le centre du polygone régulier.

Dans tout polygone régulier le rayon du cercle circonscrit est nommé *rayon du polygone*, et le rayon du cercle inscrit est nommé *apothème du polygone*. L'apothème est toujours plus court que le rayon ; mais si le nombre des côtés devient de plus en plus grand, ces deux lignes tendent à se confondre.

On appelle *angle intérieur* ou simplement *angle* d'un polygone régulier, l'angle formé par deux côtés consécutifs.—Exemple, l'angle  $ABC$ .

On appelle *angle au centre* d'un polygone régulier l'angle formé par deux rayons voisins.—Exemple, l'angle  $AOB$ .

La valeur de l'angle au centre s'obtient en divisant 360 degrés par le nombre des côtés.—Dans le cas de l'hexagone régulier (figure ci-dessus), l'angle au centre égale la 6<sup>e</sup> partie de 360 degrés, soit 60 degrés.

Quant à l'angle intérieur du polygone, il est le supplément de l'angle au centre ; car l'angle  $ABC$  égale  $OBA$  plus  $OBC$ , ou  $OBA$  plus  $OAB$ .—Dans l'hexagone régulier, l'angle intérieur est de 120 degrés.

### Exercices mathématiques

#### NOMBRES IMPAIRS CONSÉCUTIFS

Démontrer que le produit de deux nombres impairs consécutifs augmenté de 1 égale un carré parfait.